

УДК 539.3

ТРЕХСЛОЙНАЯ КРУГОВАЯ ПЛАСТИНА НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ В ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ

А. Г. КОЗЕЛ, А. С. МЕЛЬНИКОВА

Белорусский государственный университет транспорта
Гомель, Беларусь

Введение. В настоящее время использование слоистых композитов возросло не только в аэрокосмической области, строительстве, судостроении, машиностроении и приборостроении, но и в электронике, медицине и биомедицине. Поэтому композиционные материалы, сегодня незаменимы в самых разных отраслях промышленности. Благодаря этому теория расчета продолжает активно развиваться.

Основная часть. Рассматривается изгиб трехслойной пластины. Для обеспечения отсутствия относительного сдвига слоев устанавливается на контуре жесткая диафрагма. При изгибе под действием поперечной осесимметричной нагрузки $q = q(r)$ на крайних волокнах поперечного сечения нормальные напряжения максимальны, а чем ближе к центральной линии расположено волокно, тем меньше его участие в работе. Поэтому рациональная, с точки зрения работы на изгиб, является трехслойная конструкция с удаленными от центрального волокна несущими слоями, воспринимающими основную нагрузку. Промежуточное пространство заполняется более легким и менее жестким материалом (заполнителем), который удерживает несущие слои на определенном расстоянии и осуществляет совместную работу всего пакета. При разработке теории расчета необходимо не только учитывать особенности работы конструкции под нагрузкой, но и сводить постановку задачи к достаточно простым разрешающим уравнениям. Получение такой компромиссной теории достигается введением ряда упрощающих гипотез: для несущих слоев пластины используются гипотезы Кирхгофа, для несжимаемого в поперечном направлении легкого толстого заполнителя – модель Тимошенко.

Пусть круговая трехслойная пластина, связанная с упругим основанием, находится в температурном поле. Для моделирования воздействия распределенной по нижнему несущему слою реакции основания применяется модель Пастернака [1]. Для описания влияния изменения температуры на параметры упругости несущих материалов слоев используется эмпирическая формула, предложенная Дж. Ф. Беллом для металлов и сплавов [2]; для полимерного материала (заполнителя) – Э. И. Старовойтовым [3].

Постановка задачи проводится в цилиндрической системе координат, связанной с срединной плоскостью заполнителя. Задача сводится к определению прогиба, относительного сдвига и радиального перемещения.

Система дифференциальных уравнений равновесия пластины получена с помощью вариационного принципа возможных перемещений Лагранжа без использования физических уравнений связи напряжений с деформациями в статье [4], поэтому её можно применить и в этом случае. С учетом вышесказанного, получим систему дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях в виде:

$$\begin{aligned}
 a_1 \left(u_{,rr} + \frac{1}{r} u_{,r} - \frac{1}{r^2} u \right) + a_2 \left(\psi_{,rr} + \frac{1}{r} \psi_{,r} - \frac{1}{r^2} \psi \right) - a_3 \left(w_{,rrr} + \frac{1}{r} w_{,rr} - \frac{1}{r^2} w_{,r} \right) &= 0; \\
 a_2 \left(u_{,rr} + \frac{1}{r} u_{,r} - \frac{1}{r^2} u \right) + a_4 \left(\psi_{,rr} + \frac{1}{r} \psi_{,r} - \frac{1}{r^2} \psi \right) - a_5 \left(w_{,rrr} + \frac{1}{r} w_{,rr} - \frac{1}{r^2} w_{,r} \right) &= 0; \\
 a_3 \left(u_{,rrr} + \frac{2}{r} u_{,rr} - \frac{1}{r^2} u_{,r} + \frac{1}{r^3} u \right) + a_5 \left(\psi_{,rrr} + \frac{2}{r} \psi_{,rr} - \frac{1}{r^2} \psi_{,r} + \frac{1}{r^3} \psi \right) - \\
 - a_6 \left(w_{,rrrr} + \frac{2}{r} w_{,rrr} - \frac{1}{r^2} w_{,rr} + \frac{1}{r^3} w_{,r} \right) - \kappa_0 w + t_f \Delta w &= -q,
 \end{aligned}$$

где a_i – коэффициенты, учитывающие геометрию пластины и зависимость характеристик упругости материалов от температуры.

Решение системы дифференциальных уравнений равновесия получено в функциях Бесселя первого и второго рода нулевого и первого порядка.

Заключение. Приведенный в данной работе подход позволяет моделировать термосиловое деформирование круговой трехслойной пластины на упругом основании в зависимости от величины температуры, коэффициентов сжатия и сдвига основания, геометрических и упругих параметров слоев, величины и вида внешней нагрузки. При расчете необходимо учитывать зависимость модулей упругости от температуры, так как незначительное увеличение температуры может существенно изменить напряженное состояние.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № T22M-072).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пастернак, П. Л.** Основы нового метода расчёта фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели / П. Л. Пастернак. – Москва: Госстройиздат, 1954. – 56 с.
2. **Белл, Дж. Ф.** Экспериментальные основы механики деформируемых тел: в 2 ч. / Дж. Ф. Белл. – Москва: Наука, 1984. – 600 с.
3. **Старовойтов, Э. И.** Вязкоупругопластические слоистые пластины и оболочки / Э. И. Старовойтов. – Гомель: БелГУТ, 2002. – 343 с.
4. **Козел, А. Г.** Нелинейный изгиб сэндвич-пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика: Междунар. науч.-техн. сб. – Минск: БНТУ, 2020. – Вып. 35. – С. 106–113.