8 ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ В ОБЕСПЕЧЕНИИ БЕЗОПАСНОСТИ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

УДК 539.3

ФОРМИРОВАНИЕ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЖЕНИЯХ

А. АБДУСАТТАРОВ, Ф. Э. АБДУКАДИРОВ, С. Ш. ХОЖАХМАТОВ
Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан

На основе соотношений нелинейной теории оболочек и вариационного принципа получены уравнения равновесия для оболочечных конструкций подкрепленных шпангоутами.

Следуя [1, 2], обозначим через $\sigma_{ij}^{(n)}$ и $\varepsilon_{ij}^{(n)}$ компоненты напряжений и деформаций при n-м нагружении элементов оболочечных конструкций. Введем разности:

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(n)} = (-1)^{(n)}\left(\sigma_{ij}^{(n+1)} - \sigma_{ij}^{(n)}\right), \quad \bar{\varepsilon}_{ij}^{(n)} = (-1)^{(n)}\left(\varepsilon_{ij}^{(n+1)} - \varepsilon_{ij}^{(n)}\right). \tag{1}$$

Согласно [2] приводим следующие уравнения для оболочечного элемента, связывающие напряжения и деформации, при переменном нагружении:

$$\bar{\sigma}_{11}^{(n)} = \left(K - \frac{2}{9}\frac{\bar{\sigma}_u^{(n)}}{\varepsilon_u^{(n)}}\right)\bar{\theta}^{(n)} + \frac{2}{3}\frac{\bar{\sigma}_u^{(n)}}{\varepsilon_u^{(n)}}\bar{\varepsilon}_{11}^{(n)} \quad (1 \rightleftarrows 2), \quad \bar{\sigma}_{12}^{(n)} = \frac{\bar{\sigma}_u^{(n)}}{3\varepsilon_u^{(n)}}\bar{\varepsilon}_{12}^{(n)}, \tag{2}$$

$$\bar{\sigma}_u^{(n)} = \Phi\left(\bar{\varepsilon}_u^{(n)}\right). \tag{3}$$

Соотношения (2) преобразуем, пренебрегая $\bar{\sigma}_{33}^{(n)}$ относительно $\bar{\sigma}_{11}^{(n)}$ и $\bar{\sigma}_{22}^{(n)}$, и в результате получим следующие зависимости:

$$\bar{\varepsilon}_{11}^{(n)} = \frac{1}{9K}\left(\bar{\sigma}_{11}^{(n)} + \bar{\sigma}_{22}^{(n)}\right) + \frac{1}{\bar{E}_C}\left(\bar{\sigma}_{11}^{(n)} - \frac{1}{2}\bar{\sigma}_{22}^{(n)}\right); \quad (1 \rightleftarrows 2)$$

$$\bar{\varepsilon}_{33}^{(n)} = -\frac{1-\alpha_C^{(n)}}{1+2\alpha_C^{(n)}}\left(\bar{\varepsilon}_{11}^{(n)} + \bar{\varepsilon}_{22}^{(n)}\right); \quad \bar{\varepsilon}_{12}^{(n)} = \frac{3}{\bar{E}_C}\bar{\sigma}_{11}^{(n)}, \tag{4}$$

где

$$\alpha_C^{(n)} = \frac{2}{9}\frac{\bar{E}_C^{(n)}}{K}, \quad \bar{E}_C^{(n)} = \frac{\bar{\sigma}_u^{(n)}}{\bar{\varepsilon}_u^{(n)}}, \quad \bar{E}_k^{(n)} = \frac{d\bar{\sigma}_u^{(n)}}{d\bar{\varepsilon}_u^{(n)}}. \tag{5}$$

При линейной аппроксимации диаграмм деформирования (3) имеем

$$\omega^{(n)} = \begin{cases} 0, \text{ при } \bar{\varepsilon}_u^{(n)} \le \varepsilon_{sn} \\ \lambda_n\left(1 - \dfrac{\varepsilon_{sn}}{\bar{\varepsilon}_u^{(n)}}\right), \text{ при } \bar{\varepsilon}_u^{(n)} > \varepsilon_{sn} \end{cases} \tag{6}$$

В случае обобщенного принципа Мазинга $\lambda_n = \lambda$, $\varepsilon_{sn} = \alpha_n\varepsilon_s$, масштабный коэффициент определяется из эксперимента и может быть выражен в следующем виде для упрочняющихся и раз- упрочняющихся материалов [3]:

$$\alpha_n = Q(n-1)^{æ} \tag{7}$$

и для циклически анизотропных материалов

$$\alpha_n = Q^*(n-1)^{\kappa} + \left\{\frac{Q-Q^*}{2} + (-1)^n\frac{Q-Q^*}{2}\right\}(n-1)^{\kappa}, \tag{8}$$

где Q, Q^*, æ – константы материала.

Применяя способ линеаризации по методу Ньютона – Канторовича к зависимости (4), получили следующие соотношения, связывающие внутренние усилия и моменты в срединной поверхности оболочечного элемента с компонентами тангенциальной и изгибной деформаций этой поверхности на ($s+1$)-м приближении [4]:

$$\overline{N}^{(s+1)} = \left[\overline{C}^{(s)}\right]\overline{\varepsilon}^{(s+1)} - \overline{D}^{(s)}, \tag{9}$$

где

$$\overline{N}^{(s+1)} = \left[\overline{T}_{11}\,\overline{T}_{22}\,\overline{M}_{11}\,\overline{M}_{22}\,\overline{S}\,\overline{H}\right]^T; \qquad \overline{\varepsilon}^{(s+1)} = \left[\overline{E}_{11}\,\overline{E}_{22}\,\overline{K}_{11}\,\overline{K}_{22}\,\overline{E}_{22}\,2\overline{K}_{12}\right]^T \tag{10}$$

$$\overline{S} = \overline{T}_{12} - K_2\overline{M}_{21}; \qquad \overline{M}_{21} = \overline{T}_{21} - K_2\overline{M}_{12}; \qquad \overline{H} = \overline{M}_{12} = \overline{M}_{21}$$

Аналогичным образом, повторив все выкладки, как для исходного нагружения [4], установим физические соотношения для кругового кольца:

$$\overline{Q}_k = \left[\overline{G}_{13}\right]\overline{\varepsilon}_k, \tag{11}$$

где

$$\overline{Q}_k = \left[\overline{T}\;\overline{M}_x\,\overline{M}_z\,\overline{M}\right]^T; \quad \overline{\varepsilon}_k = \left[\overline{\varepsilon}\,\overline{\kappa}_x\,\overline{\kappa}_z\,\overline{\kappa}\right]^T, \tag{12}$$

Для решения краевых задач к приведенным соотношениям следует присоединить уравнение равновесия оболочечных конструкций и соответствующие граничные условия.

Предположим, что внешние нагрузки, действующие на конструкции, могут быть представлены в виде рядов Фурье [4] по кольцевой координате a_2 с периодом 2γ. Для p-го оболочечного элемента на ($s+1$)-м приближении метода Ньютона – Канторовича получаем системы соотношений (индексы для простоты опущены): геометрические и физические соотношения, а также уравнения равновесия.

Полученная система алгебраических и дифференциальных уравнений относительно неизвестных, может быть сведена к системе восьми обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно неизвестных:

$$y_1 = \overline{T}_{11};\; y_2 = \overline{Q}_{11} + \overline{n}\overline{H};\; y_3 = \overline{M}_{11};\; y_4 = \overline{S} + 2k_2\overline{H};\; y_5 = \overline{U};\; y_6 = \overline{W};\; y_7 = \overline{\theta}_1;\; y_8 = \overline{V}.$$

Эта систему можно представить в виде [4]

$$\vec{Y}' = \vec{f}\left(\alpha_1, \vec{Y}^{(s)}, \vec{Y}\right) + \vec{b}\left(\alpha_1, \vec{Y}^{(s)}\right), \tag{13}$$

где

$$\begin{aligned}
f_1 &= -\psi\left(y_1 - \overline{T}_{22}^*\right) - \overline{n}\left(y_4 - 2k_2\overline{H}\right) - k_1y_2;\\
f_2 &= -\psi y_2 + \overline{n}\left(\widetilde{Q}_{22} - 2\psi\overline{H}\right) + k_1y_1 + k_2\overline{T}_{22}^*;\\
f_3 &= -\psi\left(y_3 - \overline{M}_{22}^*\right) + y_2 - 2\overline{n}\overline{H} + \widetilde{Q}_{11}^*;\\
f_4 &= -\psi y_4 + \overline{n}\,\overline{T}_{22}^* + k_2\widetilde{Q}_{22};\quad f_5 = \overline{E}_{11}^* - k_1y_6 - y_7^{(s)}y_7;\\
f_6 &= k_1y_5 - y_7;\quad f_7 = \overline{K}_{11}^*;\\
f_8 &= \overline{E}_{12} + \psi y_8 + \overline{n}y_5 - y_7^{(s)}\overline{\theta}_2 - \overline{\theta}_2^{(s)}y_7.\\
b_1 &= -\overline{q}_1 + \psi\overline{T}_{22}^{**};\quad b_2 = -\overline{q}_3 + k_2\overline{T}_{22}^{**} + \overline{n}^2\overline{M}_{22}^{**} + \overline{n}\,\widetilde{\widetilde{Q}}_{22};\\
b_3 &= \psi\overline{M}_{22}^{**} + \widetilde{\widetilde{Q}}_{11};\quad b_4 = -\overline{q}_2 + k_2\overline{T}_{22}^{**} + \overline{n}^2\overline{M}_{22}^{**};\\
b_5 &= \overline{E}_{11}^{**};\quad b_6 = 0;\quad b_7 = \overline{K}_{11}^{**};\quad b_8 = 0.
\end{aligned} \tag{14}$$

Величины $\overline{E}_{22}^*$, $\overline{K}_{22}^*$, $\overline{\mathbf{H}}$, $\widetilde{Q}_{22}$, $\stackrel{\approx}{Q}_{22}$ в выражении (14) вычисляются по аналогичным формулам [4].

Соотношения связывающие деформации $\overline{\varepsilon}_k$ срединной линии i-го кольцевого элемента с перемещениями $\overline{\Delta}_i$, этой линии при повторном нагружении можно представить в следующем виде:

$$\overline{\varepsilon}_k = \left[G_0\right]\overline{\Delta}_i, \tag{15}$$

где

$$\left[G_0\right] = \begin{bmatrix} 0 & k_r & 0 & \widetilde{n} \\ \widetilde{n} & 0 & -k_r & 0 \\ 0 & \widetilde{n} & 0 & k_r\widetilde{n} \\ k_r\widetilde{n} & 0 & -\widetilde{n} & 0 \end{bmatrix}; \qquad \begin{aligned}\overline{\varepsilon}_k &= \left[\overline{\varepsilon}\,\overline{\kappa}_x\,\overline{\kappa}_z\,\overline{\kappa}\right]^T;\\ \overline{\Delta}_i &= \left[\overline{U}_i\,\overline{W}_i\,\overline{\varphi}_i\,\overline{\gamma}_i\right]^T\end{aligned}$$

физические соотношения для кольцевого элемента имеют вид

$$\overline{Q}_k = \left[G_1\right]\overline{\Delta}_i; \quad \left[G_1\right] = \left[\overline{G}_3\right]\left[G_0\right];$$

$$\left[\overline{G}_3\right] = \begin{bmatrix} EF\Im_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E\Im_z & E\Im_{xz} & 0 \\ 0 & E\Im_{xz} & E\Im_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_1\Im_k \end{bmatrix} \tag{16}$$

Уравнения равновесия i-го кольцевого элемента принимают вид

$$[G_i]\overline{\Delta}_i = \|\theta_i\|\bar{f}_i + \sum_j \sum_s \xi_i^{ijs} [\varphi_i^{ijs}] \overline{Q}_i^{ijs} + \sum_j \sum_s \xi_{Ci}^{ijs} [\varphi_{Ci}^{ijs}] \overline{Q}_{Ci}^{ijs}$$

Обобщенные перемещения $\overline{W}_i^{ijs} = \left[y_{5i}^{ijs}\, y_{6i}^{ijs}\, y_{7i}^{ijs}\, y_{8i}^{ijs}\right]^T$ оболочечного элемента, примыкающего к i-му узловому элементу, связаны с обобщенными перемещениями $\overline{\Delta}_i$ срединной линии узлового элемента соотношением $\overline{W}_i^{ijs} = [\varphi_i^{ijs}]\overline{\Delta}_i$.

Таким образом, получили разрешающую систему уравнений в $(s + 1)$-м приближении, описывающую упругопластическое поведение оболочечной конструкции при переменном нагружении:

$$\frac{dY_p^{(s+1)}}{d\alpha_1^p} = \bar{f}^p\left(\alpha_1^p, \bar{n}^p, Y_p^{(s)}, Y_p^{(s+1)}\right) + b^p\left(\alpha_1^p, \bar{n}^p, Y_p^{(s)}\right), \tag{17}$$

$$[G_i]\overline{\Delta}_i = \|\theta_i\|\bar{f}_i + \sum_j \sum_s \xi_i^{ijs} [\varphi_i^{ijs}] \overline{Q}_i^{ijs} + \sum_j \sum_s \xi_{Ci}^{ijs} [\varphi_{Ci}^{ijs}] \overline{Q}_{Ci}^{ijs}. \tag{18}$$

Решение системы (17), (18) позволяет определить неизвестные $\vec{Y}_p\left(P = \overline{1, N_s}\right)$ и $\overline{\Delta}_i\left(i = \overline{1, N_r}\right)$, а следовательно, и все компоненты НДС оболочечных и кольцевых элементов конструкции при переменном нагружении.

Согласно обобщенному принципу Мазинга после определения величин с чертой искомые решения, например прогиб и напряжение, найдем по формулам [2]

$$W^{(n)} = W' - \sum_{K=2}^{n} (-1)^K \overline{W}^{(K)}, \quad \sigma_{ij}^{(n)} = \sigma'_{ij} - \sum_{K=2}^{n} (-1)^K \bar{\sigma}_{ij}^{(K)} \tag{19}$$

здесь величины $\overline{W}^{(k)}$ и $\bar{\sigma}_{ij}^{(k)}$ находятся на основе теоремы о переменном нагружении.

На основе разработанной методики расчета и процедур приводятся решения ряда упругопластических задач при повторном нагружении, анализируется кинетика НДС составных оболочечных конструкций [5]

Список литературы

1 **Ильюшин, А. А.** Пластичность / А. А. Ильюшин. – М. : Гостехиздат, 1948. – 376 с.

2 **Москвитин, В. В.** Циклические нагружения элементов конструкций / В. В. Москвитин. – М. : Наука,1981. – 344 с.

3 **Гусенков, А. П.** Малоцикловая прочность оболочечных конструкций / А. П. Гусенков, Г. В. Москвитин, В. Н. Хорошилов. –М. : Наука, 1989. – 254 с.

4 **Мяченков, В. И.** Методы и алгоритмы расчета пространственных конструкций на ЭВМ / В. И. Мяченков, В. П. Мальцев. – М. : Машиностроение, 1984. – 280 с.

5 **Абдусаттаров, А.** Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023. – 381 с.

УДК 539.3.677.021

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ТКАНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И ДЕФОРМАЦИОННЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ

А. АБДУСАТТАРОВ,

Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан

А. Д. ДАМИНОВ, Ю. О. МАТНАЗАРОВ

Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности, Республика Узбекистан

А. А. МУРАДОВ

Наманганский инженерно-технологический институт, Республика Узбекистан

В последние годы интенсивно развивается подход к анализу структуры композитных материалов, основанный на введении макроскопического параметра, характеризующего на макроуровне степень поврежденности материалов. Вопросы прогнозирования деформационных свойств и теоретико-экспериментальные исследования повреждаемости и длительной прочности композиционных материалов, в том числе текстильных, разработка математических моделей и методов расчета с учетом структуры материалов являются актуальной задачей [1–3].