

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ТРАНСПОРТА»**

**Кафедра физики и химии**

# **ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

**Лабораторный практикум по курсу «Физика»**

**Гомель 2018**

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ  
БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра физики и химии

# ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

*Одобрено учебно-методической комиссией  
строительного факультета  
в качестве лабораторного практикума  
по курсу «Физика»*

Гомель 2018

УДК 53(076.5)  
ББК 22.3  
Э45

Авторы: Н. А. Ахраменко, М. В. Буй, И. И. Проневич, К. П. Шиляева

Рецензент – канд. физ.-мат. наук доцент кафедры «Теоретическая физика» *Е. А. Дей* (ГГУ им. Ф. Скорины)

Э45      **Электромагнетизм** : лаб. практикум по курсу «Физика» / Н. А. Ахраменко [и др.]; М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2018. – 85 с.  
ISBN 978-985-554-751-9

Приведены описания лабораторных работ по разделу «Электромагнетизм» программы курса физики для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений.

Предназначено для студентов инженерно-технических специальностей.

УДК 53(076.5)  
ББК 22.3

## **ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ**

Лабораторный практикум предусматривает наличие значительного количества лабораторных работ по всем разделам курса физики. В связи с этим принята следующая нумерация: работы раздела «Механика» имеют номер 1.1, 1.2, ...; «Молекулярная физика и термодинамика» – 2.1, 2.2, ...; «Электростатика и постоянный ток» – 3.1, 3.2, ...; «Магнетизм» – 4.1, 4.2, ...; «Колебания и волны» – 5.1, 5.2, ...; «Волновая оптика» – 6.1, 6.2, ...; «Квантовая оптика, атомная физика, физика твердого тела» – 7.1, 7.2, .... В данном лабораторном пособии авторы используют нумерацию, соответствующую разделу «Магнетизм».

К выполнению лабораторной работы допускаются студенты, предварительно ознакомившиеся с ее основным содержанием и порядком проведения по данному методическому пособию, изучившие основные теоретические предпосылки к каждой работе по рекомендуемой литературе, успешно сдавшие предварительный зачет на допуск к работе. Допуск представляет собой контрольный опрос, проводимый преподавателем устно, с помощью карточек и т. д.

**Подключать приборы и аппаратуру к источникам питания и проводить опыт студенты могут только с разрешения преподавателя (лаборанта)!**

Чтобы устранить возможность искажения показаний приборов, не допускается произвольное хождение студентов по лаборатории, в ней должен соблюдаться порядок и поддерживаться тишина.

Все черновые записи, результаты измерений, а также предварительные вычисления необходимо вести в специальной тетради, ко-

тору после завершения работы в конце занятия предъявить преподавателю на подпись. Отчеты по выполненным работам нужно оформлять на *бланках отчета по лабораторным работам* чернилами четко, разборчиво, аккуратно.

Рисунки, схемы, графики требуется выполнять на миллиметровке с соблюдением всех правил технического черчения и государственных стандартов.

Зачеты по выполненным работам принимаются согласно расписанию занятий. К зачету студент обязан повторить основные теоретические сведения в объеме данной работы, содержание и порядок ее выполнения, а также подготовить ответы на контрольные вопросы.

При выполнении лабораторных работ вся группа согласно алфавитному списку разбивается на подгруппы (бригады) по 2–3 студента, которые в течение всего семестра выполняют работы по специальному графику.

Отработка всех пропущенных лабораторных работ проводится во внеучебное время под контролем преподавателя.

Студент должен соблюдать меры общей, электрической и противопожарной безопасности, которые следует предварительно изучить (в часы самоподготовки перед первым лабораторным занятием) и расписаться в журнале по технике безопасности.

Студент несет материальную ответственность за порчу лабораторного оборудования и приборов.

## Лабораторная работа № 4.1

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОТЫ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ МЕТАЛЛА**

**Цель работы.** Снять анодную характеристику диода; определить работу выхода электронов из металла катода.

#### **1 Краткие сведения из теории**

По электронной теории металл представляет собой систему из положительно заряженных ионов, находящихся в узлах кристаллической решетки, и электронов, которые не принадлежат какому-то определенному атому, а могут свободно перемещаться в пределах всего

вещества. Эти свободные электроны получают из валентных электронов отдельных атомов, когда они, сближаясь, объединяются в твердое тело. В целом металл остается нейтральным.

Если отдельный электрон покидает пределы металла, то оставшееся вещество приобретает нескомпенсированный положительный заряд, вследствие чего на вылетевший электрон начинает действовать электрическая сила ( $\vec{F}_k$  на рисунке 1, а), которая его тормозит и, в конечном счете, приводит к возвращению в металл (при не очень большой скорости вылета). Такие процессы (вылет и возвращение электронов) постоянно повторяются, поэтому около поверхности металла образуется отрицательно заряженный слой электронов, а сама поверхность приобретает положительный заряд (двойной электрический слой). Следует подчеркнуть, что двойной электрический слой – не застывшая статическая система, т. к. образующие одну из его сторон электроны постоянно сменяются другими. В пределах двойного слоя на электроны действует электрическое поле  $\vec{E}$  (подобное полю плоского конденсатора, т. к. слой очень тонкий), вызывающее дополнительную возвращающую силу ( $\vec{F}_{эл}$  на рисунке 1, б).

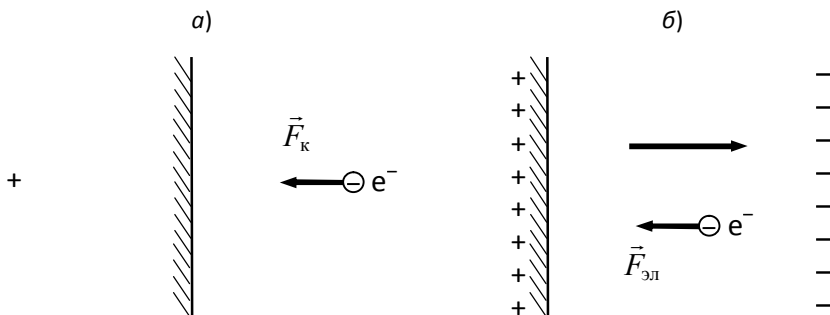


Рисунок 1

Таким образом, для того чтобы удалить электрон из металла, необходимо преодолеть действие возвращающей силы в двойном электрическом слое и действие притяжения нескомпенсированного положительного заряда металла (после прохождения слоя). Наименьшая работа, которую необходимо совершить, чтобы вырвать покоящийся электрон из металла, называется **полной работой выхода**. Однако

вследствие теплового движения электроны в металле могут обладать значительной кинетической энергией, поэтому для выхода электрона зачастую необходимо совершить существенно меньшую работу. По квантовой теории твердого тела в распределении электронов по кинетической энергии существует довольно резкая граница – максимальная энергия электронов, которая получила название энергии Ферми. Наименьшая работа, которую необходимо совершить, чтобы вырвать электрон с кинетической энергией, равной энергии Ферми, из металла, называется **эффективной работой выхода (работой выхода)**. Однако энергия Ферми – все-таки не абсолютная граница: при положительных термодинамических температурах очень небольшая часть электронов имеет кинетическую энергию, большую, чем энергия Ферми. Навсегда покинуть металл будут те электроны, кинетическая энергия которых превышает энергию Ферми больше, чем на работу выхода. При комнатных температурах доля таких электронов пренебрежимо мала. По мере повышения температуры увеличивается число достаточно быстрых электронов (наступает заметное испускание их металлом). Это явление называется **термоэлектронной эмиссией**.

В квантовой теории твердого тела обосновывается соотношение между плотностью тока эмиссии  $j$  и абсолютной температурой  $T$

$$j = BT^2 \exp\left(-\frac{A}{kT}\right), \quad (1)$$

где  $B$  – коэффициент, зависящий от рода металла;  $A$  – работа выхода для данного металла;  $k$  – постоянная Больцмана.

Эмиссионный ток быстро растет с повышением температуры, поэтому термоэлектронная эмиссия используется для получения электронных пучков в электронно-лучевых трубках, электронных лампах и т. п., где обязательно присутствует горячий отрицательный электрод (катод).

Вакуумный диод состоит из стеклянного баллона, в который помещены два электрода – анод (1 на рисунке 2) и катод (2 и 3), которые часто конструктивно выполняются в виде двух коаксиальных цилиндров. В некоторых лампах анод имеет форму диска. Катод представляет собой трубку из вольфрама, которая за счет протекаю-



щего тока накала имеет высокую рабочую температуру. Ток накала либо протекает по самому катоду (диод прямого накала), либо по вольфрамовой спирали (4 на рисунке 2), расположенной внутри него (диод косвенного накала). В этом случае спираль служит только для подогрева. Для увеличения эмиссионного тока металлическую трубку покрывают оксидным слоем, имеющим малую работу выхода. На рисунке 2 показаны условные изображения диода прямого (а) и косвенного (б) накала.

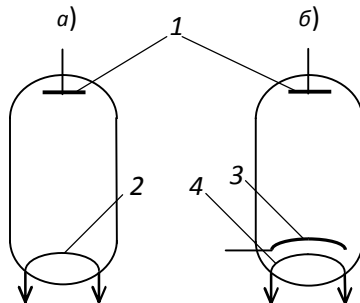


Рисунок 2

Испускание электронов из катода приводит к появлению в его окрестности электронного облака. Если приложить напряжение между катодом и анодом (анодное напряжение), то в лампе возникает электрическое поле, которое направлено от анода к катоду (на анод, как правило, подается положительный потенциал относительно катода). Отрицательно заряженные электроны движутся против поля от катода к аноду. В лампе возникает анодный ток.

При относительно небольших анодных напряжениях пространственный заряд между катодом и анодом (электронное облако) существенно влияет на распределение электрического поля между электродами. В этой области анодный ток меньше тока термоэлектронной эмиссии катода из-за того, что электрическое поле пространственного заряда препятствует движению электронов, испущенных катодом, и часть их возвращается на катод (ненасыщенный диод). При увеличении анодного напряжения заряд электронного облака уменьшается, и большее количество электронов достигает анода (анодный ток увеличивается).

При определенном напряжении электронное облако исчезает и все электроны, испущенные катодом, достигают анода. При дальнейшем увеличении анодного напряжения анодный ток остается постоянным, т. к. его величина ограничена количеством испускаемых с катода электронов (наступает насыщение).

Добившись насыщения и измерив при этом силу тока, можно определить плотность тока эмиссии  $j$ . Насыщение проще всего достигается для диодов прямого накала. Чаще всего для диодов косвенного накала режим насыщения недопустим, потому что при таком большом токе они очень быстро выходят из строя.

Таким образом, зная силу тока насыщения, площадь поверхности катода и его абсолютную температуру, по соотношению (1) можно определить работу выхода из соответствующего металла.

В настоящей работе для определения работы выхода используется установка, в которой применен диод прямого накала. Сила тока насыщения для него зависит от материала катода, его температуры, формы и размеров. Для одного и того же катода (одной и той же лампы) сила тока насыщения зависит только от температуры. Температуру катода можно регулировать, изменяя напряжение накала.

Запишем соотношение (1) два раза для двух различных температур  $T_1$  и  $T_2$

$$\begin{aligned} j_1 &= BT_1^2 \exp\left(-\frac{A}{kT_1}\right); \\ j_2 &= BT_2^2 \exp\left(-\frac{A}{kT_2}\right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $j_1$  и  $j_2$  – соответствующие плотности тока эмиссии.

Для одного и того же катода отношение сил токов насыщения ( $I_1$  и  $I_2$ ) равно отношению плотностей тока эмиссии (постоянная площадь)

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{j_2}{j_1}. \quad (3)$$

Подставив выражения из формул (2) в соотношение (3), получим

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \exp\left[\frac{A}{k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right].$$

Логарифмируя последнее выражение, находим расчетную формулу для определения работы выхода из металла катода

$$A = \frac{kT_1T_2}{T_2 - T_1} \ln \left[ \frac{I_2 \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^2}{I_1 \left( \frac{T_1}{T_2} \right)} \right]. \quad (4)$$

В настоящей работе температура катода определяется косвенным методом. Измеряя силу тока  $I_H$  и напряжение накала  $U_H$ , по закону Ома для участка цепи определяется сопротивление катода  $R_H$

$$R_H = \frac{U_H}{I_H}. \quad (5)$$

Это сопротивление однозначно зависит от температуры катода. Было проведено предварительное исследование, в рамках которого измерялись сопротивление и температура катода. В результате был построен график зависимости сопротивления катода используемой в установке лампы от температуры. При выполнении настоящей работы, зная сопротивление катода, с помощью этого графика можно определить соответствующую его температуру. Для получения максимально точных результатов следует использовать линейное интерполирование. График находится в лаборатории около установки.

## 2 Оборудование и приборы

Принципиальная схема установки представлена на рисунке 3. В ее состав входит вакуумный диод прямого накала  $H$ . Потенциометр  $R_1$  служит для регулирования анодного напряжения. Амперметр  $A_1$  и вольтметр  $V_1$  предназначены для измерения силы тока и напряжения в анодной цепи. Реостат  $R_2$  служит для регулирования силы тока накала. Амперметр  $A_2$  и вольтметр  $V_2$  предназначены для измерения силы тока и напряжения в цепи накала. Источники постоянного и переменного напряжения детально на схеме не показаны.

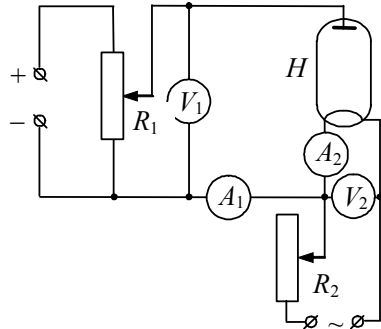


Рисунок 3

### 3 Порядок выполнения работы

1 Потенциометр  $R_1$  и реостат  $R_2$  поставить на максимальные сопротивления. Включить установку в сеть 220 В. Установить по вольтметру  $V_2$  напряжение накала  $U_n = 4$  В.

2 Снять зависимость анодной силы тока  $I$  от анодного напряжения  $U$ , регулируя его с помощью потенциометра  $R_1$  (серия измерений). Основное внимание при этом следует уделять тому, чтобы напряжение накала оставалось постоянным, а сила анодного тока достигала максимального значения (наступало насыщение). Количество измерений в каждой серии следует согласовать с преподавателем. Результаты занести в таблицу 1.

Таблица 1

Серия № ... ( $U_n = \dots$ В)			
№ измерения	1	2	...
$U$ , В			
$I$ , А			

3 Определить по амперметру  $A_2$  силу тока накала. По формуле (5) рассчитать сопротивление катода  $R_n$ , а по графику зависимости  $R_n(T)$  – определить его температуру  $T$ . Эти величины, а также силу тока насыщения  $I$  занести в таблицу 2.

Таблица 2

№ серии	$U_n$ , В	$I_n$ , А	$R_n$ , Ом	$T$ , К	$A$ , Дж
1					
2					
3					

4 Повторить п. 2 и п. 3 при напряжениях накала 4,5 и 5 В.

5 Определить по формуле (4) три значения работы выхода. Температуру и силу тока насыщения для трех различных пар серий взять из таблицы 2.

6 Вычислить среднее значение работы выхода, среднеквадратичную погрешность, абсолютную и относительную погрешности при доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

7 Перевести вычисленные значения из джоулей в электрон-вольты. Результат представить в стандартной форме:

$$A = (\langle A \rangle \pm \Delta A) \text{эВ}, \quad \varepsilon = \dots, \quad \text{при } P = \dots$$

8 Сравнить значение работы выхода с табличными значениями для металлов.

### Контрольные вопросы

1 Почему для выхода электрона за пределы металла необходимо произвести работу? Какие силы втягивают электрон обратно?

2 Что такое полная и эффективная работа выхода, как они связаны между собой? Почему для определения эффективной работы выхода используется энергия Ферми, и что представляет собой эта величина?

3 В чем состоит явление термоэлектронной эмиссии и почему оно реально наблюдается только при повышенных температурах?

4 Как устроен вакуумный диод и в чем состоит принцип его работы? Какие бывают диоды?

5 В чем заключается метод определения работы выхода, использованный в этой работе? Выведите рабочую формулу (4).

6 Каким образом в данной работе определяется температура катода, какие для этого производятся измерения, расчеты и другие действия? Можно ли в этих условиях определить температуру «контактным» способом?

7 В чем измеряют работу выхода?

## Лабораторная работа № 4.2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА ПО ФОРМУЛЕ ЛЕНГМЮРА

**Цель работы.** Построить вольтамперную характеристику ненасыщенного вакуумного диода, проверить выполнение «закона трех вторых» и измерить удельный заряд электрона.

#### 1 Краткие сведения из теории

Вакуумный диод имеет два электрода (катод и анод), которые часто конструктивно выполняются в виде двух коаксиальных цилиндров, расположенных в откачанной стеклянной колбе. Катод представляет собой внутренний цилиндр, который за счет протекающего

тока накала имеет высокую рабочую температуру. Ток накала либо протекает по самому катоду (диод прямого накала), либо по спирали, расположенной внутри него (диод косвенного накала). Из-за высокой температуры катода наблюдается заметное испускание им электронов. Это явление называется **термоэлектронной эмиссией**. Испускание электронов из катода приводит к появлению в его окрестности электронного облака. Если приложить напряжение между катодом и анодом (анодное напряжение), то в лампе возникает электрическое поле, которое направлено от анода к катоду (на анод, как правило, подается положительный потенциал относительно катода). Отрицательно заряженные электроны движутся против поля от катода к аноду. В лампе возникает анодный ток.

Наибольший физический интерес представляет та область анодных напряжений, при которой пространственный заряд между катодом и анодом (электронное облако) существенно влияет на распределение электрического поля между электродами. В этой области анодный ток меньше тока термоэлектронной эмиссии катода из-за того, что электрическое поле пространственного заряда препятствует движению электронов, испущенных катодом, и часть их возвращается на катод (ненасыщенный диод). При увеличении анодного напряжения заряд электронного облака уменьшается, и большее количество электронов достигает анода (анодный ток увеличивается). При определенном напряжении электронное облако исчезает и все электроны, испущенные катодом, достигают анода. При дальнейшем увеличении анодного напряжения анодный ток остается постоянным, т. к. его величина ограничивается количеством испускаемых с катода электронов (наступает насыщение).

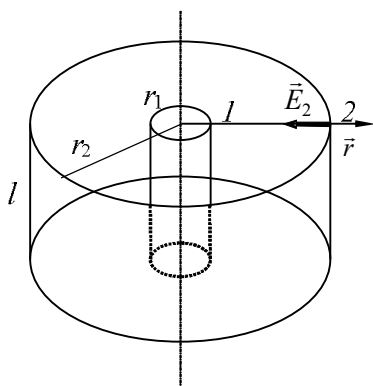


Рисунок 1

Рассмотрим прохождение электрического тока через вакуумный диод с коаксиальными цилиндрическими электродами – катодом с радиусом  $r_1$  и анодом радиусом  $r_2$  (рисунок 1). Между ними при-

ложено анодное напряжение  $U_a$ . Будем считать потенциал катода равным нулю  $\varphi_1 = 0$ . Тогда потенциал анода  $\varphi_2 = U_a$ . Вследствие того, что длина диода намного превосходит радиус анода, электрическое поле в большей части объема внутрианодного пространства в силу симметричности задачи можно считать чисто радиальным.

Здесь нас интересует задача о стационарном (не меняющемся с течением времени) распределении потенциала  $\varphi$  и плотности заряда  $\rho$  в пространстве между катодом и анодом. Вследствие симметрии задачи все характеристики электрического поля являются функциями одного только радиуса (расстояния от оси цилиндрических электродов). Двумя сечениями, перпендикулярными оси, вырежем в диоде слой длины  $l$ . Сила тока, протекающего через соответствующую часть анода (цилиндр длины  $l$ ), пропорциональна его площади

$$I = j_2 S = j_2 2\pi r_2 l,$$

где  $S$  – площадь вырезанной части анода;  $j_2$  – плотность тока в т. 2, которая определяется скоростью электронов около анода  $v_2$  и объемной плотностью их зарядов  $\rho_2 = en_2$  ( $n_2$  – концентрация электронов в окрестности т. 2;  $e$  – элементарный заряд)  $j_2 = \rho_2 v_2$ . Подставляя в формулу для силы тока, получим

$$I = 2\pi r_2 l \rho_2 v_2. \quad (1)$$

Здесь не учтен знак заряда электрона, и сила тока определена по абсолютной величине.

Скорость электронов определяется разностью потенциалов точек, между которыми они прошли, и скоростью их вылета из катода. Этой последней скоростью мы будем пренебрегать. Ошибка, связанная с указанным допущением, тем меньше, чем больше анодное напряжение  $U_a$  (при малых напряжениях она может оказаться существенной). Тогда из теоремы об изменении кинетической энергии для точки 2 следует

$$\frac{m v_2^2}{2} = e U_a,$$

отсюда

$$v_2 = \sqrt{\frac{2eU_a}{m}}, \quad (2)$$

где  $m$  – масса электрона.

Для того, чтобы качественно определить плотность заряда около анода, запишем теорему Гаусса для электрического поля в вырезанной области между электродами

$$\oiint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad (3)$$

где  $S$  – замкнутая поверхность, состоящая из двух цилиндров длиной  $l$  (наружная поверхность катода и внутренняя поверхность анода) и двух колец с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ , расположенных в плоскостях, с помощью которых осуществлялось сечение диода;  $E_n$  – проекция вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  на направление нормали к элементу поверхности  $dS$ ;  $q$  – суммарный заряд электронов, находящихся внутри поверхности  $S$ ;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

Особенностью замкнутой поверхности  $S$  является то, что вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$  параллелен плоскостям колец и перпендикулярен каждому элементу поверхности  $dS$  цилиндров, поэтому его потоки через кольца равны нулю, а через поверхности цилиндров определяются только их площадями и значениями напряженности

$$\oiint_S E_n dS = 2\pi r_1 l E_1 - 2\pi r_2 l E_2, \quad (4)$$

где  $E_1$  и  $E_2$  – напряженности электрического поля соответственно вблизи поверхностей катода и анода, а знаки слагаемых определяются направлениями векторов  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ .

Допустим, что вблизи катода пространственный заряд электронов полностью экранирует электрическое поле, создаваемое анодным напряжением, в силу чего в формуле (4) следует положить  $E_1 = 0$ . В действительности в электронных лампах при нормальных режимах электрическое поле обращается в ноль не на самом катоде, а в точке, расположенной на расстоянии 0,01–0,1 мм от него. Эту точку назы-



вают «виртуальным катодом». В случае, когда концентрация электронов около катода относительно велика (малые анодные напряжения), потенциал в этой точке может быть заметно меньше потенциала катода. Таким образом, «эффективное» напряжение, ускоряющее электроны, может быть больше анодного. В нашем случае обычно этими эффектами можно пренебречь.

Суммарный заряд электронов в рассматриваемой области между электродами можно определить из (3) с помощью (4) и указанного допущения

$$q = -2\pi r_2 l \varepsilon_0 E_2.$$

Отсюда, т. к.  $\vec{E}_2 = -\text{grad}\phi$  ( $E_2 = |\text{grad}\phi|$ ),

$$q = -2\pi r_2 l \varepsilon_0 |\text{grad}\phi|. \quad (5)$$

Для того, чтобы в формуле (5) связать величины  $q$  и  $|\text{grad}\phi|$  с величинами  $\rho_2$ ,  $U_a$  и геометрическими размерами, воспользуемся теорией подобия и анализом размерностей. Заряд определяется распределением его плотности и объемом рассматриваемой области. Распределение плотности заряда можно представить в виде безразмерной функции с коэффициентом  $\rho_2$ . Объем также можно представить в виде размерного коэффициента  $2\pi r_2^2 l$  и безразмерной функции. Градиент потенциала определяется его распределением, которое представимо в виде безразмерной функции с размерным коэффициентом  $U_a$ , и расстоянием от точки до оси электродов (можно задать в виде безразмерной функции с размерным коэффициентом  $r_2$ ). Все упомянутые безразмерные функции должны зависеть только от геометрических характеристик, которые в безразмерном виде выражаются как  $\frac{r_2}{r_1}$ . Объединяя все функции и коэффициенты, из анализа размерностей получим

$$q = 2\pi r_2^2 l \rho_2 f_1\left(\frac{r_2}{r_1}\right); \quad (6)$$

$$|\text{grad}\phi| = \frac{U_a}{r_2} f_2\left(\frac{r_2}{r_1}\right),$$

где  $f_1$  и  $f_2$  – безразмерные функции.

Подставляя соотношения (6) в (5), выражая из него  $\rho_2$  и подставляя эту величину и  $v_2$  из (2) в уравнение (1), получим формулу, связывающую анодный ток с анодным напряжением (формулу Ленгмюра)

$$I = A \frac{\varepsilon_0 l}{r_2} \sqrt{\frac{e}{m}} U_a^{3/2}, \quad (7)$$

которую часто называют «законом трех вторых». Здесь  $A$  – постоянная величина. Она определяется геометрией электродов (для рассматриваемой лампы – отношением  $\frac{r_2}{r_1}$ ). Этот закон справедлив для

любой – а не только цилиндрической – формы электродов, если, разумеется, анодный ток не слишком велик (не наблюдается насыщение) или анодное напряжение не слишком мало (допустимо пренебрежение начальными скоростями электронов, смещением «виртуального катода» и увеличением эффективного ускоряющего напряжения).

В данной работе используется то, что в формуле Ленгмюра коэффициент при величине  $U_a^{3/2}$  зависит от удельного заряда электрона (отношения заряда к массе) и, следовательно, последний может быть определен по вольтамперной характеристике ненасыщенного диода.

## 2 Оборудование и приборы

Установка (рисунок 2) состоит из комбинированного источника анодного и накального напряжений (1), на лицевой панели которого находится регулятор анодного напряжения (2) и сетевой выключатель, а на верхней стороне крепится съемный блок (3) с диодом 1Ц21П; цифровых вольтметра (4) и амперметра (5) для снятия анодной вольтамперной характеристики.

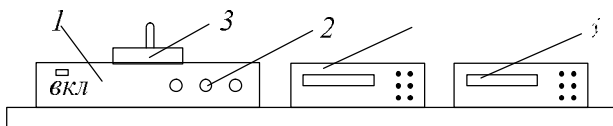


Рисунок 2

**ВНИМАНИЕ!** Измерительные приборы осуществляют автоматический выбор предела измерения. При этом справа от цифровой шкалы загорается индикаторная лампочка напротив используемой единицы измерения ( $mV$ ,  $V$ ,  $\mu A$  или  $mA$ ).

### 3 Порядок выполнения работы

1 Подключить вилку сетевого провода в сетевую розетку, а затем включить источник питания и измерительные приборы (их выключатели находятся на задней стороне) и дать установке прогреться в течение одной минуты.

2 Измерить зависимость анодного тока от анодного напряжения в трех диапазонах: от 0 до 5 В, от 5 до 15 В и от 15 до 50 В (количество измерений в каждом из диапазонов задает преподаватель), выбирая значения напряжения примерно через равные интервалы, рассчитать значения напряжения в степени  $3/2$  и занести все данные в таблицу 1. Выключить установку в порядке, обратном изложенному в п. 1.

Таблица 1

От 0 до 5 В			От 5 до 15 В			От 15 до 50 В		
$U_a$ , В	$I$ , мкА	$U_a^{3/2}$	$U_a$ , В	$I$ , mA	$U_a^{3/2}$	$U_a$ , В	$I$ , mA	$U_a^{3/2}$

3 Изобразить полученные результаты на графике в осях  $U_a^{3/2}$  и  $I$  (рисунок 3). Определить диапазон анодного напряжения, в котором вольтамперная характеристика в этих координатах является практически линейной. Построить характеристический треугольник и определить наклон прямолинейного участка  $(\Delta I)/(\Delta U_a^{3/2})$ . Определить удельный заряд электрона из соотношения

$$\frac{e}{m} = \left( \frac{1}{A \varepsilon_0} \frac{r_2}{l} \frac{\Delta I}{\Delta U_a^{3/2}} \right)^2. \quad (8)$$

Для используемого в работе диода  $\frac{l}{r_2} = 0,96$ ;  $A =$

4,02. Здесь  $l$  – длина центральной части катода, покрытая оксидным слоем, с которого и происходит наиболее интенсивная эмиссия электронов.

4 На другом графике в тех же координатах построить участок вольтамперной характеристики для малых анодных напряжений (в диапазоне от 0 приблизительно до 5 В).

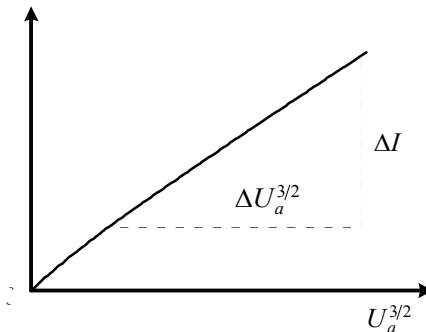


Рисунок 3

### Контрольные вопросы

1 Объясните причины появления электронного облака в пространстве между электродами диода, его роль в зависимости анодного тока от анодного напряжения.

2 Какие допущения делаются при выводе формулы Ленгмюра, и в каких случаях они обоснованы?

3 Объясните применение теоремы Гаусса в электростатике для цилиндрических электродов.

4 Прделайте анализ размерностей в соотношениях (6).

5 Прделайте анализ размерностей в формуле (8).

6 Выведите формулу Ленгмюра для цилиндрических электродов.

7 Проверьте тот факт, что постоянная величина  $A$  – безразмерная.

8 Почему при малых анодных напряжениях наблюдается отступление от «закона трех вторых» (второй график)?

### Лабораторная работа № 4.3

### ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ВАКУУМНОГО ТРИОДА

**Цель работы.** Построить сеточные характеристики вакуумного триода и определить его параметры.

## 1 Краткие сведения из теории

Вакуумный триод состоит из герметичного баллона, в котором размещены три электрода (катод, сетка и анод). Катод (1 на рисунке 1) является источником электронов и представляет собой тонкую металлическую трубку, покрытую снаружи оксидным слоем, что приводит к снижению работы выхода и, следовательно, позволяет получать сравнительно большие токи электронной эмиссии при невысокой температуре (катод с косвенным накалом). Внутри трубки располагается нить накала (2), которая изолирована от катода и разогревает его. Катод находится внутри полого металлического электрода, который служит анодом (3). Между катодом и анодом (ближе к катоду) располагается третий электрод – сетка (4), имеющая вид редкой спирали.

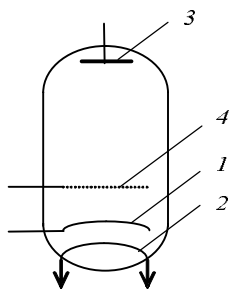


Рисунок 1

При отсутствии напряжения между катодом и анодом (анодное напряжение) горячий катод испускает электроны, которые образуют вокруг него отрицательный объемный заряд. Электрическое поле, создаваемое этим зарядом, препятствует движению следующих электронов, испущенных катодом, и часть их возвращается обратно на катод.

С течением времени наступает динамическое равновесие, которое заключается в том, что количество вылетающих с катода электронов сравнивается с количеством электронов, возвращающихся на катод. В этот момент результирующий ток эмиссии становится равным нулю.

Если к аноду приложить положительный по отношению к катоду потенциал, то между электродами возникает электрическое поле, которое вызывает движение электронов по направлению к аноду (в анодной цепи появляется ток  $I_a$ ). При этом заряд электронного обла-

ка вокруг катода уменьшается, с катода поступают новые электроны вместо ушедших и наступает новое равновесие, характеризующееся меньшим пространственным зарядом и ненулевым результирующим (равным анодному) током эмиссии. При увеличении анодного напряжения  $U_a$  сила тока  $I_a$  возрастает сначала резко ( $I_a \sim U_a^{3/2}$ ). А затем, по мере того как пространственный заряд «рассасывается», – все более медленно (наступает «насыщение»). Дальнейшее увеличение анодного напряжения не приводит к увеличению анодного тока. Это связано с тем, что все электроны, которые испускаются с катода, достигают анода. Особенно ярко насыщение наблюдается у ламп с прямым накалом на вольфрамовых катодах. Оксидные катоды имеют неоднородную структуру, что приводит к более плавному изменению анодного тока с ростом напряжения. Кроме того, часто при таких режимах начинается разрушение оксидного слоя.

Сетка служит для управления анодным током. Так как она расположена гораздо ближе к катоду, чем анод, изменение потенциала на ней оказывает гораздо большее влияние на пространственный заряд, чем изменение анодного напряжения (при одинаковых напряжениях электрическое поле, создаваемое сеткой и катодом, будет иметь гораздо большую напряженность чем поле, создаваемое анодом и катодом). При отрицательном относительно катода напряжении сетка тормозит электроны, вследствие чего анодный ток уменьшается. При определенном значении отрицательного сеточного напряжения анодный ток прекращается совсем. Это напряжение  $U'_c$  называется **запирающим**.

При положительном напряжении на сетке пространственный заряд уменьшается и анодный ток увеличивается. При этом часть электронов попадает на сетку – возникает также и сеточный ток. Однако при небольшом сеточном напряжении вследствие конструктивных особенностей (витки сетки располагаются сравнительно редко и сделаны из проволоки малого диаметра) величина сеточного тока мала по сравнению с анодным током, и первым можно пренебречь.

Эксплуатация вакуумного триода при положительном сеточном напряжении требует **особой осторожности**, т. к. из-за резкого увели-

чения анодного тока сильно возрастает мощность, рассеиваемая на приборе, что может привести к его перегреву и выходу из строя!

Для определения основных статических параметров вакуумного триода чаще всего исследуются зависимости тока одного из электродов (анода или сетки) от одного из напряжений (анодного или сеточ-

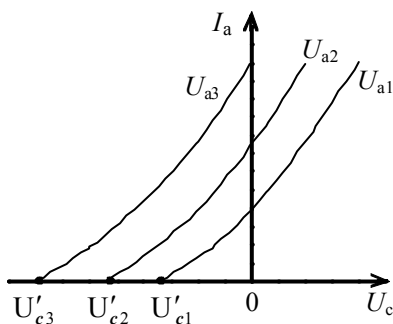


Рисунок 2

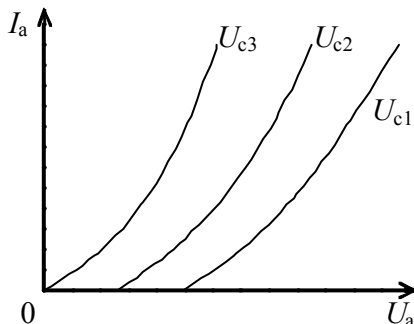


Рисунок 3

ного) при неизменном втором напряжении (статические характеристики). Рассмотрим две из них, наиболее важные.

Зависимость между анодным током  $I_a$  и сеточным напряжением  $U_c$  при постоянном анодном напряжении  $U_a$  называется **анодно-сеточной характеристикой** вакуумного триода  $I_a(U'_c)|_{U_a=\text{const}}$  (рисунок 2).

Зависимость между анодным током  $I_a$  и анодным напряжением  $U_a$  при постоянном сеточном напряжении  $U_c$  называется **анодной характеристикой** вакуумного триода  $I_a(U'_a)|_{U_c=\text{const}}$  (рисунок 3).

При малых изменениях трех взаимозависимых величин ( $I_a$ ,  $U_a$  и  $U_c$ ) изменение состояния триода описывается системой уравнений, где коэффициенты (статические характеристики триода) имеют следующие названия и физический смысл:

$$\Delta I_a = \frac{\partial I_a}{\partial U_c} \Delta U_c + \frac{\partial I_a}{\partial U_a} \Delta U_a; \quad (1a)$$

$$\Delta U_a = \frac{\partial U_a}{\partial U_c} U_c \Delta U_c + \frac{\partial U_a}{\partial I_a} \Delta I_a, \quad (16)$$

1) **крутизна анодно-сеточной характеристики** (численно равна изменению анодного тока при изменении сеточного напряжения на 1 В, если анодное напряжение остается постоянным)

$$S = \left. \frac{\partial I_a}{\partial U_c} \right|_{U_a = \text{const}} ;$$

2) **внутреннее сопротивление триода** (численно равно изменению анодного напряжения при изменении анодного тока на 1 А, если сеточное напряжение остается постоянным)

$$r = \left. \frac{\partial U_a}{\partial I_a} \right|_{U_c = \text{const}} ;$$

3) **коэффициент усиления триода** (равен отношению приращения анодного напряжения, необходимого для поддержания постоянного анодного тока при изменении сеточного напряжения, к изменению последнего)

$$\mu = \left. \frac{\partial U_a}{\partial U_c} \right|_{I_a = \text{const}} .$$

Если из системы уравнений (1) исключить изменение одной из величин, например  $\Delta U_a$ , то с учетом определений всех трех параметров триода можно получить связь между ними

$$\mu = Sr. \quad (2)$$

Значения параметров триода можно приближенно определить из сеточных характеристик для двух значений анодного напряжения. Так, на рисунке 4

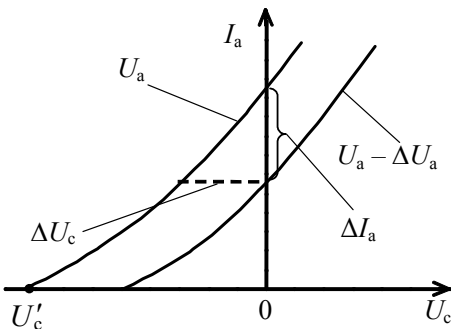


Рисунок 4



$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_c},$$

$$r = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}, \quad \mu = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_c}. \quad (3)$$

Типовые электроракуумные триоды характеризуются значениями параметров  $S = 2 \dots 5$  мА/В,  $\mu = 20 \dots 100$ . Так как коэффициент усиления значительно больше единицы, то с помощью триода можно усиливать электрические колебания.

## 2 Оборудование и приборы

Схема установки приведена на рисунке 5.

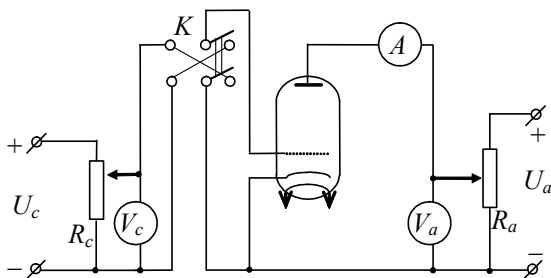


Рисунок 5

Анодное напряжение, создаваемое делителем  $R_a$ , измеряется вольтметром  $V_a$ . Анодный ток измеряется амперметром  $A$ . Сеточное напряжение, создаваемое делителем  $R_c$ , измеряется вольтметром  $V_c$ . С помощью переключателя  $K$  изменяют знак потенциала сетки.

## 3 Порядок выполнения работы

1 Делители сеточного и анодного напряжения установить на ноль. Переключатель  $K$  установить в такое положение, чтобы на сетку подавался отрицательный потенциал.

2 Включить накал лампы и анодное напряжение. Делителем  $R_a$  по вольтметру  $V_a$  установить анодное напряжение 100 В.

3 Включить сеточное напряжение. Увеличивать сеточное напряжение делителем  $R_c$  до тех пор, пока анодный ток не прекратится.

4 Поддерживая постоянным анодное напряжение, уменьшать сеточное напряжение с интервалом 0,5 В до нуля. Отсчитывать сеточное напряжение по вольтметру  $V_c$  и соответствующее ему значение анодного тока по амперметру  $A$ . Результаты измерений занести в таблицу.

5 Переключателем  $K$  подать на сетку положительный потенциал. Увеличивать сеточное напряжение с интервалом 0,5 В до значения, указанного преподавателем, фиксируя анодный ток.

6 Повторить измерения для другого значения анодного напряжения, указанного преподавателем.

7 Построить сеточные характеристики триода при двух различных анодных напряжениях. Используя графики, вычислить по формулам (3)–(5) параметры триода: крутизну характеристики, внутреннее сопротивление, коэффициент усиления.

8 Заполнить таблицу 1

Таблица 1

### Контрольные вопросы

1 Объясните устройство и принцип работы вакуумного триода.

2 Почему анодный ток триода изменяется при изменении анодного напряжения? Охарактеризуйте особенности этой зависимости.

3 Почему изменение напряжения на сетке существенно сильнее влияет на изменение величины анодного тока, чем изменение анодного напряжения?

4 Почему при малых сеточных напряжениях сеточный ток можно не учитывать?

5 Дайте понятие и нарисуйте основные статические характеристики вакуумного триода.

$U_{a1} = \dots \text{ В}$		$U_{a2} = \dots \text{ В}$	
$U_c, \text{ В}$	$I_a, \text{ мА}$	$U_c, \text{ В}$	$I_a, \text{ мА}$

6 Дайте понятие об основных параметрах триода.

7 С помощью определений параметров триода и рисунков докажите правильность формулы (2).

8 Изложите методы измерения параметров триода.

## Лабораторная работа № 4.4

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ИНДУКЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

**Цель работы.** Изучить работу тангенс-гальванометра; определить горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли.

#### 1 Краткие сведения из теории

Магнитное поле – одна из форм проявления электромагнитного поля. Оно создается проводниками с током, движущимися электрически заряженными частицами и телами, постоянными магнитами, а также изменяющимся во времени электрическим полем.

Земной шар также создает магнитное поле. Изучены характеристики Земли как постоянного магнита, количественные свойства его магнитного поля, но природа земного магнетизма, несмотря на наличие многочисленных гипотез, до сих пор окончательно не ясна.

Магнитное поле проявляет силовое воздействие только на движущиеся электрически заряженные частицы и тела, на проводники с током и на постоянные магниты. Основной силовой характеристикой магнитного поля служит магнитная индукция  $\vec{B}$  (индукция магнитного поля). Это векторная физическая величина, которую можно определить с помощью одного из трех явлений:

а) исходя из силового действия магнитного поля на небольшую рамку с током (размеры настолько малы, что в пределах ее поверхности магнитное поле можно считать однородным)

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]; \quad M = p_m B \sin \alpha,$$

где  $\vec{M}$  – момент сил, действующий на рамку;  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$  – магнитный момент рамки;  $\alpha$  – угол между направлением индукции и нормалью к плоскости рамки;  $S$  – площадь поверхности рамки;  $I$  – сила протекающего по ней тока;  $\vec{n}$  – нормаль к плоскости рамки, направ-

ление которой связано с направлением протекающего тока правилом правого винта;

б) основываясь на силовом действии магнитного поля на малый элемент проводника с током (настолько малый, что его можно считать прямолинейным, а магнитное поле в его точках – однородным)

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l}, \vec{B}]; \quad dF_A = IBdl \sin \alpha,$$

где  $d\vec{F}_A$  – сила, действующая на элемент (сила Ампера);  $d\vec{l}$  – вектор, численно равный длине проводника, а по направлению совпадающий с направлением тока;  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ ;

в) исходя из силового действия магнитного поля на движущуюся в нем заряженную частицу,

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}\vec{B}]; \quad F_L = |q|vB \sin \alpha,$$

где  $\vec{F}_L$  – сила, действующая на частицу (сила Лоренца);  $q$  – заряд частицы;  $\vec{v}$  – ее скорость;  $\alpha$  – угол между индукцией магнитного поля и скоростью частицы.

С помощью явления а) получаем следующее определяющее уравнение

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}, \quad (1)$$

где  $M_{\max} = M$  при  $\alpha = 90^\circ$ .

Отсюда следует, что индукция магнитного поля по величине равна отношению максимального вращающего момента, действующего на рамку с током в однородном магнитном поле, к магнитному моменту этой рамки. В СИ индукция магнитного поля измеряется в теслах (Тл). 1 Тесла равен магнитной индукции однородного магнитного поля, в котором на плоский контур с током с магнитным моментом  $1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$  действует максимальный вращающий момент, равный  $1 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Термин «максимальный» означает, что берется такая ориентация контура в пространстве, чтобы момент сил был наибольшим.

Следует отметить, что (1) определяет только модуль индукции магнитного поля. Ее направление устанавливается по направлению нормали к плоскости небольшой рамки с током после того, как она

свободно установится (сориентируется) в пространстве под действием магнитного поля.

На основании закона Ампера единица магнитной индукции определяется так: тесла равен индукции однородного магнитного поля, в котором на отрезок длиной 1 м прямого проводника с током силой 1 А действует максимальная сила 1 Н.

Для наглядного описания поведения магнитного поля в пространстве используются магнитные силовые линии, которые проводятся так, чтобы в каждой точке вектор индукции магнитного поля был направлен по касательной к такой линии. Магнитные силовые линии не имеют ни начала, ни конца, всегда замкнуты, или, в крайнем случае (например, в идеальном с бесконечном соленоиде), проходят из бесконечности в бесконечность. По аналогии со свойствами силовых линий электростатического поля, которые всегда либо начинаются, либо заканчиваются на зарядах, такая особенность магнитных силовых линий отражается в утверждении, что в природе не существует магнитных зарядов.

Индукция магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником пренебрежимо малого сечения с током силой  $I$ , равна

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r},$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость среды;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;  $r$  – расстояние от рассматриваемой точки до проводника.

Индукция магнитного поля в центре кругового витка радиуса  $R$  с током силой  $I$

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}. \quad (2)$$

Индукция магнитного поля внутри длинного соленоида

$$B = \mu_0 \mu n I,$$

где  $n = N/l$  – число витков, приходящееся на единицу длины соленоида (плотность намотки);  $I$  – сила тока;  $N$  – общее число витков в соленоиде;  $l$  – его длина.

Земной шар представляет собой магнит, полюса которого (северный  $N$  и южный  $S$ ) немного (до  $10^\circ$ ) смещены относительно географических полюсов. Северный магнитный полюс (точка, из которой выходят магнитные силовые линии) расположен около южного географического, а южный магнитный (точка, в которую входят силовые линии) – около северного географического. В большинстве мест около земной поверхности вектор индукции магнитного поля образует некоторый угол с горизонтом (в южном полушарии – положительный, как на рисунке 1, а в северном – отрицательный). Вектор  $\vec{B}$  может быть разложен (представлен как сумма) на горизонтальную  $\vec{B}_x$  и вертикальную  $\vec{B}_\perp$  составляющие (см. рисунок 1). Угол  $\delta$  между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{B}_x$  называется магнитным наклоением. Угол между горизонтальной составляющей  $\vec{B}_x$  и географическим меридианом называется магнитным склонением. Таким образом, индукция земного магнитного поля в каждой точке полностью определяется тремя местными величинами: модулем горизонтальной составляющей и двумя углами (магнитным наклоением и магнитным склонением).

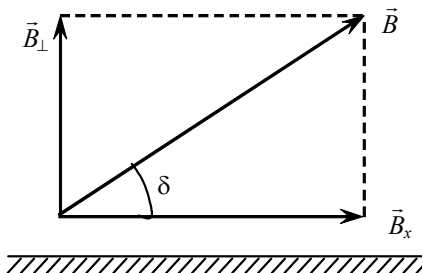


Рисунок 1

Магнитная стрелка, установленная на вертикальной оси (как в компасе), ориентируется только под действием горизонтальной составляющей  $\vec{B}_x$ . Для определения ее модуля может быть использован тангенс-гальванометр. Этот прибор состоит из круговой обмотки, содержащей  $N$  витков провода радиуса  $R$  и расположенной в вертикальной плоскости. В центре обмотки на горизонтальной подставке находится компас. Если расположить витки прибора в плоскости магнитного меридиана (т. е. в направлении магнитной стрелки, когда по виткам не течет ток) и пропустить по ним электрический ток, то стрелка повернется на некоторый угол. В этом случае по принципу суперпозиции индукция результирующего магнитного поля  $\vec{B}_2$  равна сумме горизонтальной составляющей индукции земного магнитного

поля  $\vec{B}_x$  (вертикальная составляющая не приводит к повороту стрелки вокруг вертикальной оси, и ее можно не учитывать) и индукции магнитного поля, создаваемого в центре витков проходящим по ним током  $\vec{B}_1$  (рисунок 2). Последняя направлена перпендикулярно плоскости витков, а плоскость параллельна вектору  $\vec{B}_x$ . Поэтому векторы  $\vec{B}_x$  и  $\vec{B}_1$  перпендикулярны друг другу. Магнитная стрелка компаса займет положение, параллельное направлению вектора  $\vec{B}_2$ , т. е. повернется на угол  $\alpha$ . Из треугольника векторов  $\vec{B}_x$ ,  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  на рисунке 2 следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_1}{B_x}. \quad (3)$$

На основании формулы (2), с учетом того, что каждый из  $N$  витков создает магнитное поле с одной и той же индукцией, в соответствии с принципом суперпозиции можно получить

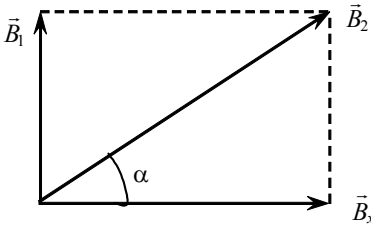


Рисунок 2

Здесь учтено, что магнитная проницаемость воздуха очень близка по величине к единице.

$$B_1 = \frac{\mu_0 NI}{2R}. \quad (4)$$

Здесь учтено, что магнитная проницаемость воздуха очень близка по величине к единице.

Из выражений (3) и (4) находим

$$B_x = \frac{\mu_0 NI}{2R \operatorname{tg} \alpha}. \quad (5)$$

Соотношение (5) позволяет при известных параметрах установки ( $N$  и  $R$ ) и по измеренным переменным величинам ( $I$  и  $\alpha$ ) определить модуль горизонтальной составляющей индукции земного магнитного поля.

Из соотношения (5) следует

$$I = \frac{2RB_x}{\mu_0 N} \operatorname{tg} \alpha = C \operatorname{tg} \alpha, \quad (6)$$

где  $C$  – величина, постоянная для данного прибора в данном месте Земли.

Если значение  $C$  известно, то прибор может служить для измерения силы тока (отсюда и его название – тангенс-гальванометр).

## 2 Оборудование и приборы

Установка, в состав которой входит тангенс-гальванометр. Источник постоянного тока. Амперметр  $A$  для измерения силы тока в витках тангенс-гальванометра. Реостат  $R$  для изменения силы тока. Соединительные провода. Переключатель  $\Pi$  для изменения направления тока. Ключ  $K$  (рисунки 3).

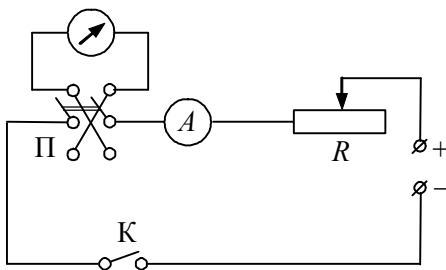


Рисунок 3

## 3 Порядок выполнения работы

1 Установить тангенс-гальванометр так, чтобы направление магнитной стрелки совпало с плоскостью круговых витков обмотки, т. е. плоскость магнитного меридиана совпала с плоскостью катушки прибора (один из концов стрелки компаса должен при этом совпадать с нулем его шкалы).

2 Установить на реостате максимальное сопротивление. Замкнуть переключатель  $\Pi$  на одно из положений. Замкнуть ключ  $K$ .

3 Записать в таблицу 1 величину силы тока (отсчитанную по амперметру) и угол отклонения стрелки компаса.

Таблица 1

№ измерения	$I, A$	$\alpha$ , град.	$B_{x,i}$ , Тл	$\langle B_x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n B_{x,i}}{n}$	$\Delta B_{x,i} =  B_{x,i} - \langle B_x \rangle $	$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta B_{x,i})^2}{n(n-1)}}$



4 Изменяя с помощью реостата силу тока, повторить измерения указанное преподавателем количество раз.

5 Для каждого измерения вычислить по формуле (5) значение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли и занести результаты в таблицу.

6 Найти среднее значение горизонтальной составляющей  $\langle B_x \rangle$ , среднюю квадратичную ошибку  $S$  и полуширину доверительного интервала  $\Delta B$  при доверительной вероятности  $P = 0,95$  по формуле  $\Delta B = tS$ . Результат измерения  $B_x$  представить в стандартной форме

$$B = (\langle B \rangle \pm \Delta B) \text{Тл}, \quad \varepsilon = \dots, \quad \text{при } P = 0,95.$$

7 С помощью реостата установить такое значение силы тока, при котором стрелка компаса отклонится на угол  $45^\circ$  (первое положение переключателя).

8 Поставить переключатель во второе положение и повторить п. 7. Найти среднее значение силы тока в этих двух измерениях, которое и будет равно постоянной прибора  $C$ , что следует из соотношения (6).

#### **Контрольные вопросы**

1 Магнитное поле и его природа. Индукция магнитного поля и ее определение. Тесла.

2 Магнитное поле прямого провода, кругового тока и длинного соленоида.

3 Устройство и принцип работы тангенс-гальванометра.

4 Вывод расчетной формулы для определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

5 Теоретическое и экспериментальное определение постоянной  $C$  тангенс-гальванометра.

6 Определения величин, характеризующих магнитное поле около земной поверхности. Расчет индукции магнитного поля Земли по величине ее горизонтальной составляющей.

#### **Лабораторная работа № 4.5**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА С ПОМОЩЬЮ МАГНЕТРОНА**

**Цель работы.** Изучить работу магнетрона и движение электронов в магнитном поле, определить отношение заряда электрона к его массе.

### 1 Краткие сведения из теории

В данной работе удельный заряд (отношение заряда к массе) электрона определяется с помощью метода, получившего название «метод магнетрона», потому что применяемая конфигурация электрического и магнитного полей напоминает конфигурацию полей в магнетронах – специальных сверхвысокочастотных генераторах электромагнитных колебаний. Для измерения используется установка, схема которой приведена на рисунке 1.

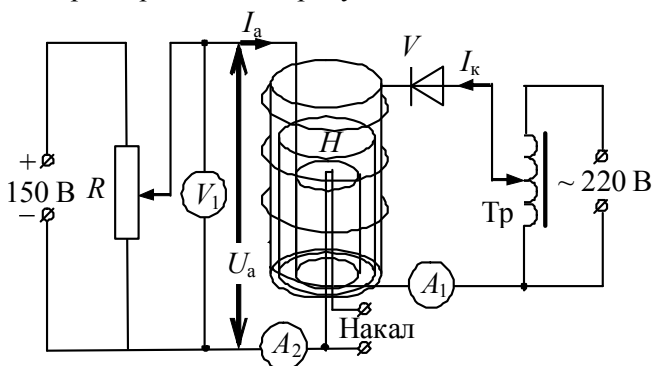


Рисунок 1

В установке имеется электронная лампа – диод с цилиндрическими коаксиальными электродами ( $H$ ), – помещенная внутри катушки. Электрический ток, протекающий по обмотке, создает магнитное поле, индукция которого ( $\vec{B}$ ) направлена параллельно оси диода. При отсутствии магнитного поля электроны движутся от катода к аноду по радиальным прямым под действием только электрического поля (рисунок 2, траектория 1).

Сила, с которой электрическое поле действует на электроны, направлена вдоль радиуса и вычисляется как

$$\vec{F}_e = q\vec{E},$$

где  $q$  – заряд электрона ( $q = -e$ ;  $e$  – элементарный заряд),  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля.

После включения тока через катушку в ней появится магнитное поле, индукция которого направлена перпендикулярно скорости электрона. На электрон действует сила Лоренца, которая также перпендикулярна скорости

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}\vec{B}], \quad (1)$$

где  $\vec{v}$  – скорость электрона;  $q$  – его заряд.

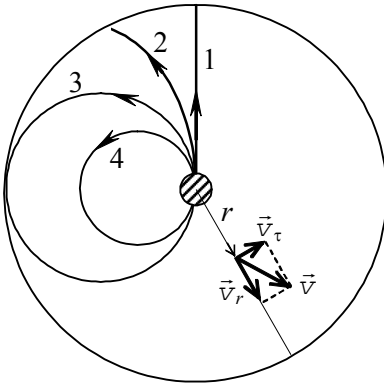


Рисунок 2

Под действием силы Лоренца скорость электронов будет менять направление, а траектория искривляться (см. рисунок 2, траектория 2). При некотором критическом значении индукции магнитного поля  $B_{кр}$  траектория искривляется настолько, что только касается анода. По форме она при этом напоминает окружность (траектория 3). Наконец при дальнейшем усилении магнитного поля электрон вовсе не попадет на анод и вернется в катод (траектория 4).

Сила тока в цепи диода при этом падает до нуля. Для определения  $B_{кр}$  необходимо рассчитать движение электрона между электродами лампы, что в этом случае является непростой задачей, т. к. на электрон действуют две силы (электрическая и Лоренца) направленные по-разному. Удобнее всего расчет проводить с помощью уравнения моментов

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z, \quad (2)$$

где  $L_z$  – момент импульса электрона относительно оси диода (на рисунке 2 ось  $z$  направлена перпендикулярно плоскости чертежа вверх);  $M_z$  – суммарный момент всех сил, действующих на электрон, относительно этой же оси;  $t$  – время.

Разложим скорость электрона на два слагаемых (см. рисунок 2)

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\tau \quad (3)$$

где  $\vec{v}_r$  – радиальная составляющая скорости;  $\vec{v}_\tau$  – тангенциальная составляющая, перпендикулярная последней. Здесь используется важное допущение, что электроны вылетают из катода перпендикулярно оси диода. Все действующие на них силы также перпендикулярны оси, поэтому и при дальнейшем движении скорость остается перпендикулярной оси  $z$ . В силу этого в разложении (3) отсутствует слагаемое, параллельное этой оси.

Подставим выражение (3) в формулу для силы Лоренца (1)

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}_r \vec{B}] + q[\vec{v}_\tau \vec{B}]. \quad (4)$$

Опираясь на свойства векторного произведения, направления векторов на рисунке 2 и принятое соглашение о направлении вектора  $\vec{B}$ , можно сделать вывод, что первое слагаемое в (4) направлено так же, как и скорость  $\vec{v}_r$ , а второе – противоположно скорости  $\vec{v}_\tau$ . В силу этого ненулевой момент относительно оси  $z$  создает только первое слагаемое

$$M_z = evr_\tau B, \quad (5)$$

где  $r$  – радиальная координата (расстояние от оси диода до рассматриваемой точки).

Сила, действующая на электрон со стороны ускоряющего электрического поля, направлена по радиусу, в силу чего ее момент относительно оси  $z$  равен нулю.

Момент импульса электрона относительно оси  $z$  определяется только тангенциальной составляющей скорости  $\vec{v}_\tau$

$$L_z = mrv_\tau, \quad (6)$$

где  $m$  – масса электрона. В формуле (6) положительный знак момента соответствует направлению  $\vec{v}_\tau$ , указанному на рисунке 2. При противоположном направлении момент импульса меняет знак.

Подставляя (5) и (6) в (2), с помощью известного кинематического соотношения  $v_r = \frac{dr}{dt}$  получим

$$m \frac{d(rv_\tau)}{dt} = evv_r B = er \frac{dr}{dt} B = \frac{eB}{2} \frac{d(r^2)}{dt}.$$

Из полученной формулы следует, что  $md(rv_\tau) = \frac{eB}{2} d(r^2)$ . Проинтегрировав это уравнение, получим

$$mrv_\tau \Big|_{r_k}^R = \frac{eB}{2} r^2 \Big|_{r_k}^R, \quad (7)$$

где  $R$  – радиус анода;  $r_k$  – радиус катода.

Допустим, что начальные скорости вылетающих из катода электронов достаточно малы по сравнению с их скоростями вблизи анода (это тем более справедливо, чем больше анодное напряжение). Тогда из уравнения (7) можно получить выражение для величины тангенциальной составляющей скорости вблизи анода (т. е. при  $r = R$ )

$$v_\tau = \frac{eBR}{2m} \left[ 1 - \left( \frac{r_k}{R} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

Еще одно соотношение для скорости электрона вблизи анода можно получить по теореме об изменении кинетической энергии, приравняв работу ускоряющего электрического поля при движении электрона от катода до анода к изменению его кинетической энергии

$$eU_a = \frac{m}{2} (v_r^2 + v_\tau^2). \quad (9)$$

Здесь использовано разложение (3), взаимная перпендикулярность составляющих скорости, а также принятое допущение о малости начальной скорости электрона.

В случае, когда траектория электрона касается анода (см. траекторию 3 на рисунке 2), т. е. для критического значения индукции магнитного поля ( $B = B_{кп}$ ) радиальная составляющая скорости равна нулю, из (8) и (9) после несложных преобразований получается следующее выражение

$$U_a = \frac{eB_{кп}^2 R^2}{8m} \left[ 1 - \left( \frac{r_k}{R} \right)^2 \right]^2. \quad (10)$$

Индукцию магнитного поля в катушке определим с помощью формулы для идеального соленоида

$$B_{\text{кр}} = \mu_0 n I_{\text{кр}}, \quad (11)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $n$  – плотность намотки катушки (число витков на единицу длины);  $I_{\text{кр}}$  – сила тока в катушке, соответствующая критическому значению индукции магнитного поля.

Формулы (10) и (11) позволяют получить выражение, связывающее удельный заряд электрона с критической силой тока в катушке (определяемой по моменту прекращения анодного тока)

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a}{(\mu_0 n R I_{\text{кр}})^2} \left[ 1 - \left( \frac{r_k}{R} \right)^2 \right]^{-2}.$$

Для используемого в работе диода  $r_k \ll R$  и, следовательно, для расчета удельного заряда электрона можно пользоваться приближенной формулой

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a}{(\mu_0 n R I_{\text{кр}})^2}. \quad (12)$$

В идеальном случае (при справедливости всех принятых допущений) зависимость силы анодного тока (тока через диод) от силы тока через катушку имела бы вид резкой ступеньки (пунктирная вертикальная и горизонтальная линии на рисунке 3). В действительности электроны, покидающие катод, обладают различными начальными скоростями, имеющими также различные направления.

Поэтому критические условия (касание траекторией электрона анода) достигаются для разных электро-

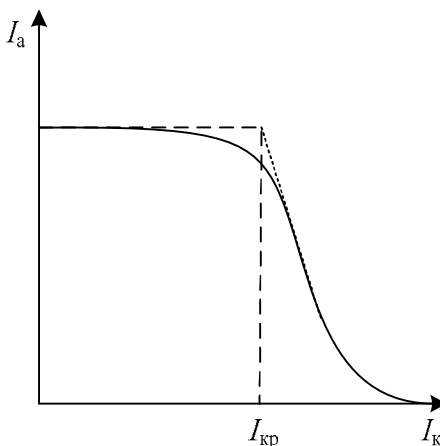


Рисунок 3

нов при различных значениях индукции магнитного поля (и, соответственно, при разных силах тока через катушку). Вследствие этого кривая  $I_a(I_k)$  приобретает пологий вид (сплошная кривая на рисунке 3).

Кроме этого, на практике невозможно обеспечить строгую однородность магнитного поля в катушке, полную симметричность расположения катода относительно анода и т. п. Все эти причины приводят к дополнительному сглаживанию кривой на рисунке 3. Поэтому критическое значение силы тока через катушку необходимо брать из верхней части участка крутого спада кривой, так как именно этот участок графика показывает уменьшение анодного тока, происходящее вследствие того, что анод перестали достигать электроны, покидающие катод со скоростью, близкой к нулю; именно для этого случая и выведена расчетная формула (12).

## 2 Оборудование и приборы

Диод ( $H$  на рисунке 1), помещенный внутри катушки (магнетрон); автотрансформатор ( $Tr$ ) и выпрямительный диод ( $VD$ ), с помощью которых осуществляется питание катушки электрическим током; амперметр ( $A_1$ ) для измерения силы тока через катушку ( $I_k$ ); амперметр ( $A_2$ ) для контроля силы тока через диод ( $I_a$ ); вольтметр ( $V_1$ ) для измерения анодного напряжения ( $U_a$ ); потенциометр  $R$ .

## 3 Порядок выполнения работы

1 Установите ручку автотрансформатора  $Tr$  на минимальное значение силы тока в катушке, а ручку потенциометра  $R$  – на минимальное значение анодного напряжения. Включите установку в сеть и дайте ей прогреться в течение одной минуты.

2 Получите задание у преподавателя на объем лабораторной работы (сколько и какие значения анодного напряжения использовать для измерений).

3 С помощью потенциометра  $R$  установите одно из значений анодного напряжения. Снимите зависимость анодного тока от тока в катушке. Для этого с помощью автотрансформатора следует постепенно увеличивать силу тока в катушке ( $I_k$ ), записывая ее значение, а

также значение силы тока через диод ( $I_a$ ) в таблицу 1. При этом большая часть точек должна соответствовать интервалу, на котором сила анодного тока уменьшается в 2 раза.

*Внимание!* Следите за постоянством анодного напряжения в процессе изменения силы тока в катушке. При необходимости подправляйте его значение с помощью потенциометра.

Таблица 1

$U_a,$ В	$I, A$	Замеры						$\frac{e}{m},$ $\frac{Кл}{кг}$
		1	2	3	4	5	...	
	$I_k$							
	$I_a$							
	$I_k$							
	$I_a$							
...								
...								

4 Постройте кривую на графике зависимости анодного тока от тока в катушке (см. рисунок 3). По месту начала спада анодного тока на кривой определите величину критического значения силы тока в катушке ( $I_{кр}$ ).

5 По формуле (12) вычислите отношение заряда электрона к его массе, и полученное число запишите в последнюю колонку таблицы.

6 Прodelайте пункты 3–5 необходимое количество раз (согласно заданию преподавателя).

7 По данным из последней колонки таблицы определите для удельного заряда электрона среднее значение  $\left\langle \frac{e}{m} \right\rangle$  и доверительный интервал  $\Delta$  при  $P = 0,95$ .

8 Представьте полученный результат в виде

$$\frac{e}{m} = \left( \left\langle \frac{e}{m} \right\rangle \pm \Delta \right) \frac{\hat{E}\hat{\epsilon}}{\hat{e}\hat{a}}, \quad \epsilon = \dots, \text{ при } P = 0,95.$$

### Контрольные вопросы



1 Какая сила действует на электрический заряд, движущийся в магнитном поле? Чему она равна и как направлена в различных случаях? Каковы ее основные свойства?

2 Опишите метод измерения удельного заряда электрона, применяемый в данной работе.

3 Какие допущения должны выполняться, чтобы описанный метод давал правильное значение удельного заряда электрона?

4 Почему в реальных условиях не наблюдается ступенчатый спад силы анодного тока (пунктирная кривая на рисунке 3)? Какой участок реальной кривой и почему соответствует критическому току через катушку?

5 Выведите расчетную формулу (12).

## Лабораторная работа № 4.6

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ХОЛЛА

**Цель работы.** Определить концентрацию носителей тока и их подвижность в полупроводнике.

#### 1 Краткие сведения из теории

Явление Холла принадлежит к группе гальваномагнитных явлений, относящихся к изменению электрических свойств проводников и полупроводников под влиянием магнитного поля. Оно заключается в возникновении поперечного электрического поля в сплошном проводнике (полупроводнике) с током, помещенном в перпендикулярное магнитное поле. Это явление позволяет определить концентрацию носителей тока в веществе и их знак (точнее – знак основных носителей).

Концентрация носителей в металлах определяется концентрацией атомов вещества и валентностью. Поэтому она не зависит от температуры. Для полупроводников, наоборот, концентрация носителей очень резко возрастает при повышении температуры, что относят к основным их свойствам.

Знак носителей для полупроводников определяется типом проводимости (электронная или дырочная). Квантовая теория твердого тела объяснила, как коллективное движение электронов (отрицательно заряженных частиц) в веществе может приводить к свойствам, характерным для направленного движения каких-то положительных

частиц. Следует подчеркнуть, что на самом деле в веществе нет этих движущихся положительных частиц. При рассмотрении многих подобных явлений удобно пользоваться упрощенной моделью, основанной на движении несуществующих частиц (поэтому их называют *квазичастицы*). Для протекания электрического тока в подобных случаях соответствующие положительные квазичастицы называют *дырками*, и говорят о *дырочном типе проводимости*.

Дырочная проводимость характерна для многих примесных полупроводников (с акцепторными примесями). Большинство чистых металлов обладают электронным типом проводимости (носители тока – свободные электроны в веществе). Однако для ряда металлов (бериллий, кадмий, алюминий и некоторых других) основными носителями электрического тока являются дырки.

Рассмотрим проводник или полупроводник (далее – проводник) в форме прямоугольной пластинки, по которой течет электрический ток с плотностью  $\vec{j}$ . Предположим, что носители тока в пластинке имеют положительный

знак (рисунок 1). Если вещество является полупроводником, то пренебрежем наличием неосновных носителей тока, а в качестве знака носителей будем брать знак основных носителей.

При выбранном знаке вектора  $\vec{j}$  и  $\vec{v}$  (средняя скорость направленного движения носителей) направлены одинаково. Для случая отрицательных носителей направление вектора  $\vec{v}$  изменится на противоположное. Если проводник поместить в перпендикулярное к нему магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ , то в веществе возникнет электрическое поле, перпендикулярное векторам  $\vec{j}$  и  $\vec{B}$ , о существовании которого можно судить по возникновению разности потенциалов между параллельными току и полю гранями  $U_H = \varphi_1 - \varphi_2$  (холловское напряжение). Опыт показывает, что холловское напряжение пропор-

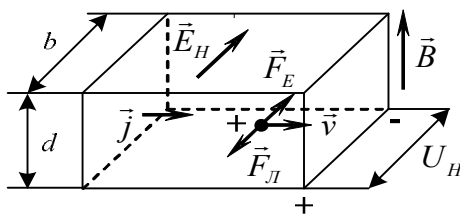


Рисунок 1

ционально плотности тока, индукции магнитного поля и ширине пластинки  $b$

$$U_H = RbBj. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности  $R$  зависит от рода вещества и носит название постоянной Холла.

Эффект Холла объясняется электронной теорией как следствие действия на носители тока силы Лоренца

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}\vec{B}],$$

где  $q$  – заряд носителя.

В данном случае сила Лоренца направлена вдоль стороны  $b$  проводника. По модулю она равна  $F_L = qvB$  (здесь и дальше  $q$  – модуль заряда носителя), т. к. векторы  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  перпендикулярны друг другу. Под действием этой силы носители будут смещаться в перпендикулярном направлении, поэтому в первоначальный момент (сразу после включения магнитного поля) их траектории станут загибаться к передней (на рисунке 1) грани. В результате в тонком слое около задней грани количество носителей уменьшится, а около передней – увеличится (по сравнению с равновесным, когда вещество было в целом нейтральным). Таким образом, передняя грань проводника зарядится положительно, а задняя – отрицательно, в результате чего внутри проводника возникает поперечное (к направлениям тока и магнитного поля) электрическое поле напряженности  $\vec{E}_H$ . Для случая отрицательных носителей направление силы Лоренца и напряженности поперечного электрического поля изменятся на противоположные (при том же направлении силы и плотности тока). Соответственно изменятся знаки зарядов на гранях и знак измеряемого холловского напряжения. Это позволяет определить знак носителей тока в веществе.

Возникшее поперечное электрическое поле будет действовать на носители с силой  $\vec{F}_E$ , модуль которой пропорционален его напряженности  $F_E = qE_H$ . В первый момент после включения магнитного поля грани не заряжены, поперечное электрическое поле отсутствует и электрическая сила не действует. С течением времени носители

смещаются от первоначальной прямолинейной траектории, заряды на гранях возрастают, увеличиваются вместе с этим напряженность поперечного электрического поля и электрическая сила. При этом равнодействующая сил  $\vec{F}_L$  и  $\vec{F}_E$  уменьшается до тех пор, пока не наступит равновесие: траектория вновь станет прямолинейной (параллельной вектору  $\vec{v}$ ), равнодействующая сил станет равной нулю. Последнее утверждение можно записать в виде соотношения

$$qvB = qE_H .$$

Поэтому поперечная разность потенциалов (с учетом однородности поперечного электрического поля)

$$U_H = E_H b = vbB .$$

В этом выражении среднюю скорость носителей можно выразить через плотность тока, так как

$$j = nqv , \quad (2)$$

где  $n$  – концентрация носителей (число в единице объема). В результате получим

$$U_H = \frac{1}{qn} bBj . \quad (3)$$

Выражение (3) совпадает с (1), если постоянная Холла

$$R = \frac{1}{qn} .$$

Если в соотношении (3) выразить плотность тока через силу тока  $I$  и площадь поперечного сечения проводника  $S = bd$  (в предположении, что плотность тока во всех точках одинакова)

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{bd} ,$$

то получим еще одно уравнение, описывающее эффект Холла

$$U_H = \frac{1}{qn} \frac{IB}{d} . \quad (4)$$

Для отрицательных носителей соотношение (4) останется справедливым, т. к. по смыслу предыдущих соотношений  $U_H$  – модуль разности потенциалов.

Из уравнения (4) можно получить выражение для концентрации носителей тока

$$n = \frac{1}{qU_H} \frac{IB}{d}. \quad (5)$$

Важной характеристикой вещества является подвижность его носителей тока, которая определяется с помощью выражения

$$u = \frac{v}{E}, \quad (6)$$

где  $E$  – модуль напряженности электрического поля в проводнике, вызывающего появление электрического тока (т. е. направленного движения носителей со средней скоростью  $v$ ).

Для проводников и полупроводников подвижность слабо зависит от температуры, уменьшаясь с увеличением последней.

Из (2) и (6) следует, что

$$\frac{j}{E} = nqu, \quad (7)$$

где левая часть может быть заменена с помощью закона Ома в дифференциальной форме

$$j = \sigma E = \frac{E}{\rho}, \quad (8)$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость вещества;  $\rho$  – его удельное сопротивление.

Из (7) и (8) получается соотношение, связывающее удельное сопротивление вещества и подвижность его носителей тока

$$\rho = \frac{1}{nuq}. \quad (9)$$

## 2 Оборудование и приборы

Исследуемый образец (пластина из германия  $p$ -типа проводимости) с размерами  $l = 1,5$  мм;  $b = 1$  мм;  $d = 0,2$  мм (датчик Холла) (рисунок 2), помещенный в зазоре электромагнита. Потенциометр  $R$  для регулировки величины силы тока  $I$  через пластину. Миллиамперметр  $A$  для определения этой силы тока. Милливольтметр  $V$  для измерения холловской разности потенциалов. Потенциометр  $R_1$  для установки милливольтметра на ноль.

Потенциометр  $R_2$  для регулировки величины силы тока  $I_m$  через обмотку электромагнита (рисунок 3). Миллиамперметр  $A$  для определения этой силы тока.

### 3 Порядок выполнения работы

1 Потенциометры  $R$  и  $R_2$  поставить на минимум напряжения (ручки повернуть против часовой стрелки до упора). Подключить установку к сети и включить питание схемы.

2 Получить задание у преподавателя, сколько произвести измерений и при каких значениях токов  $I$  и  $I_m$ . Включить питание электромагнита.

3 При нулевом токе через электромагнит и максимальном токе через датчик Холла с помощью потенциометра  $R_1$  установить стрелку милливольтметра на ноль.

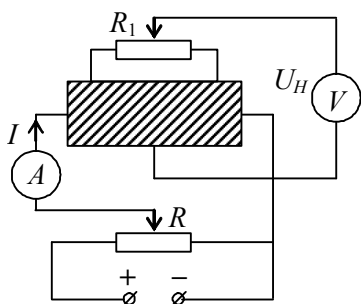


Рисунок 2

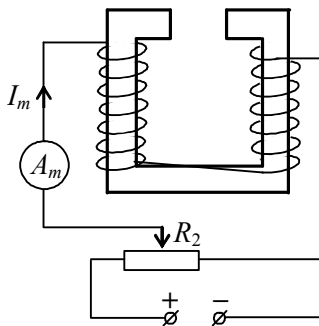


Рисунок 3

4 С помощью потенциометров  $R$  и  $R_2$  выставить силы токов, соответствующие одному из вариантов задания, и с помощью милли-

вольтметра измерить холловскую разность потенциалов  $U_H$ . Данные занести в таблицу 1.

Таблица 1

№	$I$ , А	$I_m$ , А	$B$ , Тл	$U_H$ , В	$n$ , м <sup>-3</sup>	$\langle n \rangle$ , м <sup>-3</sup>	$\Delta n_i$ , м <sup>-3</sup>	$\rho$ , Ом·м

5 Выполнить п. 4 необходимое число раз (согласно заданию преподавателя).

6 Для всех значений силы тока через обмотку электромагнита  $I_m$  с помощью градуировочного графика (рисунок 4) определить значения индукции магнитного поля и занести их в таблицу.

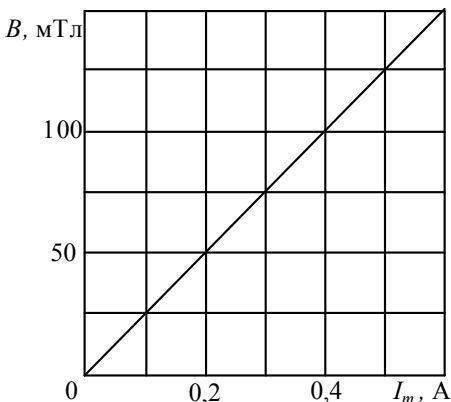


Рисунок 4

7 С помощью соотношения (5) вычислить значения концентрации носителей тока  $n$  для каждой строчки таблицы. Определить среднее значение  $\langle n \rangle$ , отклонения от среднего  $\Delta n_i$ , среднюю квадратичную ошибку и полуширину доверительного интервала  $\Delta n$  для доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

8 Представить результаты обработки опытных данных в следующей форме:

$$n = (\langle n \rangle \pm \Delta n) \text{ м}^{-3}, \quad \varepsilon = \dots, \text{ при } P = 0,95.$$

9 По формуле (9) вычислить среднее значение удельного сопротивления германия, приняв для подвижности дырок при комнатных температурах значение  $0,19 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , а в качестве их концентрации взяв полученное среднее значение  $\langle n \rangle$ .

### Контрольные вопросы

1 Что называется электрическим током? Как он реализуется в проводниках, электролитах и полупроводниках? Что является носителями тока?

- 2 Каков характер движения зарядов в магнитном поле? Чему равна сила Лоренца и как она направлена?
- 3 В чем заключается сущность эффекта Холла?
- 4 Как экспериментально определяется концентрация носителей тока с использованием эффекта Холла?
- 5 Что называется подвижностью носителей тока, какова ее единица?
- 6 Как в работе экспериментально определяется удельное сопротивление германия?

## Лабораторная работа № 4.7

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НОСИТЕЛЕЙ ТОКА В ПОЛУПРОВОДНИКЕ С ПОМОЩЬЮ ЭФФЕКТА ХОЛЛА**

**Цель работы.** Изучить физическую сущность эффекта Холла, исследовать зависимость ЭДС Холла от величины тока, протекающего через образец, определить постоянную Холла, концентрацию и подвижность основных носителей тока в полупроводнике при комнатной температуре.

#### **1 Краткие сведения из теории**

Этот эффект был открыт Е. Холлом в 1879 г. Сущность явления заключается в следующем. Если металлическую или полупроводниковую пластину ( $D$ ) шириной  $a$ , длиной  $l$  и толщиной  $d$ , по которой проходит ток ( $I_D$ ), поместить в магнитное поле ( $B$ ), направленное перпендикулярно линиям тока (рисунок 1), то в ней возникает разность потенциалов ( $U_H$ ) в направлении, перпендикулярном току и магнитному полю.



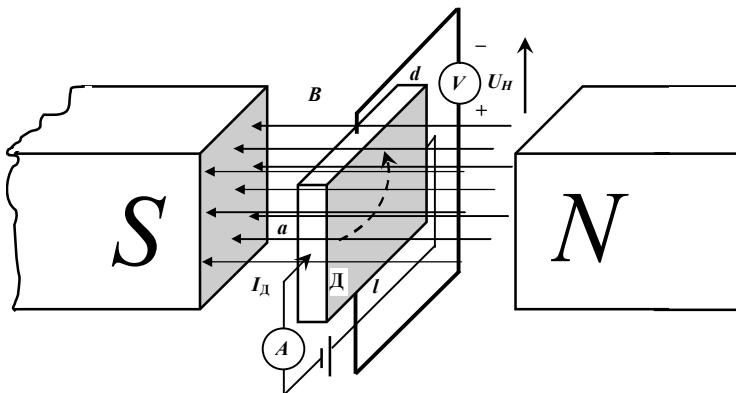


Рисунок 1

Это явление позволяет определить концентрацию носителей тока в веществе и их знак (точнее – знак основных носителей тока).

В металлах концентрация атомов и валентность носителей предопределяет концентрацию носителей заряда. В связи с этим она не зависит от температуры. В полупроводниках концентрация носителей (электронов и дырок) возрастает по экспоненциальному закону при повышении температуры.

При этом нужно отметить, что в веществе на самом деле нет дырок – движущихся положительных частиц. В этом случае удобно пользоваться упрощенной моделью, в которой движутся несуществующие частицы (поэтому их называют *квазичастицы*). При протекании электрического тока в таких случаях положительные квазичастицы называют *дырками*, и говорят о *дырочном типе проводимости*.

Дырочный тип проводимости характерен для многих примесных полупроводников (с акцепторными примесями). Многие чистые металлы обладают электронным типом проводимости (носители тока – свободные электроны в веществе). Вместе с тем для ряда металлов (бериллий, кадмий, алюминий и др.) основными носителями электрического тока являются дырки.

Рассмотрим проводник или полупроводник (далее – проводник) в форме прямоугольной пластинки, по которой течет электрический ток вдоль стороны  $l$  (см. рисунок 1). Поскольку ток – это направленное движение заряженных частиц, то любая такая частица, движу-

щаяся в магнитном поле, испытывает действие силы Лоренца, направление которой перпендикулярно направлению движения частицы и направлению магнитного поля. Величина этой силы прямо пропорциональна величине заряда  $q$ , скорости частицы  $v$  и индукции магнитного поля  $B$

$$F_{\text{Л}} = qvB. \quad (1)$$

Для металлов и для полупроводников  $n$ -типа  $q = e$ , где  $e$  – заряд электрона. Под действием силы Лоренца электроны отклоняются к верхней грани пластины и заряжают ее отрицательно. На противоположной грани остается нескомпенсированный положительный заряд ионов кристаллической решетки. В результате этого в пластине возникает поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх. Обозначим напряженность образовавшегося электрического поля через  $\vec{E}$ . Сила  $\vec{F}_{\text{Э}} = e\vec{E}$ , действующая со стороны электрического поля на заряд, направлена в сторону, противоположную направлению силы Лоренца  $\vec{F}_{\text{Л}}$ . Возникшая вследствие этого **поперечная разность потенциалов  $U$**  называется **ЭДС Холла**.

Разделение зарядов в образце продолжается до тех пор, пока силы магнитного и электрического полей не уравновесят друг друга, т. е.

$$eE = evB, \quad (2)$$

откуда находим

$$E = vB. \quad (3)$$

В случае однородного поля

$$U = Ea, \quad (4)$$

где  $a$  – ширина пластинки. С учетом выражения (3) получаем, что

$$U = avB. \quad (5)$$

Плотность тока, проходящего через кристалл

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{a \cdot d},$$

где  $d$  – толщина пластинки.

В то же время  $j = env$ , где  $v$  – средняя скорость упорядоченного движения зарядов,  $n$  – концентрация электронов. Следовательно,

$$env = \frac{I}{ad}.$$

Откуда

$$v = \frac{I}{aden}. \quad (6)$$

Подставив (6) в (5), получим

$$U = \frac{1}{en} \frac{IB}{d}. \quad (7)$$

Обозначим  $\frac{1}{en} = R$ , где  $R$  – постоянная (коэффициент) Холла (знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока). У электронных полупроводников постоянная  $R$  отрицательна, у дырочных – положительна), тогда

$$U = R \frac{IB}{d}. \quad (8)$$

Таким образом, ЭДС Холла зависит от величины проходящего тока, индукции магнитного поля, размеров пластины и концентрации носителей заряда. Зависимость от концентрации говорит о том, что в металлах, где концентрация носителей зарядов бóльшая, чем в полупроводниках, ЭДС Холла по сравнению с полупроводниками намного меньше, и поэтому использование эффекта Холла началось только с применением полупроводников.

При выводе формулы для  $U$  мы полагали, что все носители заряда имеют одинаковую скорость. Если учитывать распределение носителей заряда по скоростям, то необходимо ввести числовой множитель  $A$ , отличный от единицы:

$$R = \frac{A}{ne}, \quad (9)$$

где  $A$  – постоянная, зависящая от механизма рассеяния носителей заряда:  $A = 0,99 \dots 1,93$ . При рассеянии электронов на тепловых колебаниях решетки  $A = \frac{3\pi}{8} = 1,18$ .

Постоянную Холла можно вычислить по экспериментальным данным, используя выражение (8),

$$R = \frac{U_H d}{I_d B}. \quad (10)$$

Имея значение постоянной Холла, найдем концентрацию основных носителей из выражения (9)

$$n = \frac{3\pi}{8eR}. \quad (11)$$

Одновременное измерение постоянной Холла и удельной электропроводности полупроводника позволяет рассчитать подвижность носителей заряда. При небольших напряженностях электрического поля для полупроводников справедлив закон Ома:  $j = \sigma E$ . С другой стороны  $j = env$ , тогда

$$\sigma = \frac{evn}{E} = eun, \quad (12)$$

где  $u = \frac{v}{E}$  – подвижность основных носителей заряда,  $v$  – скорость их движения.

Если известно сопротивление образца  $R_{\text{обр}}$ , то входящую в выражение (12) величину  $\sigma$  можно рассчитать по формуле

$$\sigma = \frac{l}{ad} \frac{1}{R_{\text{обр}}}, \quad (13)$$

где  $l$  – длина образца.

Из выражений (12) и (13) находим

$$u = \frac{l}{qnR_{\text{обр}}ad}. \quad (14)$$

Эффект Холла получил широкое применение не только как мощное средство изучения свойств носителей заряда. На его основе оказалось возможным создание ряда устройств и приборов, обладающих исключительно ценными свойствами – приборов для измерения постоянных и переменных магнитных полей, для измерения токов высокой частоты, анализа спектров, для электронных усилителей, преобразователей, генераторов электрических сигналов.

Эффект Холла относится к ряду физических явлений, которые можно использовать для моделирования операции непосредственно умножения двух величин, заданных в виде токов (или напряжений).

## 2 Оборудование и приборы

Схема установки представлена на рисунке 2.

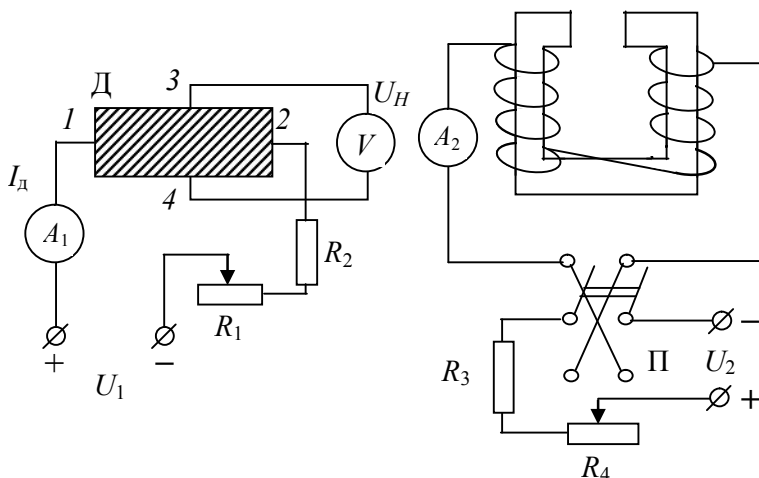


Рисунок 2

Исследуемый образец (пластина из германия  $p$ -типа проводимости) с размерами  $l = 2,3$  мм,  $a = 1,4$  мм,  $d = 0,25$  мм и сопротивлением  $R_{\text{обр}} = 2,0$  Ом (датчик Холла) помещен в зазоре электромагнита.

С помощью переменного резистора  $R_1$  осуществляется регулировка тока через датчик Холла, величина которого измеряется миллиамперметром  $A_1$ . Резистор  $R_2$  ограничивает максимальный ток через датчик. Ток электромагнита регулируется переменным резистором  $R_4$ , а его величина измеряется миллиамперметром  $A_2$ . Направление тока электромагнита изменяется трехпозиционным переключателем П. В среднем положении переключателя ток через электромагнит выключен.

Напряжение Холла  $U_H$  на датчике измеряется милливольтметром  $V$ . Нужно учесть, что контакты 3 и 4 практически нельзя разместить на одной эквипотенциальной поверхности. Поэтому даже без

магнитного поля на контактах будет напряжение  $U_{ac}$  – напряжение асимметрии, которое обусловлено несимметричным расположением контактов 3 и 4, неоднородностью образца и т. д. Чтобы избавиться от напряжения асимметрии, поступают так. Проводят измерение поперечной разности потенциалов на контактах 3 и 4 при различных направлениях магнитного поля, что достигается изменением направления тока через электромагнит. Тогда при одном направлении магнитного поля  $U_1 = U_H + U_{ac}$ , а при другом  $U_2 = -U_H + U_{ac}$ , так как с изменением направления магнитного поля напряжение Холла ( $U_H$ ) меняет знак, а напряжение асимметрии ( $U_{ac}$ ) остается неизменным. Тогда

$$U_H = \frac{U_1 - U_2}{2}. \quad (15)$$

### 3 Порядок выполнения работы

1 Повернуть все регуляторы тока против часовой стрелки до упора.

2 Получить задание у преподавателя, сколько произвести измерений и при каких значениях токов  $I_D$  и  $I_M$ . Включить установку в сеть. Рекомендуемое значение тока  $I_D = 30 \dots 50$  мА.

3 Переключатель П перевести в нижнее положение, что соответствует положительному направлению тока электромагнита, и установить его заданное значение  $I_M$  в диапазоне  $50 \dots 160$  мА.

4 Установить заданное значение тока датчика Холла и записать значение напряжения  $U_1$  в строку таблицы 1.

Таблица 1

№	$I_D$	$I_M$	$B$ , Тл	$U_1$	$U_2$	$U_H$	$R$ , м <sup>3</sup> /Кл	$n$ , м <sup>-3</sup>	$\langle n \rangle$ , м <sup>-3</sup>
	мА			мВ					

5 Перевести переключатель П в верхнее положение и записать с учетом знака значение напряжения  $U_2$ . Вычислить  $U_H$  по формуле (15).

6 Аналогичным образом произвести измерения напряжений  $U_1$  и  $U_2$  при других значениях тока датчика Холла.

7 По графику на рисунке 3 и значению тока  $I_M$  определить значение индукции  $B$  магнитного поля в зазоре электромагнита.

8 По полученным значениям, используя формулу (10), вычислить значения постоянной Холла  $R$  для всех использованных значений тока датчика Холла.

9 Используя полученное значение  $\langle R \rangle$  вычислить по формуле (11) концентрацию  $n$  носителей зарядов в материале датчика Холла.

10 По формуле (14) определить подвижность носителей зарядов в материале датчика Холла.

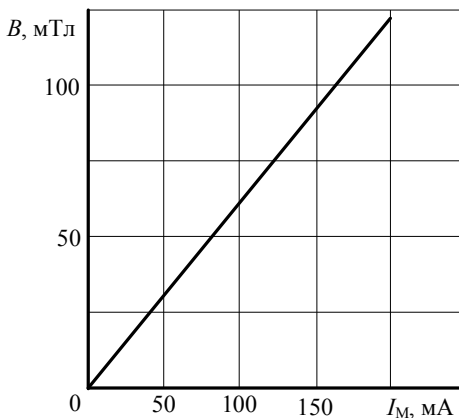


Рисунок 3

11 Представить результаты в следующей форме:

$$n = (\langle n \rangle \pm \Delta n) \text{ м}^{-3}, \quad \varepsilon = \dots, \text{ при } P = 0,95;$$

$$u = \dots, \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с}).$$

### Контрольные вопросы

1 Что называется электрическим током? Как он реализуется в проводниках, электролитах и полупроводниках? Что является носителями тока?

2 Каков характер движения зарядов в магнитном поле? Чему равна сила Лоренца, и как она направлена?

3 Как экспериментально определяется концентрация носителей тока с использованием эффекта Холла?

4 В чем заключается сущность эффекта Холла?

5 Что называется подвижностью носителей тока, какова ее единица?

6 Как в работе экспериментально определяется подвижность носителей зарядов в материале датчика Холла?

### Лабораторная работа № 4.8

# ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

**Цель работы.** Наблюдать петлю гистерезиса; снять основную кривую намагничивания; установить зависимость магнитной проницаемости ферромагнитного образца от напряженности магнитного поля.

## 1 Краткие сведения из теории

Все вещества в природе в той или иной мере обладают магнитными свойствами, т. е., во-первых, могут быть источниками собственного магнитного поля, а, во-вторых, наблюдается силовое действие на них внешнего магнитного поля (в виде сил или их моментов). Во многих важных случаях эти свойства совпадают со свойствами плоского витка с током, поэтому для их описания используется физическая величина – магнитный момент, – определяемая для плоского витка по формуле

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (1)$$

где  $I$  – сила тока в витке;  $S$  – его площадь;  $\vec{n}$  – нормаль к его поверхности, направление которой связано с направлением протекающего тока по правилу правого винта. Как следует из (1), магнитный момент – векторная величина, единицей которой в СИ является ампер-квадратный метр ( $A \cdot m^2$ ).

Магнитный момент – величина аддитивная. Это означает, что магнитный момент, описывающий магнитные свойства тела, равен векторной сумме магнитных моментов тех частей (например, атомов и молекул), из которых состоит это тело. Так, магнитный момент атома равен сумме магнитных моментов его электронов и ядра. Оценки показывают, что в подавляющем большинстве случаев вкладом последнего можно пренебречь. В свою очередь, магнитный момент электрона определяется двумя слагаемыми. Первое связано с орбитальным движением электрона в атоме, что эквивалентно протеканию некоторого кольцевого микротока, а второе – с существованием собственного, внутренне присущего электрону (как и многим другим частицам) момента импульса, который не связан с каким-либо механическим движением и впервые описан в квантовой механике.



Этот момент импульса называется спином, а связанный с ним магнитный момент – спиновым магнитным моментом.

Для характеристики магнитных свойств вещества используется не сам его магнитный момент, а связанная с ним физическая величина – намагниченность (магнитный момент единицы объема)

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \cdot \sum_{i=1}^N \vec{p}_{mi}, \quad (2)$$

где  $\Delta V$  – объем физически малого участка вещества;  $N$  – число молекул в этом объеме;  $\vec{p}_{mi}$  – магнитный момент одной молекулы. Определение опирается на физически малый участок вещества, чтобы полученная величина оказалась локальной, т. е. предназначенной для описания магнитных свойств в любой точке вещества. Из (2) следует, что намагниченность – векторная величина, единицей которой в СИ является ампер на метр (А/м).

Связь намагниченности с векторной суммой магнитных моментов в (2) приводит к важному следствию. Если атомы и молекулы ориентированы в пространстве случайным образом (вследствие теплового движения), то сумма их магнитных моментов будет равна нулю. Поэтому в большинстве случаев при отсутствии внешнего магнитного поля вещество не проявляет магнитных свойств (не создает собственное поле), а, будучи в него помещенным, намагничивается, т. е. становится источником дополнительного магнитного поля. Это происходит в результате различных механизмов, для парамагнетиков (см. дальше) – в результате ориентирующего действия внешнего магнитного поля.

Основной силовой характеристикой магнитного поля является его индукция  $\vec{B}$ , модуль которой (по одному из определений)

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}, \quad (3)$$

где  $M_{\max}$  – максимальное значение вращающего момента сил, действующего на свободный виток с током (настолько малый, чтобы поле в его точках можно было принимать за однородное);  $p_m$  – модуль магнитного момента витка. Направление индукции магнитного поля совпадает с направлением нормали к плоскости витка, когда он сво-

бодно установится (повернется) под действием магнитного поля. Из (3) следует, что единицей индукции магнитного поля в СИ является один тесла (1 Тл)

$$1 \text{Тл} = \frac{1 \text{Н}}{1 \text{А} \cdot 1 \text{м}}.$$

Для описания магнитного поля в веществе часто используется вспомогательная векторная величина – напряженность магнитного поля, которая определяется по соотношению

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \quad (4)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная. Из (4) следует, что единицей напряженности магнитного поля в СИ является ампер на метр (А/м). Во многих важных на практике случаях (изотропное вещество и т. п.) напряженность магнитного поля не зависит от присутствия вещества, а определяется только источниками внешнего магнитного поля. Поэтому ее расчет можно проводить по формулам, справедливым для вакуума.

Опыт показывает, что для многих изотропных веществ намагниченность пропорциональна напряженности магнитного поля

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (5)$$

где  $\chi$  – магнитная восприимчивость вещества – безразмерная скалярная величина, характеризующая способность вещества намагничиваться в магнитном поле.

Подставив значение (4) в выражение (5), получим

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (6)$$

где  $\mu = 1 + \chi$  – безразмерная скалярная величина, которая называется магнитной проницаемостью вещества. Следует помнить, что полученное соотношение не может служить основой для определения напряженности магнитного поля как физической величины, т. к. выполняется только при определенных условиях, оговоренных выше. Оно выражает связь между индукцией магнитного поля и его напря-

женностью для упомянутых условий. Аналогично для неизотропных веществ скалярные параметры  $\chi$  и  $\mu$  не имеют физического смысла.

Все вещества при обсуждении их магнитных свойств называются магнетиками. Все магнетики можно разделить на две большие группы: слабые магнетики и сильные магнетики. В основе этого деления положено то, какие факторы и как влияют на ориентацию молекул вещества в магнитном поле. В сильных магнетиках магнитные моменты молекул настолько велики, что создаваемые ими магнитные поля существенно влияют на ориентацию соседних молекул (наряду с влиянием внешнего поля). Для слабых магнетиков ориентирующим влиянием молекул друг на друга можно пренебречь по сравнению с влиянием внешнего магнитного поля.

Для слабых магнетиков магнитная восприимчивость  $\chi$  по модулю очень мала (порядка  $10^{-5}$ – $10^{-4}$ ), следовательно, магнитная проницаемость  $\mu$  очень мало отличается от единицы. Их делят на диамагнетики и парамагнетики. Для диамагнетиков  $\chi < 0$ ,  $\mu < 1$  и выполняются еще некоторые характерные свойства. К таким магнетикам относятся: азот, висмут, цинк, ртуть, вода, серебро и др. Для парамагнетиков  $\chi > 0$ ,  $\mu > 1$ . К парамагнетикам относятся платина, палладий, соли кобальта, никеля, железа, щелочные, щелочноземельные и редкоземельные элементы. Для всех слабых магнетиков характерно отсутствие магнитных свойств при отсутствии внешнего магнитного поля.

В настоящее время сильные магнетики разделяют на ферромагнетики, антиферромагнетики и ферримагнетики. Ферромагнетики – вещества, которые при определенных температурах могут обладать самопроизвольной намагниченностью (т. е. наблюдающейся при отсутствии внешнего магнитного поля). Такое свойство обусловлено наличием особого квантового взаимодействия электронов в одном и в соседних атомах, называемого обменным взаимодействием, которое приводит к устойчивой параллельной ориентации спиновых магнитных моментов. В то же время создаваемое одним атомом магнитное поле действует на соседний так, чтобы развернуть его магнитный момент противоположно моменту первого атома. Для ферромагнетиков в результате для относительно близких атомов (отстоящих на несколько тысяч межатомных расстояний) побеждает первый фактор,

а для далеких – второй. Возникают области самопроизвольного (спонтанного) намагничивания с линейными размерами порядка  $10^6-10^5$  м – *домены*. В пределах каждого из них магнитные моменты всех атомов ориентированы одинаково (домен обладает ненулевым магнитным моментом). В отсутствие внешнего поля магнитные моменты доменов ориентированы так, что суммарный момент ферромагнитного тела, как правило, равен нулю. Под действием внешнего магнитного поля происходит переориентация магнитных моментов в доменах в направлении этого поля.

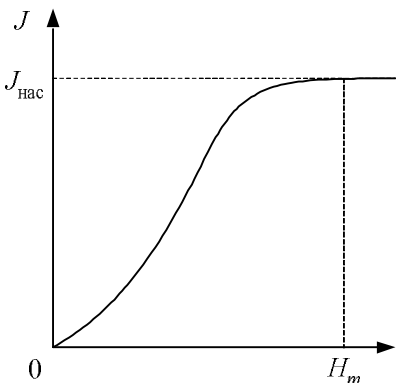


Рисунок 1

Чем больше температура, тем больший хаос вносится тепловым движением в ориентацию атомов или молекул. Поэтому при достижении определенной температуры, называемой точкой Кюри, обменное взаимодействие становится недостаточным, чтобы обеспечить одинаковое направление магнитных моментов у многих атомов. Доменная структура разрушается, ферромагнитные свойства утрачиваются, и вещество при температурах выше

точки Кюри становится обычным парамагнетиком. Для железа точка Кюри равна  $768\text{ }^{\circ}\text{C}$ , для никеля –  $365\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Если охладить ферромагнетик ниже точки Кюри, то в нем снова возникают домены. К типичным ферромагнетикам относятся железо, кобальт, никель, некоторые сплавы и соединения.

Ферромагнетики обладают еще целым рядом особенностей:

1 Зависимость намагниченности  $J$  от напряженности внешнего магнитного поля  $H$  нелинейная (рисунок 1). В области слабых полей  $J$  растет приблизительно пропорционально  $H$ , а в области сильных полей (при  $H \geq H_m$ ) намагниченность перестает увеличиваться (достигает насыщения  $J_{\text{нас}}$ ). Это объясняется тем, что магнитные моменты во всех доменах ориентированы параллельно, и за счет поворотов сумма в (2) дальше увеличиться не может.

По аналогии с этой особенностью зависимости  $J(H)$ , для того чтобы подчеркнуть факт одинаковой ориентации магнитных моментов в одном домене, говорят, что он намагничен до насыщения.

2 Зависимость магнитной индукции  $B$  от напряженности  $H$  также нелинейная. График зависимости магнитной индукции поля ферромагнетика от напряженности при увеличении напряженности поля в ранее ненамагниченном образце называется основной кривой намагничивания (рисунок 2). Для выяснения ее особенностей преобразуем определяющее уравнение (4)

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}). \quad (7)$$

Горизонтальный участок на кривой отсутствует, так как при достижении насыщения второе слагаемое в сумме (7) остается постоянным, а первое продолжает увеличиваться и индукция магнитного поля растет линейно с увеличением напряженности магнитного поля. У металлических ферромагнетиков насыщению соответствует индукция магнитного поля в диапазоне 1,5–2,5 Тл.

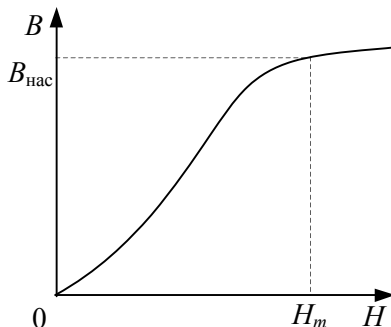


Рисунок 2

3 Магнитная проницаемость ферромагнетиков существенно зависит от напряженности магнитного поля. Преобразуем соотношение (6) в скалярном виде и используем полученную формулу для определения этой величины в случае, когда она не остается постоянной

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (8)$$

Подставив сюда соотношение (7) для модулей, получим

$$\mu = 1 + \frac{J}{H}.$$

Из полученного выражения следует, что на начальных стадиях (быстрый рост намагниченности) происходит резкое увеличение магнитной проницаемости. После достижения насыщения (постоянство намагниченности) магнитная проницаемость монотонно уменьшается, асимптотически приближаясь к единице для очень больших полей. При промежуточных значениях напряженности магнитная проницаемость достигает

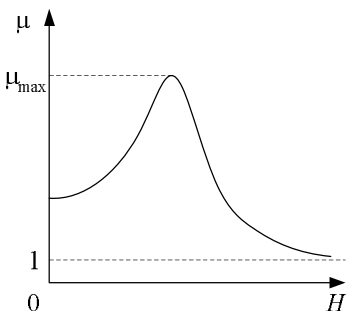


Рисунок 3

максимального значения  $\mu_{\max}$ , которое у обычных сталей составляет несколько сотен, а у рекордных сплавов превосходит  $10^6$ . График этой зависимости показан на рисунке 3.

В случае использования соотношения (8) говорят о полной магнитной проницаемости. Кроме этого, на практике используется понятие дифференциальной магнитной проницаемости. Она характеризует наклон кривой, соответствующей зависимости  $B(H)$ , и определяется по уравнению

$$\mu_{\text{дифф}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}. \quad (9)$$

4 Характерным свойством ферромагнетиков является магнитный гистерезис – различие в значениях намагниченности (а следовательно, и индукции магнитного поля) ферромагнетика при одной и той же напряженности намагничивающего поля в зависимости от предыдущих значений намагниченности (т. е. от предыстории процесса). График зависимости магнитной индукции поля в ферромагнетике от напряженности, снятый при росте, уменьшении и перемене направления поля, представляет собой замкнутую кривую, которая называется петлей гистерезиса (рисунок 4).

Если ферромагнитный образец первоначально не был намагничен, то с увеличением  $H$  индукция магнитного поля  $B$  растет так, как показано на рисунке 2, т. е. кривая  $OA$  на рисунке 4 – это основная кривая намагничивания. Если после достижения насыщения при  $H = H_m$  начать уменьшать напряженность поля, то индукция  $B$  будет уменьшаться по кривой, идущей выше основной. Когда напряженность внешнего поля станет равной нулю, образец будет иметь остаточную намагниченность и соответствующую ей остаточную индукцию  $B_r$ . Ее величина сильно зависит от состава и термообработки ферромагнетика. У магнитно-жестких образцов, из которых изготавливают постоянные магниты,  $B_r$  может незначительно отличаться от индукции при насыщении. Чтобы полностью размагнитить ферромагнетик, нужно изменить направление поля на противоположное и довести его напряженность до некоторого значения  $H_c$  (по модулю). Эта напряженность называется коэрцитивной силой. У магнитно-жестких образцов  $H_c$  превосходит  $10^3$  А/м, а магнитно-мягкие материалы обладают небольшой коэрцитивной силой.

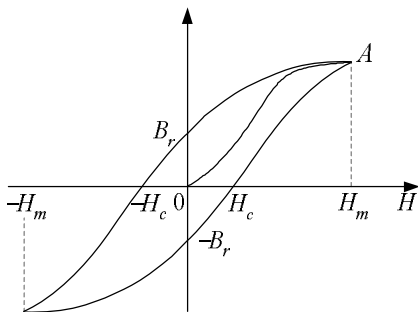


Рисунок 4

При дальнейшем увеличении модуля отрицательной напряженности до  $H_m$  магнитная индукция по модулю становится равной  $B_r$ , но с противоположным направлением. Последующему изменению напряженности от  $-H_m$  до  $H_m$  соответствует изменение магнитной индукции по кривой, которая проходит ниже основной. Индукция магнитного поля отстает от его напряженности, отсюда и название «гистерезис», что означает «запаздывание». Рассмотренная нами петля гистерезиса получена при условии, что при  $H_m$  наступает магнитное насыщение. Такая петля называется предельной петлей (циклом) гистерезиса. По ней определяют остаточную индукцию  $B_r$  и коэрцитивную силу  $H_c$ . Если не доходить до насыщения, то будут получаться петли меньших размеров. Эти петли называются частными цик-

лами. Внутри максимальной петли существует бесконечное множество частных циклов. Вершины всех этих меньших петель лежат на основной кривой намагничивания. Площадь петли гистерезиса  $\oint \vec{H} d\vec{B}$  (в СИ) численно равна работе, совершаемой внешним полем при перемагничивании единицы объема вещества. Эта работа полностью переходит во внутреннюю энергию, так что при перемагничивании образец нагревается.

Форма кривых, изображающих как частные циклы, так и предельный цикл, зависит от частоты изменения внешнего магнитного поля. Они зависят не только от магнитных свойств вещества, но и от величины токов Фуко, которые быстро растут с частотой. Если не были предприняты специальные меры, ограничивающие токи Фуко, то с увеличением частоты кривые гистерезиса расширяются.

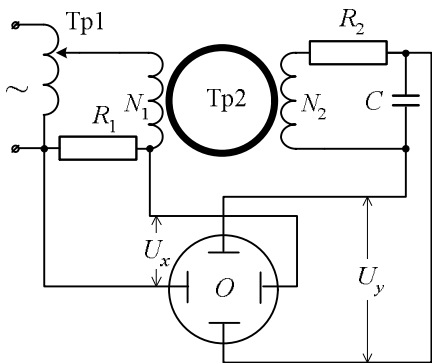


Рисунок 5

Петлю гистерезиса можно наблюдать с помощью установки, схема которой изображена на рисунке 5. Переменный ток создает в первичной обмотке ферромагнитного кольца (тора) изменяющийся магнитный поток, который возбуждает во вторичной обмотке ЭДС индукции. С резистора  $R_1$  на пластины горизонтального отклонения подается напряжение  $U_x$ , которое пропорционально силе

тока  $I_1$  в первичной обмотке (по закону Ома  $U_x = I_1 R_1$ ). В свою очередь напряженность магнитного поля в торе пропорциональна силе тока так как

$$H = \frac{N_1 I_1}{l},$$

где  $N_1$  – число витков обмотки,  $l$  – ее длина. Следовательно, напряжение  $U_x$  пропорционально напряженности магнитного поля в ферромагнетике:



$$U_x = \frac{R_1 l}{N_1} H .$$

Напряжение  $U_y$  подается на пластины вертикального отклонения луча осциллографа с конденсатора  $C$ . При выполнении некоторых условий, которые будут обсуждаться ниже, оно оказывается пропорциональным индукции магнитного поля в веществе. Докажем это, рассмотрев небольшой фрагмент схемы (рисунок 6).

Если элементы схемы подобраны так, что выполняется условие  $U_y \ll U_2$ , то по закону Ома  $I_2 \approx \frac{U_2}{R_2}$  и, следовательно,

$$U_y = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int I_2 dt \approx \frac{1}{R_2 C} \int U_2 dt . \quad (10)$$

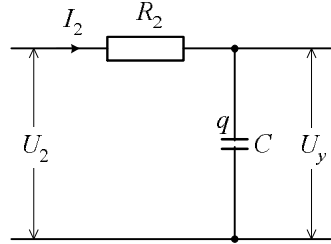


Рисунок 6

Здесь  $U_2$  – напряжение на вторичной обмотке;  $I_2$  – сила тока в ней;  $q$  – заряд конденсатора. Полученное соотношение позволяет понять, почему подобные схемы называются интегрирующими.

Так как активное сопротивление вторичной обмотки относительно мало, то можно пренебречь падением напряжения на ней и приближенно записать  $U_2 \approx \mathcal{E}_2$ , где  $\mathcal{E}_2$  – ЭДС, наведенная в ней. По закону Фарадея

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Psi_2}{dt} ,$$

где  $\Psi_2 = N_2 S B$  – потокосцепление (полный магнитный поток) через вторичную обмотку;  $N_2$  – число витков в ней;  $S$  – площадь ее поперечного сечения. Использование этих соотношений позволяет получить для индукции магнитного поля  $B$

$$B = -\frac{1}{N_2 S} \int \mathcal{E}_2 dt \approx -\frac{1}{N_2 S} \int U_2 dt ,$$

что вместе с соотношением (10) при принятых условиях обосновывает предположение о пропорциональности  $U_y$  и  $B$ :

$$U_y = -\frac{N_2 S}{R_1 C} B.$$

Здесь знак « $\rightarrow$ » отражает фазовое соотношение между периодически изменяющимися величинами  $B$  и  $U_y$ . Он может быть скорректирован выбором полярности при подключении к клеммам « $Y$ » осциллографа.

Таким образом, к пластинам « $X$ » электронно-лучевой трубки подводится напряжение, пропорциональное напряженности  $H$  магнитного поля в ферромагнетике, и одновременно к пластинам « $Y$ » – напряжение, пропорциональное магнитной индукции  $B$ . Вследствие этого электронный луч за каждый период изменения этих напряжений описывает на экране осциллографа кривую  $B(H)$ , т. е. петлю гистерезиса в определенных масштабах по осям.

## 2 Оборудование и приборы

Установка для изучения петли гистерезиса (см. рисунок 5) состоит из автотрансформатора  $Tr1$  и ферромагнитного кольца (тора)  $Tr2$  с двумя обмотками. К первичной обмотке  $N_1$  подключены горизонтально отклоняющие пластины осциллографа  $O$ , а ко вторичной  $N_2$  – вертикально отклоняющие (через интегрирующую схему, состоящую из резистора  $R_2$  и конденсатора  $C$ ).

## 3 Порядок выполнения работы

1 Ручку автотрансформатора повернуть против часовой стрелки до упора.

2 Включить установку в сеть 220 В и с помощью ручек горизонтального « $X$ » и вертикального « $Y$ » смещения луча осциллографа установить светящееся пятно в центре экрана.

3 Регулятор вертикального усиления осциллографа повернуть по часовой стрелке до упора.

4 Подать напряжение на первичную обмотку тора и увеличивать его с помощью автотрансформатора до тех пор, пока петля не займет большую часть экрана.

5 Снять с экрана осциллографа на кальку петлю гистерезиса. Определить остаточную индукцию  $B_r$  и коэрцитивную силу  $H_c$ .

6 Уменьшая напряжение на первичной обмотке тора, получить несколько (по заданию преподавателя) убывающих по размеру петель гистерезиса. Определить в делениях координатной сетки экрана осциллографа положение вершин петель. Занести результаты в таблицу 1.

Таблица 1

$n_x$ , дел.	
$n_y$ , дел.	

7 Уменьшить напряжение на первичной обмотке тора до нуля и выключить установку.

8 Используя пропорциональную зависимость между отклонениями  $n_x$  и  $n_y$  луча осциллографа, напряженностью  $H = C_x n_x$  и индукцией  $B = C_y n_y$ , вычислить соответствующие значения индукции и напряженности магнитного поля ( $C_x = 100$  (А/м·дел.;  $C_y = 0,1$  Тл/дел – постоянные величины). Вычисленные значения занести в таблицу 2.

Таблица 2

$H$ , А/м	
$B$ , Тл	
$\mu$	

9 Оценить погрешности измерения индукции и напряженности магнитного поля:  $\Delta H = C_x \Delta n_x$ ,  $\Delta B = C_y \Delta n_y$ , где  $\Delta n_x = 0,5$  дел.,  $\Delta n_y = 0,5$  дел. – погрешности осциллографа.

10 Построить кривую намагничивания – график зависимости индукции магнитного поля  $B$  в образце, ранее ненамагниченном, от напряженности поля  $H$ .

11 Вычислить значения относительной магнитной проницаемости по формуле (8).

12 Построить график зависимости магнитной проницаемости  $\mu$  от напряженности  $H$  магнитного поля.

### Контрольные вопросы

1 Магнитный момент, его единица.

2 Намагниченность, магнитная восприимчивость, магнитная проницаемость, их единицы.

3 Магнитная индукция и напряженность магнитного поля, их единицы и связь между этими величинами.

4 Слабые и сильные магнетики, диамагнетики и парамагнетики.

5 Ферромагнетизм. Точка Кюри.

6 Основные свойства ферромагнетиков.

7 Механизмы процессов, соответствующих отдельным участкам петли гистерезиса.

8 Остаточная индукция, коэрцитивная сила, их единицы.

9 Схема установки, назначение ее элементов и метод наблюдения петли гистерезиса.

## Лабораторная работа № 4.9

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ КАТУШКИ МЕТОДОМ ЖУБЕРА

**Цель работы.** Измерить индуктивность катушки. Изучить зависимость индуктивности от наличия сердечника и его расположения в катушке

#### 1 Краткие сведения из теории

При всяком изменении тока в электрической цепи изменяется и величина связанного с ним магнитного потока. Так как связанный с током магнитный поток пронизывает площадь, ограниченную контуром цепи, то при изменении тока в какой-нибудь электрической цепи в ней самой возникает электродвижущая сила индукции, называемая электродвижущей силой самоиндукции. Величина электродвижущей силы самоиндукции определяется в соответствии с законом Фарадея по формуле

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (1)$$

где  $\Psi$  – потокосцепление, связанное с током, текущим по цепи. Оно по определению равно сумме магнитных потоков, пронизывающих площади, ограниченные всеми элементами контура (будем их называть витками, как для катушки)

$$\Psi = \sum_N \Phi_i, \quad (2)$$

где  $N$  – число витков;  $i$  – номер витка;  $\Phi_i$  – магнитный поток через него.

Магнитный поток через один виток определяется его площадью  $S$  и индукцией магнитного поля  $\vec{B}$  в пределах витка

$$\Phi = \int_S \vec{B} \vec{n} dS, \quad (3)$$

где  $\vec{n}$  – нормаль к поверхности, опирающейся на виток.

Из (3) следует: если форма и размеры витка неизменны, то магнитный поток пропорционален индукции. Индукция магнитного поля для однородного и изотропного случая определяется магнитной проницаемостью вещества  $\mu$ , расположенного внутри витка, и напряженностью магнитного поля  $\vec{H}$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (4)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Напряженность магнитного поля для однородного и изотропного случая не зависит от наличия вещества и определяется по принципу суперпозиции как сумма напряженностей от всех элементарных (т. е. таких, которые с необходимой точностью могут считаться достаточно короткими) участков витка (в пределе сумма переходит в соответствующий интеграл)

$$\vec{H} = \oint_l d\vec{H}, \quad (5)$$

где  $l$  – виток, который разбивается на элементарные участки;  $d\vec{H}$  – напряженность магнитного поля, создаваемого одним элементарным участком.

Напряженность магнитного поля, создаваемого элементарным участком электрической цепи (часто называемым элементом тока), определяется по закону Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{H} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (6)$$

где  $I$  – сила тока;  $d\vec{l}$  – вектор, равный по длине участку цепи и направленный по направлению электрического тока;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный от участка в точку, где определяется магнитное поле.

Из (5) и (6) следует: если, как уже было предположено выше, форма и размеры витка неизменны, то напряженности  $d\vec{H}$ , а значит и напряженность  $\vec{H}$ , пропорциональны силе тока.

Если вещество не является ферромагнетиком, то его магнитная проницаемость остается постоянной, т. е. она не зависит от напряженности магнитного поля (а значит, от силы тока). В этом случае из (4) следует, что индукция магнитного поля пропорциональна его напряженности, определяемой по соотношениям, справедливым для вакуума.

Таким образом, из уравнений (2)–(6) следует, что для случая, когда форма и размеры витка неизменны, а вещество, расположенное вблизи электрической цепи (т. е. там, где существенно создаваемое цепью магнитное поле), не является ферромагнетиком, потокосцепление, связанное с цепью, пропорционально силе тока, по ней текущего

$$\Psi = LI, \quad (7)$$

где  $L$  – коэффициент пропорциональности, получивший название индуктивности, или коэффициент самоиндукции контура.

Если сила тока  $I = 1$  А, тогда  $\Psi = L$ , т. е. индуктивность контура численно равна потокосцеплению через площадь, ограниченную контуром, когда по этому контуру течет ток единичной силы.

Если хотя бы одно из вышеперечисленных условий не выполняется, соотношение (7) становится несправедливым. Однако и для этих случаев оно формально записывается, но определяемая так индуктивность уже не будет постоянной величиной, т. е. будет зависеть от силы тока. Для таких контуров (устройств) в качестве их свойств часто используют зависимость индуктивности от силы тока на всем интервале изменения последней или на малой его части (например, дифференциальная индуктивность, определяемая по наклону кривой  $\Psi(I)$ ), среднее значение индуктивности, ее предельные значения и т. п.

Электрический ток не может существовать без связанного с ним и окружающего его магнитного поля, поэтому всякий контур обладает индуктивностью. Однако можно изготовить контур, индуктивность которого будет достаточно мала. Для этого необходимо максимально сблизить участки контура, по которым ток проходит в противоположных направлениях (шнур осветительной сети, бифилярная обмотка в трансформаторах и т. д.). Большой индуктивностью обладает соленоид с большим числом близко расположенных витков и большой площадью сечения. Индуктивность еще больше увеличивается при наличии в соленоиде железного (ферромагнитного) сердечника. Величину электродвижущей силы самоиндукции, возникающей при изменении тока в контуре, можно получить, подставив в формулу (1) выражение для потокосцепления  $\Psi$  из формулы (7). Тогда

$$\mathcal{E} = -\frac{d(LI)}{dt}. \quad (8)$$

Если вышеперечисленные условия выполняются, то индуктивность остается постоянной и ее можно вынести из производной

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (9)$$

В соответствии с общепринятым соглашением о направлениях обхода контура нормали к его поверхности, а также с формулами (3), (6), (7) и (8)  $L$  – величина существенно положительная. Следовательно, знак электродвижущей силы самоиндукции определяется знаком изменения силы тока, т. е. знаком  $\frac{dI}{dt}$ . Если  $\frac{dI}{dt} > 0$ , то  $\mathcal{E} < 0$  – электродвижущая сила самоиндукции направлена навстречу возрастающему току (сторонние силы, которые действовали бы на положительные заряды, направлены противоположно скорости их направленного движения). Если  $\frac{dI}{dt} < 0$ , т. е. если ток в контуре уменьшается, то  $\mathcal{E} > 0$  и направление электродвижущей силы самоиндукции совпадает с направлением тока.

Формула (9) дает возможность дать другое определение индуктивности. Если скорость изменения тока (производная от тока по

времени) равна единице в соответствующей системе единиц, то  $L = |\mathcal{E}|$ . Это значит, что индуктивность контура численно равна электродвижущей силе самоиндукции, возникающей в контуре при равномерном изменении в нем тока на одну единицу за единицу времени (при скорости тока, равной единице). Однако следует помнить, что такое определение опирается на соотношение (9), которое справедливо только при выполнении определенных условий. Использование (9) для определения индуктивности в других случаях приведет к ошибке.

Исходя из соответствующих определений, вводится единица индуктивности, или коэффициент самоиндукции. В системе единиц СИ она называется генри (Гн). 1 генри есть индуктивность такого контура, потокосцепление через который равно 1 веберу при силе тока в цепи, равной 1 амперу. 1 генри есть индуктивность такого контура, в котором возникает электродвижущая сила самоиндукции в 1 вольт при равномерном изменении в нем силы тока на 1 ампер за 1 секунду, поэтому

$$1 \text{ Гн} = \frac{1 \text{ Вб}}{1 \text{ А}}; \quad 1 \text{ Гн} = \frac{1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с}}{1 \text{ А}}.$$

Строго говоря, эти определения справедливы только для случая, когда индуктивность остается постоянной.

При прохождении по проводнику переменного тока в нем также возбуждается ЭДС самоиндукции. Текущий по проводнику электрический ток меняется не только вследствие изменения приложенного напряжения, но и вследствие действия возникающих в нем сторонних сил. Это же действие сказывается в том, что максимального значения ток достигает позже, чем приложенное напряжение. В случае, когда проводник обладает ничтожным омическим сопротивлением, ток отстает от напряжения на  $1/4$  периода, т. е. фаза силы тока меньше фазы приложенного напряжения на  $\pi/2$  (сдвиг фаз между приложенным напряжением и силой тока равен  $\pi/2$ ). При этом максимальное или амплитудное значение тока будет равно:

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{\omega L}, \quad (10)$$



где  $\omega$  – циклическая частота;  $U_{\max}$  – максимальное или амплитудное значение напряжения.

Сравнение формулы (10) с законом Ома для постоянного тока ( $I$ ) на участке цепи, находящимся под напряжением  $U$ ,

$$I = \frac{U}{R}, \quad (11)$$

где  $R$  – сопротивление участка при постоянном токе, показывает, что величина  $\omega L$  в некотором смысле играет роль сопротивления и может быть выражена в омах. Поэтому она называется индуктивным сопротивлением. Однако всегда следует помнить, что значения силы тока и напряжения в формуле (10) достигаются не одновременно; попытки связать мгновенные одномоментные значения этих величин не имеют никакого физического смысла.

Теория переменного тока (синусоидального) приводит к выводу, что при наличии в цепи омического сопротивления ( $R$ ) и индуктивного сопротивления ( $\omega L$ ) полное сопротивление ( $Z$ ) переменному току равно

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (12)$$

Под полным сопротивлением понимается коэффициент пропорциональности между максимальными или амплитудными значениями подобно тому, как это имеет место в (10)

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{Z}.$$

Пользуясь формулой (12), можно определить индуктивность соленоида  $L$  методом Жубера, измеряя его омическое и полное сопротивление. Для этой цели сначала подключают исследуемую катушку в цепь постоянного тока и, измеряя силу тока  $I$  и напряжение  $U$ , определяют омическое сопротивление.

$$R = \frac{U}{I}. \quad (13)$$

Подключив затем эту же катушку в цепь переменного тока и из-

мерив силу тока  $I$  и напряжение  $U$ , определяют полное сопротивление

$$Z = \frac{U}{I}. \quad (14)$$

Следует заметить, что обычные электроизмерительные приборы в цепи переменного тока определяют действующие значения силы тока и напряжения, которые поэтому представлены в формуле (14). Действующим значением называется соответствующая характеристика для воображаемого постоянного тока, для которого мощность, выделяющаяся на элементе с активным сопротивлением, равна средней мощности, выделяющейся на нем при протекании рассматриваемого переменного тока. Теория переменного тока приводит к выводу, что для синусоидального закона изменения силы тока действующие значения пропорциональны амплитудным

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}.$$

В силу этого соотношение (14) справедливо для измеряемых (действующих) значений.

Из соотношений (12), (13) и (14) можно получить рабочую формулу для вычисления коэффициента самоиндукции

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R^2}. \quad (15)$$

## 2 Оборудование и приборы

Катушка индуктивности с вставным сердечником, реостат, амперметры постоянного и переменного тока, вольтметры постоянного и переменного тока, понижающий трансформатор, ключ, соединительные провода.

## 3 Порядок выполнения работы

1 Собрать цепь по схеме, приведенной на рисунке 1. Здесь  $\varepsilon$  – источник постоянного тока,  $L$  – исследуемая катушка,  $R_1$  – реостат,  $A_1$  и  $V_1$  – амперметр и вольтметр постоянного тока,  $R_0$  – балластный

резистор, предназначенный для ограничения силы тока,  $K$  – ключ.

2 Вынуть сердечник из катушки. Получить задание у преподавателя (сколько сделать измерений и при каких значениях силы тока). Перемещая ползунок реостата, произвести измерения соответствующих напряжений при заданных значениях силы тока.

3 Данные измерений занести в таблицу 1 и по формуле (13) рассчитать для каждого измерения активное сопротивление катушки  $R$ . Затем определить среднее значение сопротивления  $R_{\text{ср}}$ , значения абсолютной погрешности  $\Delta R$  и доверительный интервал  $\Delta$ .

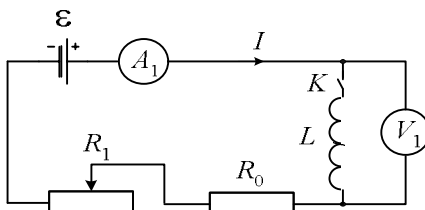


Рисунок 1

Таблица 1

№ измерения	$I$ , А	$U$ , В	$R$ , Ом	$\Delta R$ , Ом
1				
2				
3				
...				
			$R_{\text{ср}} =$	$\Delta =$

4 Собрать цепь с источником переменного тока (рисунок 2). На этой схеме  $\text{Tr}$  – понижающий трансформатор,  $L$  – исследуемая катушка,  $R_2$  – реостат,  $A_2$  и  $V_2$  – амперметр и вольтметр переменного тока.

5 Измерить силу тока и напряжение при различных положениях сердечника:

- а) без сердечника;
- б) сердечник введен на  $1/3$  длины катушки;
- в) сердечник введен на  $1/2$  длины катушки;

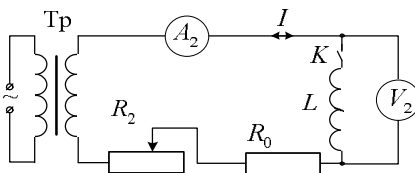


Рисунок 2

г) сердечник полностью введен в катушку.

При каждом положении сердечника произвести не менее трех измерений при различных положениях ползунка реостата. Данные занести в таблицу 2.

6 По данным каждого измерения с помощью формулы (15) рассчитать полное сопротивление  $Z$ . Так как используемая схема подключается к сети переменного тока с частотой  $\nu = 50$  Гц, то следует использовать значение циклической частоты  $\omega = 2\pi\nu \approx 314$  рад/с.

Для каждого положения сердечника рассчитать среднее значение полного сопротивления  $Z_{\text{ср}}$ .

7 По средним значениям  $Z_{\text{ср}}$  и  $R_{\text{ср}}$  вычислить коэффициент самоиндукции  $L$  для каждого положения сердечника.

8 Сделать вывод, как индуктивность зависит от длины введенной части сердечника.

Таблица 2

Введенная часть сердечника	№ измерения	$I$ , А	$U$ , В	$Z$ , Ом	$Z_{\text{ср}}$ , Ом	$L$ , Гн
0	1					
	2					
	3					
$\frac{1}{3}$	1					
	2					
	3					
$\frac{1}{2}$	1					
	2					
	3					
1	1					
	2					
	3					

### Контрольные вопросы

1 В чем заключается явление самоиндукции и каким законом оно описывается?

2 Обоснуйте справедливость формулы (7) и приведите примеры усло-

вий, когда она становится неверной.

3 При выполнении каких условий катушка характеризуется постоянной индуктивностью (коэффициентом самоиндукции)?

4 Какие параметры и как определяются для характеристики явления самоиндукции в катушке, если для нее не выполняются условия из п. 3?

5 Что называется индуктивностью (коэффициентом самоиндукции) и как определяется соответствующая единица в СИ?

6 Дать описание метода Жубера для определения коэффициента самоиндукции.

7 Вывести рабочую формулу для определения коэффициента самоиндукции.

## Лабораторная работа № 4.10

### ИЗУЧЕНИЕ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ИНДУКТИВНОСТЬЮ

**Цель работы.** Изучить характер изменения напряжения и силы тока в цепи с индуктивностью при ее замыкании и размыкании на источник ЭДС.

#### 1 Краткие сведения из теории

В соответствии с правилом Ленца, возникающие при явлении самоиндукции дополнительные токи всегда направлены так, чтобы противодействовать изменению силы тока в цепи, содержащей элементы с индуктивностью (катушки). Это приводит к тому, что установление силы тока при замыкании и убывание ее при размыкании (точнее, переключении с ЭДС на резистор) происходит не мгновенно, а постепенно.

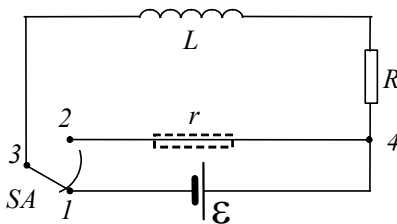


Рисунок 1

Рассмотрим схему на рисунке 1.

Она состоит из соленоида с индуктивностью  $L$ , резистора с сопротивлением  $R$ , источника ЭДС  $\mathcal{E}$ , внутренним сопротивлением которого можно пренебречь, и специального переключателя  $SA$ , ко-

торый обеспечивает переключение без обрыва цепи (так называемое размыкание).

При указанном на рисунке положении переключателя в цепи будет протекать постоянный установившийся ток, сила которого

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{U_0}{R}, \quad (1)$$

где  $U_0$  – напряжение на источнике ЭДС (т. к. его внутренним сопротивлением можно пренебречь, то  $U_0 = \mathcal{E}$ ).

В момент времени  $t = 0$  переключим  $SA$  в положение 2, закоротив тем самым цепь соленоида с резистором. Как только сила тока в цепи начнет уменьшаться, возникнет ЭДС самоиндукции, противодействующая этому уменьшению.

После переключения  $SA$  запишем закон Ома для цепи, образованной элементами  $L$  и  $R$ :

$$U = \mathcal{E}_s,$$

где  $U = RI$ ,  $I$ ,  $\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$  – соответственно мгновенные значения напряжения на резисторе, силы тока и ЭДС в катушке.

После подстановки получаем однородное линейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = 0, \quad (2)$$

общим решением которого (проверяется подстановкой) является

$$I = C \exp\left(-\frac{R}{L}t\right), \quad (3)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования, определяемая в данном случае из начальных условий. Особенностью соленоида является то, что при любых процессах в электрических цепях сила тока, протекающего через него, не может измениться скачкообразно, т. к. при этом энергия магнитного поля в соленоиде также изменилась бы скачком (на конечную величину за бесконечно малое время). А это требует бесконечно большой мощности передачи энергии, что ни в каких физических явлениях не наблюдается. Отсюда следует, что раз до переключе-

чения  $SA$  через соленоид протекал ток силой  $J_0$  (1), то и в момент  $t = 0$  (момент переключения), также будет выполняться

$$I(t = 0) = I_0,$$

что является начальным условием для уравнения (2). Подставив это условие в уравнение (3), получим для силы тока

$$I = \frac{U_0}{R} \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \quad \text{или} \quad I = \frac{U_0}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3a)$$

и для напряжения на резисторе

$$U = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (4)$$

где  $\tau$  – так называемое время релаксации, связь которого с параметрами контура задается соотношением

$$L = \tau R. \quad (5)$$

В соответствии с соотношением (4),  $\tau$  есть время, в течение которого напряжение на резисторе уменьшается в  $e$  раз. Из (5) следует, что чем больше индуктивность цепи  $L$  и меньше ее сопротивление  $R$ , тем больше постоянная времени (время релаксации)  $\tau$  и тем медленнее уменьшается напряжение  $U$  с течением времени.

Особый интерес на практике представляет случай, когда цепь с индуктивностью переключается на большое сопротивление  $r$  ( $r \gg R$ , показано на рисунке 1 пунктиром). В этом случае уравнение (2) примет вид

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R+r}{L}I = 0,$$

решение которого с учетом начального условия (1)

$$I = \frac{U_0}{R} \exp\left(-\frac{R+r}{L}t\right).$$

В соответствии с этим напряжение на резисторе  $r$  уменьшается по закону

$$U = \frac{r}{R} U_0 \exp\left(-\frac{R+r}{L} t\right).$$

Из полученного выражения следует, что сразу после размыкания  $U \gg U_0$  (близкое по величине напряжение будет и на катушке). Это может привести к пробое изоляции и порче электроприборов. Поэтому электрические цепи, содержащие элементы с заметной индуктивностью, нельзя резко выключать и включать (переключать на сопротивление  $r \rightarrow \infty$ ). Коммутация таких цепей требует специальных устройств.

Рассмотрим случай замыкания цепи. Пусть к моменту времени  $t = t_1$  сила тока уменьшится практически до нуля

$$I(t = t_1) = 0. \quad (6)$$

После подключения источника ЭДС, до тех пор, пока сила тока не достигнет установившегося значения (1), в цепи кроме ЭДС  $\mathcal{E}$  будет действовать ЭДС самоиндукции. Следовательно, в соответствии с законом Ома,

$$IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_s = \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt},$$

или

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{\mathcal{E}}{L} = \frac{U_0}{L}. \quad (7)$$

Полученное неоднородное линейное дифференциальное уравнение отличается от уравнения (2) лишь тем, что в правой части вместо нуля в нем стоит постоянная величина. Из теории дифференциальных уравнений известно, что общее решение уравнения (7) можно получить как сумму любого его частного решения и общего решения соответствующего однородного уравнения – уравнения (2), решение которого уже рассматривалось (3). Непосредственной подстановкой можно убедиться, что в качестве частного решения (7) подходит уравнение (1). В результате, с учетом условия (6) для силы тока, получим

$$I = \frac{U_0}{R} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) \right] \quad (8)$$



и для напряжения на резисторе

$$U = U_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) \right]. \quad (9)$$

Из уравнений (8) и (9) видно, что характерное время изменения силы тока и напряжения в случае замыкания цепи также определяется в соответствии с соотношением (5).

Схема на рисунке 1 с механическим переключателем неудобна для визуального наблюдения процессов установления в электрической цепи. Удобнее воспользоваться схемой, в которой к точкам 3 и 4 (см. рисунок 1) подаются периодические прямоугольные импульсы напряжения  $U_0$  (рисунок 2), а изменение напряжения на резисторе  $R$  при этом наблюдается с помощью электронного осциллографа. Это тем более удобно, т. к. в конструкции большинства осциллографов предусмотрен специальный «калибрующий» выход с прямоугольными импульсами («меандром»), постоянной частотой (в данной работе  $\nu = 1$  кГц) и постоянной амплитудой  $U_0$ .

При определении величины времени релаксации  $\tau$  по кривой на экране осциллографа могут возникнуть специфические трудности, связанные с отсутствием информации о положении уровней  $U = 0$  и  $U = U_0$ . Чаще всего это

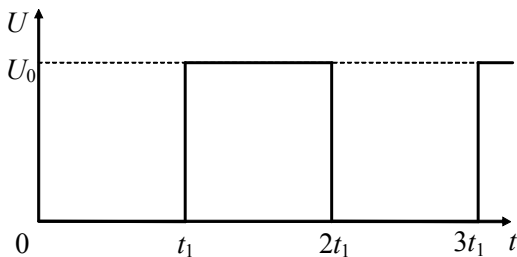


Рисунок 2

имеет место при относительно большом времени релаксации (сравнимом с временем  $t_1$ ). В этих случаях свойства кривых (4) и (9) позволяют, тем не менее, компенсировать ошибки в определении напряжений.

Измерим по экрану осциллографа значения напряжений в трех временных точках, отстоящих друг от друга на одинаковое время  $\Delta t$  (соответственно  $U_1, U_2, U_3$ ), отсчитывая их от некоторого условного «нулевого» уровня (пунктирная линия на рисунок 3). Наиболее просто в качестве интервала времени  $\Delta t$  выбрать величину, соответ-

ствующую одной или несколькими клеткам на экране осциллографа. Пусть истинное положение уровня  $U = 0$  отстоит от условного на  $U^*$  (смещение «нулевого» уровня) так, что истинные значения напряжений будут отличаться от измеренных на эту же величину (например,  $U_0 + U^*$  и т. п.). Из уравнения (4) следует равенство

$$\frac{U_1 + U^*}{U_2 + U^*} = \frac{U_2 + U^*}{U_3 + U^*} = \exp\left(\frac{\Delta t}{\tau}\right),$$

из которого может быть определено значение смещения  $U^*$

$$U^* = \frac{U_2^2 - U_1 U_3}{U_1 + U_3 - 2U_2}, \quad (10)$$

а затем с его помощью время релаксации  $\tau$

$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln \frac{U_1 + U^*}{U_2 + U^*}} = \frac{\Delta t}{\ln \frac{U_1 - U_2}{U_2 - U_3}}. \quad (11)$$

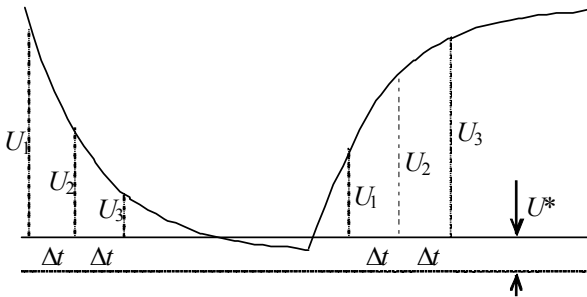


Рисунок 3

Приведенные соотношения относились к участку убывания напряжения. На участке его возрастания из уравнения (9) следует, что разность  $U_0 - U$  изменяется в соответствии с соотношением (4), следовательно, по трем ее значениям также можно определить время релаксации  $\tau$ . Здесь, при недостаточно точной информации об истинном положении уровней  $U = 0$  и  $U = U_0$ , точное значение  $U_0 - U$  можно представить как  $U^{**} - U$ . Тогда из (4) следует

$$\frac{U^{**} - U_1}{U^{**} - U_2} = \frac{U^{**} - U_2}{U^{**} - U_3} = \exp\left(\frac{\Delta t}{\tau}\right),$$

откуда

$$U^{**} = \frac{U_2^2 - U_1 U_3}{2U_2 - U_1 - U_3}, \quad (12)$$

$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln \frac{U^{**} - U_1}{U^{**} - U_2}} = \frac{\Delta t}{\ln \frac{U_3 - U_2}{U_2 - U_1}}. \quad (12a)$$

## 2 Оборудование и приборы

Установка состоит из съемного блока (1) с постоянной индуктивностью  $L$ , электронного осциллографа ЭО (2) и безындукционного магазина сопротивлений  $R$  (3) (рисунок 4). Элементы установки соединены по принципиальной схеме, приведенной на рисунке 5.

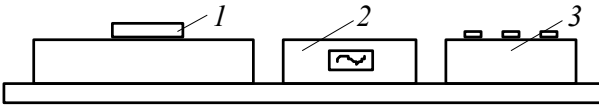


Рисунок 4

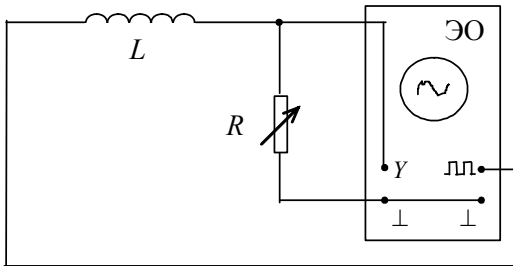


Рисунок 5

## 3 Порядок выполнения работы

1 Изучение установки и ее включение.

1.1 Изучите краткую инструкцию по работе с осциллографом и определите назначение основных его переключателей и регулировоч-

ных устройств. Особое внимание обратите на то, как на экране определять уровни напряжения и временные интервалы.

1.2 Подключите осциллограф к сети, а **затем** включите тумблер «Сеть» на его лицевой панели. Дайте прибору прогреться в течение 1 минуты.

1.3 Получите у преподавателя задание: сколько и каких различных значений сопротивления использовать для изучения релаксационных процессов (рекомендуемый интервал 500–3000 Ом).

## 2 Основные измерения.

2.1 С помощью магазина сопротивлений установите одно из заданных преподавателем значений  $R$ . Установите наиболее удобное значение интервала времени, приходящегося на одну клетку экрана осциллографа  $\tau_0$ . Отдельно для участков убывания и возрастания напряжения измерьте значения напряжений  $U_1$ ,  $U_2$  и  $U_3$  в точках, отстоящих друг от друга на одинаковые интервалы времени  $\Delta t$  (см. рисунок 3). Если один из участков не наблюдается на экране, переключите полярность входа осциллографа. Занесите данные в таблицу 1 (для участка убывания) и в таблицу 2 (для участка возрастания).

Таблица 1

$R$ , Ом	$\tau_0$	$\Delta t$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U^*$	$\tau$ , мкс	$L$ , мГн
	мкс		дел.					

Таблица 2

$R$ , Ом	$\tau_0$	$\Delta t$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U^{**}$	$\tau$ , мкс	$L$ , мГн
	мкс		дел.					

2.2 Прodelайте п. 2.1 столько раз, сколько различных значений сопротивления получено в задании.

2.3 Выключите установку в порядке, обратном изложенному в п. 1.2.

### 3 Расчет времени релаксации и индуктивности.

3.1 Для каждого значения сопротивления по измеренным напряжениям для участка убывания с помощью соотношения (10) рассчитайте смещение напряжения  $U^*$ , а затем по одному из соотношений (11) – время релаксации  $\tau$ . По уравнению (5) определите индуктивность катушки. Все полученные значения занесите в таблицу 1.

3.2 Прodelайте аналогичные расчеты для участка возрастания по соотношениям (12), (12а) и (5). Все полученные значения занесите в таблицу 2.

### 4 Обработка результатов измерений.

4.1 Определите среднее значение индуктивности  $\langle L \rangle$  по всем измерениям, рассчитайте среднеквадратичную погрешность и полуширину доверительного интервала  $\Delta$  для доверительной вероятности  $P = 0,95$ , рассматривая рассчитанные значения индуктивности как результаты прямых измерений (формулы для расчетов и таблица коэффициентов Стьюдента находятся на плакате в лаборатории).

4.2 Окончательный результат представьте в виде

$$L = (\langle L \rangle \pm \Delta L) \text{ Гн}, \quad \varepsilon = \dots, \text{ при } P = 0,95.$$

4.3 Постройте график зависимости  $R$  от  $\frac{1}{\tau}$  для всех данных из таблиц 1 и 2. Через точки проведите прямую, которая проходит наиболее близко ко всем из них. По ее наклону рассчитайте индуктивность катушки  $L$ . Из (5) следует, что

$$L = \frac{\Delta R}{\Delta \left( \frac{1}{\tau} \right)},$$

где  $\Delta R$  – изменение сопротивления  $R$  для двух точек, лежащих на прямой;  $\Delta \left( \frac{1}{\tau} \right)$  – изменение обратного времени релаксации для этих же двух точек. Проверьте, проходит ли прямая через начало координат. Сделайте вывод о причинах, по которым это может не происходить.

## Контрольные вопросы

1 Как записать законы Ома для электрических цепей с индуктивными элементами в случаях присутствия или отсутствия ЭДС?

2 Почему сила тока, протекающего через соленоид, всегда является непрерывной функцией времени (не может измениться скачком)?

3 Докажите, что функции (3а) и (8) являются решениями, соответственно, уравнений (2) и (7) и удовлетворяют условиям (1) и (6).

4 Рассмотрите случай переключения соленоида с протекающим по нему током на большое сопротивление и покажите, что при этих условиях возникает резкое увеличение напряжения на резисторе.

5 Обоснуйте методы измерения времени релаксации в случаях убывания и возрастания напряжения. Каким образом при этом учитывается погрешность измерения уровней напряжения, если оно не успевает установиться? Проверьте расчетные формулы метода прямой подстановкой в уравнения (4) и (9).

6 Исходя из уравнений (4) и (9), сделайте вывод, какие кривые должны наблюдаться на экране осциллографа в этой работе в предельных случаях:  $R \rightarrow 0$  и  $R \rightarrow \infty$ . Какие кривые наблюдаются при этих режимах на практике и почему они могут отличаться от теоретических?

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики: в 3 т. / И. В. Савельев. – СПб.: Лань, 2018. – Т. 2: Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика – 468 с.

2 **Детлаф, А. А.** Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Высшая школа, 2002. – 718 с.

3 **Трофимова, Т. И.** Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.

4 **Наркевич, И. И.** Физика / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Минск: Новое знание, 2004. – 680 с.

5 Физика / А. В. Ильющонок [и др.]. – Минск: ИНФРА-М, 2013. – 600 с.

6 **Сивухин, Д. В.** Общий курс физики: в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2004. – Т. 3: Электричество – 656 с.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**  
(справочное)

**СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ**

**1 Некоторые физические постоянные (округленные значения)**

Скорость света в вакууме	$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м <sup>2</sup> ·кг <sup>-2</sup>
Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9,81$ м/с <sup>2</sup>
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31$ Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Объем 1 моля газа при нормальных условиях	$V_\mu = 22,4 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup> /моль
Элементарный электрический заряд	$q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Магнетон Бора	$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл
Постоянная Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

**2 Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименования**

Приставка	Приставка
-----------	-----------

Обозначение	Наименование	Множитель	Обозначение	Наименование	Множитель
Э	экса	$10^{18}$	д	деци	$10^{-1}$
П	пэта	$10^{15}$	с	санتي	$10^{-2}$
Т	тера	$10^{12}$	м	милли	$10^{-3}$
Г	гига	$10^9$	мк	микро	$10^{-6}$
М	мега	$10^6$	н	нано	$10^{-9}$
к	кило	$10^3$	п	пико	$10^{-12}$
г	гекта	$10^2$	ф	фемто	$10^{-15}$
да	дека	$10^1$	а	атто	$10^{-18}$

### 3 Греческий алфавит

Обозначения букв		Названия букв	Обозначения букв		Названия букв
Α	α	альфа	Ν	ν	ню
Β	β	бета	Ξ	ξ	кси
Γ	γ	гамма	Ο	ο	омикрон
Δ	δ	дельта	Π	π	пи
Ε	ε	эпсилон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ζ	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	эта	Τ	τ	тау
Θ	θ	тета	Υ	υ	ипсилон
Ι	ι	йота	Φ	φ	фи
Κ	κ	каппа	Χ	χ	хи
Λ	λ	ламбда	Ψ	ψ	пси
Μ	μ	мю	Ω	ω	омега



## СОДЕРЖАНИЕ

Общие указания по выполнению лабораторных работ.....	3
<i>Лабораторная работа № 4.1</i> Определение работы выхода электронов из металла.....	4
<i>Лабораторная работа № 4.2</i> Определение удельного заряда электрона по формуле Ленгмюра.....	11
<i>Лабораторная работа № 4.3</i> Изучение работы вакуумного триода.....	24
<i>Лабораторная работа № 4.4</i> Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли.....	31
<i>Лабораторная работа № 4.5</i> Определение удельного заряда электрона с помощью магнетрона.....	38
<i>Лабораторная работа № 4.6</i> Изучение явления Холла.....	45
<i>Лабораторная работа № 4.7</i> Определение концентрации носителей тока в полупроводнике с помощью эффекта Холла.....	52
<i>Лабораторная работа № 4.8</i> Исследование магнитных свойств ферромагнетиков.....	64
<i>Лабораторная работа № 4.9</i> Определение индуктивности катушки методом Жубера.....	82
<i>Лабораторная работа № 4.10</i> Изучение релаксационных процессов в электрической цепи с индуктивностью.....	83

Список рекомендуемой литературы.....  
*Приложение А* Справочные табли-  
цы.....

Учебное издание

*АХРАМЕНКО Николай Арсеньевич*  
*БУЙ Михаил Владимирович*  
*ПРОНЕВИЧ Игорь Иванович*  
*ШИЛЯЕВА Ксения Павловна*

## **ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

Лабораторный практикум по курсу «Физика»

Редактор Л. С. Репикова  
Технический редактор В. Н. Кучерова

Подписано в печать 29.12.2018 г. Формат 60×84<sup>1/16</sup>.  
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.  
Усл. печ. л. 5,12. Уч.-изд. л. 4,52. Тираж 500 экз.  
Зак. № . Изд. № 47.

Издатель и полиграфическое исполнение  
Белорусский государственный университет транспорта:  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий  
№ 1/361 от 13.06.2014.  
№ 2/104 от 01.04.2014.  
№ 3/1583 от 14.11.2017.  
Ул. Кирова, 34, 246653, г. Гомель.