

#### Список литературы

- 1 Трофимова, Т. И. Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 17-е изд., стер. – М. : Академия, 2008. – 560 с.
- 2 Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – 3-е изд., испр. – М. : Наука, 1990. – 624 с.
- 3 Шиляева, К. П. Физика. Краткая теория и задачи : пособие / К. П. Шиляева, И. О. Деликатная, Н. А. Ахраменко. – Гомель : БелГУТ, 2021. – 211 с.

УДК 620.174.21

### МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ИЗДЕЛИЙ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЕЙ СЕЛЕКТИВНОГО ЛАЗЕРНОГО СПЛАВЛЕНИЯ

*А. В. БАБАЙЦЕВ, С. А. ШУМСКАЯ*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

Селективное лазерное спекание (СЛС) является востребованной аддитивной технологией, имеющей большую перспективу в авиационной и космической отраслях благодаря своей способности значительно снижать массу изделий, что порой имеет решающее значение в данных отраслях. Важными направлениями исследований являются разработка эффективных алгоритмов моделирования и оптимизации для металлической 3D-печати, а также методов контроля и компенсации возникающих деформаций.

В работе предложен вариант моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) прямоугольных образцов, выращенных методом СЛС из металлического порошка AlSi10Mg при различных режимах скорости и мощности лазера. В сочетании методов зондирующих отверстий, корреляции цифровых изображений и численного моделирования для решения обратной задачи и идентификации остаточного НДС исследуемых образцов приводится сравнение моделирования с экспериментальными данными. Моделирование проводится в программном комплексе Ansys.

Анализируется плоское напряженное состояние: принимается, что значения НДС в объеме рассматриваемых образцов постоянны во всем рассматриваемом объеме. Однако для полного понимания поведения конструкции необходимо учитывать также толщину, что влияет на деформацию конструкции под воздействием напряжений.

*Работа выполнена при финансовой поддержке государственного проекта Министерства науки и высшего образования по теме «Разработка научных основ создания перспективных элементов конструкций с управляемыми свойствами из сплавов на основе титана, его инерметаллидов и композиционных материалов на основе алюминия с градиентной поверхностной и объемной структурой» FSFF-2023-0004.*

#### Список литературы

- 1 Бабайцев, А. В. Исследование влияния параметров СЛС печати алюминиевых изделий на уровень остаточных деформаций / А. В. Бабайцев, С. А. Шумская А. В. Рипецкий // СТИН. – 2024. – № 4. – С. 34–37.
- 2 Babaytsev, A. V. Housings with Internal Cooling Channels Produced by Selective Laser Melting. Russian Engineering Research / A. V. Babaytsev, P. O. Polyakov. – 2023. – No. 43 (7). – P. 873–876.

УДК 539.31

### НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК НА ОСНОВЕ УТОЧНЕННОЙ ТЕОРИИ

*В. В. БАЛАБАНОВ, В. В. ФИРСАНОВ*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

Подкрепленная цилиндрическая оболочка рассматривается как система, состоящая из тонкостенной оболочки (обшивки) и жестко соединенного с ней набора поперечных кольцевых ребер.

Оболочка рассматривается как твердое тело, отнесенное к триортогональной криволинейной системе координат  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ . Координатные оси  $\alpha_1, \alpha_2$  совпадают с линиями главных кривизн средней поверхности оболочки, а ось  $\alpha_3$  направлена по наружной нормали к этой поверхности.

Введем триортогональную криволинейную систему координат  $\xi, \theta, z$  (рисунок 1), для которой справедливы следующие равенства:

$$\alpha_1 = R\xi, \alpha_2 = R\theta, \alpha_3 = z + R. \quad (1)$$

Система координат ребер совпадает с системой координат обшивки, за исключением того, что ось  $Z = z + \lambda_j(h + H_j)$ , где  $h$  и  $H$  – полутолщины обшивки и ребер соответственно,  $\lambda_j = 1, \lambda_j = -1$  при внешнем и внутреннем расположении ребра соответственно.

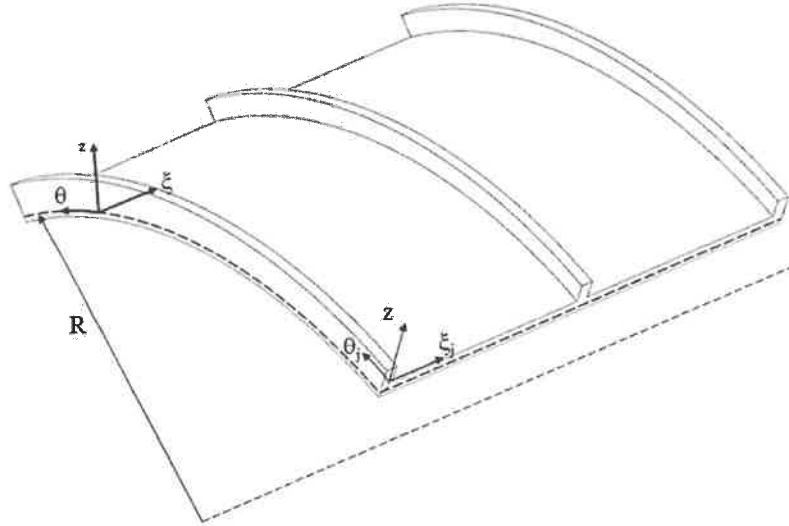


Рисунок 1 – Подкрепленная цилиндрическая оболочка

В соответствии с работами [1, 2] предполагается, что перемещения обшивки  $u, v, w$  допускают асимптотические представления вида

$$\begin{aligned} u(\xi, \theta, z) &= u_0(\xi, \theta) + u_1(\xi, \theta)z + u_2(\xi, \theta)\frac{z^2}{2} + u_3(\xi, \theta)\frac{z^3}{3!}, \\ v(\xi, \theta, z) &= v_0(\xi, \theta) + v_1(\xi, \theta)z + v_2(\xi, \theta)\frac{z^2}{2} + v_3(\xi, \theta)\frac{z^3}{3!}, \\ w(\xi, \theta, z) &= w_0(\xi, \theta) + w_1(\xi, \theta)z + w_2(\xi, \theta)\frac{z^2}{2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Перемещения кольцевых ребер определяются следующими выражениями:

$$v^j(\theta_j, Z) = v_0^j(\theta_j) + v_1^j(\theta_j)Z, \quad w^j(\theta_j, Z) = w_0^j(\theta_j), \quad j = 1 \dots N. \quad (3)$$

Взаимодействие цилиндрической оболочки с кольцевыми ребрами схематизируется линейным контактом. Влияние ребер на обшивку рассматривается через две компоненты перемещений по кольцевому и поперечному направлениям, перемещения по направлению  $\xi$  равны нулю.

На поверхности контакта между обшивкой и ребрами компоненты перемещений одинаковы, поэтому выполняются условия сочленения обшивки и ребер, которые принимают следующий вид:

$$v^j(\theta_j, Z) \Big|_{z=\lambda_j H} = v(\theta, z) \Big|_{z=\lambda_j h}, \quad w^j(\theta_j, Z) \Big|_{z=\lambda_j H} = w(\theta, z) \Big|_{z=\lambda_j h}, \quad j = 1 \dots N. \quad (4)$$

Уравнения трехмерной теории упругости используются для определения НДС обшивки и ребер. На основе вариационного принципа Лагранжа определяются дифференциальные уравнения равновесия и естественные граничные условия подкрепленной цилиндрической оболочки [1, 3].

Таким образом, на основании вариационного принципа Лагранжа и уравнений (2)–(4) дифференциальные уравнения равновесия тонкостенной цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами, определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^3 (K^{k1n} + K_{11}^{k1n} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + K_{22}^{k1n} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) u_n + \sum_{n=0}^3 K_{12}^{k2n} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \theta} v_n + \sum_{n=0}^2 K_1^{k3n} \frac{\partial}{\partial \xi} w_n = K^{kq^+} q_{13}^+ - K^{kq^-} q_{13}^-, \\
& \sum_{n=0}^3 K_{12}^{l1n} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \theta} u_n + \sum_{n=0}^3 (K^{l2n} + K_{11}^{l2n} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + K_{22}^{l2n} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) v_n + \sum_{n=0}^2 K_2^{l3n} \frac{\partial}{\partial \theta} w_n + \\
& + \sum_{j=1}^N \delta(\xi - \xi_j) \left[ \sum_{n=0}^3 (K^{lj2n} + K_{22}^{lj2n} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) v_n + \sum_{n=0}^2 K_2^{lj3n} \frac{\partial}{\partial \theta} w_n + (K^{lj2} + K_{22}^{lj2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) v_1^j \right] = K^{kq^+} q_{23}^+ - K^{kq^-} q_{23}^-, \\
& \sum_{n=0}^3 K_1^{s1n} \frac{\partial}{\partial \xi} u_n + \sum_{n=0}^3 K_2^{s2n} \frac{\partial}{\partial \theta} v_n + \sum_{n=0}^2 (K^{s3n} + K_{11}^{s3n} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + K_{22}^{s3n} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) w_n + \\
& + \sum_{j=1}^N \delta(\xi - \xi_j) \left[ \sum_{n=0}^3 K_2^{sj2n} \frac{\partial}{\partial \theta} v_n + \sum_{n=0}^2 (K^{sj3n} + K_{22}^{sj3n} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) w_n + K_2^{sj2} \frac{\partial}{\partial \theta} v_1^j \right] = K^{kq^+} q_{33}^+ - K^{kq^-} q_{33}^-, \\
& \sum_{n=0}^3 (K^{12j2n} + K_{22}^{12j2n} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) v_n + \sum_{n=0}^2 K_2^{12j3n} \frac{\partial}{\partial \theta} w_n + (K^{12j2} + K_{22}^{12j2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) v_1^j = 0,
\end{aligned} \tag{5}$$

где  $k=1...4$ ;  $l=5...8$ ;  $s=9...11$ ;  $j=1...N$ ;  $K$  – переменные величины, зависящие от геометрических параметров, материала оболочки и кольцевых ребер;  $q$  – нагрузки, действующие на оболочку.

Построенная система дифференциальных уравнений (5) и соответствующие ей граничные условия приводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений методом разложения искомого перемещения и нагрузок в тригонометрические ряды Фурье по окружной переменной  $\theta$ . Решение дифференциальных уравнений определяется с помощью операционного метода, основанного на преобразовании Лапласа. В результате на основе уточненной теории можно повысить показатели весового совершенства проектируемого объекта.

#### Список литературы

- 1 **Васильев, В. В.** К проблеме построения неклассической теории пластин / В. В. Васильев, С. А. Лурье // Изв. АН. МТТ. – 1990. – № 2. – С. 158–167.
- 2 **Фирсанов, В. В.** Энергетически согласованный подход к исследованию упругих оболочек произвольной геометрии / В. В. Фирсанов, Чан Нгок Доан // Вестник МАИ. – 2011. – Т. 18. – № 1. – С. 194–207.
- 3 **Амбарцумян, С. А.** Теория анизотропных оболочек / С. А. Амбарцумян. – М.: Физматгиз, 1961. – 384 с.

УДК 21-039-419:620.22-419:537.868

### РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СВЧ-НАГРЕВА МНОГОСЛОЙНОГО КОМПОЗИТА

*М. А. БАРУЛИНА,*

*Институт проблем точной механики и управления Российской академии наук (ИПТМУ РАН),  
г. Саратов,*

*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Российская Федерация*

*Д. В. КОНДРАТОВ*

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.,  
Институт проблем точной механики и управления Российской академии наук (ИПТМУ РАН),  
г. Саратов,*

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет  
им. Н. Г. Чернышевского, Российская Федерация*

*Н. В. БЕКРЕНЕВ*

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.,  
Российская Федерация*

*И. В. ЗЛОБИНА*

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.,  
НИИ «Курчатовский институт», г. Москва, Российская Федерация*

Полимерные композиционные материалы армированные волокнами, широко применяются в настоящее время в различных отраслях науки и техники [1–4]. Активное использование полимер-