Н. А. Кашкаровъ,

Инженеръ Путей Сообщенія, Профессоръ Томскаго Технологическаго Института
ИМПЕРАТОРА НИКОЛАЯ II.

Расчетъ желѣзобетонныхъ сооруженій.

ФОРМУЛЫ
ДЛЯ РАСЧЕТА
ИЗГИБАЕМЫХЪ КОНСТРУКЦІЙ.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія Министерства Путей Сообщенія
(Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К⁰), Фонтанка, 117.
1912.

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ИЗГИБАЕМЫХЪ ЖЕЛѢЗО-БЕТОННЫХЪ КОНСТРУКЦІЙ.

(Съ 16 политипажами, помѣщенными въ текстѣ, и 2 діаграммами на отдѣльномъ листѣ).

Предлагаемая работа является попыткою вывести формулы для расчета желѣзо-бетонныхъ сооруженій такъ, чтобы по возможности подчеркнуть значеніе отдѣльныхъ элементовъ сѣченія желѣзо-бетонной балки и представить формулы въ возможно обобщенномъ видѣ.

Нѣкоторыя усложненія, появляющіяся въ выводѣ формулъ, представляются намъ допустимыми, такъ какъ съ выводомъ приходится знакомиться лишь одинъ разъ, примѣненіе же окончательныхъ формулъ этими усложненіями, во всякомъ случаѣ, не затрудняется.

Въ настоящемъ очеркѣ мы даемъ основныя формулы для расчета изгибаемыхъ конструкцій. Примѣры примѣненія этихъ формулъ къ расчету различныхъ сооруженій мы считаемъ желательнымъ дать отдѣльно, такъ же, какъ и указанія для пользованія условіемъ экономіи при выборѣ произвольныхъ величинъ (а именно при выборѣ удѣльнаго момента сопротивленія μ, сообразно съ мѣстными цѣнами на желѣзо и бетонъ и съ собственнымъ вѣсомъ сооруженія, и при выборѣ содержанія вытянутой и сжатой арматуръ для осуществленія этого μ).

Расчетъ изгибаемыхъ конструкцій.

§ 1. *Принятыя обозначенія.*

1) Ширина поперечнаго сѣченія балки . . . . . b

2) Полная высота сѣченія . . . . h

3) „Полезная высота“ сѣченія (высота отъ центра тяжести растянутой арматуры до сжатаго ребра) . h_1

4) Разстояніе нейтральной оси сѣченія отъ сжатаго ребра x

5) Площадь сѣченія вытянутой арматуры въ балкѣ съ сѣченіемъ bh . . . . A_1

6) Разстояніе отъ центра тяжести сѣченія сжатой арматуры до сжатаго ребра. . . . . h_2

7) Площадь сѣченія сжатой арматуры въ балкѣ съ сѣченіемъ bh . . . . A_2

8) Напряженіе вытянутой арматуры. . . . . . . σ_a

9) „ сжатой „ . . . . σ_{a_2}

10) Напряженіе бетона у сжатаго ребра . . . . . σ_b

11) Изгибающій моментъ внѣшнихъ силъ, дѣйствующій въ разсматриваемомъ сѣченіи балки . . . M

12) Напряженіе бетона на растяженіе у вытянутаго ребра сѣченія (при допущеніи работы бетона на растяженіе) . . . . σ_b

Дополнительныя обозначенія:

13) Отношеніе разстоянія x нейтральной оси отъ сжатаго ребра къ полной высотѣ сѣченія h. . . . k

$$\frac{x}{h} = k.$$

14) Отношеніе x къ „полезной высотѣ“ сѣченія h_1 . k_1

$$\frac{x}{h_1} = k_1; \text{ отсюда } x = k_1 h_1.$$

15) $\frac{h_2}{h_1} = \lambda_1$; отсюда $h_2 = \lambda_1 h_1$.

Значекъ $_1$ при отношеніяхъ k_1 и λ_1 показываетъ, что знаменателемъ отношенія служитъ h_1.

16) $\frac{A_1}{bh_1} = p_1$. Отсюда процентное содержаніе вытянутой арматуры, въ процентахъ отъ площади „полезнаго сѣченія“ балки bh_1, равно 100 p_1.

17) $\frac{A_2}{bh_1} = p_2$. Отсюда процентное содержаніе сжатой арматуры, въ процентахъ отъ площади „полезнаго сѣченія“, равно 100 p_2.

18) $\frac{A_1}{bh} = p$, т. е. процентное содержаніе вытянутой арматуры въ процентахъ отъ площади полнаго сѣченія балки равно 100 p.

19) Отношеніе модуля упругости желѣза къ модулю упругости сжатаго бетона.

$$\frac{E_a}{E_b} = n.$$

„Прусскія нормы для расчета желѣзо-бетонныхъ сооруженій", а равно и нормы русскаго Министерства Путей Сообщенія предписываютъ принимать при расчетахъ $n = 15$.

§ 2. *Основныя допущенія.*

Статическій расчетъ изгибаемыхъ желѣзо-бетонныхъ сооруженій основывается на слѣдующихъ допущеніяхъ.

Первое допущеніе. Поперечное сѣченіе балки остается плоскимъ, т. е. удлиненія волоконъ пропорціональны разстояніямъ ихъ отъ нейтральной оси сѣченія:

$$\frac{\varepsilon b}{\partial b} = \frac{\varepsilon b_1}{\partial b} = \frac{\varepsilon a}{\partial a} = \frac{\varepsilon a_1}{\partial a_1};$$

гдѣ $\varepsilon b, \varepsilon b_1$ — удлиненія различныхъ волоконъ бетона,

$\partial b, \partial b_1$ — разстоянія этихъ волоконъ отъ нейтральной оси,

$\varepsilon a, \varepsilon a_1$ и $\partial a, \partial a_1$ — соотвѣтственныя обозначенія для волоконъ арматуры.

Второе допущеніе. Напряжнія отдѣльныхъ волоконъ *бетона пропорціональны удлиненіямъ* ихъ, и, слѣдовательно (по доп. 1), разстояніямъ ихъ отъ нейтральной оси.

Для желѣза мы дѣйствительно имѣемъ:

$$\varepsilon a = \frac{\sigma_a}{E_a}, \text{ т. е. } \frac{\sigma_a}{\sigma_{a_1}} = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{a_1}} = \frac{\partial_a}{\partial_{a_1}}.$$

Но для бетона удлиненія не пропорціональны напряженіямъ, и между ними существуетъ зависимость

$$\varepsilon b = \frac{\sigma_b^m}{E_b},$$

гдѣ m измѣняется отъ 1,1 до 1,2, равняясь, въ среднемъ, 1,17.

Поэтому

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_{b}} = \frac{\sqrt[m]{\varepsilon_b}}{\sqrt[m]{\varepsilon_b}} = \frac{\sqrt[m]{\partial_b}}{\sqrt[m]{\partial_{b_1}}}.$$

При расчетахъ принимаютъ допущеніе, что $m=1$, другими словами:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b}; \quad \frac{\sigma_b}{\sigma_{b_1}} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b_1}} = \frac{\partial_b}{\partial_{b_1}}.$$

Слѣдствіе изъ допущеній перваго и второго: Напряженія σ_a *и* σ_b *любыхъ двухъ волоконъ желѣза и бетона, отстоящихъ на разстояніяхъ* ∂_a *и* ∂_b *отъ нейтральной оси, относятся между собою, какъ n-кратное разстояніе волокна желѣза къ разстоянію волокна бетона:*

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{E_a \ \varepsilon_a}{E_b \ \varepsilon_b} = n \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b} = n \frac{\partial_a}{\partial_b}.$$

Если $\partial_a = \partial_b$, то $\sigma_a = \frac{E_a}{E_b} \sigma_b$, т. е. *напряженіе арматуры равно напряженію прилежащихъ къ ней волоконъ бетона, умноженному на отношеніе ихъ модулей упругости.* Поэтому мы можемъ допускать въ арматурѣ только напряженія, не превышающія $\frac{E_a}{E_b}$ *max* σ_b, гдѣ *max* σ_b — наибольшее допускаемое напряженіе бетона.

Допущеніе третье. Въ виду того, что бетонъ можетъ выдерживать лишь незначительныя растягивающія напряженія, и $\frac{E_a}{E_{b_1}}$ *max* σ_{b_1} значительно меньше *max* σ_a, гдѣ:

E_{b_1} — модуль упругости бетона при растяженіи

max σ_{b_1} — наибольшее допускаемое напряженіе бетона на растяженіе,

max σ_a наибольшее допускаемое напряженіе желѣза на растяженіе,

при расчетахъ дѣлаютъ 3-е допущеніе, что *бетонъ не работаетъ на растяженіе.*

Это допущеніе позволяетъ довести расчетное напряженіе вытянутой арматуры до предѣльнаго допускаемаго напряженія желѣза (конечно, придавъ соотвѣтственную величину разстоянію отъ арматуры до нейтральной оси); мы допускаемъ (теоретически) образованіе поперечныхъ трещинъ въ бетонѣ ниже нейтральной оси изгибаемой балки.

Опытами доказано, что при удлиненіяхъ растянутой части изгибаемой балки, соотвѣтствующихъ предѣльнымъ допускаемымъ напряженіямъ желѣза, образованіе поперечныхъ трещинъ въ бетонѣ если и происходитъ, то не уменьшаетъ силы сцѣпленія арматуры съ бетономъ, такъ что связь арматуры съ бетономъ не ослабляется.

При пренебреженіи работою бетона на растяженіе, всѣ растягивающія усилія воспринимаются арматурою, и бетонъ, расположенный въ растягиваемой части балки, служитъ только для соединенія вытянутой арматуры со сжатою частью бетона въ одно цѣлое и для передачи усилій отъ сжатой части вытянутой, т. е. играетъ роль, сходную съ рѣшеткою въ сквозной металлической фермѣ (сжатая же часть бетона соотвѣтствуетъ сжатому поясу фермы, а вытянутая арматура—вытянутому поясу) *).

Слой бетона между вытянутою арматурою и вытянутымъ ребромъ сѣченія служитъ только для защиты арматуры отъ внѣшнихъ воздѣйствій (атмосферныхъ, перемѣнъ температуры и т. п.), и потому опредѣляется только по практическимъ соображеніямъ, и совершенно не вліяетъ на расчетъ сооруженія.

Расчетъ балокъ съ одиночною (растянутою) арматурою.

§ 3. *Основныя уравненія.*

I. Изъ допущенія 1-го, что *сѣченіе изгибаемой балки остается плоскимъ*, совмѣстно съ допущеніемъ 2-мъ, слѣдуетъ (см. фиг. 1):

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{E_a \; \varepsilon_a}{E_b \; \varepsilon_b} = n \, \frac{h_1 - x}{x} = n \, \frac{1 - k_1}{k_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (1)$$

гдѣ обозначенія приняты согласно § 1.

---

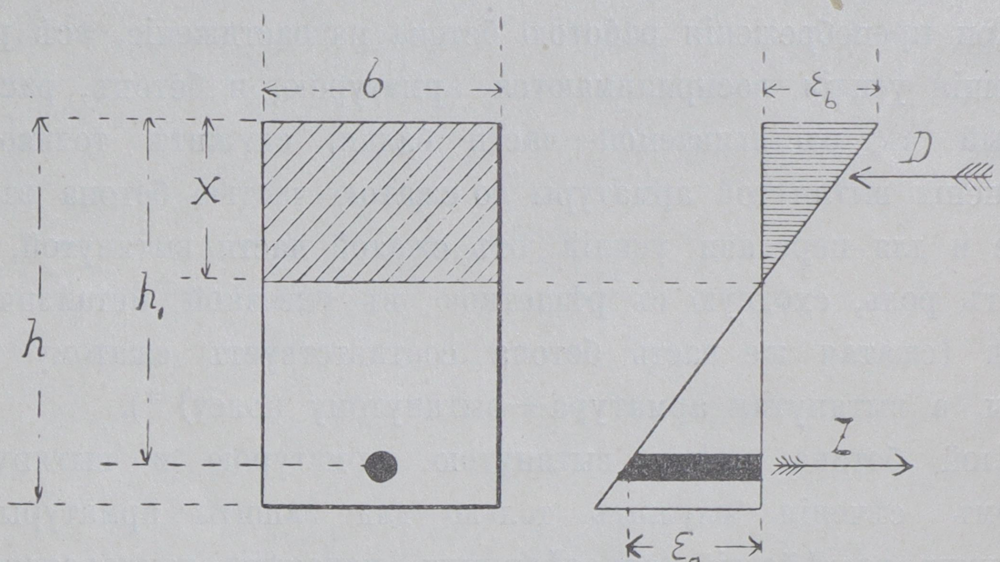
*) Предлагали, при расчетѣ балокъ съ двойною арматурою, такъ же пренебрегать работою бетона на сжатіе (при слабомъ бетонѣ), воспринимая всѣ сжимающія напряженія сжатою арматурою. Такое предположеніе теоретически возможно, но невыгодно по экономическимъ соображеніямъ. См. Н. А. Кашкаровъ „Экономія въ желѣзобетонныхъ сооруженіяхъ“.

Изъ уравненія (1) получаемъ:

$$\sigma_a = \frac{1-k_1}{k_1} n\sigma_b \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1')$$

$$k_1 = \frac{x}{h_1} = \frac{n}{n + \frac{\sigma_a}{\sigma_b}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

т. е. *положеніе нейтральной оси вполнѣ опредѣляется отноше-*



Фиг. 1.

ніемъ $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ напряженія вытянутой арматуры къ напряженію сжатаго ребра бетона, *и обратно.*

II. Составимъ для желѣзобетонной балки основное уравненіе статики, выражающее, что *въ сѣченіи балки сумма сжимающихъ усилій равно суммѣ растягивающихъ.*

Волокна бетона у сжатаго ребра испытываютъ напряженіе σ_b, а у нейтральной оси напряженіе равно нулю; среднее напряженіе сжатаго бетона равно $\frac{\sigma_b}{2}$.

Разстояніе (по высотѣ балки) между крайними волокнами желѣзной арматуры незначительно по сравненію съ высотою балки; поэтому, для упрощенія, принимаютъ напряженія всѣхъ волоконъ арматуры равными между собою и равными напряженію волокна, проходящаго черезъ центръ тяжести сѣченія арматуры, т. е.

воображаютъ всю массу арматуры сосредоточенною по линіи центра тяжести ея *).

Сумма сжимающихъ усилій въ разсматриваемомъ сѣченіи балки равна $\frac{1}{2}\sigma b \, . \, bx$.

Сумма растягивающихъ усилій равна $A_1 \sigma_a$.

Приравняемъ эти выраженія:

$$\frac{1}{2}\sigma_b \, bx = A_1 \sigma_a$$

Подставимъ значенія x и A_1 и сдѣлаемъ преобразованія:

$$\frac{1}{2}\sigma_b \, b \, h_1 \, k_1 = p_1 \, bh_1 \, \sigma_a,$$

$$\frac{1}{2}\sigma_b \, k_1 = p_1 \, \sigma_a,$$

$$\underline{\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{k_1}{2p_1}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Приравнивая (3) и (1), получимъ:

$$\frac{1-k_1}{k_1} n = \frac{k_1}{2p_1}, \text{ откуда } p_1 = \frac{k_1^2}{2n(1-k_1)} \quad . \; . \; . \; . \quad (4)$$

или иначе:

$$k_1^2 - 2np_1 + 2np_1 k_1 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4')$$

$$\underline{k_1 = -np_1 + \sqrt{n^2 p_1^2 + 2np_1}}$$

т. е. *содержаніе желѣза вполнѣ опредѣляетъ положеніе нейтральной оси.*

Такимъ образомъ, *любая изъ трехъ величинъ:* k_1, p_1 *и* $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ *вполнѣ опредѣляетъ двѣ остальныя величины.*

Для $n = 15$, $k_1 = -15p_1 + \sqrt{225p_1^2 + 30\,p_1}$.

Вычисливъ для различныхъ значеній p_1 соотвѣтствующія значенія k_1 и $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ можно нанести ихъ на таблицу или на діаграмму. (См. черт. 1 на отд. листѣ).

Отмѣтимъ, что при увеличеніи содержанія арматуры p_1 поло-

*) Исключеніе составляетъ арматура изъ прокатныхъ балокъ съ сильнымъ сѣченіемъ (напр., система Мелана).

женіе нейтральной оси понижается (т. е. k_1 возрастаетъ), а отношеніе $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ уменьшается.

Назовемъ наибольшее допускаемое напряженіе (на сжатіе) того бетона, который мы думаемъ примѣнять въ расчитываемомъ сооруженіи, черезъ $max\ \sigma_b$, а наибольшее допускаемое напряженіе арматуры (вытянутой)—$max\ \sigma_a$. Свойства обоихъ матеріаловъ будутъ использованы полностью только при

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{max\ \sigma_a}{max\ \sigma_b},$$

т. е. только при одномъ опредѣленномъ содержаніи арматуры въ балкѣ $p = p_0$. При любомъ большемъ содержаніи арматуры

$$p' > p_0$$

отношеніе напряженій

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} < \frac{max\ \sigma_a}{max\ \sigma_b},$$

и потому нельзя довести напряженіе желѣза σ_a до предѣльной величины $max\ \sigma_a$ безъ перенапряженія бетона.

При любомъ меньшемъ содержаніи арматуры

$$p'' < p_0$$

обратно, нельзя использовать полностью свойствъ бетона безъ перенапряженія желѣза, такъ какъ

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} > \frac{max\ \sigma_a}{max\ \sigma_b}$$

и потому при $\sigma_b = max\ \sigma_b$, напряженіе желѣза станетъ болѣе допускаемаго: $\sigma_a > max\ \sigma_a$.

III. При равновѣсіи балки, *моментъ внѣшнихъ силъ въ данномъ сѣченіи ея равенъ моменту внутреннихъ усилій.*

Равнодѣйствующая сжимающихъ усилій въ данномъ сѣченіи балки съ прямоугольнымъ сѣченіемъ приложена на разстояніи $\frac{x}{3}$ отъ сжатаго ребра сѣченія.

Равнодѣйствующую растягивающихъ усилій будемъ считать приложенною въ центрѣ тяжести сѣченія вытянутой арматуры *).

*) См. предыдущее примѣчаніе.

Возьмемъ моменты относительно центра тяжести сѣченія вытянутой арматуры:

$$M = \frac{1}{2}\sigma_b \cdot bx\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Отсюда:

$$\sigma_b = \frac{2M}{bx\left(h_1 - \frac{x}{3}\right)} = \frac{6M}{bx\,(3h_1 - x)} = \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

$$= \frac{6M}{bk_1 h_1 \,.\, h_1 (3 - k_1)} = \frac{6M}{bh_1{}^2 k_1 (3 - k_1)} \quad \ldots \ldots \quad (7')$$

Изъ уравненія $(7')$ вытекаетъ, что выраженіе

$$\underline{\frac{M}{bh_1{}^2 \sigma_b} = \frac{k_1(3-k_1)}{6}} = (\text{назовемъ})\ \underline{\mu} \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

зависитъ только отъ k_1, т. е. только отъ содержанія арматуры (или, что равносильно, отъ отношенія $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$).

Постараемся уяснить смыслъ выраженія $\mu = \frac{M}{bh_1{}^2 \sigma_b}$.

Для этого составимъ уравненіе равновѣсія моментовъ силъ, дѣйствующихъ въ сѣченіи, относительно нейтральной оси сѣченія.

$$M = \frac{1}{2}\sigma_b\, bx\, \frac{2}{3}x + A_1 \sigma_a (h_1 - x).$$

Подставляя значеніе

$$\sigma_a = \frac{h_1 - x}{x} n\sigma_b$$

и умножая обѣ части равенства на $\frac{x}{\sigma_b}$, получимъ:

$$M\frac{x}{\sigma_b} = \frac{1}{3}bx^3 + nA_1(h_1 - x)^2 \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

Но вторая часть этого уравненія представляетъ выраженіе момента инерціи сѣченія балки, приведеннаго къ одному матеріалу—бетону, взятаго относительно нейтральной оси. Дѣйствительно, $\frac{1}{3}bx^3$ есть моментъ инерціи сжатой части сѣченія бетона относительно нейтральной оси; nA_1 есть площадь сѣченія арматуры, приведенная къ матеріалу бетона (иными словами—площадь сѣченія бетона, выдерживающая такое же усиліе, какъ площадь арматуры A_1) *), и $nA_1\ (h_1-x)^2$—моментъ инерціи этой площади относительно нейтральной оси. Площадь сѣченія бетона ниже нейтральной оси въ расчетъ не входитъ, такъ какъ эта часть бетона не работаетъ.

Обозначая моментъ инерціи сѣченія желѣзо-бетонной балки, приведеннаго къ одному матеріалу (бетону), черезъ J, имѣемъ

$$M\frac{x}{\sigma_b}=J \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9')$$

какъ и для любого однороднаго матеріала.

Далѣе, для однороднаго матеріала мы можемъ опредѣлить „моментъ сопротивленія сѣченія". Найдемъ выраженіе момента сопротивленія для желѣзо-бетонной балки относительно сжатаго ребра сѣченія.

$$W=\frac{J}{x}=\left[\frac{M}{\sigma_b}\right]=\frac{1}{3}bx^2+nA_1\ \frac{(h_1-x)^2}{x}=\frac{1}{3}bh_1{}^2k_1{}^2+$$

$$+np_1\,bh_1\,\frac{h_1{}^2(1-k_1)^2}{k_1h_1}=bh_1{}^2\left[\frac{k_1{}^2}{3}+np_1\,\frac{(1-k_1)^2}{k_1}\right]$$

---

*) Для уясненія понятія о площади желѣзной арматуры, приведенной къ площади бетона, приведемъ слѣдующія разсужденія.

Пусть на разстояніи h_1-x (фиг. 1) отъ нейтральной оси намъ надо воспринять усиліе Z.

Удлиненіе ε волокна даннаго бруса послѣ деформаціи (соотвѣтствующей усилію Z) вполнѣ опредѣляется разстояніемъ этого волокна отъ нейтральной оси (при данной сжатой части сѣченія и данной нагрузкѣ). Напряженіе же въ этомъ волокнѣ $\sigma=\varepsilon E$, гдѣ E—модуль упругости примѣняемаго матеріала. При этомъ площадь, требуемая для воспринятія усилія Z, равна

$$\omega=\frac{Z}{\sigma}=\frac{Z}{E\varepsilon}.$$

Если мы замѣнимъ одинъ матеріалъ (напр., желѣзо) другимъ, имѣющимъ иной модуль упругости E_1, то требуемая для воспринятія усилія Z площадь новаго матеріала равна

$$\omega_1=\frac{Z}{\varepsilon E_1}=\frac{Z}{\varepsilon E_1}\,\frac{E}{E}=\omega\,\frac{E}{E_1}=\omega n,$$

если n есть отношеніе модулей упругости.

При этомъ разсужденіи мы не разсматривали вовсе способности матеріаловъ выдерживать удлиненіе ε, подобно тому какъ мы не разсматриваемъ (въ балкахъ однороднаго матеріала) свойствъ матеріала при опредѣленіи моментовъ инерціи и сопротивленія и т. п. даннаго сѣченія балки. При постройкѣ мы конечно, должны примѣнять только такой матеріалъ, который способенъ выдержать расчетное удлиненіе. Поэтому въ постройкѣ нельзя замѣнить растянуту арматуру n-кратнымъ сѣченіемъ бетона, для расчетовъ же геометрическихъ элементовъ сѣченія они вполнѣ равнозначущи.

Подставляемъ $$p_1 = \frac{k_1^2}{2n(1-k_1)}.$$

$$W = bh_1^2\left[\frac{k_1^2}{3} + \frac{k(1-k)}{2}\right] = bh_1^2\,\frac{k_1(3-k_1)}{6} = bh_1^2\,\mu.$$

Такимъ образомъ, μ представляетъ собою моментъ сопротивленія сѣченія желѣзо-бетонной балки относительно сжатаго ребра (приведенный къ однородному матеріалу—бетону) при $b=1$ и $h_1=1$. Назовемъ μ „удѣльнымъ моментомъ сопротивленія".

Вычисливъ значенія μ, соотвѣтствующія разнымъ значеніямъ k_1 (и, слѣд., значеніямъ p_1), можно помѣстить ихъ въ вышеуказанную таблицу или діаграмму.

Вполнѣ естественно, что удѣльный моментъ сопротивленія возрастаетъ по мѣрѣ увеличенія содержанія арматуры p_1, т. е. при данномъ изгибающемъ моментѣ M потребуются тѣмъ меньшіе размѣры балки, чѣмъ больше p_1. Но вмѣстѣ съ тѣмъ цѣна 1 квадратной единицы поперечнаго сѣченія балки возрастаетъ при увеличеніи p_1 *).

Изъ выраженія $$\frac{M}{\sigma_b} = bh_1^2\,\mu$$

слѣдуетъ, что, какъ и для однороднаго матеріала, выгодно придавать балкамъ бо́льшую высоту, т. е. увеличивать h_1, уменьшая ширину b, такъ какъ моментъ сопротивленія балки возрастаетъ пропорціонально квадрату высоты и лишь первой степени ширины. Это замѣчаніе, конечно, не относится къ случаямъ, когда b задано (напр., при расчетѣ междуэтажныхъ покрытій, гдѣ задается $\frac{M}{b}$).

§ 4. *Примѣненіе основныхъ формулъ къ задачамъ.*

А. Повѣрка заданнаго сѣченія балки.

1) Дано: h_1, b, A_1; M. Опредѣлить σ_b, σ_a.

Ходъ рѣшенія: $p_1 = \frac{A_1}{bh_1}$,

$$k_1 = -np_1 + \sqrt{n^2p_1^2 + 2np_1},$$

$$\sigma_b = \frac{6M}{bh_1^2 k_1(3-k_1)},$$

$$\sigma_a = \frac{k_1}{2p_1}\sigma_b.$$

*) Попытку учесть совмѣстно увеличеніе цѣны 1 кв. единицы сѣченія и уменьшеніе площади его—см. Н. Кашкаровъ. „Экономія въ желѣзо-бетонныхъ сооруженіяхъ".

Иначе, имѣя таблицу или діаграмму, по p_1 найдемъ изъ таблицы μ и $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$; σ_b найдется изъ уравненія:

$$\sigma_b = \frac{M}{bh_1^2\mu}.$$

2) Дано: h_1, b, A_1. Найти наибольшій изгибающій моментъ M, который можетъ выдержать сѣченіе.

Опредѣляемъ p_1 и k_1—по предыдущему; далѣе находимъ:

$$\max M = \frac{bh_1^2\, k_1\,(3-k_1)}{6} \max \sigma_b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

гдѣ $\max \sigma_b$ — наибольшее допускаемое напряженіе (сжимающее) для бетона, примѣненнаго въ сооруженіи.

Въ случаѣ же, если:

$$\sigma_a = \frac{k_1}{2p_1} \max \sigma_b$$

больше допускаемаго $\max \sigma_a$, то въ уравненіи (10) вмѣсто $\max \sigma_b$ слѣдуетъ взять

$$\frac{2p_1}{k_1} \max \sigma_a.$$

B. *Опредѣленіе сѣченія балки по заданнымъ внѣшнимъ силамъ* (по заданному M)

1-й случай. Высота балки h_1 не задана.

1) Ширина балки b задана; найти h_1, A_1.

Эта задача встрѣчается при расчетѣ междуэтажныхъ покрытій и вообще сооруженій съ равномѣрною нагрузкою на 1 единицу площади, гдѣ заданіемъ опредѣляется $\frac{M}{b}$.

Ходъ рѣшенія: выбираемъ σ_b, σ_a *), тогда опредѣлится:

$$k_1 = \frac{n}{n + \frac{\sigma_a}{\sigma_b}},$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{6M}{b\sigma_b\, k_1\,(3-k_1)}} = \sqrt{\frac{1}{\mu\sigma_b}} \sqrt{\frac{M}{b}} = A\sqrt{\frac{M}{b}} \Big(\text{гдѣ } A = \sqrt{\frac{1}{\mu\sigma_b}}$$

*) При этомъ выборѣ мы ограничены только условіемъ не превзойти наибольшихъ допускаемыхъ напряженій: $\sigma_b \leqslant \max \sigma_b$, $\sigma_a \leqslant \max \sigma_a$; такимъ образомъ остается мѣсто большому произволу. Чаще всего выбираютъ $\sigma_b = \max \sigma_b$ и $\sigma_a = \max \sigma_a$, но это не всегда даетъ наиболѣе экономичное рѣшеніе задачи.

зависитъ только отъ p_1 и σ_b).

$$A_1 = p_1 bh_1 = \frac{k_1\sigma_b}{2\sigma_a} bh_1 = \frac{k_1\sigma_b}{2\sigma_a}\sqrt{\frac{1}{\mu\sigma_b}}\sqrt{Mb} = B\sqrt{Mb},$$

гдѣ B зависитъ только отъ p_1 и σ_b.

Иначе $A_1 = \dfrac{M}{\sigma_a\left(h_1 - \dfrac{x}{3}\right)} = \dfrac{M}{\sigma_a h_1\left(1 - \dfrac{k_1}{3}\right)}$

2) Ширина балки b не задана.

Выбираемъ отношеніе $\frac{b}{h_1} = \alpha$.

На практикѣ наиболѣе часто встрѣчаются балки съ отношеніемъ α отъ 0,3 до 0,7.

Далѣе, выбираемъ σ_b и σ_a;

$$b = \alpha h_1,$$

$$M = bh_1^2 \sigma_b \mu = \alpha h_1^3 \sigma_b \mu, \text{ откуда:}$$

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{M}{\alpha\mu\sigma_b}},$$

$$A_1 = p_1 \alpha h_1^2.$$

2-й случай. Высота балки h_1 задана.

3) Ширина балки b не задана.

Выбираемъ σ_b и σ_a; тогда опредѣляется:

$$k_1 = \frac{n}{n + \frac{\sigma_a}{\sigma_b}},$$

$$\mu = \frac{k_1(3 - k_1)}{6},$$

$$b = \frac{M}{h_1^2 \sigma_q \mu}; \; A_1 = p_1 bh_1 = \frac{k_1\sigma_b}{2\sigma_a} bh_1$$

Иначе можемъ задаться отношеніемъ $\frac{b}{h_1} = \alpha$, и тогда задача сводится къ задачѣ 4-й.

4) Задано h_1 и b. Найти A_1.

Выбираемъ σ_b (наибольшее допустимое напряженіе для бетона даннаго качества) и находимъ требуемую величину удѣльнаго момента сопротивленія μ:

$$\mu = \frac{M}{bh_1^2 \sigma_b}.$$

Зная μ, опредѣлимъ соотвѣтствующее ему содержаніе арматуры p_1 по формуламъ:

$$\mu = \frac{k_1(3-k_1)}{6}, \text{ откуда:}$$

$$k_1^2 + 6\mu - 3k_1 = 0,$$

$$k_1 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{9}{4} - 6\mu},$$

$$p_1 = \frac{k_1^2}{2n(1-k_1)}$$

Напряженіе желѣза равно

$$\sigma_a = \frac{1-k_1}{k_1} n\sigma_b.$$

Если размѣры b и h_1 значительны (по сравненію съ изгибающимъ моментомъ M), то требуемое значеніе μ и содержаніе желѣза p_1 могутъ получиться менѣе предѣльныхъ значеній μ и p_1, соотвѣтствующихъ $\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{\max \sigma_a}{\max \sigma_b}$. Въ такомъ случаѣ, во избѣжаніе перенапряженія желѣза ($\sigma_a > \max \sigma_b$), придется уменьшить принятое значеніе σ_b и взять $\sigma_b < \max \sigma_b$, а содержаніе желѣза повысить.

Обратно, при малыхъ размѣрахъ b и h_1 (по сравненію съ M), содержаніе желѣза получится высокимъ, а напряженіе желѣза будетъ меньше предѣльнаго (при $\sigma_b = \max \sigma_b$). Въ этомъ случаѣ можетъ оказаться выгоднѣе уменьшить требуемую величину удѣльнаго момента сопротивленія, путемъ искусственнаго увеличенія допускаемаго напряженія бетона на сжатіе; для этого или примѣняютъ болѣе жирный бетонъ (съ большею стоимостью 1 единицы объема), или, чаще, усиливаютъ сжатую часть сѣченія балки введеніемъ въ нее второй (сжатой) арматуры, воспринимающей часть сжимающихъ усилій и разгружающей бетонъ.

§ 5. Прежде, чѣмъ перейти къ формуламъ расчета изгибаемыхъ балокъ съ двойною арматурою, займемся *опредѣленіемъ сѣченія балки въ зависимости отъ одной только полезной нагрузки.*

До сихъ поръ мы разсматривали изгибающій балку моментъ M отъ дѣйствія какъ полезной нагрузки, такъ и собственнаго вѣса.

Обозначимъ черезъ M_1 моментъ отъ дѣйствія одной только полезной нагрузки.

Собственный вѣсъ 1 погонной единицы (1 см.) длины балки прямоугольнаго сѣченія вышиною h и шириною b можно принять, при вѣсѣ 1 куб. м. желѣзобетона 2.400 кгр. и полной высотѣ h равной приблизительно 1, 1 h_1, равнымъ

$$g = bh\,0{,}024 \text{ кгр.} = 0{,}0264\,bh_1 \text{ кгр.}$$

Зная способъ закрѣпленія балки, мы можемъ опредѣлить изгибающій моментъ отъ дѣйствія собственнаго вѣса ея.

Пусть, напримѣръ, балка свободно лежитъ на двухъ опорахъ и имѣетъ пролетъ l см.; наибольшій изгибающій моментъ (посрединѣ пролета) равенъ:

$$M_g = \frac{gl^2}{8} = \frac{0{,}0264}{8}\,bh_1\,l^2 = 0{,}0033\,bh_1\,l^2.$$

Полный изгибающій моментъ:

$$M = M_1 + M_g = M_1 + 0{,}0033\,bh_1\,l^2$$

или въ болѣе общемъ видѣ, при любомъ способѣ закрѣпленія балки

$$M = M_1 + C\,bh_1\,l^2,$$

гдѣ C — числовой коэффиціентъ.

Формулы для опредѣленія сѣченія принимаютъ видъ:

$$bh_1^{\,2}\,\mu\sigma_b = M_1 + C\,bh_1\,l^2$$

$$h_1^{\,2} - \frac{Cl^2}{\mu\sigma_b}\,h_1 - \frac{M_1}{b\mu\sigma_b} = 0,$$

$$h_1 = \frac{Cl^2}{2\mu\sigma_b} + \sqrt{\frac{C^2\,l^4}{4\mu^2\sigma_b^{\,2}} + \frac{M_1}{b\mu\sigma_b}} = \frac{C}{2\mu\sigma_b}\,l^2\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\mu\sigma_b}{C^2}\,\frac{M_1}{bl^4}}\right) =$$

$$= D\,l^2\left(1 + \sqrt{1 + E\,\frac{M_1}{bl^4}}\right),$$

гдѣ коэффиціенты D и E могутъ быть вычислены по выбраннымъ σ_a и σ_b.

§ 6. Расчетъ балокъ съ двойною арматурою.

Основныя уравненія.

I. По прежнему имѣемъ зависимость

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{E_a \ \varepsilon_a}{E_b \ \varepsilon_b} = n\frac{h_1 - x}{x} = n\frac{1 - k_1}{k_1} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

$$\underline{k_1 = \frac{n}{n + \frac{\sigma_a}{\sigma_b}}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

т. е. *положеніе нейтральной оси вполнѣ опредѣляется отношеніемъ* $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$, *и обратно.*

Зависимость между напряженіемъ бетона у сжатаго ребра и напряженіями сжатой и вытянутой арматуръ:

$$\underline{\sigma_a} = n\frac{h_1 - x}{x}\sigma_b = \underline{n\frac{1 - k_1}{k_1}\sigma_b}$$

$$\underline{\sigma_{a_2}} = n\frac{x - h_2}{x}\sigma_b = \underline{n\frac{k_1 - \lambda_1}{k_1}\sigma_b} \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

гдѣ отношеніе $\lambda_1 = \frac{h_2}{h_1}$ на практикѣ имѣетъ значенія приблизительно отъ 0,05 (для высокихъ балокъ) до 0,12 (для низкихъ).

II. *Сумма сжимающихъ усилій равна суммѣ вытягивающихъ:*

$$\frac{1}{2}\sigma_b bx + A_2\sigma_{a_2} = A_1\sigma_a.$$

Замѣняемъ x через $k_1 h_1$, σ_a и σ_{a2} черезъ ихъ выраженія въ зависимости отъ σ_b, и A_1 и A_2 черезъ $p_1 bh_1$ и $p_2 bh_2$

$$\frac{1}{2}\sigma_b bh_1 k_1 + np_2 bh_1\sigma_b\frac{k_1 - \lambda_1}{k_1} = np_1 bh_1\sigma_b\frac{1 - k_1}{k_1}.$$

Дѣлимъ обѣ части уравненія на $bh_1\sigma_b$ и множимъ на k_1

$$k_1^2 + 2np_2(k_1 - \lambda_1) - 2np_1(1 - k_1) = 0. \quad \ldots \quad (12)$$

$$k_1^2 + 2n(p_1 + p_2)k_1 - 2n(p_1 + \lambda_1 p_2) = 0$$

$$\underline{k_1 = -n(p_1 + p_2) + \sqrt{n^2(p_1 + p_2)^2 + 2n(p_1 + \lambda_1 p_2)}} \quad \ldots \quad (13)$$

Мы видимъ изъ уравненій (12) и (13), что:

a) *каждой паръ значеній* p_1 *и* p_2 *соотвѣтствуетъ одно опредѣленное значеніе* k_1, *и, слѣдовательно, одно опредѣленное значеніе* $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ (и опредѣленное значеніе $\frac{\sigma_{a\,2}}{\sigma_b}$);

b) но, обратно, *каждому значенію* k_1 *соотвѣтствуетъ цѣлый рядъ паръ значеній* p_1 *и* p_2.

Задаваясь различными значеніями k_1, мы можемъ для каждаго изъ нихъ найти значенія p_1, соотвѣтствующія разнымъ величинамъ p_2. Изъ уравненія (3) слѣдуетъ, что при выбранномъ k_1 величина p_1 представляется линейною функціею отъ p_2:

$$p_1 = \frac{k_1^2}{2n(1-k_1)} + \frac{k_1-\lambda_1}{1-k_1}\,p_2 = K_1 + K_2 p_2,$$

гдѣ K_1 и K_2 постоянные коэффиціенты (при выбранномъ отношеніи λ_1, которое можно принять приближенно равнымъ 0,1).

Взаимно-соотвѣтствующія значенія p_1 и p_2 при различныхъ k_1 могутъ быть нанесены на таблицу или діаграмму. (См. черт. 2 на отд. листѣ) *).

III. *Въ разсматриваемомъ сѣченіи моментъ внѣшнихъ силъ равенъ моменту внутреннихъ усилій.*

Возьмемъ моментъ относительно центра тяжести вытянутой арматуры.

$$M = \frac{1}{2}\sigma_b bx\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) + A_2\sigma_{a_2}(h_1 - h_2) =$$

$$= \frac{1}{2}\sigma_b\, bh_1^2 k_1\left(1 - \frac{k_1}{3}\right) + np_2\, bh_1^2\sigma_b\,\frac{(k_1-\lambda_1)}{k_1}(1-\lambda_1)$$

$$\frac{M}{bh_1^2\sigma_b} = \frac{k_1(3-k_1)}{6} + np_2\left(1-\frac{\lambda_1}{k_1}\right)(1-\lambda_1) = \mu \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

При $p_2 = 0$, получаемъ значеніе μ для случая одиночной арматуры.

Выраженіе μ, какъ и для балокъ съ одиночною арматурою, зависитъ только отъ содержанія арматуры p_1 и p_2 (если принять отношеніе λ_1 имѣющимъ нѣкоторое опредѣленное значеніе) и представляетъ собою удѣльный моментъ сопротивленія сѣченія балки,

*) Въ надписи на черт. 2 сдѣлана опечатка. Слѣдуетъ читать: по оси абсциссъ „Содержаніе *вытянутой* арматуры", а по оси ординатъ „Содержаніе *сжатой* арматуры".

т. е. моментъ сопротивленія сѣченія высотою $h_1 = 1$ и шириною $b = 1$, взятый относительно сжатаго ребра сѣченія.

Легко доказать, что $\mu b h_1^2 = \frac{J}{x}$.

Для этого возьмемъ моменты внутреннихъ и внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ въ сѣченіи, относительно нейтральной оси его.

$$M = \frac{1}{2}\sigma_b bx \frac{2}{3} x + A_1 \sigma_a (h_1 - x) + A_2 \sigma_{a_2} (x - h_2),$$

или, выражая σ_a и σ_{a^2} черезъ σ_b и преобразовавъ уравненіе,

$$M \frac{x}{\sigma_b} = \frac{1}{3} bx^3 + nA_1 (h_1 - x)^2 + nA_2 (x - h_2)^2,$$

но вторая часть этого уравненія представляетъ моментъ инерціи сѣченія желѣзо-бетонной балки, приведеннаго къ одному матеріалу (бетону), взятый относительно нейтральной оси.

Подставляя:

$$A_1 = p_1 b h_1,$$
$$A_2 = p_2 b h_1,$$
$$x = k_1 h_1,$$
$$h_2 = \lambda_1 h_1$$

и дѣля обѣ части уравненія на x, получимъ:

$$\frac{M}{\sigma_b} = \frac{J}{x} = \mu b h_1^2 = b h_1^2 \left[\frac{1}{3} k_1^2 + np_1 \frac{(1 - k_1)^2}{k_1} + np_2 \frac{(k_1 - \lambda_1)^2}{k_1}\right] \quad . \quad . \ (15)$$

Выраженіе, стоящее въ прямыхъ скобкахъ, равно $\frac{M}{bh_1^2 \sigma_b} = \mu$, и легко можетъ быть представлено въ видѣ правой части уравненія (14), если замѣнить въ немъ p_1 черезъ p_2 и k_1 по уравненію (12).

Величина μ *имѣетъ одно опредѣленное значеніе для каждой пары значеній* p_1 *и* p_2 и можетъ быть вычислена и помѣщена на вышеупомянутыя таблицу или діаграмму.

Каждому значенію μ *соотвѣтствуетъ цѣлый рядъ паръ значеній* p_1 *и* p_2.

§ 7. *Примѣненіе основныхъ формулъ къ задачамъ.*

А. Повѣрка заданнаго сѣченія балки.

1) Дано: h_1, b, A_1, A_2, h_2; M.

Найти σ_b, σ_a, σ_{a^2}.

Ходъ рѣшенія:

$$p_1 = \frac{A_1}{bh_1};\ p_2 = \frac{A_2}{bh_1};\ \lambda_1 = \frac{h_2}{h_1}$$

$$k_1 = -n(p_1 + p_2) + \sqrt{n^2(p_1+p_2)^2 + 2n(p_1 + \lambda_1 p_2)}.$$

Опредѣливъ положеніе нейтральной оси, мы можемъ вычислить моментъ инерціи сѣченія балки относительно этой оси по общимъ правиламъ статики сооруженій, замѣняя площадь A_1 и A_2 сѣченія арматуры черезъ n-кратную *) площадь сѣченія бетона (nA_1 и nA_2) (т. е. приводя сѣченіе къ однородному матеріалу, бетону) и пренебрегая площадью бетона, лежащаго ниже нейтральной оси, т. е. разсматривая фиктивное сѣченіе изъ однороднаго матеріала (бетона) согласно схемѣ (фиг. 2).

Фиг. 2.

Напряженія опредѣлятся изъ уравненій:

$$\sigma_b = \frac{Mx}{J},$$

$$\sigma_a = n\frac{1-k_1}{k_1}\sigma_b;\quad \sigma_{a_2} = n\frac{k_1-\lambda_1}{k_1}\sigma_b.$$

Иначе, можно по опредѣленіи k_1 вычислить μ по формулѣ

$$\mu = \frac{k_1(3-k_1)}{6} + np_2\left(1 - \frac{\lambda_1}{k_1}\right)(1-\lambda_1).$$

Если имѣемъ діаграмму, то можемъ найти по ней μ по p_1 и p_2, не опредѣляя k_1.

---

*) Какъ въ этомъ, такъ и во всѣхъ сходныхъ разсужденіяхъ точнѣе было бы разсматривать ($n-1$)—кратную площадь бетона въ сжатой части, т. е. вычитать изъ площади сѣченія работающаго бетона площадь, занятую сжатою арматурою.

Далѣе, $\sigma_b = \frac{M}{bh_1^2 \mu}$ и т. д.

2) Дано: h_1, b, A_1, A_2, h_2. Извѣстны качества бетона и желѣза (т. е. max σ_b и max σ_a). Найти наибольшій изгибающій моментъ M, который можетъ выдержать балка.

Опредѣливъ по предыдущему μ, найдемъ:

$$max.\, M = bh_1^2 \mu\, max.\, \sigma_b\,.$$

Въ случаѣ же, если

$$\sigma_a = n\, \frac{1-k_1}{k_1}\, \sigma_b$$

(гдѣ k_1 опредѣлено по p_1 и p_2 совершенно независимо отъ $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$) окажется болѣе допускаемаго max σ_a, то вмѣсто max σ_b слѣдуетъ принять

$$\sigma_b = \frac{k_1}{1-k_1}\, \frac{max.\, \sigma_a}{n}.$$

В. *Опредѣленіе сѣченія балки по заданнымъ внѣшнимъ силамъ* (по заданному M).

Въ этомъ случаѣ обыкновенно въ заданіи не указывается, слѣдуетъ ли принять двойную арматуру, или одиночную.

1-й случай. Высота балки h_1 задана.

1) Ширина балки b задана. Найти A_1 и A_2 (или, что то же, p_1 и p_2).

A_2 можетъ оказаться также равнымъ нулю.

Задаемся σ_a и σ_b. Отношеніе ихъ опредѣлитъ величину

$$k_1 = \frac{n}{n + \frac{\sigma_a}{\sigma_b}}$$

Опредѣляемъ требуемый удѣльный моментъ сопротивленія балки:

$$\mu = \frac{M}{bh_1^2\, \sigma_b}.$$

Для нахожденія p_1 и p_2, рѣшимъ совмѣстно уравненія (12) и (15):

$$\begin{cases} np_1(1-k_1) - np_2(k_1 - \lambda_1) = \frac{1}{2} k_1^2 \\ np_1(1-k_1)^2 + np_2(k_1 - \lambda_1)^2 = \frac{M}{bh_1^2 \sigma_b} k_1 - \frac{1}{3} k_1^2 = \mu k_1 - \frac{1}{3} k_1^2. \end{cases}$$

Умножаемъ первое уравненіе на $(k_1 - \lambda_1)$ и складываемъ со вторымъ:

$$np_1 (1 - k_1)(\underline{k_1} - \lambda_1 + 1 - \underline{k_1}) = \frac{1}{2} k_1^2 (k_1 - \lambda_1) + \mu k_1 - \frac{1}{3} k_1^3,$$

$$\underline{np_1 = \frac{k_1}{(1-k_1)(1-\lambda_1)}\left[\mu + \frac{k_1}{6}(k_1 - 3\lambda_1)\right]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

или иначе:

$$np_1 = \frac{k_1}{(1-k_1)(1-\lambda_1)}\left[\mu + \frac{k_1}{6} \frac{x - 3h_2}{h_1}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16')$$

Подобнымъ образомъ, умножая первое уравненіе на $(1 - k_1)$ и вычитая его изъ второго уравненія, получимъ:

$$np_2 (k_1 - \lambda_1)(\underline{k_1} - \lambda_1 + 1 - \underline{k_1}) = \mu k_1 - \frac{1}{3} k_1^3 + \frac{1}{2} k_1^2 (1 - k_1),$$

$$\underline{np_2 = \frac{k_1}{(k_1 - \lambda_1)(1 - \lambda_1)}\left[\mu + \frac{k_1}{6} (k - 3)_1\right]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

или иначе:

$$np_2 = \frac{k_1}{(k_1 - \lambda_1)(1 - \lambda_1)}\left[\mu + \frac{k_1}{6} \frac{x - 3h_1}{h_1}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17')$$

Величина np_1 всегда положительна, такъ какъ въ уравненіи (16^1)

$$k_1 > 0,$$
$$1 - k_1 > 0,$$
$$1 - \lambda_1 > 0,$$
$$\mu > 0,$$

x почти всегда больше, чѣмъ $3h_2$; если же, при неудачномъ помѣщеніи сжатой арматуры черезчуръ близко къ нейтральной оси сѣченія, x окажется меньше чѣмъ $3h_1$, то лишь на незначительную величину, такъ что сумма

$$\mu + \frac{k_1}{6} \frac{x - 3h_1}{h_1}$$

всегда положительна.

Напротивъ, въ выраженіи np_2 (см. ур. 17^1) величина

$$\frac{k_1}{6} \cdot \frac{x - 3h_1}{h_1}$$

всегда отрицательна (x всегда меньше h_1, и тѣмъ болѣе меньше $3h_1$), а потому и сумма

$$\mu + \frac{k_1}{6} \cdot \frac{x - 3h_1}{h_1}$$

легко можетъ быть отрицательною.

Величина np_2 обращается въ нуль, другими словами—площадь сжатой арматуры обращается въ нуль, при

$$\mu = \mu_1 = \frac{k_1}{6}(3 - k_1).$$

Такимъ образомъ, если по заданнымъ ширинѣ b и высотѣ h_1 сѣченія и изгибающему моменту M требуемый удѣльный моментъ сопротивленія сѣченія (при выбранномъ σ_b и выбранномъ $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$) *)

$$\mu = \frac{M}{bh_1^2 \sigma_b} \leqslant \frac{k_1(3 - k_1)}{6} = \mu_1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

гдѣ

$$k_1 = \frac{n}{n + \frac{\sigma_a}{\sigma_b}},$$

то достаточна одиночная (растянутая) арматура, и сжатая арматура излишня.

Наконецъ, при проектированіи балокъ съ двойною арматурою нерѣдко ставятъ требованіе, чтобы содержаніе сжатой арматуры не превышало содержанія вытянутой **), т. е. $p_2 \leqslant p_1$.

Эго условіе опредѣляетъ второе предѣльное значеніе $\mu = \mu_2$ для балокъ съ двойною арматурою, которое найдемъ, приравнявъ значенія p_1 и p_2 изъ уравненій (16) и (17).

$$\frac{k_1}{(1 - k_1)(1 - \lambda_1)}\left[\mu_2 + \frac{k_1}{6}(k_1 - 3\lambda_1)\right] = \frac{k_1}{(k_1 - \lambda_1)(1 - \lambda_1)}\left[\mu_2 + \frac{k_1}{6}(k_1 - 3)\right],$$

$$6\mu_2(k_1 - \lambda_1) + k_1(k_1 - 3\lambda_1)(k_1 - \lambda_1) = 6\mu_2(1 - k_1) +$$
$$+ k_1(k_1 - 3)(1 - k_1),$$

$$6\mu_2(k_1 - \lambda_1 - 1 + k_1) = k_1[4k_1 - 3 - k_1^2 - (k_1^2 + 3\lambda_1^2 - 4\lambda_1 k_1)],$$

$$6\mu_2(2k_1 - \lambda_1 - 1) = k_1[4(1 + \lambda_1)k_1 - 2k_1^2 - 3(1 + \lambda_1^2)],$$

$$\mu_2 = \frac{k_1}{6(2k_1 - \lambda_1 - 1)}[4(1 + \lambda_1)k_1 - 2k_1^2 - 3(1 + \lambda_1^2)] \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

*) См. примѣчаніе на стр. 14.

**) Это требованіе не имѣетъ подъ собою теоретическаго основанія, такъ какъ нерѣдко (въ балкахъ съ высокимъ удѣльнымъ моментомъ сопротивленія) требуемый удѣльный моментъ сопротивленія достигается съ меньшею затратою желѣза (съ меньшимъ $p_1 + p_2$) при $p_1 < p_2$.

Если примемъ $\lambda_1 = \frac{h_2}{h_1} = 0{,}1$, то μ_2 получитъ значенiе

$$\mu_2 = \frac{k_1}{12k_1 - 6{,}6}(4_1 4k_1 - 2k_1^2 - 3{,}03). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18')$$

Итакъ, если при заданныхъ b, h_1 и M и выбранныхъ σ_b и σ_a получимъ:

$$\mu = \frac{M}{bh_1^2 \sigma_b} \leqslant \mu_1,$$

то надо ставить одиночную арматуру; если же получимъ

$$\mu > \mu_2,$$

то заданные размѣры балки чрезмѣрно малы, и надо или увеличить ихъ, или же увеличить площадь сѣченiя вытянутой арматуры, т. е. уменьшить ея напряженiе σ_a, при чемъ измѣнятся отношенiе $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ и опредѣляемое имъ k_1, и затѣмъ слѣдуетъ повторить подсчетъ (найти μ_1 и μ_2) для новаго значенiя k_1.

2-я задача. Высота балки h_1 задана, ширина b не задана.

α) Если ширина b ничѣмъ не ограничена, то всегда можно подобрать такое значенiе ея, чтобы получилась балка съ одиночною арматурою (см. § 4, B, 3).

Задаемся σ_a и σ_b.

$$\mu = \frac{k_1(3 - k_1)}{6},$$

$$b = \frac{M}{h_1^2 \mu \sigma_b}.$$

β) Задаемся отношенiемъ $\frac{b}{h_1} = \alpha_1$;

$b = \alpha_1 h_1$, и задача сводится къ предыдущей задачѣ первой.

2-й случай. Высота балки не задана.

3) Ширина балки b задана.

Задаемся σ_a и σ_b; тогда опредѣлится:

$$k_1 = \frac{n}{n + \frac{\sigma_a}{\sigma_b}}.$$

Опредѣлимъ высоту балки, полагая, что она будетъ имѣть одиночную арматуру.

$$h_1 = \sqrt{\frac{M}{b}\frac{1}{\mu\sigma_b}}, \text{ гдѣ } \mu = \frac{k_1(3 - k_1)}{6}.$$

Если h_1 окажется при этомъ чрезмѣрно большимъ и недопустимымъ по условіямъ даннаго сооруженія, то задаемся предѣльною допускаемою высотою, и задача сводится къ задачѣ первой.

Отмѣтимъ, что при заданной ширинѣ b наименьшее значеніе высоты h_1 для выбраннаго k_1 (т. е. $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$) получится въ случаѣ двойной симметричной арматуры ($p_1 = p_2$) *), для которой удѣльный моментъ сопротивленія сѣченія μ_2 опредѣляется уравненіемъ (18).

4) Ни высота, ни ширина балки не заданы.

Задача тождественна съ соотвѣтствующею задачею для случая одиночной арматуры.

Такимъ образомъ мы видимъ, что единственнымъ случаемъ, когда примѣненіе сжатой арматуры можетъ оказаться неизбѣжнымъ (при выбранномъ $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$), является случай, когда высота и ширина балки заданы (или, что равносильно, ограничены).

§ 8. **Ребристыя покрытія**.

Мы принимали въ основаніе расчета желѣзо-бетонныхъ балокъ допущеніе, что бетонъ между нейтральною осью и вытянутымъ ребромъ сѣченія не работаетъ, служа лишь связью между желѣзною вытянутою арматурою и сжатымъ бетономъ, лежащимъ по другую сторону нейтральной оси **). Но для выполненія этой роли и для прикрѣпленія къ сжатому бетону каждаго отдѣльнаго стержня вытянутой арматуры вполнѣ достаточно того слоя бетона $FGHJ$ (фиг. 3), который находится непосредственно между этимъ стержнемъ и нейтральною осью и лишь нѣсколько превосходитъ стержень по ширинѣ. Этотъ излишекъ ширины долженъ быть такимъ, чтобы стержень арматуры былъ окруженъ слоемъ бетона не менѣе 1,5—2 см., для защиты желѣза отъ внѣшнихъ вліяній (атмосферныхъ и т. п.).

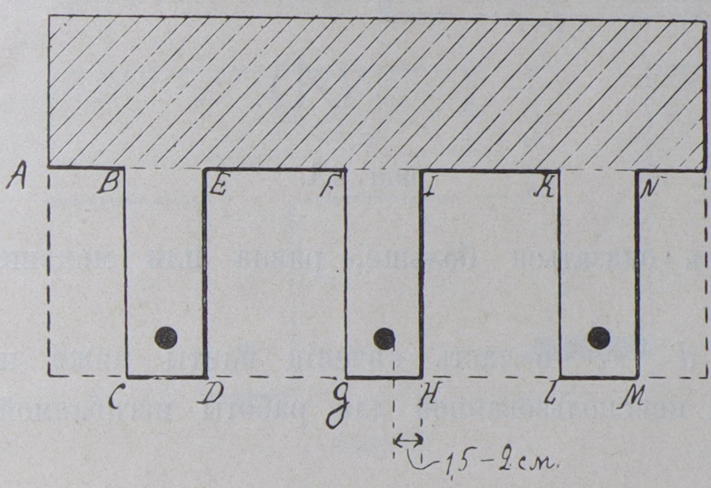
Части же сѣченія бетона $DEFG$, $HJKL$, лежащія между указанными слоями (ребрами) $BCDE$, $FGHJ$ оказываются ненужными для работы изгибаемой балки и могутъ быть отброшены. Такимъ образомъ получается такъ называемое „ребристое покрытіе"

*) При соблюденіи требованія, чтобы p_2 не превышало p_1.

**) Воспринятія бетономъ скалывающихъ усилій мы пока не разсматриваемъ.

ABCDEFGHJKLMNO, состоящее изъ плоской части (плиты, плоскаго перекрытія) *ABEF* . . . *O* толщиною d, и реберъ, причемъ плита и ребра работаютъ какъ одно цѣлое, такъ что приходящаяся на одно ребро часть плиты шириною b (см. фиг. 7) и это ребро при общей высотѣ плиты и ребра h, вполнѣ равносильны балкѣ прямоугольнаго сѣченія шириною b и вышиною h.

Если обозначимъ ширину ребра черезъ b_0, а толщину плиты d, то часть бетона съ сѣченіемъ $(b-b_0)$ $(h-d)$ составляетъ экономію, и вмѣстѣ съ тѣмъ собственный вѣсъ сооруженія уменьшается на вѣсъ этой части, а уменьшеніе мертваго вѣса ведетъ къ уменьшенію изгибающаго момента и, слѣд., позволяетъ уменьшить полезные размѣры балки.

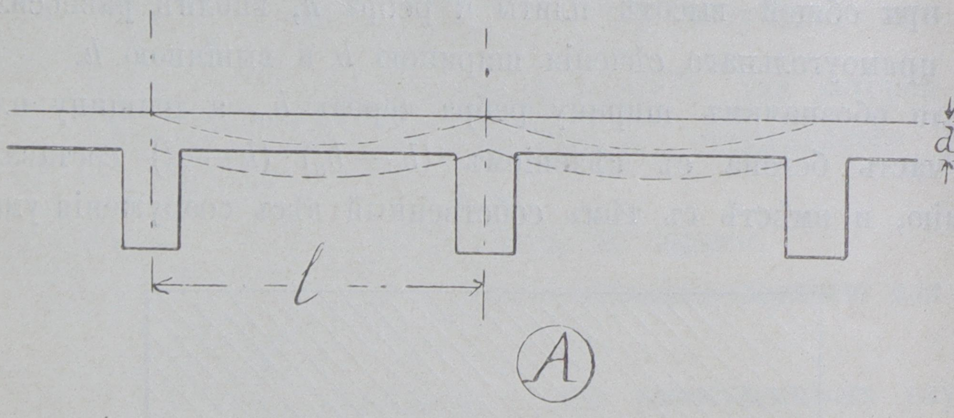


Фиг. 3.

Въ нашемъ разсужденіи мы предполагали пока, что толщина плиты d равна высотѣ сжатой части сѣченія балки, т. е. $d=x$. Однако, d можетъ и не равняться x, имѣя значенія или бо́льшія, или меньшія, чѣмъ x.

Въ самомъ дѣлѣ, если мы имѣемъ ребристое покрытіе съ пролетомъ реберъ L и съ разстояніемъ между осями реберъ l, то все это покрытіе работаетъ, какъ одна цѣлая балка съ пролетомъ L (фиг. 4B); но въ то же время плита въ промежуткѣ между сосѣдними ребрами стремится прогнуться, работая, какъ балка пролетомъ l (по фиг. 4A); толщина плиты d должна быть достаточна, чтобы выдержать нагрузку при работѣ на прогибъ между двумя ребрами (фиг. 4).

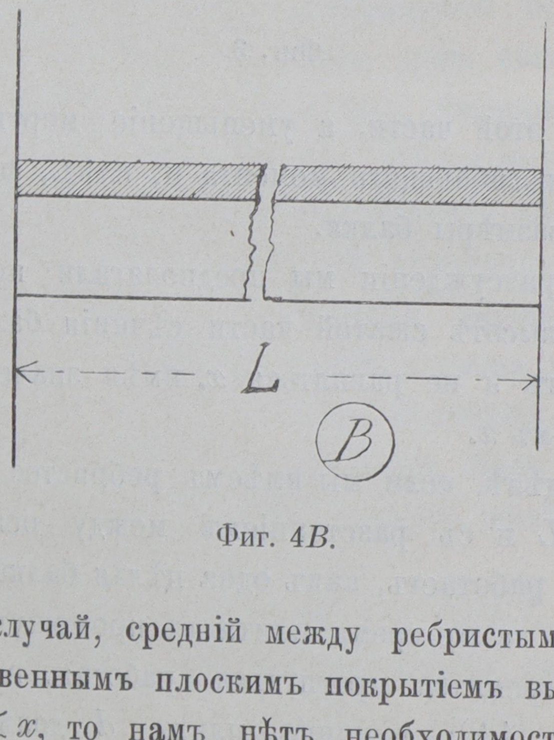
Такимъ образомъ, наименьшая толщина d, которую необходимо придать плитѣ, опредѣляется независимо отъ совмѣстной работы плиты и реберъ, и при послѣдующемъ расчетѣ ребристаго покрытія, какъ нераздѣльнаго цѣлаго, состоящаго изъ плиты и реберъ (съ пролетомъ L) (фиг. 4B), получаемая высота x сжатой



Фиг. 4*A*.

части можетъ оказаться больше, равна или меньше толщины плиты d.

1) Если $d > x$, то часть сѣченія плиты ниже нейтральной оси остается неиспользованной для работы изгибаемой ребристой



Фиг. 4*B*.

балки; имѣемъ случай, среднiй между ребристымъ покрытіемъ съ $d = x$ и обыкновеннымъ плоскимъ покрытіемъ высотою h (фиг. 5).

2) Если $d < x$, то намъ нѣтъ необходимости доводить толщину плиты до величины x; напротивъ того, бетонъ въ сжатой части сѣченія оказывается использованнымъ еще лучше, чѣмъ при $d = x$, такъ какъ среднее напряженіе сжатаго бетона равно

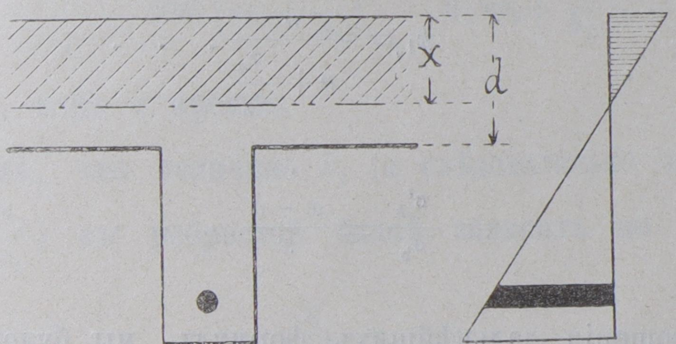
не $\frac{max\,\sigma_b}{2}$ (какъ въ прямоугольныхъ балкахъ и въ ребристыхъ съ $d \geqslant x$), но равно

$$\frac{max\,\sigma_b + \sigma'_b}{2},$$

гдѣ σ'_b — (напряженіе бетона у нижняго края плиты) больше нуля (фиг. 6).

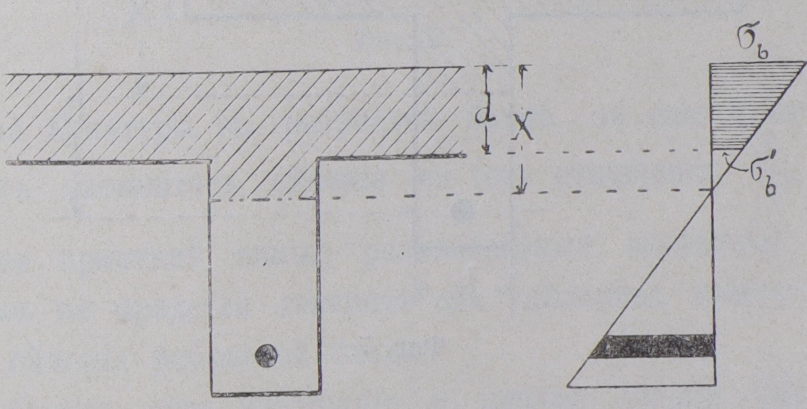
§ 9. Расчетъ ребристыхъ покрытій (фиг. 7).

Прежде, чѣмъ приступать къ выводу формулъ расчета, отмѣтимъ, что за расчетное поперечное сѣченіе ребристыхъ балокъ



Фиг. 5.

принимаются, кромѣ сѣченія ребра, части плиты по обѣ стороны оси ребра, шириною каждая часть въ $^3/_8$ разстоянія между осями реберъ, но не болѣе $^1/_6$ пролета ребра въ свѣту. Въ томъ



Фиг. 6.

случаѣ, если разстояніе между ребрами въ свѣту не превосходитъ полуторной ширины ребра, можно вводить въ расчетъ поперечное сѣченіе всей плиты, т. е. шириною равное разстоянію между осями смежныхъ реберъ.

Основныя формулы.

Если $d < x$ или $d = x$, то расчетъ ничѣмъ не отличается отъ расчета прямоугольной балки шириною b и полезною высотою h_1.

Поэтому достаточно вывести формулы только для случая $d < x$.

I. По прежнему имѣемъ:

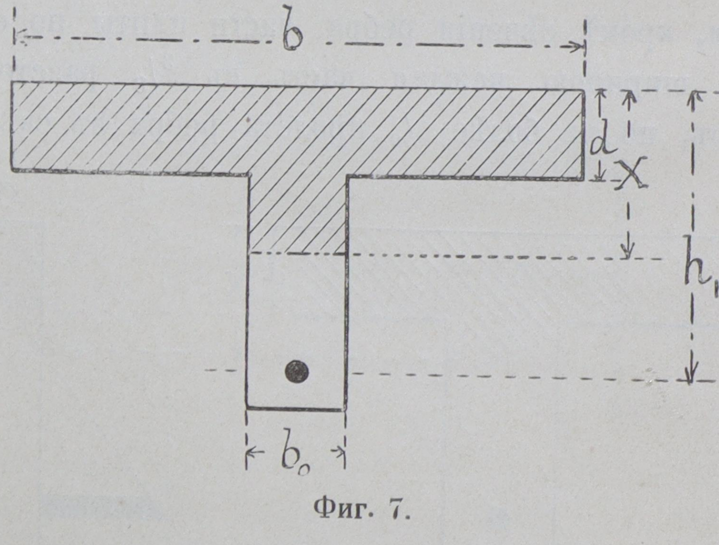
$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b} \; \frac{E_a}{E_b} = n \frac{h_1 - x}{x} = n \frac{1 - k_1}{k_1} \quad . \; . \; . \; . \quad (1)$$

$$k_1 = \frac{n}{n + \frac{\sigma_a}{\sigma_b}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Далѣе,

$$\frac{\sigma'_b}{\sigma_b} = \frac{x - d}{x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (19)$$

Для упрощенія дальнѣйшихъ формулъ, мы будемъ пренебрегать работою части ребра выше нейтральной оси (на сжатіе);



Фиг. 7.

такимъ упрощеніемъ мы вводимъ весьма малую ошибку, идущую въ запасъ прочности.

II. *Сумма сжимающихъ усилій равна суммѣ вытягивающихъ*

$$\frac{\sigma_b + \sigma'_b}{2} \, bd = A_1 \, \sigma_a .$$

Выражаемъ σ'_b и σ_a въ зависимости отъ σ_b:

$$\frac{\sigma_b}{2}\left(1+\frac{x-d}{x}\right)bd = A_1\, n\,\frac{h_1-x}{x}\sigma_b,$$

$$(2x-d)\,bd = 2A_1\, n\,(h_1-x),$$

$$2bdx + 2A_1\, nx = 2A_1\, nh_1 + bd^2,$$

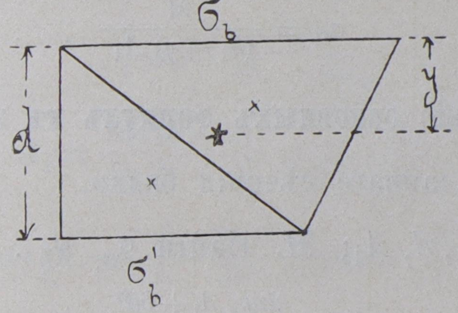
$$\underline{x = \frac{2n\,h_1\,A_1 + bd^2}{2\,(nA_1+bd)}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20)$$

или

$$k_1 = \frac{2np_1\,bh_1 + bh_1\left(\frac{d}{h_1}\right)^2}{2bh_1\left(np_1+\frac{d}{h_1}\right)} = \frac{2np_1 + \left(\frac{d}{h_1}\right)^2}{2\left(np_1+\frac{d}{h_1}\right)} \quad . \; . \; . \; . \quad (20')$$

гдѣ $p_1 = \frac{A_1}{bh_1}$, какъ и прежде.

Мы видимъ, что величина k_1 (а слѣдовательно и отношеніе напряженій $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$) въ ребристой балкѣ зависитъ не только отъ



Фиг. 8.

содержанія арматуры въ ребристой балкѣ, но еще и отъ геометрическихъ элементовъ сѣченія ея (отъ отношенія $\frac{d}{h_1}$, которое имѣетъ на практикѣ самыя разнообразныя величины). Въ виду этого намъ не придется говорить объ удѣльномъ моментѣ сопротивленія сѣченія ребристой балки.

Опредѣлимъ еще разстояніе y центра сжатія отъ сжатаго ребра сѣченія, равное разстоянію центра тяжести трапеціи, выражающей измѣненія напряженій въ сжатомъ бетонѣ (фиг. 8).

$$y = \frac{\sigma_b\,\frac{d}{2}\,\frac{1}{3}d + \sigma'_b\,\frac{d}{2}\,\frac{2}{3}d}{(\sigma_b+\sigma'_b)\,\frac{d}{2}} = \frac{d}{3}\,\frac{1+2\,\frac{x-d}{x}}{1+\frac{x-d}{x}} = \frac{d}{3}\cdot\frac{3x-2d}{2x-d} \quad . \; . \; . \quad (21)$$

Величина y получаетъ слѣдующія предѣльныя значенія въ ребристыхъ балкахъ съ нейтральною осью, не проходящею черезъ плиту:

a) для $x = d$, $y = \frac{d}{3}$;

b) для чрезвычайно большихъ значеній x по сравненію съ d, y стремится къ предѣлу:

$$y = \frac{d}{3} \frac{3 - \frac{2d}{x}}{2 - \frac{d}{x}} = \frac{d}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{d}{2}.$$

Разстояніе отъ центра сжатія до центра вытянутой арматуры:

$$h_0 = h_1 - y.$$

III. *Моментъ внѣшнихъ силъ равенъ моменту внутреннихъ усилій.*

$$M = \sigma_a A_1 (h_1 - y) = \frac{\sigma_b + \sigma'_b}{2} bd (h_1 - y)$$

$$A_1 = \frac{M}{(h_1 - y) \sigma_a}, \quad \ldots\ldots \quad (22)$$

или обратно.

$$\sigma_a = \frac{M}{(h_1 - y) A_1} \quad \ldots\ldots \quad (22')$$

§ 10. Примѣненіе основныхъ формулъ къ задачамъ.

А. Повѣрка заданнаго сѣченія балки.

1) Дано: b, h_1, d, A_1; M. Найти σ_a, σ_b.

$$x = \frac{2nh_1 A_1 + bd^2}{2(n A_1 + bd)},$$

$$y = \frac{d}{3} \cdot \frac{3x - 2d}{2x - d},$$

$$\sigma_a = \frac{M}{(h_1 - y) A_1},$$

$$\sigma_b = \frac{x}{h_1 - x} \cdot \frac{\sigma_a}{n}.$$

2) Дано: b, h_1, d, A_1. Найти max M.

По опредѣленіи x и y, находимъ:

$$\max. M = (h_1 - y) A_1 \max. \sigma_a$$

или

$$\max. M = (h_1 - y) A_1 \frac{n(h_1 - x)}{x} \max. \sigma_b,$$

и принимаемъ меньше изъ полученныхъ двухъ значеній max M.

В. Опредѣленіе сѣченія балки по заданнымъ внѣшнимъ силамъ (по заданному M).

Задаемся (по примѣру существующихъ сооруженій, сходныхъ съ проектируемымъ) разстояніемъ между осями реберъ l, и опредѣляемъ толщину плиты d (разсматривая плиту, какъ балку пролетомъ l, опирающуюся на ребра).

Опредѣляемъ далѣе, согласно вышеприведенныхъ указаній, ширину b части плиты, участвующей въ работѣ элемента ребристаго покрытія, приходящагося на одно ребро.

Зная наибольшій моментъ M, изгибающій разсматриваемую элементарную (тавровую) балку ребристаго покрытія, переходимъ къ расчету этой балки.

Задаемся σ_a и σ_b.

Высоту балки h_1 опредѣлимъ совмѣстнымъ рѣшеніемъ уравненій (20) и (22):

$$\left\{\begin{aligned} x &= \frac{2nh_1 A_1 + bd^2}{2(nA_1 + bd)} \\ A_1 &= \frac{M}{(h_1 - y)\sigma_a} \end{aligned}\right.$$

$$A_1 = \frac{bd(2x-d)}{2n(h_1-x)} = \frac{M}{(h_1-y)\sigma_a},$$

$$d(2x-d)\left(h - \frac{d}{3}\cdot\frac{3x-2d}{2x-d}\right)\sigma_a = \frac{M}{b}\,2n(h_1 - x).$$

Подставимъ $x = k_1\ h_1$:

$$d(2k_1 h_1 - d)\left(h_1 - \frac{d}{3}\cdot\frac{3k_1 h_1 - 2d}{2k_1 h_1 - d}\right)\sigma_a = \frac{M}{b}\,2n(h_1 - k_1 h_1),$$

$$\frac{2n\,M}{\sigma_a\,db} h_1(1-k_1)\,3 = 6k_1 h_1{}^2 - 3dh_1 - 3dk_1 h_1 + 2d^2 =$$

$$= 6k_1 h_1{}^2 - 3d(k_1+1)h_1 + 2d^2$$

$$6k_1 h_1{}^2 - \left[3d(k_1+1) + \frac{6n}{d}(1-k_1)\frac{M}{b\sigma_a}\right]h_1 + 2d^2 = 0. \quad (23)$$

Напримѣръ, для $\dfrac{\sigma_a}{\sigma_b} = 25$, $k_1 = \dfrac{15}{40} = \dfrac{3}{8}$, и уравненіе (23) приметъ видъ:

$$18\,h_1{}^2 - \left[30\,\frac{n}{d}\,\frac{M}{b\sigma_a} + 33d\right]h_1 + 16\,d^2 = 0.$$

Уравненіе это проще рѣшать по подстановкѣ въ него численныхъ значеній входящихъ въ него величинъ.

Задавшись опредѣленными значеніями отношенія $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ и σ_a, можно вычислить высоты балокъ h_1 въ функціи отъ $\frac{M}{b}$ и d и представить ихъ на діаграмѣ (фиг. 9) *); по оси абсциссъ откладываемъ значенія h_1, по оси ординатъ значенія $\frac{M}{b}$; разнымъ значеніямъ d соотвѣтствуютъ разныя кривыя.

Формулъ для расчета ребристыхъ покрытій съ двойною арматурою мы выводить не будемъ.

§ 11. Расчетъ изгибаемыхъ конструкцій при допущеніи работы бетона на растяженіе.

Если, по свойству сооруженій, представляется недопустимымъ образованіе трещинъ въ бетонѣ отъ дѣйствія нагрузки (напримѣръ, въ сооруженіяхъ или частяхъ ихъ, подверженныхъ дѣйствію сырости, дыма, газовъ и другихъ вредныхъ вліяній), то въ такихъ случаяхъ „Нормы для расчета желѣзо-бетонныхъ сооруженій", издаваемыя правительственными учрежденіями разныхъ государствъ, всѣ предписываютъ провѣрять расчетомъ наибольшія напряженія въ области вытянутой части бетона **).

При этомъ расчетѣ, модуль E'_b упругости бетона при растяженіи принимается равнымъ:

1) по „Прусскимъ Нормамъ для расчета желѣзо-бетонныхъ сооруженій" — $E'_b = E_b = 140.000$;

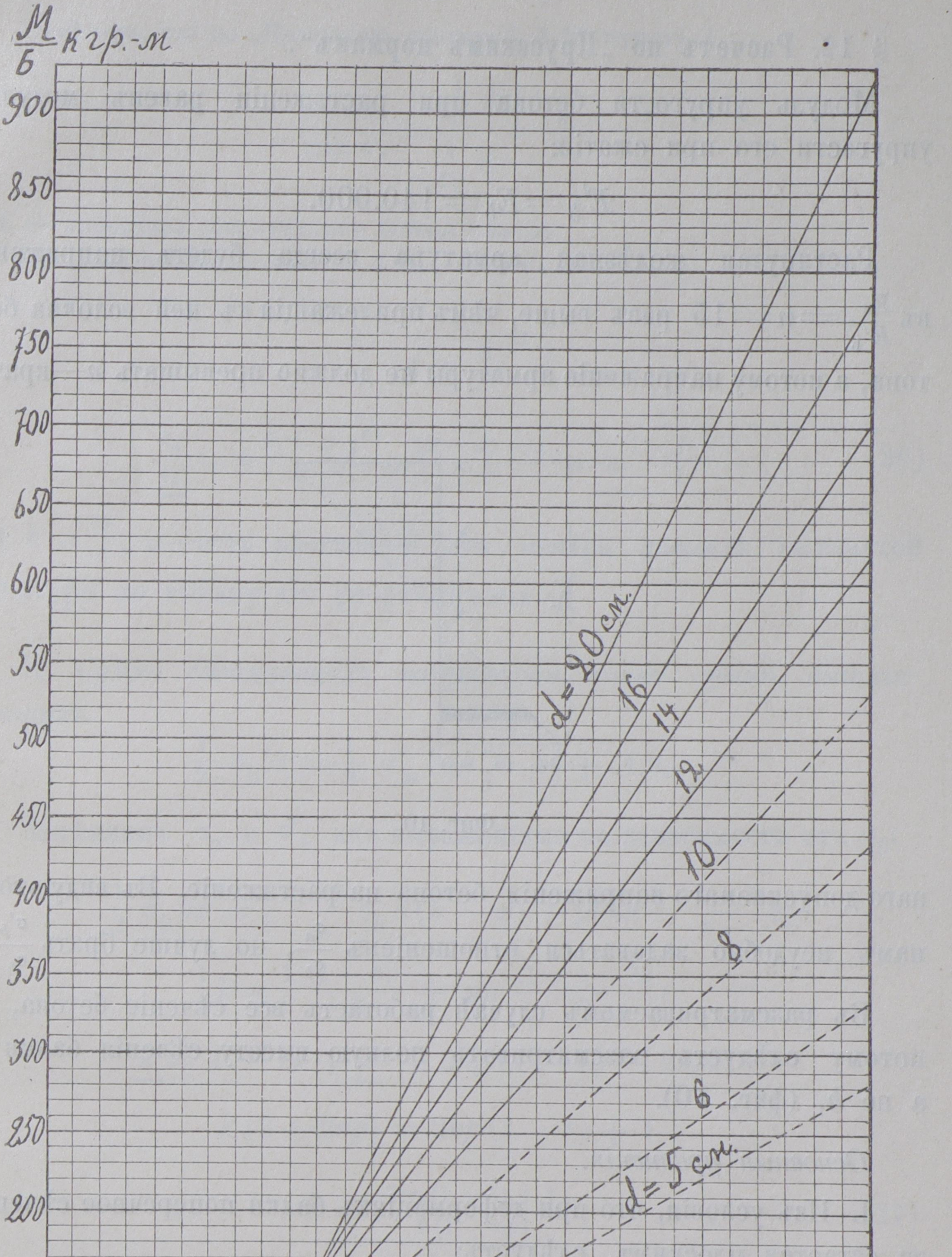
2) по „Техническимъ условіямъ для желѣзо-бетонныхъ сооруженій", установленнымъ въ Россіи приказомъ Министра Путей Сообщенія 2 марта 1911 г. — $E'_b = 56.000$ (между тѣмъ какъ $E_b = 140.000$).

Въ виду указаннаго различія, какъ пріемы расчета, такъ и результаты его, при допущеніи работы бетона на растяженіе, существенно различаются при соблюденіи тѣхъ или другихъ „Нормъ".

---

*) Mörsch. Eisenbetonbau.

**) Такимъ образомъ, въ этихъ случаяхъ изъ трехъ основныхъ допущеній § 2-го остаются въ силѣ только первое и второе.



$\frac{M}{b}$ кгр.-м
900
850
800
750
700
650
600
550
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
d=20 см.
16
14
12
10
8
6
d=5 см.
h_1= 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 см.

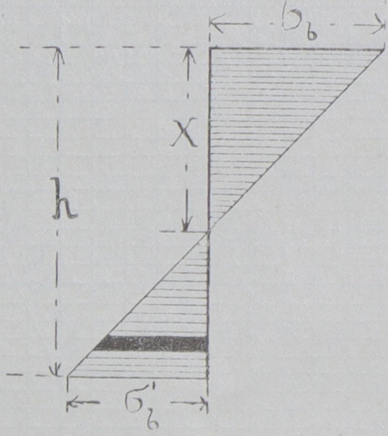
Фиг. 9.

§ 12. Расчетъ по „Прусскимъ нормамъ“.

Модуль упругости бетона при растяженіи равенъ модулю упругости его при сжатіи:

$$E'_b = E_b = 140.000.$$

Растянутая желѣзная арматура всегда будетъ напряжена въ $\frac{E_a}{E'_b} = n = 15$ разъ выше, чѣмъ прилежащія къ ней волокна бетона, а потому напряженіе арматуры не должно превышать n—крат-



Фиг. 10.

наго допускаемаго напряженія бетона на растяженіе. Въ виду этого намъ неудобно задаваться отношеніемъ $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$, но лучше брать $\frac{\sigma'_b}{\sigma_b}$.

Въ разсматриваемомъ случаѣ работаетъ все сѣченіе бетона, а потому слѣдуетъ разсматривать полную высоту сѣченія балки h а не h_1 (фиг. 10).

Основныя уравненія.

I. Изъ условія, что при деформаціяхъ балки поперечное сѣченіе ея остается плоскимъ, слѣдуетъ:

$$\frac{x}{h-x} = \frac{\sigma_b}{\sigma'_b}$$

Отсюда

$$\underline{\sigma'_b = \frac{1-k}{k}\sigma_b} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

$$\underline{k = \frac{1}{1+\frac{\sigma'_b}{\sigma_b}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Отмѣтимъ, что по „Прусскимъ нормамъ“, § 16, пунктъ 1

$$\frac{\max.\ \sigma_b}{\max.\ \sigma'_b} = \frac{\frac{1}{6}S}{\frac{1}{10}S} = \frac{5}{3},$$

гдѣ S—временное сопротивленіе бетона сжатію.

При допущеніи $\sigma_b = \max.\ \sigma'_b$ и $\sigma_b = \max.\ \sigma'_b$,

$$k = \frac{1}{1+\frac{3}{5}} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = n\frac{h_1 - x}{x} = n\frac{(h-a)-x}{x} = n\frac{1-\lambda-k}{k} \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

гдѣ $\lambda = \frac{a}{h}$, a—есть разстояніе отъ центра тяжести вытянутой арматуры до вытянутаго ребра сѣченія.

II. *Сумма сжимающихъ напряженій равна суммѣ вытягивающихъ.*

$$\frac{1}{2}\sigma_b bx = \frac{1}{2}\sigma'_b b(h-x) + A_1\sigma_a.$$

Замѣняемъ σ_a и σ'_b ихъ выраженіями въ зависимисти отъ σ_b:

$$\frac{1}{2}\sigma_b bx = \frac{1}{2}\frac{1-k}{k}\sigma_b b(h-x) + pbhn\frac{1-\lambda-k}{k}\sigma_b,$$

$$\frac{1}{2}k = \frac{1}{2}\frac{(1-k)^2}{k} + np\frac{(1-\lambda-k)}{k},$$

$$k^2 = 1 - 2k + k^2 + 2np(1-\lambda) - 2npk,$$

$$k(2+2np) = 2np(1-\lambda) + 1$$

$$k = \frac{2np(1-\lambda)+1}{2(1+np)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

$$p = \frac{2k-1}{2n(1-\lambda-k)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27')$$

III. *Моментъ внѣшнихъ силъ равенъ моменту внутреннихъ усилій.*

Возьмемъ моменты относительно центра сжатія:

$$M = \frac{1}{2}\sigma'_b b(h-x)\left(h - \frac{x}{3} - \frac{h-x}{3}\right) + A_1\sigma_a\left(h - \frac{x}{3} - a\right).$$

Выражаемъ σ'_b и σ_a черезъ σ_b, и A_1 черезъ p:

$$M = \frac{1}{2}\sigma_b \frac{1-k}{k}\, bh^2\, \frac{2}{3}(1-k) + npbh^2 \sigma_b \frac{1-\lambda-k}{k}\left(1 - \frac{k}{3} - \lambda\right),$$

$$\mu = \frac{M}{bh^2\sigma_b} = \frac{1}{3}\,\frac{(1-k)^2}{k} + np\,\frac{(1-k-\lambda)\,(3-k-3\lambda)}{3k} \quad . \; . \; (28)$$

Иначе,

$$bh^2\mu = \frac{J}{x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (29)$$

гдѣ при опредѣленіи момента инерціи сѣченія J слѣдуетъ брать все сѣченіе бетона (по обѣ стороны нейтральной оси)

$$J = \frac{bx^3}{3} + \frac{b\,(h-x)^3}{3} + nA_1\,(h-x-a)^2 \quad . \; . \; . \; . \; (30)$$

$$\text{При } \frac{\sigma'_b}{\sigma_b} = \frac{\max.\,\sigma'_b}{\max.\,\sigma_b} = \frac{3}{5}:$$

$$k = \frac{5}{8},\; p = \frac{\frac{10}{8} - 1}{30\left(1 - \frac{5}{8} - \lambda\right)} = \frac{1}{15\,(3-8\lambda)}$$

Для

$$\lambda = 0{,}1,\; p = \frac{1}{33} = 0{,}03,\; \mu = \backsim 0{,}212$$

т. е. содержаніе вытянутой арматуры равно 3% отъ полнаго сѣченія балки.

Такимъ образомъ, только при 3% содержаніи вытянутой арматуры вытянутая часть сѣченія балки будетъ въ состояніи воспринять такія же усилія, какъ сжатая часть сѣченія. При меньшемъ содержаніи арматуры нельзя использовать полностью сопротивленіе бетона сжатію, не вызывая перенапряженія вытянутаго бетона.

Въ виду сказаннаго, усиленіе сжатой части бетона арматурою (т. е. устройство балокъ съ двойною арматурою) въ данномъ случаѣ нераціонально, такъ какъ мы не можемъ использовать даже неусиленнаго сжатаго сѣченія бетона безъ чрезмѣрнаго усиленія арматурою вытянутой части сѣченія.

Ребристыя покрытія также неумѣстны.

Примѣненіе основныхъ формулъ къ задачамъ.

I. *Повѣрка заданнаго сѣченія балки.*

При повѣркѣ могутъ встрѣтиться балки какъ съ одиночною арматурою, такъ и съ двойною или ребристыя.

Ходъ расчета при одиночной арматурѣ:

$$p = \frac{A_1}{bh},$$

$$k = \frac{2np(1-\lambda)+1}{2(1+np)}.$$

$\sigma_b = \frac{M}{bh^2\mu}$, гдѣ μ опредѣляется по ур. (28) или по ур. (29) и (30).

$$\sigma'_b = \frac{1-k}{k}\sigma_b.$$

Для *балокъ съ двойною арматурою* и *ребристыхъ* формулы выводятся аналогично съ предыдущимъ.

II. *Проектированiе балокъ по заданному изгибающему моменту* M. Выбираемъ σ_b и σ'_b.

$$k = \frac{1}{1+\frac{\sigma'_b}{\sigma_b}},$$

$$p = \frac{2k-1}{2n(1-\lambda-k)},$$

гдѣ λ можемъ приближенно принять равнымъ 0,1

Далѣе опредѣлится μ по уравненiю (28).

Наконецъ, изъ уравненiя

$$\frac{M}{bh^2\sigma_b} = \mu$$

найдемъ h, подставляя для b или извѣстное значенiе b (если ширина балки дана), или же $b = \alpha h$, гдѣ отношенiемъ $\alpha = \frac{b}{h}$ мы задаемся ($\alpha = 0{,}3 - 0{,}7$).

§ 13. Расчетъ по Техническимъ Условiямъ Министерства Путей Сообщенiя.

Согласно пункта 9 „Инструкцiи *А* къ нормамъ для расчета прочности желѣзо-бетонныхъ сооруженiй“ (Приказъ 2 марта 1911 г. № 51), въ тѣхъ случаяхъ, когда при расчетѣ на изгибъ принимается во вниманiе растяженiе бетона, слѣдуетъ принимать модуль упругости бетона на сжатiе $E_b = 140.000$ кгр. на кв. см., и на растяженiе $E'_b = 56.000$ кгр. на кв. см.

Отношеніе

$$\frac{E_b}{E'_b} = m = 2{,}5$$

Основныя формулы (фиг. 11).

I. *Сѣченіе балки остается плоскимъ.*

$$\sigma_b = \varepsilon_b E_b,$$

$$\sigma'_b = \varepsilon'_b E'_b,$$

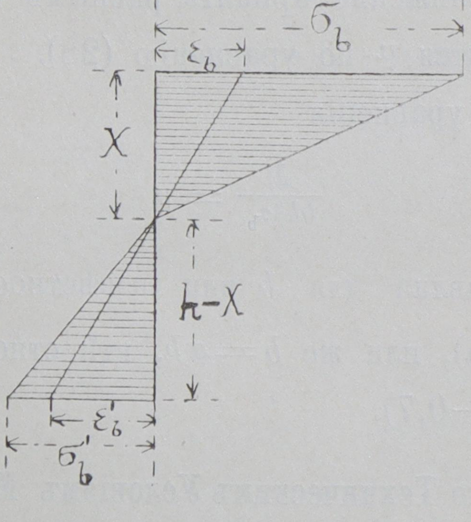
$$\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon'_b} = \frac{x}{h-x},$$

$$\frac{\sigma_b}{\sigma'_b} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon'_b}\frac{E_b}{E'_b} = \frac{x}{h-x} m,$$

$$\underline{\sigma'_b = \frac{1}{m} \cdot \frac{1-k}{k}\sigma_b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

$$\underline{k = \frac{1}{1 + m\dfrac{\sigma'_b}{\sigma_b}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = n\frac{h_1 - x}{x} = n\frac{h-a-x}{x} = n\frac{1-\lambda-k}{k} \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$



Фиг. 11.

Отмѣтимъ, что отношеніе напряженія растянутой арматуры къ напряженію прилежащихъ къ ней волоконъ бетона равно отношенію ихъ модулей упругости, т. е.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_b} = \frac{\varepsilon_a E_a}{\varepsilon'_b E'_b} = \frac{E_a}{E'_b} = \frac{E_a}{E_b}\cdot\frac{E_b}{E'_b} = nm.$$

По нормамъ М. П. С., $n = 15$; $m = 2{,}5$; $nm = 37{,}5$.

Слѣдовательно, напряженіе вытянутой арматуры всегда должно оставаться менѣе $37{,}5 \cdot \sigma'_b$.

II. *Сумма сжимающихъ усилій равна сумма растягивающихъ.*

$$\frac{1}{2}\sigma_b bx = \frac{1}{2}\sigma'_b b(h-x) + A_1\sigma_a,$$

$$\frac{1}{2}\sigma_b bx = \frac{1}{2}\,\frac{1-k}{k}\cdot\frac{1}{m}\sigma_b b(h-x) + pbhn\,\frac{1-\lambda-k}{k}\sigma_b,$$

$$\frac{1}{2}k = \frac{1}{2m}\,\frac{(1-k)^2}{k} + np\,\frac{(1-\lambda-k)}{k},$$

$$mk^2 = 1 - 2k + k^2 + 2m\,np\,(1-\lambda-k),$$

$$(m-1)k^2 + 2(mnp+1)k - 2mnp(1-\lambda) - 1 = 0.$$

Отсюда опредѣляется k или p:

$$\underline{k = \frac{mnp+1}{1-m} + \sqrt{\left(\frac{mnp+1}{m-1}\right)^2 + \frac{2mnp(1-\lambda)+1}{m-1}}} \quad . \quad . \quad (33)$$

$$\underline{p = \frac{mk^2 - 1 - k^2 + 2k}{2mn(1-\lambda-k)} = \frac{(m-1)k^2 + 2k - 1}{2mn(1-\lambda-k)}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Для $m = 2{,}5$; $n = 15$; $\lambda = 0{,}1$ уравненія (33) и (34) принимаютъ видъ:

$$k = -0{,}66 - 25p + \sqrt{625p^2 + 78p + 1{,}1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33')$$

$$p = \frac{1{,}5k^2 + 2k - 1}{75(0{,}9-k)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34')$$

III. *Моментъ внѣшнихъ силъ равенъ моменту внутреннихъ усилій.*

Возьмемъ моменты относительно центра сжатія:

$$M = \frac{1}{2}\sigma'_b b(h-x)\left(h - \frac{x}{3} - \frac{h-x}{3}\right) + A_1\sigma_a\left(h - \frac{x}{3} - a\right),$$

$$M = \frac{1}{2m}\sigma_b\frac{1-k}{k}bh^2\frac{2}{3}(1-k) + np\,bh^2\sigma_b\frac{1-\lambda-k}{k}\left(1 - \frac{k}{3} - \lambda\right),$$

$$\underline{\mu = \frac{M}{bh^2\sigma_b} = \frac{1}{3m}\,\frac{(1-k)^2}{k} + np\,\frac{(1-k-\lambda)(3-k-3\lambda)}{3k}} \quad . \quad . \quad (35)$$

Иначе

$$bh^2\mu = \frac{J}{x}$$

гдѣ

$$\underline{J = \frac{bx^3}{3} + \frac{1}{m}\,\frac{b(h-x)^3}{3} + nA_1(h-x-a)^2} \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

По Нормамъ Министерства Путей Сообщенія допускается при изгибѣ:

$$\max.\, \sigma_b = \frac{1}{4{,}5} S,$$

$$\max.\, \sigma'_b = \frac{1}{10} S,$$

гдѣ S—временное сопротивленіе бетона сжатію.

Слѣд.,

$$\frac{\max.\, \sigma'_b}{\max.\, \sigma_b} = \frac{4{,}5}{10} = 0{,}45.$$

Если примемъ $\sigma'_b = \max.\, \sigma'_b$ и $\sigma_b = \max.\, \sigma_b$, т. е: используемъ полностью сопротивленіе бетона какъ сжатію, такъ и растяженію, то

$$k = \frac{1}{1 + 2{,}5 \times 0{,}45} = 0{,}47,$$

$$p = \infty\, 0{,}01,$$

$$\mu = \infty\, 0{,}172.$$

При содержаніи вытянутой арматуры, превышающемъ 1% отъ полнаго сѣченія балки, нельзя доводить σ'_b до наибольшаго допускаемаго значенія $\max.\, \sigma'_b$, во избѣжаніе перенапряженія сжатаго бетона.

Такимъ образомъ, при расчетѣ по нормамъ М. П. С., въ противоположность Прусскимъ нормамъ, сжатая часть балки, при общепринятомъ содержаніи арматуры $(0{,}8 - 2\%)$, оказывается слабѣе, чѣмъ вытянутая, а потому примѣненіе двойной арматуры является умѣстнымъ.

Формулъ для расчета балокъ съ двойною арматурою и ребристыхъ мы выводить не будемъ; онѣ выводятся аналогично предыдущимъ.

Примѣненіе основныхъ формулъ къ задачамъ.

I. *Повѣрка заданнаго сѣченія балки.*

$$p = \frac{A_1}{bh}.$$

По уравненію (33) опредѣлимъ k

Далѣе, σ_b опредѣлится изъ уравненія

$$\sigma_b = \frac{M}{bh^2\mu},$$

гдѣ μ найдемъ изъ ур. (35) или (36),

$$\sigma'_b = \frac{1}{m} \frac{1-k}{k} \sigma_b,$$

$$\sigma_a = n \frac{1-\lambda-k}{k} \sigma_b.$$

II. *Опредѣленіе сѣченія балки по заданному изгибающему моменту M.*

Выберемъ σ_b и σ'_b, тогда

$$k = \frac{1}{1 + m\frac{\sigma'_b}{\sigma_b}}.$$

Зная k, опредѣлимъ p по уравненію (34) и затѣмъ μ по уравненію (35).

Для нахожденія h пользуемся уравненіемъ

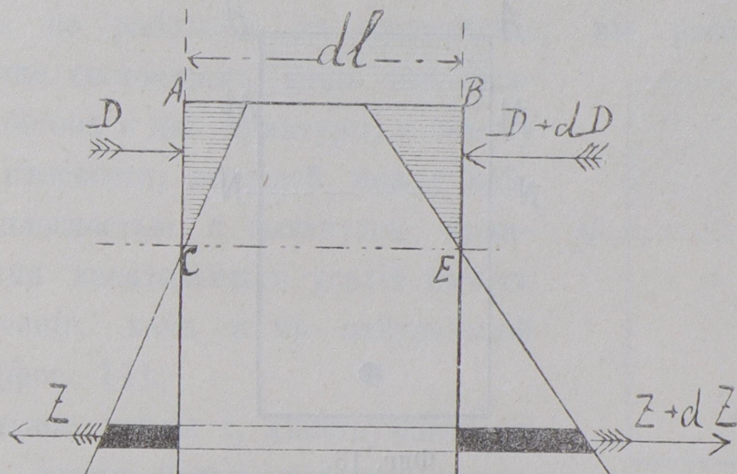
$$h^2 = \frac{M}{b\sigma_b\,\mu},$$

гдѣ b или задано, или принимается равнымъ αh (отношеніемъ α задаемся).

§ 14. Расчетъ поперечныхъ связей и повѣрка скалывающихъ усилій.

Опредѣленіе скалывающихъ усилій (фиг. 12).

Измѣненіе величины изгибающаго момента на длинѣ dl балки



Фиг. 12.

вызываетъ соотвѣтственныя измѣненія внутреннихъ усилій D на dD и Z на dZ.

Для равновѣсія вырѣзаннаго сжатаго элемента балки $ABEC$ длиною dl, сѣченіе котораго ограничено сжатымъ ребромъ и нейтральною осью, подъ дѣйствіемъ силъ D и $D + dD$, необходимо присутствіе въ плоскости нейтральнаго слоя касательныхъ усилій; равнодѣйствующая этихъ усилій dT должна удовлетворять равенству

$$D + dT = D + dD,$$

$$\text{т. е. } dT = dD.$$

Величина касательныхъ усилій на 1 единицѣ длины балки равна:

$$\tau = \frac{dT}{dl} = \frac{dD}{dl}.$$

Но равнодѣйствующая сжимающихъ усилій въ сѣченіи балки D, при изгибающемъ моментѣ внѣшнихъ силъ M и разстояніи между центрами сжатія и растяженія въ сѣченіи h_0, равна

$$D = \frac{M}{h_0}.$$

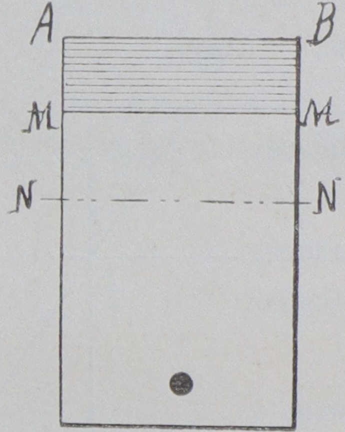
Отсюда

$$\underline{\tau = \frac{dD}{dl} = \frac{d\,\frac{M}{h_0}}{dl}} \quad \ldots\ldots\ldots (37)$$

или при постоянномъ значеніи h_0,

$$\tau = \frac{1}{h_0}\,\frac{dM}{dl}.$$

Такъ какъ $\frac{dM}{dl} = V$, гдѣ V есть перерѣзывающая сила въ



Фиг. 13.

томъ же сѣченіи балки, въ которомъ изгибающій моментъ равенъ M, то

$$\underline{\tau = \frac{V}{h_0}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (38)$$

Какъ извѣстно изъ статики сооруженій, въ плоскости MM, (фиг. 13), расположенной на любомъ разстояніи отъ нейтральной оси, дѣйствуетъ скалывающее усиліе на 1 единицѣ длины балки

$$\tau_M = \frac{VS_M}{J},$$

гдѣ S_M — статическій моментъ (относительно нейтральной оси) части сѣченія балки $MMBA$ отъ разсматриваемой плоскости MM до ближайшаго ребра сѣченія, а J—моментъ инерціи всего сѣченія балки. $Max.\ \tau$ имѣетъ мѣсто для той же плоскости, какъ и $max.\ S = S_0$, т. е. для нейтральной плоскости.

Отношеніе $\frac{J}{S_0}$ выражаетъ разстояніе между центрами растяженія и сжатія; напримѣръ, для балки прямоугольнаго сѣченія изъ однороднаго матеріала:

$$S_0 = \frac{bx^2}{2} = \frac{b\left(\frac{h}{2}\right)^2}{2} = \frac{bh^2}{8},$$

$$J = \frac{bh^3}{12},$$

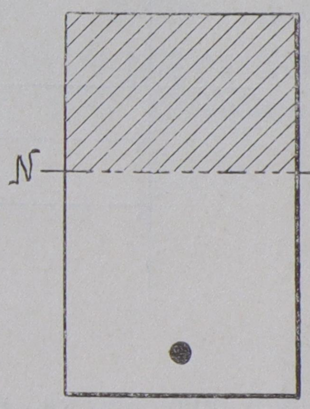
$$\frac{J}{S_0} = \frac{h \cdot 8}{12} = \frac{2}{3}\,h.$$

Для желѣзо-бетонной балки можно было бы вычислить:

$$S_0 = \frac{bx^2}{2},$$

$J = \frac{1}{3}bx^3 + nA_1\left(h_1 - \frac{x}{3}\right)$ (въ случаѣ одиночной арматуры) и т. п. и соотвѣтственно преобразовать $\frac{J}{S_0}$; но въ этомъ не представляется необходимости.

Замѣтимъ, что въ желѣзо-бетонныхъ балкахъ при допущеніи, что бетонъ не работаетъ на растяженіе, мы разсматриваемъ сѣченіе балки состоящимъ лишь изъ сжатой части бетона и изъ арматуры, и потому въ любой плоскости, лежащей между нейтральною плоскостью и вытянутою арматурою, сумма касательныхъ усилій имѣетъ то же значеніе, какъ и въ нейтральной плоскости (фиг. 14).



Фиг. 14.

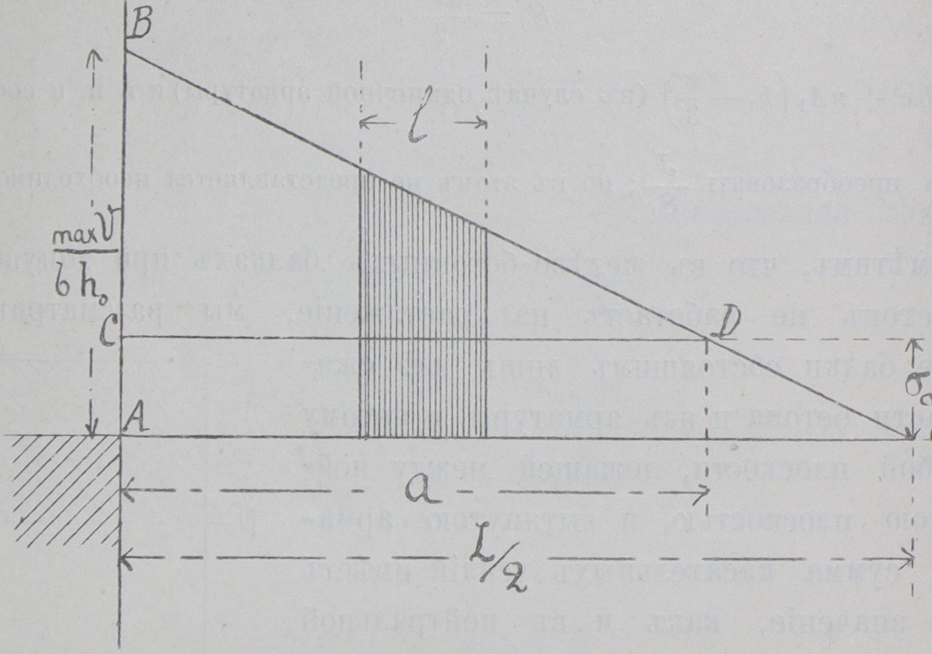
Касательное усиліе τ, дѣйствующее на 1 единицѣ длины балки, воспринимается площадью сѣченія матеріала балки $\omega = b \cdot 1$, гдѣ b — ширина сѣченія балки; въ ребристыхъ балкахъ слѣдуетъ принимать въ расчетъ ширину ребра b_0 (а не ширину плиты).

Величина касательнаго усилія τ измѣняется по длинѣ балки пропорціонально измѣненіямъ перерѣзывающей силы V, и въ балкѣ, свободно лежащей на двухъ опорахъ, принимаетъ наибольшее значеніе у опоръ, а наименьшее (въ случаѣ равномѣрной нагрузки) посрединѣ пролета балки.

При постоянной ширинѣ балки b, напряженія $\sigma = \frac{\tau}{b \cdot 1}$ также пропорціональны V.

Если мы возьмемъ діаграмму перерѣзывающихъ усилій (ф. 15) и уменьшимъ ординаты ея въ bh_0 разъ, то получимъ діаграмму скалывающихъ напряженій. Ординаты этой діаграммы выражаютъ скалывающія усилія въ части балки, равной по ширинѣ 1 единицѣ и по длинѣ также 1 единицѣ. Слѣд., на любомъ участкѣ балки длиною l сумма скалывающихъ усилій выражается площадью соотвѣтственнаго участка діаграммы, умноженною на ширину балки b.

Скалывающія усилія воспринимаются прежде всего самимъ бетономъ; допускаемое напряженіе бетона на скалываніе $\sigma_0 =$



Фиг. 15.

$= 4{,}5$ кгр. на кв. см. На тѣхъ участкахъ балки, гдѣ скалывающія напряженія (выражаемыя ординатами діаграммы) не превышаютъ σ_0, эти напряженія воспринимаются цѣликомъ бетономъ, и никакихъ иныхъ мѣръ для воспринятія ихъ не требуется. Эти участки легко опредѣлить по діаграммѣ, проведя прямую CD, параллельную оси абсциссъ, на разстояніи σ_0 отъ нея.

На участкѣ же CD балки, на которомъ напряженія превышаютъ σ_0, требуется воспринять излишекъ напряженій (сверхъ σ_0), т. е. напряженія, выражаемыя ординатами отъ прямой CD до BD; для этого примѣняются поперечныя желѣзныя связи (бугеля), работающія на перерѣзываніе.

Мы могли бы ставить поперечныя связи на одинаковыхъ разстояніяхъ одну отъ другой, и тогда площадь сѣченія каждой связи ω опредѣлилась бы изъ равенства

$$\omega = \frac{\left(\frac{V_m}{bh_0} - \sigma_0\right) bl}{R},$$

гдѣ l — длина того участка балки, касательныя усилія съ котораго воспринимаются расчитываемою связью,

V_m — среднее значеніе перерѣзывающей силы на этомъ участкѣ,

b — ширина сѣченія балки,

R — допускаемое напряженіе желѣза на перерѣзываніе.

При одинаковыхъ разстояніяхъ между связями, т. е. одинаковыхъ l, въ виду того, что V_m измѣняется для разныхъ участковъ балки, сѣченія связей получились бы различными.

По конструктивнымъ соображеніямъ удобнѣе брать связи одинаковаго сѣченія, измѣняя разстоянія между ними.

Выбравъ сѣченіе каждой связи ω и зная допускаемое напряженіе R, опредѣляютъ сначала общее число связей на половинѣ пролета балки. Сумма касательныхъ усилій, которыя должны быть восприняты всѣми связями, выражается произведеніемъ ширины балки b на площадь треугольника CDB діаграммы напряженій

$$\Delta CDB = \left(\frac{\max. V}{bh_0} - \sigma_0\right) \cdot \frac{a}{2},$$

$$\frac{a}{L/2} = \frac{\frac{\max. V}{bh_0} - \sigma_0}{\frac{\max. V}{bh_0}}.$$

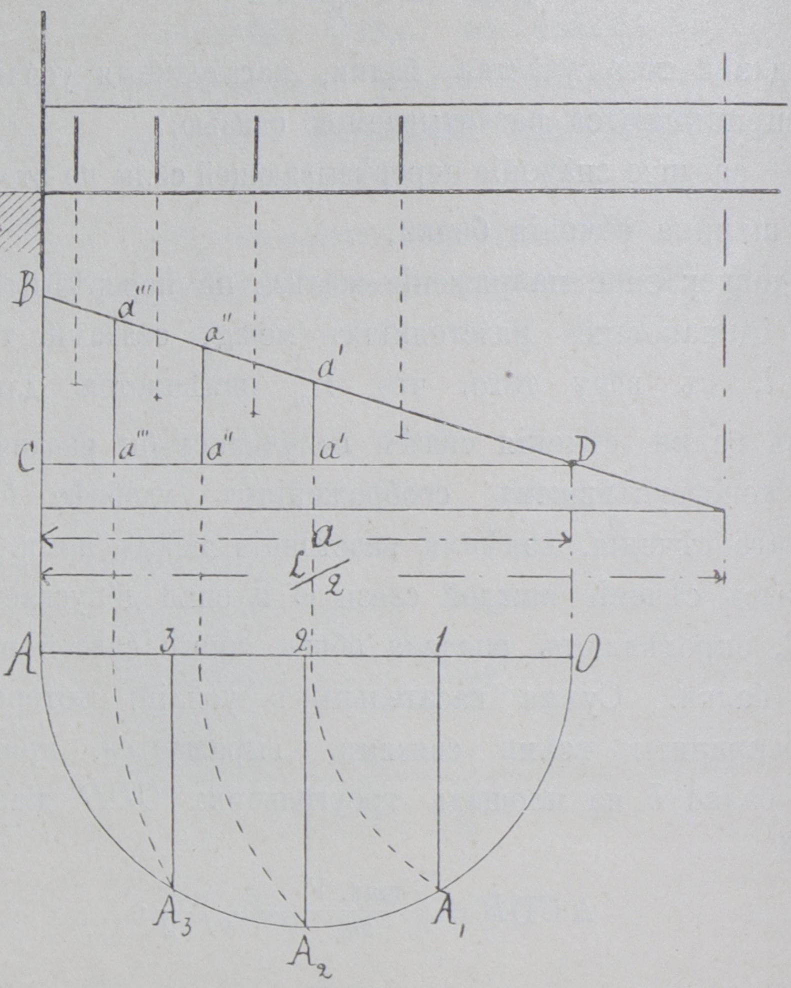
Число связей z равно

$$z = \frac{b\,\Delta CDB}{\omega}.$$

Эти связи должны быть размѣщены на участкѣ длиною a отъ опоры.

Для опредѣленія мѣста расположенія связей, раздѣлимъ площадь ΔCDB на діаграммѣ вертикальными линіями на z равновеликихъ частей.

Для этого раздѣлимъ a на z (фиг. 16) равныхъ частей и черезъ точки дѣленія проведемъ вертикальныя прямыя до пересѣченія съ полуокружностью, описанною на a, какъ на діаметрѣ (въ точкахъ A_1, A_2 и т. д.). Затѣмъ, изъ конца O діаметра a, противоположнаго опорѣ балки, какъ изъ центра, засѣчемъ на a отрѣзки длиною OA_1, OA_2 и т. д. Легко убѣдиться, что верти-



Фиг. 16.

кальныя прямыя, проведенныя чрезъ концы этихъ отрѣзковъ, раздѣлятъ треугольникъ CDB діаграммы на равновеликія части.

Въ самомъ дѣлѣ,

$$0A_1{}^2 = a\ \ \overline{01} = a \cdot \frac{a}{z} = \frac{a^2}{z}$$

$$0A_2{}^2 = a\ \ \frac{2a}{z} = \frac{2a^2}{z},$$

. . . .

$$\frac{\text{пл. } BCD}{\text{пл. } a'a'D} = \frac{a^2}{0A_1{}^2} = z;\ \text{пл. } a'a'\mathrm{D} = \frac{1}{z}\ \text{пл. } BC\mathrm{D},$$

$$\frac{\text{пл. } a''a''\ D}{\text{пл. } a'a'\ D} = \frac{0A^2{}_2}{0A_1{}^2} = 2;\ \text{пл. } a''\ a''\ \mathrm{D} = \frac{2}{z}\ \text{пл. } BC\mathrm{D},$$

$$\frac{\text{пл. } a'''a'''\ D}{\text{пл. } a'\ a'\ D} = \frac{0A_3{}^2}{0A_1{}^2} = 3;\ \text{пл. } a'''a'''\ \mathrm{D} = \frac{3}{z}\ \text{пл. } BC\mathrm{D},$$

Каждая поперечная связь должна воспринять усилія, выражаемыя площадью соотвѣтственной трапеціи (на которыя раздѣлился треугольникъ BCD), и потому связи слѣдуетъ помѣщать надъ центрами тяжести этихъ трапецій.

Кромѣ спеціальныхъ поперечныхъ связей, скалывающія усилія могутъ быть воспринимаемы изогнутыми стержнями арматуры, переходящими изъ нижней части сѣченія балки въ верхнюю.

§ 15. *Сцѣпленіе арматуры съ бетономъ.*

Скалывающія усилія, кромѣ стремленія разслоить бетонъ, стремятся еще сдвинуть арматуру по отношенію къ бетону (вырвать ее изъ бетона); этому сдвигу препятствуетъ сцѣпленіе арматуры съ бетономъ.

Допускаемое напряженіе на сцѣпленіе арматуры съ бетономъ равно $\sigma_0 = 4{,}5$ кгр. на кв. см.

Во избѣжаніе сдвига, надо придавать такую поверхность стержнямъ арматуры, чтобы полученное напряженіе на сцѣпленіе не превзошло допускаемаго.

Поэтому, опредѣливъ общую требуемую площадь сѣченія арматуры A_1, ставятъ такое число стержней, чтобы общая поверхность ихъ на 1 единицѣ длины

$$F \geqslant \frac{\max. V}{h_0 \sigma_0}.$$

Добавленіе. Къ чертежамъ на отдѣльномъ листѣ.

Составленіе діаграммы для расчета балокъ съ двойною арматурою.

По оси абсциссъ отложено процентное содержаніе вытянутой арматуры (въ процентахъ отъ полезнаго сѣченія балки), а по оси ординатъ—процентное содержаніе сжатой арматуры.

Нанесемъ линіи (прямыя) одинаковаго положенія нейтральной оси. Для этого воспользуемся уравненіемъ

$$p_1 = \frac{k_1^2}{2n(1-k_1)} + \frac{k_1 - \lambda_1}{1-k_1} p_2$$

въ которомъ $p_1 = \frac{A_1}{bh_1} = \frac{1}{100}$ процентнаго содержанія вытянутой арматуры,

$p_2 = \frac{A_2}{bh_2} = \frac{1}{100}$ процентнаго содержанія сжатой арматуры.

Для λ_1 примемъ приближенное значеніе $\lambda_1 = 0,1$.

Задаваясь различными k_1, вычислимъ значенія p_1 для $p_2 = 0$ и $p_2 = 0,02$.

Каждому значенію k_1 соотвѣтствуетъ опредѣленное значеніе отношенія $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$, вычисляемое по уравненію

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{1-k_1}{k_1} \cdot 15$$

	k_1	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40
	σ_a / σ_b	45	39,6	35	31,2	27,8	25	22,5
Для $p_2 = 0$	$100\,p_1 =$	0,278	0,348	0,428	0,522	0,628	0,750	0,890
Для $p_2 = 0,02$	$100\,p_1 =$	0,678	0,831	0,999	1,188	1,397	1,630	1,890

	k_1	0,425	0,45	0,475	0,50	0,525	0,55	0,575	0,60
	σ_a / σ_b	20,3	18,35	16,6	15	13,6	12,3	11,2	10
Для $p_2 = 0$	$100\,p_1 =$	1,048	1,228	1,432	1,667	1,937	2,240	2,592	3,00
Для $p_2 = 0,02$	$100\,p_1 =$	2,178	2,500	2,862	3,267	3,727	4,240	4,830	5,50

Для нанесенія кривыхъ равныхъ μ пользуемся формулою

$$p_2 = \frac{k_1}{n\,(k_1-\lambda_1)\,(1-\lambda_1)}\left[\mu - \frac{k_1}{6}\,(3-k_1)\right]$$

въ которую подставляемъ различныя значенія μ и для каждаго вычисляемъ значенія p_2, соотвѣтствующія различнымъ значеніямъ k_1.

Въ виду сходства въ очертаніи кривыхъ μ, можно ограничиться вычисленіемъ ординатъ точекъ какихъ-либо двухъ или трехъ изъ этихъ кривыхъ (напр., $\mu = 0,2$ и $\mu = 0,3$); остальныя же кривыя построимъ при помощи графической интерполяціи, а именно раздѣленіемъ отрѣзка каждаго луча k_1 между кривыми $\mu = 0,2$ и $\mu = 0,3$ на равные промежутки и соединеніемъ точекъ (на различныхъ лучахъ k_1), соотвѣтствующихъ одному и тому же μ.

	k_1	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,40	0,425	0,45	0,475	0,50	0,525	0,55	0,575	0,60
Для $\mu = 0,2$	$100\,p_2 =$	1,056	0,874	0,721	0,59	0,47	0,362	0,2635	0,168	0,0808	0	[— 0,077	— 0,152	— 0,226	— 0,292	— 0,356]
Для $\mu = 0,3$	$100\,p_2 =$	2,29	2,04	1,834	1,662	1,51	1,374	1,25	1,136	1,031	0,938	0,849	0,763	0,680	0,605	0,534

Для одиночной арматуры.

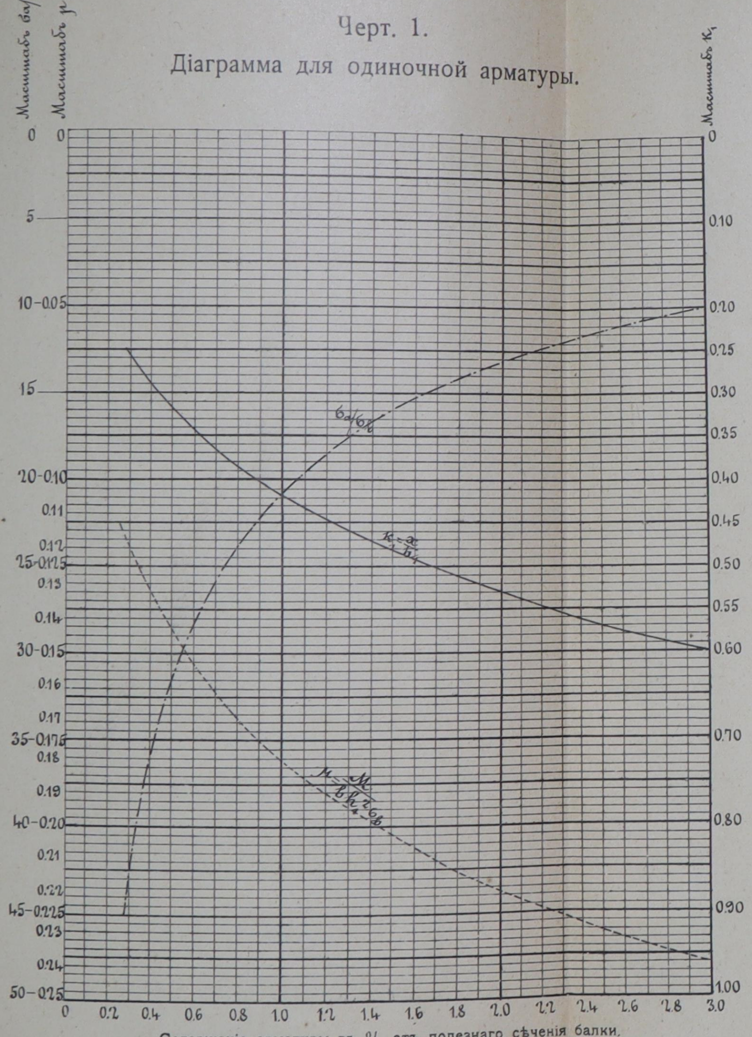
$$\mu = \frac{k_1 (3 - k_1)}{6}$$

k_1	0,25	0,275	0,30	0,325	0,35	0,375	0,400	0,425	0,45	0,475	0,50	0,525	0,55	0,575	0,60
σ_a / σ_b	45	39,6	35	31,2	27,8	25	22,5	20,3	18,35	16,6	15	13,6	12,3	11,2	10
$100\,p$	0,278	0,348	0,428	0,522	0,628	0,750	0,890	1,048	1,228	1,432	1,667	1,937	2,240	2,592	3,00
μ	0,1143	0,125	0,135	0,145	0,1546	0,164	0,1732	0,1822	0,1912	0,20	0,2084	0,2162	0,2246	0,2325	0,240

Н. А. Кашкаровъ.

Черт. 1.

Діаграмма для одиночной арматуры.



Черт. 2.

Діаграмма для двойной арматуры.