

что модуль упругости металлопластиковой арматуры $E_{\text{мп}} = 103 \cdot 10^3$ МПа, что на 6 % отличается от модуля упругости металлопластиковой арматуры, полученного экспериментальным путем.

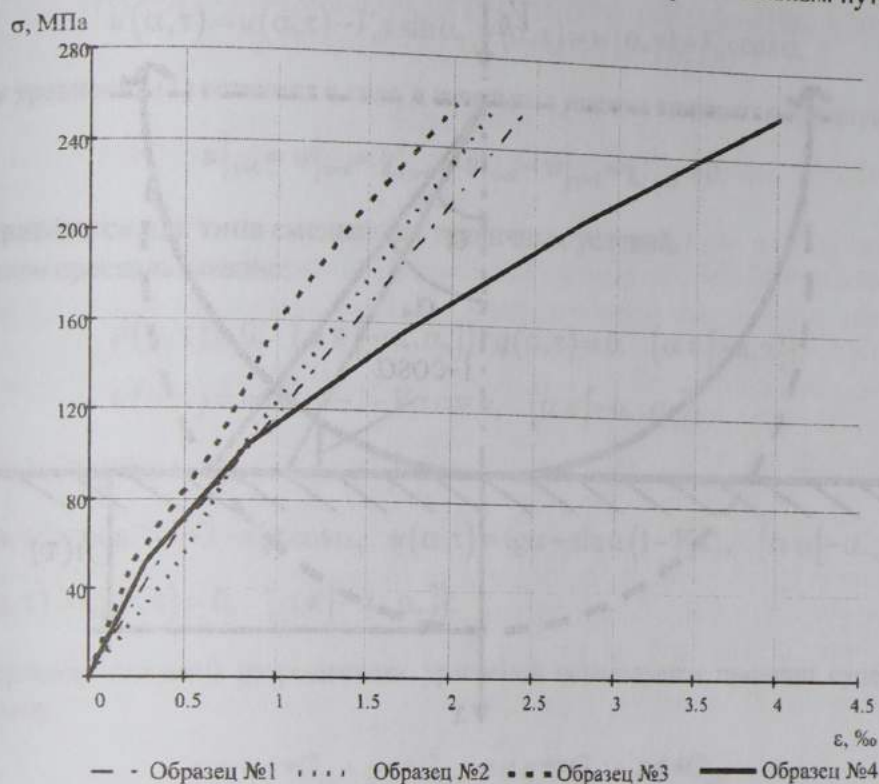


Рисунок 1 – Зависимости относительных деформаций образцов от растягивающих напряжений

Выводы. Увеличение модуля упругости стеклопластиковой арматуры можно добиться путем помещения внутрь стального стержня. Такую арматуру можно назвать металлопластиковой.

Полученные зависимости для определения модуля упругости металлопластиковой арматуры, через соотношения модулей упругости и площадей стального стержня и стеклопластиковой оболочки, хорошо подтверждаются проведенными испытаниями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Расчет и проектирование трехслойных железобетонных панелей с гибкими связями из базальтопластика // Рекомендации разработаны и утверждены Государственным предприятием «Институт жилища – НИПТИС им. Атаева С.С.». Зарегистрированы РУП «Стройтехнорм» за № 089 от 22.12.2011.
- 2 СНБ 5.03.01-02. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования. – Взамен СНиП 2.03.01-84* ; введ. 01.07.2003. – Мн. : Минстройархитектуры Республики Беларусь, 2003. – 139 с. УДК 539.3

УДАР КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ ПО АБСОЛЮТНО ЖЕСТКОЙ ПРЕГРАДЕ

Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Российская Федерация

В рамках плоской постановки задачи исследуется нестационарное контактное взаимодействие тонкой упругой круговой цилиндрической оболочки типа С. П. Тимошенко с абсолютно твердой плоской преградой. В начальный момент времени все точки оболочки обладают равными скоростями V_0 , вектор которых направлен по нормали к поверхности преграды. Оболочка предполагается бесконечно длинной и первоначальный контакт происходит вдоль ее образующей, что приводит к плоской постановке задачи (рисунок 1).

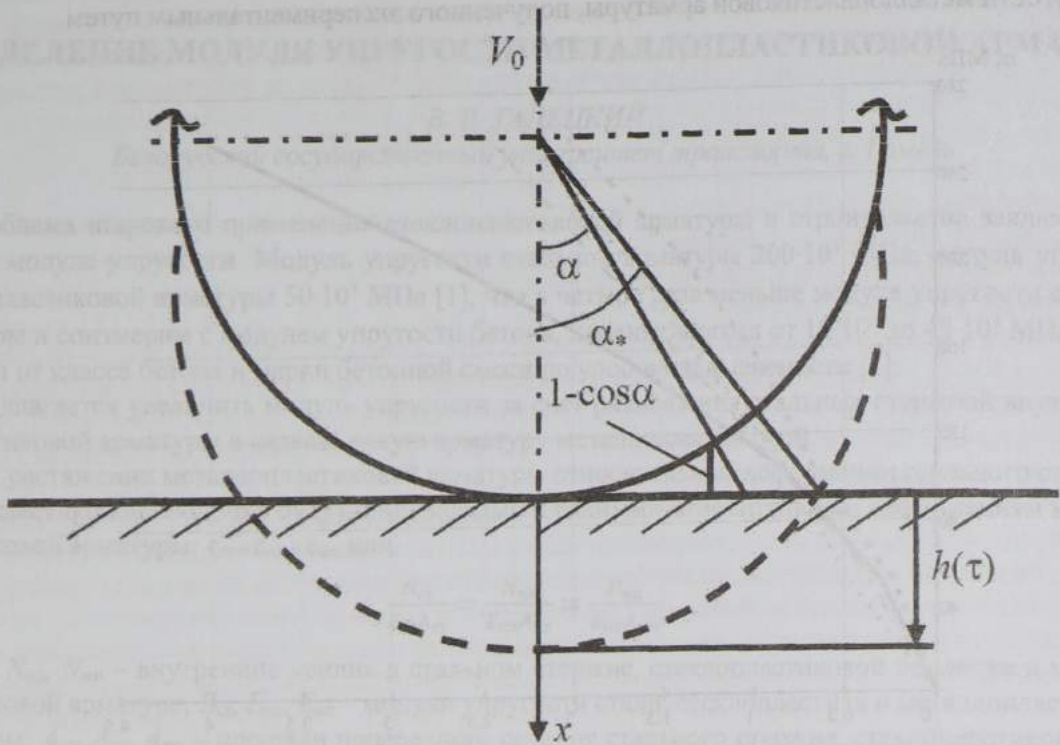


Рисунок 1

Движение оболочки описывается уравнениями модели С. П. Тимошенко [1], которые в безразмерном виде записываются так:

$$\ddot{\mathbf{w}} = \mathbf{L}\mathbf{w} + \mathbf{q}, \quad \mathbf{w} = (u, w, \chi)^T, \quad \mathbf{L} = (L_{ij})_{3 \times 3}, \quad \mathbf{q} = (q, p, 0)^T, \quad (1)$$

$$L_{11} = \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - \eta^2 k^2, \quad L_{12} = -L_{21} = (1 + \eta^2 k^2) \frac{\partial}{\partial \alpha}, \quad L_{13} = -\gamma^2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \eta^2 k^2, \quad L_{22} = \eta^2 k^2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - 1,$$

$$L_{23} = \eta^2 k^2 \frac{\partial}{\partial \alpha}, \quad L_{31} = -L_{33} = \gamma^{-2} L_{13}, \quad L_{32} = -\eta^2 k^2 \gamma^{-2} \frac{\partial}{\partial \alpha}, \quad k^2 = \frac{5}{6}, \quad \eta^2 = c_2^2 / c_1^2, \quad \gamma^2 = \frac{\delta^2}{12R^2},$$

где u , w – касательные и нормальные перемещения оболочки; χ – угол поворота нормального к срединной поверхности до деформации волокна за счет сдвиговых деформаций; c_1 , c_2 – скорости распространения волн растяжения-сжатия и сдвига; p , q – нормальное и касательное давление; R , δ – радиус и толщина оболочки. Точками обозначена производная по безразмерному времени τ .

Угловой размер $\alpha_*(\tau)$ области контакта в линейной постановке определяется из геометрических условий пересечения недеформированной поверхности оболочки с поверхностью преграды $x = 0$:

$$h(\tau) = 1 - \cos \alpha_*(\tau). \quad (2)$$

Здесь $h(\tau)$ – фиктивная глубина проникания оболочки, которая определяется из уравнения ее движения как абсолютно твердого тела. В интегральной форме оно имеет вид:

$$h(\tau) = V_0 \tau + \frac{2}{m} \int_0^{\tau} (\tau - t) dt \int_0^{\alpha^*(t)} [p(\alpha, t) \cos \alpha - q(\alpha, t) \sin \alpha] d\alpha, \quad (3)$$

где m – безразмерная погонная масса оболочки.

Для построения решения необходимо редуцировать задачу к нулевым начальным условиям. Для этого касательные и нормальные перемещения представляются в виде:

$$u(\alpha, \tau) = u(\alpha, \tau) - V_0 \tau \sin \alpha, \quad w(\alpha, \tau) = w(\alpha, \tau) + V_0 \tau \cos \alpha.$$

При этом уравнения (1) остаются в силе, а начальные условия становятся однородными:

$$u|_{\tau=0} = w|_{\tau=0} = \chi|_{\tau=0} = \dot{u}|_{\tau=0} = \dot{w}|_{\tau=0} = \dot{\chi}|_{\tau=0} = 0. \quad (4)$$

Рассматриваются два типа смешанных граничных условий.

1 Свободное проскальзывание:

$$\begin{aligned} p(\alpha, \tau) = 0, \quad (\alpha \notin [-\alpha_*, \alpha_*]), \quad q(\alpha, \tau) = 0, \quad (\alpha \in [-\pi, \pi]), \\ w(\alpha, \tau) = \cos^{-1} \alpha - 1 - V_0 \tau \cos \alpha, \quad (\alpha \in [-\alpha_*, \alpha_*]). \end{aligned} \quad (5)$$

2 Жесткое сцепление:

$$\begin{aligned} w(\alpha, \tau) = \cos^{-1} \alpha - 1 - V_0 \tau \cos \alpha, \quad u(\alpha, \tau) = \operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha (1 - V_0 \tau), \quad (\alpha \in [-\alpha_*, \alpha_*]), \\ p(\alpha, \tau) = q(\alpha, \tau) = 0, \quad (\alpha \notin [-\alpha_*, \alpha_*]). \end{aligned} \quad (6)$$

Для построения системы разрешающих уравнений используется принцип суперпозиции, согласно которому

$$u = q ** G_{11} + p ** G_{12}, \quad w = q ** G_{21} + p ** G_{22}. \quad (7)$$

Здесь символ «**» означает операцию свертки по времени и угловой координате. G_{ij} - функции влияния для оболочки, которые представляют собой касательные ($i=1$) и нормальные ($i=2$) перемещения оболочки как решения задачи (1), (4) с граничными условиями:

$$\begin{aligned} q(\alpha, \tau) = \delta(\tau) \delta(\alpha), \quad p(\alpha, \tau) = 0, \quad (\alpha \in [-\pi, \pi], j=1), \\ q(\alpha, \tau) = 0, \quad p(\alpha, \tau) = \delta(\tau) \delta(\alpha), \quad (\alpha \in [-\pi, \pi], j=2). \end{aligned}$$

Для построения функций влияния использован метод разделения переменных и интегральное преобразование Лапласа по времени.

Представления (7) и граничные условия при свободном проскальзывании (5) приводят к интегральному уравнению:

$$\int_0^{\alpha^*(t)} \int_{-\alpha^*(t)}^{\alpha^*(t)} G_{22}(\alpha - \vartheta, \tau - t) p(\vartheta, t) d\vartheta dt = \cos^{-1} \alpha - 1 - V_0 \tau \cos \alpha, \quad (8)$$

которое дополняется уравнениями (2) и (3) до замкнутой системы разрешающих уравнений.

Аналогично, в случае жесткого сцепления с учетом (6) и (7) приходим к уравнениям:

$$\begin{aligned} \int_0^{\alpha^*(t)} \int_{-\alpha^*(t)}^{\alpha^*(t)} [G_{21}(\alpha - \vartheta, \tau - t) q(\vartheta, t) + G_{22}(\alpha - \vartheta, \tau - t) p(\vartheta, t)] d\vartheta dt = \cos^{-1} \alpha - 1 - V_0 \tau \cos \alpha, \\ \int_0^{\alpha^*(t)} \int_{-\alpha^*(t)}^{\alpha^*(t)} [G_{11}(\alpha - \vartheta, \tau - t) q(\vartheta, t) + G_{12}(\alpha - \vartheta, \tau - t) p(\vartheta, t)] d\vartheta dt = \operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha (1 - V_0 \tau), \end{aligned} \quad (9)$$

которые также дополняется уравнениями (2) и (3) до замкнутой системы разрешающих уравнений.