

### Список литературы

- 1 Горшков, А. Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Физматлит, 2005. – 576 с. – EDN RXGSLJ.
- 2 Журавков, М. А. Математические модели механики твердого тела / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2021. – 535 с.
- 3 Zhuravkov, M. A. Mechanics of Solid Deformable Body / M. A. Zhuravkov, Lyu Yongtao, E. I. Starovoitov. – Singapore : Springer, 2022. – 317 p.
- 4 Старовойтов, Э. И. Сопротивление материалов / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2004. – 376 с.
- 5 Старовойтов, Э. И. Механика материалов / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2011. – 380 с.
- 6 Абдусаттаров, А. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагрузениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023. – 381 с.
- 7 Деформирование трехслойных пластин при термосиловых нагрузках / Э. И. Старовойтов [и др.]. – Гомель : БелГУТ, 2024. – 395 с.
- 8 Захарчук, Ю. В. Напряженно-деформированное состояние круговой трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – Гомель : БелГУТ, 2019. – Вып. 12. – С. 66–75.
- 9 Козел, А. Г. Влияние сдвиговой жёсткости основания на напряжённое состояние сэндвич пластины / А. Г. Козел // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2018. – Т. 332, № 6. – С. 25–34.
- 10 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / E. I. Starovoitov [et. al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no 4. – P. 1023–1029.
- 11 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойного стержня в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. – 2013. – Т. 22, № 1. – С. 31–35.
- 12 Tarlakovskii, D. V. Two-Dimensional Nonstationary Contact of Elastic Cylindrical or Spherical Shells / D. V. Tarlakovskii, G.V. Fedotenkov // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2014. – Vol. 43, no. 2. – P. 145–152.
- 13 Трацевская, Е. Ю. Динамическая неустойчивость квазитиксотропных моренных грунтов / Е. Ю. Трацевская // Литосфера. – 2017. – № 1 (46). – С. 107–111.
- 14 Старовойтов, Э. И. Исследование спектра частот трехслойной цилиндрической оболочки с упругим наполнителем / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – 21, № 2. – С. 162–169.
- 15 Starovoitov, É. I. Vibrations of round three-layer plates under the action of distributed local loads / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A.V. Yarovaya // Strength of materials. – 2002. – Vol. 34, no 5. – P. 474–481.
- 16 Leonenko, D. V. Vibrations of Cylindrical Sandwich Shells with Elastic Core Under Local Loads / D. V. Leonenko, E. I. Starovoitov // International Applied Mechanics. – 2016. – Vol. 52, no 4. – P. 359–367. – DOI : 10.1007/s10778-016-0760-8.
- 17 Лачугина, Е. А. Поперечные колебания пятислойной упругой круговой пластины с жесткими наполнителями / Е. А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – Гомель : БелГУТ, 2022. – Вып. 15. – С. 212–219.

УДК 656:51(075.8)

### ПРЕПОДАВАНИЕ КУРСА «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА» ДЛЯ МАГИСТРАНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ТЕХНОЛОГИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПРОЦЕССОВ»

*С. П. ВАКУЛЕНКО, С. М. КОКИН, А. М. ФИЛИМОНОВ*  
*Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва*

Рассматривается курс «Прикладная математика», состоящий из практических занятий для студентов-магистрантов специальности «Технология транспортных процессов: Управление перевозочным процессом и транспортное планирование и Мультимодальные логистические комплексы».

В силу практической направленности этой категории студентов в основу содержания курса было положено изучение методов обработки данных, поскольку этот материал представляется необходимым в большинстве видов практической деятельности, связанной с технологией и с обеспечением безопасности транспортных процессов. Курс читается обучающимся в магистратуре, в учебных планах бакалавриата и специалитета его нет.

Поскольку магистранты поступают в университет спустя разное время после окончания вуза, то в начале курса производится краткое напоминание основных вероятностных понятий по принципу «от простого к сложному» и с возможной практической интерпретацией.

Приведем простой пример. Рассматривается задача о минимальной стоимости билета на право разового участия в игре, состоящей в однократном подбрасывании двух игральные кости с последующей выплатой приза: за выпавшие две шестерки 100 руб., за ровно одну шестерку – 10 руб., а при отсутствии шестерок не выплачивается ничего. Затем поясняется, что сходные идеи положены в основу работы страховых компаний и соотношений между страховым взносом и размером страхо-

вой премии. При этом обращается внимание на то, что, в отличие от простейшей модели с игральными костями, подсчет вероятностей требует статистической обработки данных.

В качестве следующего примера рассматривается известная задача о встрече: два поезда должны прибыть на станцию на один и тот же путь, но в различное время. Нужно найти вероятность того, что из-за случайных обстоятельств они придут на станцию в один и тот же промежуток времени. Обычная постановка задачи предполагает, что моменты времени прибытия – независимые, равномерно распределенные величины. Однако исходя из реальной ситуации, естественно предположить, что моменты времени прибытия – случайные величины, распределенные по некоторому, например, по показательному или какому-то другому, закону. Таким образом, происходит естественное введение в практику законов распределения случайных величин.

Ниже приводится примерная программа курса, состоящего из практических занятий, в начале каждого из которых преподаватель напоминает соответствующие понятия и приводит пример соответствующего расчета.

1 Математическое ожидание  $MV$  и дисперсия  $DV$  случайной величины  $V$ . Выработываемый навык – нахождение  $MV$  и  $DV$ .

2 Вероятность попадания случайной величины  $V$  в заданный промежуток  $[-1/5, \sqrt{3})$ . Закон распределения и его график  $F_V(x)$ . Выработываемый навык – построение графика закона распределения.

3 Понятие о геометрических вероятностях. Задача о встрече. Выработываемый навык – отыскание вероятности попадания в заданный прямоугольник.

4 Понятие о конечных и бесконечных сериях испытаний. Комбинаторика. Схема Бернулли и геометрическое распределение. Выработываемый навык – нахождение вероятности в серии попадания случайной величины  $V$  в заданный промежуток  $[-2, \sqrt{5})$ .

5 Эмпирический закон распределения. Выработываемый навык – построение эмпирического закона распределения.

6 Гистограмма. Выработываемый навык – построение гистограммы.

7 Виды непрерывных распределений. Выработываемый навык – отыскание вероятности попадания в заданный промежуток для равномерного распределения.

8 Схема Бернулли для закона Пуассона. Выработываемый навык – нахождение вероятности в схеме Бернулли для случайной величины, распределенной по закону Пуассона.

9 Нормальное распределение. Выработываемый навык – отыскание вероятности попадания в заданный промежуток для нормального распределения.

10 Центральная предельная теорема. Выработываемый навык – вероятность попадания в заданный интервал по центральной предельной теореме для суммы равномерных распределений.

11 Точечные оценки для  $m$  и  $d$ . Выработываемый навык – построение точечных оценок для  $m$  и  $d$ .

12 Доверительный интервал для оценки  $m$  (по заданной выборке) при заданном уровне доверия. Выработываемый навык – построение доверительных интервалов с помощью нормального распределения.

13 Статистическая проверка гипотез. Выработываемый навык – отыскание оценки отклонения  $m$  от заданного значения  $a$  по критерию Стьюдента.

14 Статистическая проверка гипотез. Выработываемый навык – сравнение математических ожиданий двух выборок по критерию Стьюдента.

15 Критерий Пирсона. Выработываемый навык – проверка гипотез по критерию хи-квадрат.

16 Двумерные случайные величины  $V, W$ . Выработываемый навык – построение частных распределений и графиков  $F_V(x), F_W(y)$ .

17 Числовые характеристики двумерной случайной величины. Выработываемый навык – нахождение  $MV, MW, DV, DW, M(VW)$ .

18 Независимость случайных величин. Ковариация. Выработываемый навык – отыскание коэффициента корреляции.

19 Условные распределения. Выработываемый навык – построение условных распределений.

20 Линии регрессии. Выработываемый навык – построение линий регрессии.

21 Метод наименьших квадратов. Выработываемый навык – отыскание коэффициентов линейной аппроксимации.

22 Оценка корреляции по критерию Стьюдента. Двумерный нормальный закон. Выработываемый навык – проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

- 23 Оценка коэффициента корреляции. Вырабатываемый навык – оценка коэффициента корреляции.  
 24 Критерий Кочрена. Вырабатываемый навык – сравнение дисперсий по критерию Кочрена.  
 25 Критерий Манна – Уитни. Навык – сравнение средних по критерию Манна – Уитни.  
 26 Критерий Фишера. Вырабатываемый навык – использование однофакторного анализа.  
 27 Информация. Вырабатываемый навык – вычисление информации в простейших задачах.  
 28 Случайные процессы и временные ряды. Вырабатываемый навык – отыскание математического ожидания и дисперсии временного ряда.  
 29 Автокорреляционная функция случайного процесса. Вырабатываемый навык – отыскание автокорреляционной функции временного ряда.  
 30 Обзорное занятие.

Затем студентам выдаются индивидуальные задания, похожие на то, которое разобрал преподаватель. Для получения зачета необходимо выполнить все задания.

Теоретические основы курса и примеры использования получаемых знаний для решения задач, возникающих в транспортной отрасли, изложены, например, в работах [1–5]. В частности, учебное пособие [5] издано в нашем университете, и основными примерами, которые в нем разбираются, являются примеры из практики железнодорожного транспорта.

#### Список литературы

- 1 Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 2014. – 400 с.  
 2 Коротких, Ю. С. Моделирование транспортных процессов / Ю. С. Коротких, Н. Н. Пуляев. – М. : Автограф, 2019. – 150 с.  
 3 Вельможин, А. В. Основы теории транспортных процессов и систем : учеб. пособие для вузов / А. В. Вельможин, В. А. Гудков, Л. Б. Миротин. – М. : Академия, 2008. – 288 с.  
 4 Математическое моделирование транспортных систем и процессов / А. Н. Рахмангулов. – Магнитогорск : МГТУ им. Г. И. Носова, 2021. – 190 с.  
 5 Карпухин, В. Б. Теория и практика математического моделирования в задачах транспортной системы / В. Б. Карпухин. – М. : РУТ (МИИТ), 2021. – 111 с.

УКД 539.31

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ ГЛУБОКОГО МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ И ФИЗИЧЕСКИ ИНФОРМИРОВАННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ПО ИДЕНТИФИКАЦИИ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДЛЯ БАЛКИ БЕРНУЛЛИ – ЭЙЛЕРА

*Я. А. ВАХТЕРОВА*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация  
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*

*И. П. КОЗЛОВ*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

*Г. В. ФЕДОТЕНКОВ*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация  
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*

В данной работе рассматривается однородная изотропная шарнирно опертая балка Бернулли – Эйлера конечной длины. На балку действует нестационарная сосредоточенная сила. В прямой задаче, зная физико-механические свойства, требуется определить прогиб балки, в обратной: зная показания ускорений с датчика – модуль Юнга и площадь поперечного сечения. На первом этапе задача решается численно-аналитически. Это требуется для проверки результатов, полученных с помощью технологий глубокого машинного обучения и физически информированных нейронных сетей (PINN). На втором этапе строится физически информированная нейронная сеть.

С каждым годом всё чаще появляются новые материалы, которые требуют определения точных свойств (модуля Юнга и модуля сдвига). Обычно модуль упругости определяется с помощью механических испытаний, таких как эксперименты по одноосному растяжению, которые проводятся на специально подготовленных образцах, соответствующих протоколам тестирования. Этот подход