УДК 539.3

ФОРМИРОВАНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ КОНИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА ИЗДЕЛИЯ ИЗ УПРУГОГО МАТЕРИАЛА

А. АБДУСАТТАРОВ
Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан
Н. Х. САБИРОВ, Ю. О. МАТНАЗАРОВ
Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности, Республика Узбекистан

В данной работе рассматривается формирование расчетной модели конического элемента изделия (оболочки) из упругого материала. Рассмотрим усеченную коническую оболочку толщиной h и длиной $l = S_1 - S_0$ по образующей. Положение точки оболочки будем определять в конических координатах $(\alpha,\ \beta,\ \gamma)$. Относительно срединной поверхности и длины по образующей имеем следующие соотношения:

$$-\frac{h}{2} \le \gamma \le \frac{h}{2},\ 0 \le \beta \le \beta_1,\ s_0 \le s \le s_1\ (s_0 \ne 0).$$

Коэффициенты первой квадратичной формы $A = 1; B = s\sin\alpha$, а радиусы кривизны срединной поверхности $R_1 = \infty$, $R_2 = \mathrm{ctg}\theta / s$. Для данной задачи коэффициенты Ламэ имеют вид.

$$H_1 = 1;\ H_2 = S\sin\theta + \gamma\cos\theta;\ H_3 = 1. \tag{1}$$

Согласно геометрической гипотезе для компонентов перемещений имеем [1]

$$U_1 = W(\alpha,\beta),\ U_2 = \left(1 + \frac{\gamma}{s}\mathrm{ctg}\theta\right)V - \frac{\gamma}{s\sin\theta}\frac{\partial W}{\partial\beta},\ U_3 = U - \phi\frac{\partial W}{\partial s}. \tag{2}$$

Зависимость между напряжениями и деформациями определяется по обобщенному закону Гука:

$$\sigma_{\alpha\alpha} = (\lambda + 2G)l_{\alpha\alpha} + \lambda l_{\beta\beta},\quad \sigma_{\beta\beta} = \lambda l_{\alpha\alpha} + (\lambda + 2G)l_{\beta\beta},\ \sigma_{\alpha\beta} = Gl_{\alpha\beta}. \tag{3}$$

На основе принципа Гамильтона – Остроградского составлено вариационное уравнение движения конической оболочки [2]. При определении вариации кинетической, потенциальной энергии и работы внешних сил использованы следующие соотношения:

$$\int_t \delta T = \int_t\int_\gamma \rho\left(\frac{\partial U_1}{\partial t}\delta\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U_2}{\partial t}\delta\frac{\partial U_2}{\partial t} + \frac{\partial U_3}{\partial t}\delta\frac{\partial U_3}{\partial t}\right)(\alpha\sin\theta + \gamma\cos\theta)d\alpha d\beta d\gamma dt, \tag{4}$$

$$\int_t \delta\Pi = \int_t\int_v (\sigma_{22}\delta l_{22} + \sigma_{33}\delta l_{33} + \sigma_{23}\delta l_{23})dvdt. \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\int_t \delta A = &\int_t\int_v [X_1\delta U_1 + X_2\delta U_2 + X_3\delta U_3](s\cdot\sin\theta + \gamma\cdot\cos\theta)(s\cdot\sin\theta + \gamma\cdot\cos\theta)d\alpha d\beta d\gamma dt + \\ &+ \int_t\int_\beta\int_\alpha \left\{\left[\varphi_1^+\delta U_1\left(+\frac{h}{2}\right) + \varphi_2^+\delta U_2\left(+\frac{h}{2}\right) + \varphi_3^+\delta U_3\left(+\frac{h}{3}\right)\right]\left(\alpha\sin\theta + \frac{h}{2}\cos\theta\right) + \right. \\ &+ \left.\left[\varphi_1^-\delta U_1\left(-\frac{h}{2}\right) + \varphi_2^-\delta U_2\left(-\frac{h}{2}\right) + \varphi_3^-\delta U_3\left(-\frac{h}{2}\right)\right]\left(\alpha\sin\theta - \frac{h}{2}\cos\theta\right)\right\}d\alpha d\beta dt + \\ &+ \int_t\int_\gamma\int_\alpha [P_1\delta U_1 + P_2\delta U_2 + P_3\delta U_3]_\beta d\alpha d\gamma dt + \int_t\int_\gamma\int_\beta [q_1\delta U_1 + q_2\delta U_2 + q_3\delta U_3]_\alpha(\alpha\sin\theta + \gamma\cos\theta)d\beta d\gamma dt.\end{aligned} \tag{6}$$

Для решения краевой задачи применена процедура Бубнова – Галеркина по координате β [3]:

$$U = \sum_n U_n(x,t)\sin\frac{n\pi\beta}{\beta_1}\quad V = \sum_n V_n(x,t)\cos\frac{n\pi\beta}{\beta_1}\quad W = \sum_n W_n(x,t)\sin\frac{n\pi\beta}{\beta_1}. \tag{7}$$

В результате получена следующая система дифференциальных уравнений движения конической оболочки, с соответствующими граничными и начальными условиями:

$$-a_1^{(1)}\frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2}+a_2^{(1)}\frac{\partial^3 W_n}{\partial x\partial t^2}-a_3^{(1)}\frac{\partial^3 W_n}{\partial x^3}+a_4^{(1)}\frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2}+a_5^{(1)}\frac{\partial U_n}{\partial x}-a_6^{(1)}\frac{\partial V_n}{\partial x}+a_7^{(1)}\frac{\partial W_n}{\partial x}-$$
$$-a_8^{(1)}U_n+a_9^{(1)}V_n-a_{10}^{(1)}W_n+X_n=0$$
$$-a_1^{(2)}\frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2}+a_2^{(2)}\frac{\partial^2 W_n}{\partial t^2}+a_3^{(2)}\frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2}-a_4^{(2)}\frac{\partial^2 W_n}{\partial x^2}+a_5^{(2)}\frac{\partial U_n}{\partial x}+a_6^{(2)}\frac{\partial V_n}{\partial x}+a_7^{(2)}\frac{\partial W_n}{\partial x}+$$
$$+a_8^{(2)}U_n-a_9^{(2)}V_n+a_{10}^{(2)}W_n+Y_n=0. \quad (8)$$
$$-a_1^{(3)}\frac{\partial^2 W_n}{\partial t^2}+a_2^{(3)}\frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2}-a_3^{(3)}\frac{\partial^3 U_n}{\partial x\partial t^2}+a_4^{(3)}\frac{\partial^4 W_n}{\partial x^2\partial t^2}-a_5^{(3)}\frac{\partial^4 W_n}{\partial x^4}+a_6^{(3)}\frac{\partial^3 U_n}{\partial x^3}-a_7^{(3)}\frac{\partial^3 W_n}{\partial x^3}-$$
$$-a_8^{(3)}\frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2}+a_9^{(3)}\frac{\partial^2 W_n}{\partial x^2}-a_{10}^{(3)}\frac{\partial U_n}{\partial x}+a_{11}^{(3)}\frac{\partial V_n}{\partial x}-a_{12}^{(3)}\frac{\partial W_n}{\partial x}-a_{13}^{(3)}U_n+a_{14}^{(3)}V_n-a_{15}^{(3)}V_n+Z_n=0$$

Для формирования разностной схемы систему дифференциальных уравнений (8) сначала представим в векторной форме:

$$A_1\ddot{U}_n+A_2\ddot{U}_n^I+A_3\ddot{U}_n^{II}+A_4U_n^{IV}+A_5\ddot{U}_n^{III}+A_6\ddot{U}_n^{II}+A_7U_n^I+A_8U_n+F_n=0. \quad (9)$$

Здесь $U_n=(W_nU_nV_n)^T$; $F_n=(Z_nX_nY_n)^T$.

Начальные условия также представим в векторной форме:

$$\left[B_1\cdot\dot{U}_n+B_2\cdot\dot{U}_n^I+B_3\cdot\dot{U}_n^{II}\right]\delta U_n\Big|_t=0. \quad (10)$$

Здесь матрицы A_i и B_i имеют третий порядок соответственно с элементами $a_i(x,n)$ и $b_i(x,n)$.

Примем граничные условия в виде

$$Z_m\delta U_n\big|_x=0;\ Z_{2n}\delta V_n\big|_x=0;\ \left(Z_{3n}-b_1^{(3)}\ddot{U}_n+b_2^{(3)}\ddot{W}_n^I\right)\delta W_n\Big|_x=0;\ Z_{4n}\delta W_n^I\big|_x=0. \quad (11)$$

Векторное уравнение (9) перепишем без учета инерционных слагаемых:

$$A_4U_n^{IV}+A_5U_n^{III}+A_6\ddot{U}_n^{II}+A_7U_n^I+A_8U_n+F_n=0. \quad (12)$$

Используем центральные разностные схемы, аппроксимирующие производные с точностью второго порядка [2]. В результате аппроксимации имеем следующую систему алгебраических уравнений типа

$$A_n\cdot U_{n,i-2}+B_nU_{n,i-1}+C_nU_{n,i}+D_nU_{n,i+1}+E_nU_{n,i+2}+F_{n,i}=0. \quad (13)$$

Теперь рассмотрим разностные граничные условия. Считаем, что коническая оболочки защемлена при $x=0$ и $x=1$. Из граничных условий (11) имеем:

$$U_n(0)=0,V_n(0)=0,W_n(0)=0,W_n^I(0)=0,$$
$$U_n(1)=0,V_n(1)=0,W_n(1)=0,W_n^I(1)=0. \quad (14)$$

Отсюда следует

$$W_{n,0}=0,U_{n,0}=0,V_{n,0}=0,W_{n,N}=0,U_{n,N}=0,V_{n,N}=0. \quad (15)$$

Из четвертого и восьмого условий (14) получим

$$W_{n,-1}=W_{n,1},W_{n,N+1}=W_{n,N-1}. \quad (16)$$

Эти соотношения можно записать в векторной форме:

$$U_{n,0}=0,\ A_{-1}^1U_{n,-1}=A_{-1}^1U_{n,1},U_{N,0}=0,A_{N+1}^1U_{n,N+1}=A_{N+1}^1U_{n,N-1}. \quad (17)$$

Подставив (17) в систему разностных уравнений (14), получим систему линейных алгебраических уравнений в виде

$$AU = b \quad (b = F_n). \tag{18}$$

К решению системы линейных алгебраических уравнений применяем метод прогонки [4].

Список литературы

1 **Власов, В. З.** Избранные труды / В. З. Власов. – М. : Наука. 1962–1964. – Т. I–III. – 1506 с.

2 **Буриев, Т.** Алгоритмизация расчета несущих элементов тонкостенных конструкций / Т. Буриев. – Ташкент : Фан, 1986. – 244 с.

3 **Abdusattorov, A.** Equations of motion and the formation of a difference scheme for calculating the conical part of shell structures / A. Abdusattorov, T. Yuldashev, N. Kh. Sabirov // The European Science Review. Austria. – 2017. – № 9–10. – P. 35–41.

4 **Абдусаттаров, А.** Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023. – 381 с.

УДК 531.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВРАЩЕНИЮ КОЛЕСА ВЕЛОСИПЕДА

Н. А. АХРАМЕНКО

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В последние годы в Республике Беларусь наблюдается устойчивое развитие велосипедного движения и, в частности, велотранспорта. Этому способствует «Концепция развития велосипедного движения в Республике Беларусь» (Национальная велоконцепция), принятая 11 января 2018 года протоколом заседания Постоянной комиссии по обеспечению безопасности дорожного движения при Совете Министров Республики Беларусь. После этого во многих городах Беларуси были приняты свои концепции развития велосипедного движения. Например, Гомельский городской совет депутатов утвердил Концепцию развития велосипедного движения и средств персональной мобильности в городе Гомеле (Решение Гомельского городского совета депутатов от 02 апреля 2020 г. № 155). В связи с этим исследования в области безопасности и надежности велотранспортных средств являются актуальными.

Один из элементов диагностики велотранспортных средств – величина сопротивления вращению колеса велосипеда. Для описания закономерностей вращающегося колеса можно использовать уравнения динамики вращательного движения твердого тела. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси записывается в виде [1–3]

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

где $\vec{M}$ – момент силы, действующей на тело, относительно оси вращения; $\vec{L}$ – момент импульса вращающегося тела относительно оси.

Если момент инерции не изменяется с течением времени, тогда с учетом того, что $\vec{L} = I\vec{\omega}$, получим

$$\vec{M} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = I\vec{\varepsilon},$$

где $\vec{\omega}$ – угловая скорость вращения; $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение тела

Запишем это уравнение в скалярном виде

$$M = I\varepsilon,$$

где момент сил сопротивления вращению M представим в виде

$$M = M_0 + k\omega,$$

т. е. суммой некоторого постоянного момента и момента, зависящего от угловой скорости ω.

Так как угловое ускорение можно записать как вторую производную от угла поворота φ, а угловую скорость – как первую производную от угла поворота φ, то получаем дифференциальное уравнение вида

$$M_0 + k\frac{d\varphi}{dt} = I\frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$