

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**

**Кафедра физики и химии**

**И. И. ПРОНЕВИЧ, Е. И. ДОЦЕНКО, К. П. ШИЛЯЕВА**

# **МЕХАНИКА.**

## **ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Учебно-методическое пособие

**Гомель 2018**

УДК 531/534  
ББК 22.3  
П81

Рецензент – заведующий кафедрой общей физики ГГУ им. Ф. Скорины  
канд. техн. наук, доцент *Е. Б. Шершнев*

**Проневич, И. И.**

П81      Механика. Задачи для самостоятельной работы : учеб.-метод. пособие /  
И. И. Проневич, Е. И. Доценко, К. П. Шиялева ; М-во трансп. и ком-  
муникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель :  
БелГУТ, 2018. – 82 с.  
ISBN 978-985-554-753-3

Приведены общие методические указания, вопросы для изучения  
теоретического материала по разделам программы, основная и до-  
полнительная литература, сведения из теории, примеры решения за-  
дач, задачи для контрольных работ и справочные таблицы по разде-  
лу «Механика» программы курса физики.

Предназначено для методического обеспечения самостоятельной  
работы по физике студентов инженерно-технических специальностей.

**УДК 531/534  
ББК 22.3**

**ISBN 978-985-554-753-3**

© Проневич И. И., Доценко Е. И.,  
Шиялева К. П., 2018  
© Оформление. БелГУТ, 2018

## **ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ**

Одним из основных условий успешного освоения курса физики является систематическое и самостоятельное решение задач, которое помогает уяснить физический смысл явлений, закрепить законы и формулы, выработать навыки практического применения теоретических знаний.

Изучение курса физики сопровождается выполнением контрольных работ. Варианты задач контрольных работ выдаются преподавателем в начале каждого учебного семестра.

Процесс изучения курса физики студентом состоит из следующих основных этапов: прослушивание курса лекций, самостоятельное изучение физики по учебной литературе, решение задач, выполнение контрольных и лабораторных работ, сдача зачетов и экзаменов.

Курс физики следует изучать систематически в течение всего учебного процесса. Освоение курса физики в сжатые сроки перед зачетом или экзаменом не дает глубоких и прочных знаний. Студент не должен ограничиваться только запоминанием физических формул. Он должен осмыслить их и уметь самостоятельно вывести.

К выполнению контрольных работ студент приступает только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы. При этом необходимо пользоваться учебными пособиями и конспектами лекций, ответить на вопросы для самоконтроля и внимательно ознакомиться с примерами решения задач, предназначенных для самостоятельного решения.

Решение задач включает в себя следующие этапы:

1 Выбор основных законов и формул, которые описывают рассматриваемые процессы и явления, повторение их формулировок и физического смысла буквенных обозначений.

2 Вывод формул, которые являются частным случаем, не выражают физические законы или не дают определения физическим величинам.

3 Построение схематического чертежа (рисунка), поясняющего рассматриваемые процессы.

4 Получение в общем (буквенном) виде конечных расчетных формул (т. е. формул, при подстановке в которые исходных данных задачи получаются искомые величины).

5 Проверка размерности конечных формул.

6 Подстановка в окончательные формулы, которые получены в результате решения задачи в общем виде, числовых значений, выраженных в единицах одной системы (СИ), расчет искомых величин. При этом следует руководствоваться правилами приближенных вычислений и, при необходимости, использовать степенное представление чисел.

7 Оценка физической правдоподобности полученных результатов.

8 Запись в ответе числовых значений и единиц искомых величин в СИ.

### **Общие правила оформления контрольных работ по физике:**

1 Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради. На обложке обязательно следует указать номер и вариант контрольной работы, номера задач, фамилию, имя, отчество, группу и факультет, дату сдачи контрольной работы. В каждой контрольной работе должны быть решены все задачи.

2 Решение каждой задачи должно начинаться с новой страницы. Следует указывать номер задачи (в соответствии с пособием), без сокращений записать ее полное условие, далее привести краткое условие. Для замечаний преподавателя необходимо оставить поля.

3 Решение задачи необходимо представить в общем виде и довести его до конечных расчетных формул. Вычисление промежуточных величин и дальнейшая подстановка полученных чисел допускается только в случае необходимости их многократного использования в задаче.

4 Решение должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями, которые включают в себя конкретные однозначные объяснения использованных буквенных обозначений. Например, вместо « $v_1$  – скорость» следует писать « $v_1$  – мгновенная скорость»

первого тела до удара относительно системы отсчета, связанной с Землей» и т. п. В ходе решения задачи нельзя изменять обозначения и индексы для величин, приведенных в кратком условии (при этом их смысл можно не пояснять). Следует приводить физические (опирающиеся на законы и условия их выполнения) обоснования использованных уравнений. Например, «так как рассматриваемая система тел является замкнутой, то на основании закона сохранения импульса можно записать уравнение ...» и т. п.

5 Полученные расчетные формулы обязательно следует проверить, т. е. в каждую из них вместо значений физических величин подставить их единицы в СИ и убедиться, что получающаяся по этой формуле единица соответствует искомой физической величине (см. примеры решения задач). При этом нельзя пользоваться таблицами, выражающими именованные единицы (1 Вт, 1 Гн и т. п.) через основные, а необходимо проводить преобразования единиц с помощью физических формул и определяющих уравнений для физических величин.

6 Вычисления необходимо проводить в СИ. При этом следует пользоваться правилами приближенных вычислений. Точность полученных результатов не должна превышать точности исходных данных, в том числе и табличных (как правило, достаточно двух-трех значащих цифр). Следует показывать, какие числа были подставлены в расчетные формулы. В конце задачи необходимо записать ответ(ы), при этом для больших ( $>1000$ ) или малых ( $<0,001$ ) чисел следует применять степенную форму записи или множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц. Например,  $1500 \text{ м} = 1,5 \text{ км}$ ;  $0,000015 \text{ с} = 15 \text{ мкс}$ .

7 Выполненные работы должны быть в указанный срок представлены на рецензирование. Если прорецензированная работа не зачтена, то в той же тетради нужно исправить ошибки, выполнить все требования преподавателя и в кратчайший срок сдать работу на повторное рецензирование. Работу над ошибками следует выполнять на оставшейся после первоначального решения части листа (при этом должно быть понятно, где начинаются исправления). При отсутствии места для исправлений работу над ошибками можно выполнять в конце тетради или подклеить дополнительный лист.

*Исправления внутри первоначального текста решения задачи не допускаются!*

8 Студент допускается к зачетной или экзаменационной сессии только при условии выполнения всех контрольных работ, предусмотренных в учебном плане.

**В случае невыполнения перечисленных требований контрольные работы не рецензируются!**

## **1 ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПО РАЗДЕЛАМ ПРОГРАММЫ**

*Введение. Кинематика материальной точки.* Механическое движение. Система отсчета. Траектория. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорение. Движение материальной точки по окружности. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

*Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно.* Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Сила, масса. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона. Импульс. Закон сохранения импульса.

*Силы в механике.* Виды сил в механике. Силы упругости. Силы трения. Силы тяжести. Закон всемирного тяготения. Гравитационное поле и его характеристики. Понятие об неинерциальных системах отсчета.

Работа. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Кинетическая энергия. Закон сохранения энергии в механике.

*Динамика вращательного движения твердого тела.* Модель абсолютно твердого тела. Поступательное и вращательное движения тела. Центр инерции (масс) твердого тела. Момент инерции. Момент импульса. Момент силы. Основной закон механики вращательного движения. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращательного движения тела.

*Релятивистская механика.* Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Границы применимости классической механики. Постулаты Эйнштейна. Принципы относительности Эйнштейна. Преобразования Лоренца. Следствия, вытекающие из

преобразований Лоренца (одновременность событий, сокращение длин и промежутков времени, релятивистский закон сложения скоростей). Релятивистская масса и импульс. Основной закон релятивистской динамики. Понятие энергии в релятивистской механике (энергия покоя, кинетическая, полная). Взаимосвязь массы и энергии.

## 2 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### *Основная*

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учеб. пособие для студентов вузов. В 3 т. / И. В. Савельев. – 3-е изд., испр. – М. : Наука, 1987. – Т. 1: Механика. Молекулярная физика – 416 с.

2 **Детлаф, А. А.** Курс физики : учеб. пособие для вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1989. – 608 с.

3 **Трофимова, Т. И.** Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 17-е изд., стер. – М. : Издат. центр «Академия», 2008. – 560 с.

4 **Трофимова, Т. И.** Курс физики. Задачи и решения : учеб. пособие для учрежд. высш. проф. образования / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – 4-е изд., испр. – М. : Издат. центр «Академия», 2011. – 592 с.

5 **Чертов, А. Г.** Задачник по физике : учеб. пособие для вузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1988. – 526 с.

### *Дополнительная*

1 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – 11-е изд., перераб. – М. : Наука, 1985. – 381 с.

2 **Савельев, И. В.** Сборник задач и вопросов по общей физике : учеб. пособие / И. В. Савельев. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука, 1988. – 288 с.

3 **Чертов, А. Г.** Физические величины: терминология, определения, обозначения, размерности, единицы / А. Г. Чертов. – М. : Высш. шк., 1990. – 334 с.

4 **Иродов, И. Е.** Задачи по общей физике : учеб. пособие / И. Е. Иродов. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 416 с.

5 **Фирганг, Е. В.** Руководство к решению задач по курсу общей физики : учеб. пособие для студ. вузов / Е. В. Фирганг. – М. : Высш. шк., 1978. – 351 с.

### 3 ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

#### Кинематика материальной точки

Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором  $\vec{r}$  :

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z ,$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы направлений (орты);  $x, y, z$  – координаты точки.

Кинематические уравнения движения (в координатной форме)

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_3(t),$$

где  $t$  – время;  $f_i(t)$  – функции, выражающие зависимость координат от времени.

Средняя скорость движения

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

где  $\Delta \vec{r} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$  – перемещение материальной точки в интервале времени  $\Delta t = (t_2 - t_1)$ .

Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где  $\Delta s$  – путь, пройденный точкой за интервал времени  $\Delta t$ .

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z,$$

где  $v_x = dx/dt, v_y = dy/dt, v_z = dz/dt$  – проекции скорости  $\vec{v}$  на оси координат.

Абсолютная величина (модуль) скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} .$$

Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$



где  $a_x = dv_x/dt$ ,  $a_y = dv_y/dt$ ,  $a_z = dv_z/dt$  – проекции ускорения  $\vec{a}$  на оси координат.

Абсолютная величина (модуль) ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

При произвольном (криволинейном) движении полное ускорение можно представить как сумму нормального  $\vec{a}_n$  и тангенциального  $\vec{a}_\tau$  ускорений

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

Абсолютная величина (модуль) этих ускорений

$$a_n = v^2/R, \quad a_\tau = dv/dt, \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

где  $R$  – радиус кривизны в данной точке траектории.

Кинематические уравнения движения материальной точки вдоль оси  $X$ :

– при равномерном движении:

$$x = x_0 + v_x t, \quad v = \text{const}, \quad a_x = 0;$$

– при равнопеременном движении:

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad v_x = v_{0x} + a_x t, \quad a_x = \text{const}.$$

При вращательном движении положение твердого тела определяется углом поворота (угловым перемещением)  $\varphi$ . Кинематическое уравнение вращательного движения в общем виде

$$\varphi = f(t).$$

Средняя угловая скорость

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t},$$

где  $\Delta \varphi$  – изменение угла поворота за интервал времени  $\Delta t$ .

Мгновенная угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Мгновенное угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Кинематическое уравнение вращения тела относительно оси  $Z$ :

– при равномерном вращении:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t, \quad \omega = \text{const}, \quad \varepsilon = 0;$$

– при равнопеременном вращении:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad \varepsilon = \text{const}.$$

Равномерное вращение также характеризуется периодом  $T$  и частотой вращения  $n$ :

$$T = \frac{t}{N} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad n = \frac{1}{T},$$

где  $N$  – число оборотов, совершаемых телом за время  $t$ .

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение материальной точки, принадлежащей вращающемуся телу:

– длина пути, пройденного точкой по дуге окружности радиусом  $R$  при повороте тела на угол  $\varphi$ ,

$$s = \varphi R;$$

– линейная скорость точки

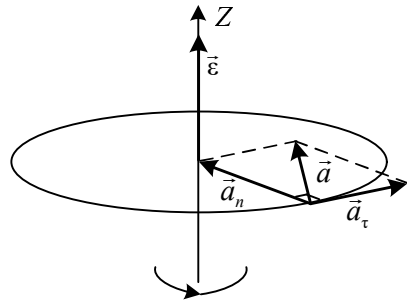
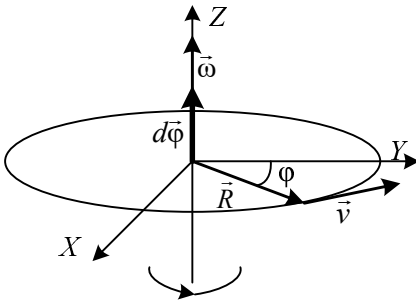
$$\vec{v} = [\vec{\omega} \vec{R}], \quad v = \omega R;$$

– тангенциальное ускорение точки

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon} \vec{R}], \quad a_\tau = \varepsilon R;$$

– нормальное ускорение точки

$$\vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}, \quad a_n = \omega^2 R.$$



Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно.

Уравнение динамики материальной точки (второй закон Ньютона) в векторной форме

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad \text{или} \quad m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

где  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$  – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку;  $m$  – масса этой точки;  $\vec{a}$  – ускорение;  $\vec{p} = m\vec{v}$  – импульс.

В проекциях на оси координат имеем систему уравнений:

$$ma_x = \sum F_{x,i}, \quad ma_y = \sum F_{y,i}, \quad ma_z = \sum F_{z,i}.$$

Напряжение при упругой деформации тела

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

где  $F$  – растягивающая (сжимающая) сила;  $S$  – площадь поперечного сечения тела. Относительное удлинение (продольная деформация)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где  $\Delta l$  – абсолютное удлинение (деформация);  $l$  – длина тела до деформации. Закон Гука для упругой деформации растяжения (сжатия)

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta l,$$

где  $k$  – коэффициент упругости (жесткость);  $\Delta l$  – абсолютное удлинение (деформация). Или в другой форме

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где  $E$  – модуль Юнга.

Сила гравитационного взаимодействия

$$F_{\text{гр}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;  $m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих тел, рассматриваемых как материальные точки;  $r$  – расстояние между центрами масс этих тел.

Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где  $\mu$  – коэффициент трения скольжения;  $N$  – сила нормального давления.

Координаты центра масс системы материальных точек

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i},$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -й материальной точки;  $x_i, y_i, z_i$  – ее координаты.

Скорость центра масс системы материальных точек

$$\vec{v}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}.$$

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const} \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где  $n$  – число материальных точек (тел), входящих в систему.

Элементарная работа силы  $dA = \vec{F} d\vec{r} = F(r) dr \cos \alpha$ ;

работа постоянной силы  $A = \vec{F} \Delta\vec{r} = F \Delta r \cos \alpha$ ;

работа переменной силы  $A = \int \vec{F}(r) d\vec{r} = \int F(r) \cos \alpha dr$ ,

где  $d\vec{r}$  – элементарное перемещение,  $\Delta\vec{r}$  – перемещение,  $\alpha$  – угол между направлениями силы и перемещением.

Мощность средняя  $\langle N \rangle = \frac{A}{\Delta t}$ ;

мгновенная мощность  $N = \frac{dA}{dt}$ , или  $N = Fv \cos \alpha$ .

Кинетическая энергия материальной точки (или тела, движущегося поступательно)

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$\Pi = \frac{k(\Delta l)^2}{2}.$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия

$$\Pi = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$\Pi = mgh,$$

где  $h$  – высота тела над уровнем, принятым за нулевой для отсчета потенциальной энергии. Эта формула справедлива при  $h \ll R_3$  ( $R_3$  – радиус Земли).

Сила, действующая на данное тело в данной точке поля, и потенциальная энергия связаны соотношением

$$\vec{F} = -\text{grad } \Pi = -\left( \vec{i} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \Pi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \Pi}{\partial z} \right).$$

Закон сохранения энергии в механике (для замкнутых консервативных систем)

$$T + \Pi = \text{const.}$$

Динамика вращательного движения твердого тела

Момент инерции материальной точки

$$I = mr^2,$$

где  $m$  – масса точки;  $r$  – ее расстояние от оси вращения. Момент инерции системы  $n$  материальных точек

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

Момент инерции твердого тела

$$I = \int r^2 dm.$$

Если тело однородно, т. е. его плотность  $\rho$  одинакова по всему объему, то

$$I = \rho \int r^2 dV.$$

*Теорема Штейнера.* Момент инерции тела относительно произвольной оси

$$I = I_0 + md^2,$$

где  $I_0$  – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр инерции тела параллельно заданной оси;  $m$  – масса тела;  $d$  – расстояние между осями.

Моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы:

$I = \frac{1}{12}ml^2$	однородный тонкий стержень массой $m$ и длиной $l$ , ось проходит через центр тяжести перпендикулярно стержню;
$I = \frac{1}{3}ml^2$	однородный тонкий стержень массой $m$ и длиной $l$ , ось проходит через край стержня перпендикулярно центру;
$I = mR^2$	тонкое кольцо, обруч, полый цилиндр, труба радиусом $R$ и массой $m$ , ось проходит через центр, перпендикулярно плоскости основания;
$I = \frac{1}{2}mR^2$	круглый однородный диск, цилиндр радиусом $R$ и массой $m$ , ось проходит через центр перпендикулярно плоскости основания;
$I = \frac{2}{5}mR^2$	однородный шар радиусом $R$ и массой $m$ , ось проходит через центр.

Момент силы  $\vec{F}$ , действующей на тело, относительно неподвижной точки

$$\vec{M} = [\vec{r} \vec{F}], \quad M = rF \sin \alpha,$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из данной точки к точке приложения силы  $\vec{F}$ ;  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$ . Моментом силы относительно некоторой оси называют проекцию на эту ось вектора  $\vec{M}$ , определенного относительно произвольной точки этой оси.

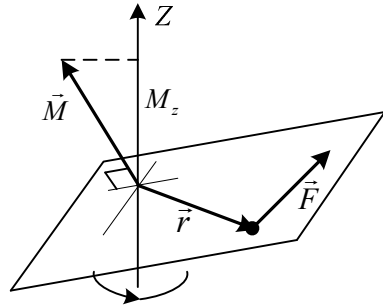
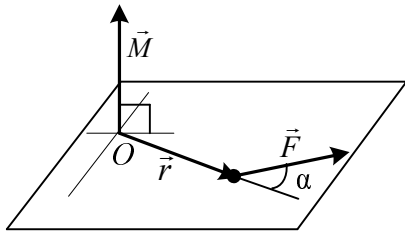
Момент импульса вращающейся точки относительно неподвижной точки

$$\vec{L} = [\vec{r} \vec{p}], \quad M = rps \sin \alpha,$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор,  $\vec{p} = m\vec{v}$  – импульс точки,  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{p}$ . Моментом импульса относительно некоторой оси называют проекцию на эту ось вектора  $\vec{L}$ , определенного относительно произвольной точки этой оси. Если  $I$  – момент инерции тела относительно некоторой оси, то момент импульса тела относительно этой же оси

$$\vec{L} = I\vec{\omega},$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения тела.



Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt}.$$

Если относительно этой оси  $I = \text{const}$ , то

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon},$$

где  $\vec{\varepsilon}$  – угловое ускорение тела.

Закон сохранения момента импульса

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \text{const}, \text{ или } \sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i = \text{const},$$

где  $L_i$  – момент импульса  $i$ -го тела, входящего в состав замкнутой системы, состоящей из  $n$  тел.

Элементарная работа при вращении вокруг неподвижной оси

$$dA = M d\varphi.$$

Работа постоянного момента силы  $M$ , действующего на вращающееся тело,

$$A = M\varphi,$$

где  $\varphi$  – угол поворота тела.

Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела,

$$N = M\omega.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$T = \frac{I\omega^2}{2}.$$

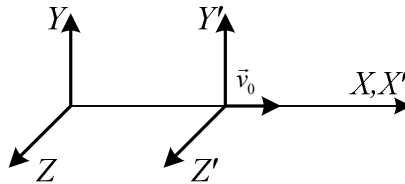
Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения (совершающего плоское движение),

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

где  $v$  – скорость центра инерции тела; первое слагаемое соответствует кинетической энергии поступательного движения тела; второе – кинетической энергии вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр инерции.

### Релятивистская механика

В большинстве задач данного пособия по релятивистской механике считается, что оси  $Y, Y'$  и  $Z, Z'$  сонаправлены, а относительная скорость  $v_0$  системы координат  $K'$  направлена вдоль общей оси  $XX'$ .



### Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня

$$l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2},$$

где  $l_0$  – длина стержня в системе координат  $K'$ , относительно которой стержень покоится (собственная длина, стержень расположен вдоль оси  $X$ );  $l$  – длина стержня, измеренная в системе  $K$ , относительно которой он движется со скоростью  $v$ ;  $c$  – скорость распространения электромагнитного излучения.

### Релятивистское замедление хода часов

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где  $\Delta t$  – промежуток времени между двумя событиями, измеренный по часам системы  $K$ ;  $\Delta t_0$  – промежуток времени между двумя событиями в одной и той же точке системы  $K'$  (собственное время движущихся часов).



Релятивистское сложение скоростей

$$v = \frac{v' + v_0}{1 + (v_0 v' / c^2)},$$

где  $v$  – абсолютная скорость (скорость тела относительно системы  $K$ );  $v'$  – относительная скорость (скорость тела относительно системы  $K'$ );  $v_0$  – переносная скорость (скорость системы  $K'$  относительно  $K$ ).

Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где  $m_0$  – масса покоя.

Релятивистский импульс

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

Полная энергия релятивистской частицы

$$E = mc^2, \quad E = E_0 + T = m_0 c^2 + T,$$

где  $T$  – кинетическая энергия частицы;  $E_0 = m_0 c^2$  – ее энергия покоя.

Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

#### 4 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ ЗАДАЧ

**Пример 1.** Уравнение движения материальной точки вдоль оси  $X$  имеет вид  $x = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 4$  м,  $B = 2$  м/с,  $C = -0,5$  м/с<sup>2</sup>. Найти координату  $x_1$ , скорость  $v_1$  и ускорение  $a_1$  в момент времени  $t_1 = 2$  с.

Д а н о:

$$x = A + Bt + Ct^2$$

$$A = 4 \text{ м}$$

$$B = 2 \text{ м/с}$$

$$C = -0,5 \text{ м/с}^2$$

$$t_1 = 2 \text{ с}$$

$$x_1 - ?$$

$$v_1 - ?$$

$$a_1 - ?$$

Решение

Координату  $x_1$  найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и времени  $t_1 = 2$  с:

$$x_1 = (4 + 2 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^2) \text{ м} = 6 \text{ м}.$$

Мгновенная скорость равна первой производной от координаты по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 2Ct.$$

Ускорение точки найдем как первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = 2C.$$

В момент времени  $t_1 = 2$  с:

$$v_1 = (2 - 2 \cdot 0,5 \cdot 2) \text{ м/с} = 0 \text{ м/с}, \quad a_1 = 2(-0,5) = -1 \text{ м/с}^2.$$

Знак минус указывает на то, что направление вектора ускорения совпадает с отрицательным направлением координатной оси.

Размерности искомых величин очевидны.

Ответ:  $v_1 = 0 \text{ м/с}$ ;  $a_1 = -1 \text{ м/с}^2$ .

**Пример 2.** Автомобиль проходит первую треть пути со скоростью 60 км/ч, а оставшуюся часть пути со скоростью 90 км/ч. Определить среднюю скорость автомобиля на всем пути.

Д а н о:

$$v_1 = 60 \text{ км/ч}$$

$$v_2 = 90 \text{ км/ч}$$

$$\langle v \rangle - ?$$

Решение

Весь путь разбиваем на два отрезка  $s_1$  и  $s_2$ . Средняя путевая скорость определяется как частное от деления всего пути на время, за которое этот путь пройден:

$$\langle v \rangle = \frac{s}{t}. \quad (1)$$

На каждом отрезке пути движение автомобиля равномерное

$$s_1 = v_1 t_1; \quad s_2 = v_2 t_2.$$

Отсюда время движения на каждом отрезке:

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{3v_1}; \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{2s}{3v_2}. \quad (2)$$

Время, затраченное на прохождение всего пути

$$t = t_1 + t_2. \quad (3)$$

Подставляем (3) в (1) с учетом выражений (2), получим конечную формулу для расчета средней путевой скорости

$$\langle v \rangle = \frac{3v_1v_2}{2v_1 + v_2}.$$

Размерность скорости в конечной формуле очевидна.

Подставляем исходные численные данные и производим расчет

$$\langle v \rangle = \frac{3 \cdot 60 \cdot 90}{2 \cdot 60 + 90} = 77,1 \text{ км/ч.}$$

Ответ:  $\langle v \rangle = 77,1 \text{ км/ч.}$

**Пример 3.** Скорость течения реки составляет 3 м/с, а гребец может грести со скоростью 5 м/с. Ширина реки – 40 м. Определить время, необходимое гребцу, чтобы пересечь реку, двигаясь перпендикулярно берегу.

Д а н о:

$$v_1 = 3 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 5 \text{ м/с}$$

$$s = 40 \text{ м}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$t - ?$$

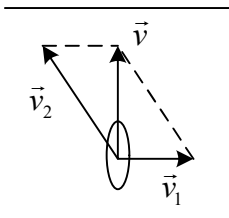
Решение

Для нахождения времени движения лодки необходимо найти ее скорость относительно берега. По закону сложения скоростей она будет равна геометрической сумме векторов скорости течения воды и скорости лодки

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2.$$

Вектор скорости  $\vec{v}$  лодки относительно берега перпендикулярен вектору  $\vec{v}_1$  скорости течения реки. Модуль скорости лодки относительно берега найдем из прямоугольного треугольника

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2}.$$



Так как движение лодки равномерное, то искомое время

$$t = \frac{s}{v} = \frac{s}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}.$$

Проверим размерность конечной формулы и произведем численный расчет:

$$[t] = \frac{M}{\sqrt{(M/c)^2 - (M/c)^2}} = c;$$

$$t = \frac{40}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = 10 \text{ с.}$$

Ответ:  $t = 10 \text{ с.}$

**Пример 4.** С высоты 200 м без начальной скорости падает тело. Одновременно с некоторой начальной скоростью с высоты 220 м падает другое тело. Какую начальную скорость должно иметь второе тело, чтобы оба тела одновременно достигли поверхности Земли? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Д а н о:

$$v_{01} = 0 \text{ м/с}$$

$$h_1 = 200 \text{ м}$$

$$h_2 = 220 \text{ м}$$

$$t_1 = t_2$$

$$v_{02} = ?$$

Решение

Обозначим время падения обоих тел как  $t$ . В обоих случаях движение равноускоренное и в течение всего падения (так как  $h_2 > h_1$ ) направлено вниз. Ускорения тел также направлены вниз и равны ускорению свободного падения. Исходя из кинематических уравнений движения, определим

пройденную высоту для двух тел:

$$h_1 = \frac{gt^2}{2}; \tag{1}$$

$$h_2 = v_{02}t + \frac{gt^2}{2}. \tag{2}$$

Из уравнения (1) выразим время падения и подставим в (2):

$$t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}; \quad h_2 = v_{02}\sqrt{\frac{2h_1}{g}} + h_1.$$

Выразим начальную скорость второго тела

$$v_{02} = (h_2 - h_1)\sqrt{\frac{g}{2h_1}}.$$

Проверим размерность конечной формулы

$$[v_{02}] = (M - M)\sqrt{\frac{M}{c^2 M}} = \frac{M}{c}.$$

Подставим значения и произведем расчет

$$v_{02} = (220 - 200) \sqrt{\frac{9,8}{2 \cdot 200}} = 3,1 \text{ м/с.}$$

Ответ:  $v_{02} = 3,1 \text{ м/с.}$

**Пример 5.** С крутого берега реки на уровне 20 м от воды в горизонтальном направлении бросают камень со скоростью 15 м/с. Через какой промежуток времени камень достигнет воды? С какой скоростью он упадет в воду?

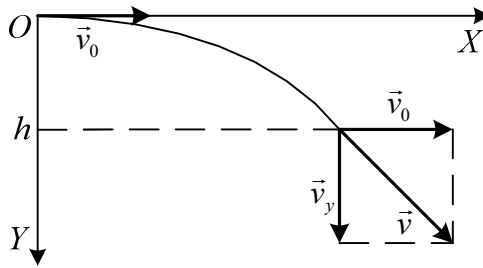
Д а н о:

$$v_0 = 15 \text{ м/с}$$

$$h = 20 \text{ м}$$

$$t - ? \quad v - ?$$

Решение



Выберем начало координат в точке бросания и направим ось  $Y$  вниз. Камень участвует в двух движениях. Вдоль оси  $X$  он движется равномерно со скоростью  $v_x = v_0$ . Вдоль оси  $Y$  он движется с постоянным ускорением, равным ускорению свободного падения. Начальная скорость в этом направлении равна нулю. Запишем уравнения движения камня вдоль осей:

$$x = v_0 t, \quad v_x = v_{0x} = \text{const};$$

$$y = \frac{gt^2}{2}, \quad v_y = gt.$$

Найдем время падения камня. В момент его падения в воду  $y = h$ , тогда получим

$$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Проверим размерность и проведем вычисления:

$$[t] = \sqrt{\frac{M}{M/c^2}} = c; \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9,8}} \approx 2 \text{ с.}$$

Модуль скорости падения камня в воду:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2};$$

$$v = \sqrt{15^2 + (9,8 \cdot 2)^2} = 24,7 \text{ м/с.}$$

Ответ:  $t = 2 \text{ с}; v = 24,7 \text{ м/с}$

**Пример 6.** Камень брошен под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту. Определить наибольшую высоту подъема и дальность полета, если начальная скорость камня  $v_0 = 20 \text{ м/с}$ .

Д а н о:

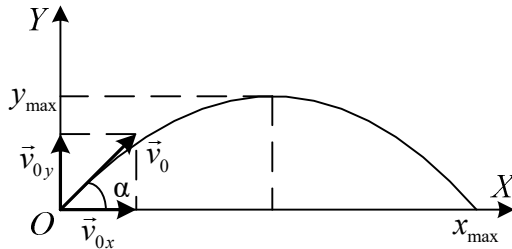
$$\alpha = 45^\circ$$

$$v_0 = 20 \text{ м/с}$$

$$x_{\max} - ?$$

$$y_{\max} - ?$$

Решение



Пренебрегая сопротивлением воздуха, можно считать, что ускорение камня в рассматриваемом движении постоянно и равно ускорению свободного падения ( $\vec{a} = \vec{g}$ ). Так как векторы ускорения  $\vec{a}$  и начальной скорости  $\vec{v}_0$  направлены под углом, не равным нулю, то движение камня криволинейное, траектория его лежит в плоскости  $XOY$ . Это криволинейное движение есть результат сложения двух прямолинейных движений: равномерного вдоль оси  $X$  и равнопеременного вдоль оси  $Y$ .

В точке бросания составляющие скорости

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha; \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

Запишем уравнения движения камня вдоль осей:

$$x = v_{0x}t, \quad v_x = v_{0x} = \text{const};$$

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \quad v_y = v_{0y} - gt.$$

В наивысшей точке траектории (в момент времени  $t_1$ ) скорость  $v_{1y} = 0$ , тогда

$$v_0 \sin \alpha - g t_1 = 0; \quad t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Наибольшую высоту подъема найдем из уравнения движения камня вдоль оси  $Y$ :

$$y_{\max} = y_1; \quad y_1 = v_{0y} t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Время подъема камня на наибольшую его высоту равно времени падения на землю. Тогда полное время полета

$$t_{\text{пол}} = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Наибольшая дальность полета

$$x_{\max} = v_x t_{\text{пол}} = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha.$$

Проведем проверку размерностей:

$$[x_{\max}] = \frac{(\text{м/с})^2}{\text{м/с}^2} = \text{м}, \quad [y_{\max}] = \frac{(\text{м/с})^2}{\text{м/с}^2} = \text{м}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$y_{\max} = \frac{20^2 \cdot (\sin 45^\circ)^2}{2 \cdot 9,8} = 10,2 \text{ м}; \quad x_{\max} = \left( \frac{20^2}{9,8} \sin 45^\circ \right) = 40,8 \text{ м}.$$

Ответ:  $y_{\max} = 10,2 \text{ м}; \quad x_{\max} = 40,8 \text{ м}.$

**Пример 7.** Маховик диаметром 1,5 м вращается с постоянной частотой 600 об/мин. Найти угловую скорость вращения маховика, линейную скорость и нормальное ускорение точек на ободе маховика.

Д а н о:

$$\left. \begin{array}{l} d = 1,5 \text{ м} \\ n = 600 \text{ об/мин} = 10 \text{ с}^{-1} \\ \omega - ? \quad v - ? \quad a_n - ? \end{array} \right\}$$

Решение

Угловая скорость маховика связана с частотой вращения соотношением

$$\omega = 2\pi n = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 = 62,8 \text{ с}^{-1}.$$

Линейная скорость точек на ободе маховика

$$v = \omega R = \frac{\omega d}{2} = \frac{62,8 \cdot 1,5}{2} = 47,1 \text{ м/с.}$$

Нормальное ускорение этих точек

$$a_n = \omega^2 R = \frac{\omega^2 d}{2} = \frac{62,8^2 \cdot 1,5}{2} = 2958 \text{ м/с}^2.$$

Размерность найденных величин очевидна.

Ответ:  $\omega = 62,8 \text{ с}^{-1}$ ;  $v = 47,1 \text{ м/с}$ ;  $a = 2958 \text{ м/с}^2$ .

**Пример 8.** Вращавшийся с постоянной частотой  $n_0 = 10 \text{ с}^{-1}$  маховик при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика стало снова равномерным, но уже с частотой  $n = 6 \text{ с}^{-1}$ . Определить угловое ускорение  $\varepsilon$  маховика и продолжительность  $t$  торможения, если за время равнозамедленного вращения маховик сделал  $N = 50$  оборотов.

Д а н о:

$n_0 = 10 \text{ с}^{-1}$	
$n = 6 \text{ с}^{-1}$	
$N = 50$	
$\varepsilon = ?$	

Решение

Уравнение вращения тела при равнозамедленном движении имеет вид

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad (1)$$

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t. \quad (2)$$

Выразим  $t$  из второго уравнения и подставим его в первое

$$t = \frac{\omega_0 - \omega}{\varepsilon}; \quad \varphi = \omega_0 \frac{\omega_0 - \omega}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon}{2} \left( \frac{\omega_0 - \omega}{\varepsilon} \right)^2 = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\varepsilon}.$$

Тогда для углового ускорения получим

$$\varepsilon = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\varphi}.$$

Учтем, что  $\varphi = 2\pi N$ , а  $\omega = 2\pi n$ ,

$$\varepsilon = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\varphi} = \frac{\pi(n_0^2 - n^2)}{N}. \quad (3)$$

Определим время торможения, используя уравнения (2) и (3)



$$t = \frac{\omega_0 - \omega}{\varepsilon} = \frac{2\pi(n_0 - n)N}{\pi(n_0^2 - n^2)} = \frac{2N}{n_0 + n}.$$

Проведем анализ размерности искомых величин:

$$[\varepsilon] = (\text{с}^{-1})^2 + (\text{с}^{-1})^2 = \text{с}^{-2}; \quad [t] = \frac{1}{(\text{с}^{-1})} = \text{с}.$$

Подставим значения и произведем расчет

$$\varepsilon = \frac{3,14(10^2 - 6^2)}{50} = 4,02 \text{ с}^{-2}; \quad t = \frac{2 \cdot 50}{10 + 6} = 6,25 \text{ с}.$$

Ответ:  $\varepsilon = 4,02 \text{ с}^{-2}$ ;  $t = 6,25 \text{ с}$ .

**Пример 9.** К концам однородного стержня приложены две противоположно направленные силы  $F_1 = 40 \text{ Н}$  и  $F_2 = 100 \text{ Н}$ . Определить силу  $T$  натяжения стержня в поперечном сечении, которое делит стержень на две части в отношении 1:2.

Д а н о:

$$\begin{array}{l} F_1 = 40 \text{ Н} \\ F_2 = 100 \text{ Н} \\ \hline T = ? \end{array}$$

Решение

Если бы силы  $F_1$  и  $F_2$  были равны между собой, то сила натяжения в любом сечении стержня была бы одинаковой и равной силам, приложенным к концам стержня. Стержень в этом случае находился бы в состоянии покоя. Но так как сумма сил, действующих на стержень, отлична от нуля, то стержень будет двигаться с ускорением, величина и направление которого определяются по второму закону Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m},$$

где  $m$  – масса стержня.

Поскольку силы  $F_1$  и  $F_2$  противоположно направлены и действуют вдоль прямой (стержня), то геометрическую сумму можно заменить алгебраической:

$$a = \frac{F_2 - F_1}{m}.$$

При ускоренном движении стержня силы натяжения в разных сечениях различны. Для определения силы натяжения применим следующий прием: разделим стержень на две части в интересующем нас

сечении и отбросим одну из них, например левую. Действие левой части на правую заменим силой натяжения  $T$ . В результате действия разности сил  $(F_2 - T)$  оставшаяся часть стержня массой  $m_2$  должна двигаться с ускорением

$$a = \frac{F_2 - T}{m_2},$$

равным ускорению всего стержня. Так как стержень однородный, то  $m_2 = 2m/3$  и, следовательно, приравняв полученное выражение для ускорения, получим выражение для силы натяжения

$$T = F_2 - 2(F_2 - F_1)/3.$$

Подставив значения  $F_1$  и  $F_2$ , получим

$$T = 100 - 2(100 - 40)/3 = 60 \text{ Н.}$$

Размерность величины очевидна.

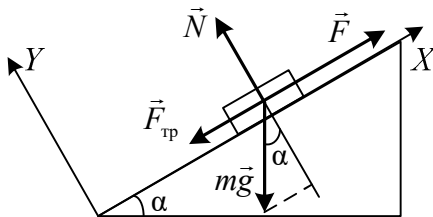
Ответ:  $T = 60 \text{ Н.}$

**Пример 10.** Какую силу нужно приложить для равноускоренного подъема вагонетки массой 500 кг по эстакаде с углом наклона  $30^\circ$  на расстояние 5 м в течение 10 с? Коэффициент трения равен 0,05.

Д а н о:

$s = 5 \text{ м}$
$t = 10 \text{ с}$
$m = 500 \text{ кг}$
$\alpha = 30^\circ$
$\mu = 0,05$
$F = ?$

Решение



Движение вагонетки прямолинейное равноускоренное. Запишем уравнение движения тела, используя второй закон Ньютона

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Спроецируем уравнение на оси координат  $X$  и  $Y$

$$F - F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = ma; \quad (1)$$

$$N - mg \cos \alpha = 0. \quad (2)$$

Силу трения определим при помощи уравнения (2)

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha. \quad (3)$$

Так как движение происходит из состояния покоя, то ускорение вагонетки можно выразить, зная время движения и пройденный путь,

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2}. \quad (4)$$

Подставим формулы (3) и (4) в выражение (1) и найдем силу

$$F = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) + \frac{2ms}{t^2}.$$

Проверим размерность и проведем вычисления

$$[F] = \text{кг} \frac{\text{М}}{\text{с}^2} + \text{кг} \frac{\text{М}}{\text{с}^2} = \text{кг} \frac{\text{М}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

$$F = 500 \cdot 9,8(0,5 + 0,05 \cdot 0,866) + \frac{2 \cdot 500 \cdot 5}{10^2} = 2712 \text{ Н}.$$

Ответ:  $F = 2712 \text{ Н}$ .

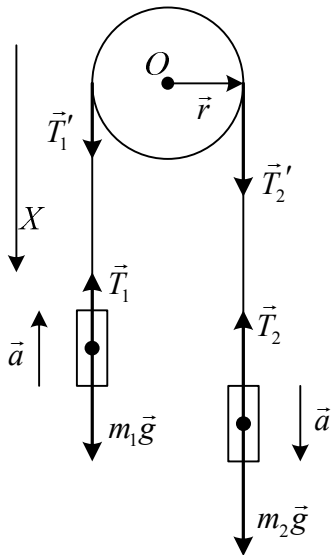
**Пример 11.** Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу  $m = 80 \text{ г}$ , перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы массами  $m_1 = 100 \text{ г}$  и  $m_2 = 200 \text{ г}$ . Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

Д а н о:

$$\begin{array}{l} m = 80 \text{ г} = 0,08 \text{ кг} \\ m_1 = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг} \\ m_2 = 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг} \\ \hline a - ? \end{array}$$

Решение

Воспользуемся основным уравнением динамики поступательного и вращательного движений. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок.



На грузы действуют две силы: сила тяжести и сила упругости (сила натяжения нити). Запишем второй закон Ньютона для этих тел

$$\vec{T}_1 + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a};$$

$$\vec{T}_2 + m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}.$$

Спроецируем эти силы на ось  $X$ , которую направим вертикально вниз, и запишем уравнения движения тел

$$-T_1 + m_1 g = -m_1 a; \quad (1)$$

$$-T_2 + m_2 g = m_2 a. \quad (2)$$

Вращение блока вокруг оси  $O$  происходит вследствие действия двух моментов сил

$$\vec{M}_1 = [\vec{r}_1 \vec{T}_1'];$$

$$\vec{M}_2 = [\vec{r}_2 \vec{T}_2'].$$

Здесь  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$  – радиус-векторы, проведенные в точки приложения сил, равные по модулю радиусу блока и противоположные по направлению.

Согласно уравнению динамики вращательного движения:

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = I \vec{\epsilon},$$

где  $\vec{\epsilon}$  – угловое ускорение блока,  $I = mr^2/2$  – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси  $O$ .

Пусть ось  $O$  направлена «от нас», тогда в скалярном виде это уравнение запишется как

$$r T_2' - r T_1' = I \epsilon. \quad (3)$$

Согласно третьему закону Ньютона

$$T_1' = T_1, \quad T_2' = T_2.$$

Учтем, что тангенциальное ускорение точек на ободе блока совпадает по значению с ускорением грузов, связь между тангенциальным и угловым ускорением  $a_\tau = \epsilon r$ , подставим выражение для момента инерции блока и запишем уравнение (3) в виде

$$T_2 - T_1 = \frac{ma}{2}. \quad (4)$$

Совместное решение уравнений (1), (2), (4) дает

$$m_2 g - m_2 a - (m_1 g + m_1 a) = \frac{ma}{2}.$$

После перегруппировки членов найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + m/2} g.$$

Размерность величины очевидна. Подставим данные и получим

$$a = \frac{0,2 - 0,1}{0,2 + 0,1 + 0,08/2} \cdot 9,81 = 2,88 \text{ м/с}^2.$$

Ответ:  $a = 2,88 \text{ м/с}^2$ .

**Пример 12.** Лифт массой  $10^3$  кг начинает подниматься с ускорением  $0,4 \text{ м/с}^2$ . Определить работу силы тяги по подъему лифта за первые 10 с движения.

Д а н о:

$$\begin{array}{l} m = 10^3 \text{ кг} \\ a = 0,4 \text{ м/с}^2 \\ t = 10 \text{ с} \\ \hline A = ? \end{array}$$

Решение

Приложим силы, действующие на лифт, к центру его масс. Так как сила тяги совпадает по направлению с направлением перемещения, то работа будет определяться следующим образом

$$A = Fh,$$

где  $h$  – модуль перемещения вдоль оси  $Y$ . Так как лифт движется равноускоренно из состояния покоя, то перемещение

$$h = \frac{at^2}{2}.$$

Величину силы тяги найдем из второго закона Ньютона, записав уравнение движения тела в векторном виде:

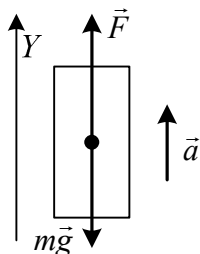
$$\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Спроецировав это уравнение на ось  $Y$ , получим

$$F - mg = ma.$$

Тогда сила тяги

$$F = m(g + a).$$



В конечном виде получаем следующее выражение для работы

$$A = m(g + a) \frac{at^2}{2}.$$

Проверим размерность формулы

$$[A] = \text{кг} \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \text{с}^2 = \text{кг} \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Подставим численные значения и произведем расчет

$$A = 10^3 (9,8 + 0,4) \frac{0,4 \cdot 10^2}{2} = 2,04 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Ответ:  $A = 204 \text{ кДж}$ .

**Пример 13.** Вагон массой 60 т движется по горизонтальному участку железнодорожного пути со скоростью 1,5 м/с. Его догоняет второй вагон массой 80 т, движущийся со скоростью 2 м/с. Найти скорость вагонов после их сцепления.

Д а н о:	Пусть положительное направление оси $X$ совпадает с направлениями скоростей вагонов. В этом направлении внешние силы не действуют, поэтому в проекции на эту ось выполняется закон сохранения импульса
$m_1 = 60 \cdot 10^3 \text{ кг}$	
$m_2 = 80 \cdot 10^3 \text{ кг}$	
$v_1 = 1,5 \text{ м/с}$	
$v_2 = 2 \text{ м/с}$	
$u - ?$	

Решение

Пусть положительное направление оси  $X$  совпадает с направлениями скоростей вагонов. В этом направлении внешние силы не действуют, поэтому в проекции на эту ось выполняется закон сохранения импульса

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u.$$

Отсюда получим значение скорости после сцепления вагонов

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Размерность искомой величины очевидна. Подставим численные значения и проведем расчет

$$u = \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 1,5 + 80 \cdot 10^3 \cdot 2}{60 \cdot 10^3 + 80 \cdot 10^3} = 1,8 \text{ м/с}.$$

Ответ:  $u = 1,8 \text{ м/с}$ .

**Пример 14.** Шар массой  $m_1$ , движущийся горизонтально с некоторой скоростью  $v_1$ , столкнулся с неподвижным шаром массой  $m_2$ . Шары абсолютно упругие, удар прямой. Какую долю  $w$  своей кинетической энергии первый шар передал второму?

## Решение

Д а н о:  
 $m_1, m_2, v_1$   
 $w - ?$

Доля энергии, переданной первым шаром второму, выражается соотношением

$$w = \frac{T'_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{u_2}{v_1} \right)^2,$$

где  $T_1$  – кинетическая энергия первого шара до удара;  $u_2$  и  $T'_2$  – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Для определения  $w$  надо найти  $u_2$ . Воспользуемся тем, что при абсолютно упругом ударе одновременно выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

По закону сохранения импульса в проекции на ось  $X$ , учитывая, что второй шар до удара покоился ( $v_2 = 0$ ), имеем

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2.$$

По закону сохранения механической энергии

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}.$$

Решив совместно эти два уравнения, найдем

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставив это выражение в формулу для  $w$ , получим

$$w = \frac{m_2}{m_1} \left[ \frac{2m_1 v_1}{v_1 (m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Из этого соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменяются местами.

Ответ:  $w = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$

**Пример 15.** Два шара массами  $m_1 = 2,5$  кг и  $m_2 = 1,5$  кг движутся навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 6$  м/с и  $v_2 = 2$  м/с. Определить: 1) скорость шаров после удара; 2) кинетические энергии шаров до и после удара; 3) долю кинетической энергии шаров, превратившуюся во внутреннюю энергию. Удар считать прямым, неупругим.

## Решение

Д а н о:

$$m_1 = 2,5 \text{ кг}$$

$$m_2 = 1,5 \text{ кг}$$

$$v_1 = 6 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 2 \text{ м/с}$$


---


$$u - ? \quad T_1 - ?$$

$$T_2 - ? \quad w - ?$$

Неупругие шары не восстанавливают после удара свою первоначальную форму. Следовательно, не возникают силы, отталкивающие шары друг от друга, и шары после удара будут двигаться совместно с одной и той же скоростью  $u$ . Определим эту скорость по закону сохранения импульса. В векторной форме имеем

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}.$$

Шары движутся по одной прямой вдоль оси  $X$ , положительное направление оси совпадает с направлением скорости первого шара.

В проекции на ось  $X$  получим

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u,$$

тогда

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Кинетические энергии шаров до и после взаимодействия

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}, \quad T_2 = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}.$$

Сравнение кинетических энергий шаров до и после удара показывает, что в результате неупругого удара шаров произошло уменьшение их кинетической энергии, за счет чего увеличилась их внутренняя энергия. Долю кинетической энергии шаров, пошедшей на увеличение их внутренней энергии, определим из соотношения

$$w = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1}.$$

Подставим числовые значения и сделаем вычисления:

$$u = \frac{2,5 \cdot 6 + 1,5 \cdot 2}{2,5 + 1,5} = 3 \text{ м/с}, \quad T_1 = \frac{2,5 \cdot 6^2}{2} + \frac{1,5 \cdot 2^2}{2} = 48 \text{ Дж},$$

$$T_2 = \frac{(2,5 + 1,5) \cdot 3^2}{2} = 18 \text{ Дж}, \quad w = \frac{48 - 18}{48} = 0,62.$$

Размерность искомым величин очевидна.

Ответ:  $u = 3 \text{ м/с}$ ,  $T_1 = 48 \text{ Дж}$ ,  $T_2 = 18 \text{ Дж}$ ,  $w = 0,62$ .



**Пример 16.** Тело брошено с поверхности Земли вертикально вверх со скоростью 20 м/с. На какой высоте кинетическая энергия тела будет равна его потенциальной энергии? Сопротивлением воздуха пренебречь. За нулевой уровень отсчета потенциальной энергии принять поверхность Земли.

Д а н о:  
 $v_0 = 20 \text{ м/с}$   
 $\Gamma = \Pi$   
 $h - ?$

Решение

У поверхности Земли полная механическая энергия равна начальной кинетической энергии тела, а на искомой высоте – сумме кинетической и потенциальной энергии. Так как по условию задачи сопротивлением воздуха можно пренебречь, то полная механическая энергия тела в процессе движения будет оставаться постоянной, поскольку на него действует только консервативная сила – сила тяжести. Таким образом, получим

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh. \quad (1)$$

Так как кинетическая и потенциальная энергии тела на искомой высоте равны, то

$$\frac{mv^2}{2} = mgh.$$

Подставляя это выражение в уравнение (1), получим

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh.$$

Отсюда

$$h = \frac{v_0^2}{4g}.$$

Проведем проверку размерностей и численный расчет

$$[h] = \frac{(\text{м/с})^2}{\text{м/с}^2} = \text{м}, \quad h = \frac{20^2}{9,8} = 20,4 \text{ м}.$$

Ответ:  $h = 20,4 \text{ м}$ .

**Пример 17.** Спортсмен массой 60 кг прыгает с высоты 9 м на упругую сетку – батут. Найти максимальное значение потенциальной

энергии упругой деформации сетки, если ее наибольший прогиб равен 1 м.

Д а н о:

$$\begin{array}{l} m = 60 \text{ кг} \\ H = 9 \text{ м} \\ h = 1 \text{ м} \\ \hline \Pi_{\max} = ? \end{array}$$

### Решение

Так как на спортсмена и батут действуют только силы тяготения со стороны Земли и силы упругости (т. е. консервативные силы), к замкнутой системе можно применить закон сохранения полной механической энергии. Согласно этому закону полная механическая энергия системы «спортсмен – батут» остается неизменной. Уменьшение потенциальной энергии спортсмена, отсчитываемой относительно уровня максимального прогиба сетки, равно приросту потенциальной энергии деформированной сетки

$$\Pi = \Pi_{\max} = mg(H + h);$$

$$[\Pi] = \text{кг} \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) (\text{м} + \text{м}) = \text{кг} \left( \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right) = \text{Дж};$$

$$\Pi_{\max} = 60 \cdot 9,8(9 + 1) = 5880 \text{ Дж}.$$

Ответ:  $\Pi_{\max} = 5880 \text{ Дж}$ .

**Пример 18.** Сани выезжают с горки на горизонтальную поверхность с начальной скоростью 5 м/с. Коэффициент трения между полозьями саней и дорогой равен 0,1. Какой путь пройдут сани до остановки?

Д а н о:

$$\begin{array}{l} v_0 = 5 \text{ м/с} \\ \mu = 0,1 \\ \hline s = ? \end{array}$$

### Решение

На сани действует сила трения, поэтому механическая энергия саней уменьшается, переходя во внутреннюю энергию.

Изменение механической энергии равно работе сил трения

$$E_2 - E_1 = A. \quad (1)$$

Примем за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии поверхность Земли. При движении по горизонтальной поверхности потенциальная энергия саней не изменяется. Поэтому в момент остановки полная механическая энергия саней равна кинетической и равна нулю  $E_2 = T_2 = 0$ . В начальном положении

$$E_1 = T_1 = \frac{mv_0^2}{2}.$$

Сила трения и ее работа на горизонтальном участке

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg,$$

$$A = F_{\text{тр}} s \cos \alpha = -F_{\text{тр}} s = -\mu mgs.$$

Работа силы трения отрицательна, так как угол между вектором силы трения и вектором перемещения  $\alpha = 180^\circ$ .

Подставляя выражения для начальной энергии и работы в соотношение (1), получим

$$\frac{mv_0^2}{2} = \mu mgs.$$

Выразим искомый путь

$$s = \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

Проверим размерность и проведем численный расчет

$$[s] = \frac{(\text{м/с})^2}{\text{м/с}^2} = \text{м};$$

$$s = \frac{25}{2 \cdot 0,1 \cdot 9,8} = 12,8 \text{ м}.$$

Ответ:  $s = 12,8 \text{ м}$ .

**Пример 19.** Пуля массой 10 г, летевшая горизонтально со скоростью 500 м/с, ударяет в подвешенный на нитях деревянный брусок массой 5 кг и застревает в нем. На какую высоту поднимется брусок?

Д а н о:

$$v = 500 \text{ м/с}$$

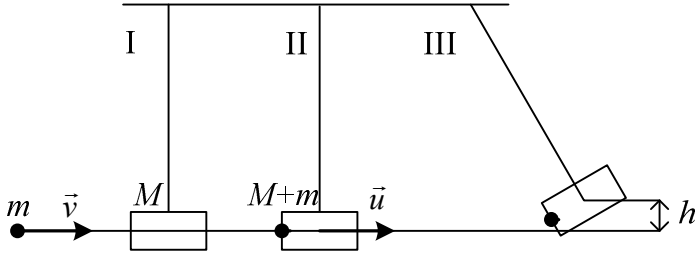
$$m = 0,01 \text{ кг}$$

$$M = 5 \text{ кг}$$

$$h - ?$$

Решение

Система тел, состоящая из пули и бруска, не является замкнутой, однако взаимодействие этих тел при ударе кратковременно, поэтому действием внешних сил за время столкновения можно пренебречь.



Закон сохранения импульса можно применить, если рассматривать состояния системы непосредственно до (состояние I) и после (состояние II) удара. До удара импульс системы равен импульсу пули, после удара – суммарному импульсу бруска и пули, тогда

$$m\vec{v} = (M + m)\vec{u},$$

где  $\vec{u}$  – скорость тел сразу же после удара. Так как скорости  $\vec{v}$  и  $\vec{u}$  имеют одинаковое направление, то справедливо равенство модулей импульсов

$$mv = (M + m)u,$$

отсюда

$$u = \frac{mv}{M + m}. \quad (1)$$

На тела системы после удара, т. е. при переходе бруска с пулей из нижней точки (состояние II) на высоту  $h$  (состояние III) действуют только силы тяжести и упругости нитей, т. е. только консервативные силы. Поэтому для этих двух положений можно применить закон сохранения механической энергии.

Расположим нулевой уровень потенциальной энергии в нижней точке, тогда в этом положении полная механическая энергия системы будет равна кинетической энергии бруска с пулей, а в состоянии III – их потенциальной энергии, т. к. на максимальной высоте подъема скорость тел равна нулю:

$$\frac{(M + m)u^2}{2} = (M + m)gh. \quad (2)$$

Подставляя выражение (1) в (2), получим для высоты подъема

$$h = \frac{u^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left( \frac{mv}{M + m} \right)^2.$$

Проверим размерность конечной формулы

$$[h] = \frac{1}{\text{м/с}^2} \cdot \frac{\text{кг}^2 (\text{м/с})^2}{(\text{кг} + \text{кг})^2} = \frac{\text{кг}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{м} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{кг}^2} = \text{м}.$$

Произведем вычисления

$$h = \frac{1}{2 \cdot 9,8} \left( \frac{0,01 \cdot 500}{5 + 0,01} \right)^2 = 0,051 \text{ м}.$$

Ответ:  $h = 5,1 \text{ см}$ .

**Пример 20.** Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости  $v_1$ , сообщенной ракете, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли ( $R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$ )? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

<p>Д а н о:</p> $R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$ $v_1 - ?$	<p style="text-align: center;">Решение</p> <p>Минимальную скорость ракеты можно найти, зная ее минимальную кинетическую энергию <math>T_1</math>. Для определения <math>T_1</math> воспользуемся законом сохранения механической энергии для замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы. Систему ракета – Земля можно считать замкнутой, в которой действует единственная консервативная сила – гравитационного взаимодействия.</p>
----------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

В качестве инерциальной системы отсчета выберем систему отсчета, связанную с центром Земли.

Согласно закону сохранения механической энергии

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2,$$

где  $T_1$ ,  $\Pi_1$  и  $T_2$ ,  $\Pi_2$  – кинетическая и потенциальная энергия системы ракета – Земля в начальном (на поверхности Земли) и конечном (на расстоянии, равном  $R_3$  от поверхности Земли) состояниях.

В выбранной системе отсчета кинетическая энергия Земли равна нулю, поэтому  $T_1$  – просто начальная кинетическая энергия ракеты:

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{2}.$$

Потенциальная энергия системы в начальном состоянии

$$\Pi_1 = -G \frac{mM_3}{R_3}.$$

По мере движения ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия возрастает, а кинетическая убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия  $T_2 = 0$ , а потенциальная

$$\Pi_2 = -G \frac{mM_3}{2R_3}.$$

Подставляя выражения  $T_1$ ,  $\Pi_1$  и  $T_2$ ,  $\Pi_2$  в формулу закона сохранения механической энергии, получим

$$\frac{mv_1^2}{2} - G \frac{mM_3}{R_3} = -G \frac{mM_3}{2R_3},$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3}}.$$

Заметим, что  $GM_3 / R_3^2 = g_0$  ( $g_0$  – ускорение свободного падения у поверхности Земли). Тогда

$$v_1 = \sqrt{g_0 R_3} = \sqrt{9,8 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Проведем анализ размерности:  $[v_1] = \sqrt{\text{м} \cdot \text{м/с}^2} = \text{м/с}$ .

Ответ:  $v_1 = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ .

**Пример 21.** Стержень длиной 1,5 м и массой 10 кг может вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через верхний конец стержня. В середину стержня ударяет пуля массой 10 г, летящая в горизонтальном направлении со скоростью 500 м/с, и застревает в нем. На какой угол отклонится стержень после удара?

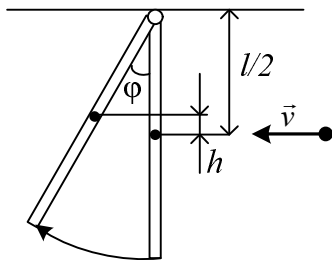
Д а н о:

$L = 1,5 \text{ м}$
$m = 0,01 \text{ кг}$
$M = 10 \text{ кг}$
$v = 500 \text{ м/с}$
$\varphi = ?$

Решение

Удар следует рассматривать как неупругий: после удара и пуля, и соответствующая точка стержня будут двигаться с одинаковыми скоростями.

Рассмотрим подробнее процессы, происходящие при ударе. Ударившись о стержень, пуля за ничтожно малый промежуток времени приводит



его в движение с угловой скоростью  $\omega$  и сообщает ему кинетическую энергию:

$$T = \frac{J\omega^2}{2},$$

где  $J$  – момент инерции стержня относительно оси вращения. Затем стержень поворачивается на угол  $\varphi$ , причем его центр масс поднимается на высоту

$$h = \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \cos \varphi = \frac{l}{2} (1 - \cos \varphi).$$

В отклоненном положении стержень будет обладать потенциальной энергией

$$\Pi = Mgh = \frac{Mgl}{2} (1 - \cos \varphi).$$

По закону сохранения энергии получим

$$\frac{Mgl}{2} (1 - \cos \varphi) = \frac{J\omega^2}{2},$$

откуда

$$\cos \varphi = 1 - \frac{J\omega^2}{Mgl}.$$

Так как момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец,  $J = Ml^2/3$ , то получим

$$\cos \varphi = 1 - \frac{l\omega^2}{3g}. \quad (1)$$

Чтобы из выражения (1) найти искомый угол, необходимо предварительно определить значение угловой скорости стержня. В момент удара на пулю и на стержень действуют силы тяжести, линии действия которых проходят через ось вращения и направлены вертикально вниз. Моменты этих сил относительно оси вращения равны нулю. Поэтому при ударе пули о стержень будет справедлив закон сохранения момента импульса.

До удара угловая скорость стержня  $\omega_0 = 0$ , поэтому его момент импульса  $L_{01} = J\omega_0 = 0$ . Пуля коснулась стержня и начала углубляться в стержень, сообщая ему угловое ускорение и участвуя во враще-

нии стержня. Начальный момент импульса пули  $L_{02} = mvr$ , где  $r = l/2$  – расстояние от точки попадания до оси вращения. В конечный момент времени стержень имел угловую скорость  $\omega$  и момент импульса  $L_1 = J\omega$ , а пуля – линейную скорость  $v_1$ , равную линейной скорости точек стержня на расстоянии  $r$  от оси вращения. Так как  $v_1 = \omega r$ , то конечный момент импульса пули будет равен  $L_{02} = mr^2\omega$ .

Применим закон сохранения момента импульса

$$L_{01} + L_{02} = L_1 + L_2;$$

$$mvr = J\omega + mr^2\omega.$$

Подставив выражение для момента инерции стержня и расстояния  $r$ , выразим угловую скорость

$$\omega = \frac{mvr}{J + mr^2} = \frac{6mv}{(4M + 3m)l}.$$

Выражение (1) запишется в виде

$$\cos \varphi = 1 - \frac{12m^2v^2}{(4M + 3m)^2lg}.$$

Проведем анализ размерностей

$$[\cos \varphi] = \frac{\text{кг}^2(\text{м/с})^2}{(\text{кг} + \text{кг})^2 \text{м} \cdot \text{м/с}^2} = \frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}^2/\text{с}^2} = 1,$$

т. е. получили безразмерную величину. Проведем вычисления

$$\cos \varphi = 1 - \frac{12 \cdot 0,01^2 \cdot 500^2}{(4 \cdot 10 + 3 \cdot 0,01)^2 1,5 \cdot 9,8} = 0,987,$$

следовательно,  $\varphi = 9,2^\circ$ .

Ответ:  $\varphi = 9,2^\circ$ .

**Пример 22.** Платформа в виде сплошного диска радиусом  $R = 1,5$  м и массой  $m_1 = 180$  кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой  $n = 10$  мин<sup>-1</sup>. В центре платформы стоит человек массой  $m_2 = 60$  кг. Какую линейную скорость  $v$  относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?



Д а н о:  
 $R = 1,5 \text{ м}$   
 $m_1 = 180 \text{ кг}$   
 $n = 10 \text{ мин}^{-1}$   
 $m_2 = 60 \text{ кг}$   
 $v - ?$

### Решение

Платформа вращается по инерции. Следовательно, момент внешних сил относительно оси вращения, совпадающей с геометрической осью платформы, равен нулю. При этом условии момент импульса  $L$  системы «платформа – человек» остается постоянным:

$$L = I\omega = \text{const},$$

где  $I$  – момент инерции платформы с человеком относительно оси вращения;  $\omega$  – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому  $I = I_1 + I_2$ , где  $I_1$  и  $I_2$  – момент инерции платформы и человека.

С учетом этого закон сохранения момента примет вид

$$(I_1 + I_2)\omega = \text{const}, \text{ или } (I_1 + I_2)\omega = (I'_1 + I'_2)\omega',$$

где значение моментов инерции  $I_1$  и  $I_2$  относится к начальному состоянию системы,  $I'_1, I'_2$  – к конечному.

Момент инерции платформы при переходе человека не изменяется. Момент инерции человека относительно оси вращения изменяется:  $I_2 = 0$  – в начальном состоянии,  $I'_2 = m_2 R^2$  – в конечном состоянии.

Подставим в закон сохранения момента импульса выражения для моментов инерции и начальной угловой скорости вращения платформы с человеком  $\omega = 2\pi n$

$$\left(m_1 \frac{R^2}{2} + 0\right) 2\pi n = \left(m_1 \frac{R^2}{2} + m_2 R^2\right) \omega'.$$

Выразим конечную угловую скорость системы

$$\omega' = \frac{2\pi n m_1}{m_1 + 2m_2},$$

используя связь между угловой и линейной скоростью, получим

$$v = \omega'R = \frac{2\pi m_1 R}{m_1 + 2m_2}.$$

Проведем анализ размерности полученной формулы

$$[v] = \frac{c^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}}{\text{кг}} = \text{м/с}.$$

Подставим численные значения

$$v = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (1/6) \cdot 1,5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} = 0,9 \text{ м/с}.$$

Ответ:  $v_1 = 0,9 \text{ м/с}$ .

**Пример 23.** Определить релятивистский импульс  $p$  и кинетическую энергию  $T$  электрона, движущегося со скоростью  $v = 0,9c$  (где  $c$  – скорость света в вакууме).

Д а н о:

$v = 0,9c$
$p - ? \quad T - ?$

Решение

Выражение для релятивистского импульса

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{m_0 c \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

В релятивистской механике кинетическая энергия  $T$  частицы определяется как разность между полной энергией  $E$  и энергией покоя  $E_0$  этой частицы, т. е.

$$T = E - E_0.$$

Так как  $E = mc^2$  и  $E_0 = m_0 c^2$ , то, учитывая зависимость массы от скорости, получим

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Размерность импульса очевидна, проверим размерность энергии

$$[T] = \text{кг} \cdot (\text{м/с})^2 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Вычислим значения

$$p = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0,9}{\sqrt{1-0,9^2}} = 5,6 \cdot 10^{-22} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

$$T = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-0,9^2}} - 1 \right) = 1,06 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}.$$

Во внесистемных единицах ( $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ ) имеем:  $T = 0,66 \text{ МэВ}$ .

Ответ:  $p = 5,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ ;  $T = 0,66 \text{ МэВ}$ .

## 5 ЗАДАЧИ

1.1 Уравнение движения материальной точки вдоль оси  $x$  имеет вид  $x = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 3 \text{ м}$ ,  $B = 2 \text{ м/с}$ ,  $C = -1,5 \text{ м/с}^2$ . Найти координату  $x$ , скорость  $v$  и ускорение  $a$  точки в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ .

1.2 Зависимость пути от времени тела, движущегося прямолинейно, выражается уравнением  $s = 4 + 46t - 4t^2$ . Найти скорость и ускорение точки в моменты времени  $t_1 = 0 \text{ с}$ ;  $t_2 = 4 \text{ с}$ ;  $t_3 = 7 \text{ с}$ . Построить графики зависимости скорости и ускорения точки от времени.

1.3 Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью  $v_1 = 70 \text{ км/ч}$ , остальную часть пути – со скоростью  $v_2 = 90 \text{ км/ч}$ . Какова средняя путевая скорость автомобиля?

1.4 Рядом с поездом на одной линии с передними буферами паровоза стоит человек. В момент, когда поезд начал двигаться с ускорением  $a = 0,1 \text{ м/с}^2$ , человек начал идти в том же направлении со скоростью  $v = 1,3 \text{ м/с}$ . Через какое время поезд нагонит человека? Определить скорость поезда в этот момент и путь, пройденный за это время человеком.

1.5 С башни высотой  $h = 30 \text{ м}$  горизонтально брошен камень со скоростью  $v_0 = 16 \text{ м/с}$ . Найти: 1) сколько времени камень будет в движении; 2) на каком расстоянии  $x$  от основания башни он упадет на землю; 3) с какой скоростью  $v$  он упадет на землю; 4) какой угол  $\varphi$  составит вектор конечной скорости с горизонтом в точке падения на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.6 Камень, брошенный горизонтально, упал на землю через  $t = 0,6 \text{ с}$  на расстоянии  $l = 6 \text{ м}$  по горизонтали от места бросания. Найти: 1) с какой высоты  $h$  был брошен камень; 2) с какой начальной скоростью  $v_0$  он был брошен; 3) с какой скоростью  $v$  он упал на зем-

лю; 4) какой угол  $\varphi$  составляет траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю? Соппротивление воздуха не учитывать.

1.7 Колесо, спустя  $t = 1,5$  мин после начала вращения, приобретает скорость, соответствующую частоте вращения  $n = 720$  об/мин. Найти угловую скорость колеса и число оборотов колеса за это время. Движение считать равноускоренным.

1.8 Вал вращается с постоянной скоростью, соответствующей частоте  $n = 150$  об/мин. С некоторого момента вал тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением, численно равным  $4 \text{ рад/с}^2$ . 1) Через какой промежуток времени вал остановится? 2) Сколько оборотов он сделает до остановки?

1.9 Колесо радиусом  $R = 15$  см вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 3,14 \text{ рад/с}^2$ . Найти для точек на ободе колеса к концу первой секунды после начала движения: 1) угловую и линейную скорости; 2) тангенциальное, нормальное и полное ускорения.

1.10 Велосипедное колесо вращается с частотой  $n = 6 \text{ с}^{-1}$ . Под действием сил трения оно остановилось через интервал времени  $\Delta t = 1$  мин. Определить угловое ускорение  $\varepsilon$  и число оборотов  $N$ , которое сделает колесо за это время.

1.11 Материальная точка движется прямолинейно согласно уравнению  $x = 5t - t^3/8$ . Определить среднюю скорость движения точки в интервале времени  $t_1 = 1,4$  с и  $t_2 = 6,6$  с, а также скорость точки в эти моменты времени.

1.12 Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид  $x = 3t + 0,07t^3$ . Найти скорость и ускорение точки в моменты времени  $t_1 = 6$  с и  $t_2 = 11$  с. Каковы средние значения скорости и ускорения точки за этот интервал времени?

1.13 Тело брошено с башни вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 11$  м/с. Высота башни  $h = 14,5$  м. Написать уравнение движения тела и определить среднюю путевую скорость  $\langle v \rangle$  с момента бросания до момента падения тела на землю.

1.14 Движение материальной точки на плоскости задано уравнением  $\vec{r}(t) = A(\vec{i} \cos \omega t + \vec{j} \sin \omega t)$ , где  $A = 0,6$  м;  $\omega = 6 \text{ с}^{-1}$ . Определить модуль скорости точки и модуль нормального ускорения точки.

1.15 Движение материальной точки в пространстве задано уравнением  $\vec{r}(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{k}Ct$ , где  $A = 11$  м,  $B = -6 \text{ м/с}^2$ ,  $C = 11 \text{ м/с}$ . Начертить траекторию точки. Найти выражения  $\vec{v}(t)$  и  $\vec{a}(t)$ . Для

момента времени  $t = 2$  с вычислить: 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения; 3) модуль нормального ускорения.

1.16 Движение точки на плоскости по окружности радиусом  $R = 4$  м задано уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 11$  рад,  $B = -3$  рад/с,  $C = 2$  рад/с<sup>2</sup>. Найти тангенциальное, нормальное и полное ускорения точки в момент времени  $t = 3$  с.

1.17 Движение точки по кривой задано уравнениями  $x = A_1 t^3$  и  $y = A_2 t$ , где  $A_1 = 2$  м/с<sup>3</sup>,  $A_2 = 3$  м/с. Найти уравнение траектории точки, ее скорость  $v$  и полное ускорение  $a$  в момент времени  $t = 0,9$  с.

1.18 Точка движется по окружности радиусом  $R = 5$  м. Закон ее движения выражается уравнением  $\varphi = 9 - 2t^2$ . Найти момент времени  $t$ , когда нормальное ускорение точки  $a_n = 10$  м/с<sup>2</sup>; определить скорость, тангенциальное ускорение и полное ускорение точки в этот момент времени.

1.19 С балкона бросили мяч вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 6$  м/с. Через  $t = 3$  с мяч упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мяча в момент падения.

1.20 Тело начинает движение со скоростью  $v_0 = 20$  м/с, находясь на высоте  $h = 250$  м. Определить, через какой промежуток времени тело достигнет поверхности земли, если начальная скорость  $v_0$  направлена: а) вертикально вверх; б) вертикально вниз. Доказать, что конечная скорость при приземлении одинакова.

1.21 Мяч бросили со скоростью  $v_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 50^\circ$  к горизонту. Найти: 1) на какую высоту  $H$  поднимется мяч; 2) на каком расстоянии  $L$  от места бросания он упадет на землю; 3) сколько времени он будет в движении? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.22 Пуля пущена с начальной скоростью  $v_0 = 210$  м/с под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Определить максимальную высоту  $H$  подъема, дальность  $L$  полета и радиус  $R$  кривизны траектории пули в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.23 Линейная скорость  $v_1$  точек на окружности вращающегося диска равна 3 м/с. Точки, расположенные на  $\Delta R = 11$  см ближе к оси, имеют линейную скорость  $v_2 = 2$  м/с. Определить частоту вращения  $n$  диска и его угловую скорость  $\omega$ .

1.24 Найти радиус вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость  $v_1$  точки, лежащей на его ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости  $v_2$  точки, лежащей на расстоянии  $\Delta R = 5,2$  см

ближе к оси колеса.

1.25 Определить угловую  $\omega$  и линейную  $v$  скорости, а также центростремительное ускорение  $a_n$  точек, лежащих на земной поверхности: 1) на экваторе; 2) на широте Гомеля ( $\varphi = 52^\circ$ ).

1.26 На цилиндр, который может вращаться вокруг горизонтальной оси, намотана нить. К концу нити привязан грузик, которому предоставлена возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за  $t = 3$  с опустился на  $h = 1,6$  м. Определить угловое ускорение  $\varepsilon$  цилиндра, если его радиус  $R = 4$  см.

1.27 Ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии  $l = 0,5$  м друг от друга, вращается с частотой  $n = 1500$  об/мин. Пуля, летящая вдоль оси, пробивает оба диска; при этом отверстие от пули во втором диске смещено относительно отверстия в первом диске на угол  $\varphi = 14^\circ$ . Найти скорость пули.

1.28 Точка движется по окружности радиусом  $R = 10$  см с постоянным тангенциальным ускорением  $a_\tau$ . Найти нормальное ускорение  $a_n$  точки через  $\Delta t = 20$  с после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки  $v = 15$  м/с.

1.29 Диск радиусом  $R = 20$  см вращается согласно уравнению  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ , где  $A = 4$  рад;  $B = -1,2$  рад/с;  $C = 0,1$  рад/с<sup>3</sup>. Определить тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения точек на окружности диска в момент времени  $t = 12$  с.

1.30 Колесо радиусом  $R = 0,1$  м вращается так, что зависимость угла поворота колеса от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ , где  $B = 3$  рад/с;  $C = 2$  рад/с<sup>3</sup>. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через  $\Delta t = 4$  с после начала движения: 1) угловую скорость  $\omega$  и линейную  $v$  скорость; 2) угловое  $\varepsilon$ , тангенциальное  $a_\tau$  и нормальное ускорения  $a_n$ .

1.31 Колесо вращается так, что зависимость угла поворота от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $B = 1$  рад/с;  $C = 2$  рад/с<sup>2</sup>;  $D = 1$  рад/с<sup>3</sup>. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса,  $a_n = 3,26 \cdot 10^2$  м/с<sup>2</sup>.

1.32 Материальная точка движется по окружности радиусом

$R = 1,3$  м. Уравнение движения точки  $\varphi = At + Bt^3$ , где  $A = 0,6$  рад/с;  $B = 0,2$  рад/с<sup>3</sup>. Определить тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения точки в момент времени  $t = 5$  с.

1.33 Шарик подвешен на нити длиной  $l = 1,1$  м. Шарик раскрутили так, что он начал двигаться равномерно по окружности в горизонтальной плоскости с периодом  $T = 1,67$  с. Определить линейную скорость  $v$  и центростремительное ускорение  $a_n$  при движении шарика по окружности.

1.34 Стержень длиной  $l = 0,6$  м вращается вокруг перпендикулярной к нему оси, при этом один его конец движется с линейной скоростью  $0,314$  м/с. Найти линейную скорость  $v_2$  другого конца стержня относительно оси вращения, если частота вращения  $n = 0,6$  с<sup>-1</sup>. Сравнить центростремительные ускорения концов стержня.

1.35 На вал намотана нить, к концу которой подвешена гирька. При равномерном движении гирьки за  $t = 11$  с с вала размоталось  $l = 1,3$  м нити. Каков радиус  $R$  вала, если частота его вращения  $n = 6$  с<sup>-1</sup>? Определить величину и направление ускорения точки, находящейся на поверхности вала.

1.36 Зависимость пройденного материальной точкой пути от времени выражается уравнением  $s = 0,25t^4 - 8t^2$ . Найти экстремальное значение скорости точки. Построить график зависимости скорости точки от времени.

1.37 Две автомашины движутся по двум прямолинейным и взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку с постоянными скоростями  $v_1 = 60$  км/ч и  $v_2 = 120$  км/ч. Перед началом движения первая машина находилась от перекрестка на расстоянии  $x_0 = 120$  км, вторая – на расстоянии  $y_0 = 60$  км. Через какое время после начала движения расстояние между машинами будет минимальным? Какова относительная скорость движения автомобилей?

1.38 Лента конвейера, натянутая на барабан радиусом  $R = 0,1$  м, движется относительно неподвижной системы отсчета, связанной с осью барабана, со скоростью  $v = 1,3$  м/с. Определить, имеется ли проскальзывание ленты по поверхности соприкосновения с барабаном, вращающимся с частотой  $n = 2$  с<sup>-1</sup>. Какова скорость  $v_{\text{отн}}$  ленты относительно барабана в местах его контакта с ее поверхностью?

1.39 Винт турбореактивного самолета вращается относительно

оси, направленной вдоль вала двигателя, с частотой  $n = 35 \text{ с}^{-1}$ , причем посадочная скорость самолета относительно Земли  $v_0 = 45 \text{ м/с}$ . Определить число оборотов  $N$  винта самолета за время пробега самолета, если длина посадочной дистанции  $L = 670 \text{ м}$ . Движение самолета считать равнопеременным.

1.40 В опыте по определению ускорения свободного падения один раз шарик падает с высоты  $h = 0,5 \text{ м}$  на неподвижный горизонтально расположенный диск, другой раз – с той же высоты на тот же диск, вращающийся с частотой  $n = 2,1 \text{ с}^{-1}$ . При этом диск успевает повернуться относительно оси вращения на угол  $225^\circ$ . Определить ускорение свободного падения шарика.

1.41 К нити подвешен груз массой  $m = 2 \text{ кг}$ . Найти натяжение нити, если нить с грузом: 1) поднимается с ускорением  $a = 6 \text{ м/с}^2$ ; 2) опускается с тем же ускорением.

1.42 Масса лифта с пассажирами  $m = 820 \text{ кг}$ . Найти, с каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если известно, что натяжение троса, поддерживающего лифт: 1)  $T_1 = 130 \text{ Н}$ ; 2)  $T_2 = 10 \text{ кН}$ .

1.43 Какую силу надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время  $t = 32 \text{ с}$  прошел путь  $S = 12 \text{ м}$ ? Масса вагона  $m = 16 \text{ т}$ . Во время движения на вагон действует сила трения, равная  $0,05$  силы тяжести вагона.

1.44 На автомобиль массой  $m = 1,2 \text{ т}$  во время движения действует сила трения, равная  $0,1$  его силы тяжести. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с постоянной скоростью: 1) в гору с уклоном  $1 \text{ м}$  на каждые  $30 \text{ м}$  пути; 2) под гору с тем же уклоном.

1.45 Наклонная плоскость, образующая угол  $\alpha = 30^\circ$  с плоскостью горизонта, имеет длину  $l = 3 \text{ м}$ . Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время  $t = 3 \text{ с}$ . Определить коэффициент трения  $\mu$  тела о плоскость.

1.46 Сани массой  $m = 220 \text{ кг}$  движутся ускоренно в горизонтальном направлении. Действующая сила  $F = 10^3 \text{ Н}$  приложена под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Коэффициент трения  $\mu = 0,06$ . Определить ускорение саней.

1.47 Вагонетка массой  $m = 2,1 \cdot 10^3 \text{ кг}$  равномерно поднимается по эстакаде, угол наклона которой  $\varphi = 30^\circ$ . Определить силу натяжения троса, с помощью которого поднимают вагонетку, если коэффициент



трения вагонетки об эстакаду  $\mu = 0,06$ .

1.48 Поезд массой  $m = 550$  т движется равнозамедленно при торможении, при этом скорость его уменьшается за время  $t = 1,5$  мин от  $v_1 = 50$  км/ч до  $v_2 = 35$  км/ч. Определить силу  $F$  торможения.

1.49 Какую силу  $F$  надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время  $t = 30$  с прошел путь  $s = 11$  м? Масса вагона  $m = 50$  т; сила трения, действующая на вагон во время движения, равна  $0,06$  веса вагона.

1.50 Поезд массой  $m = 650$  т после прекращения тяги тепловоза под действием силы трения  $F_{\text{тр}} = 100$  кН останавливается в течение времени  $t = 1,5$  мин. Определить, с какой скоростью двигался поезд.

1.51 На столе стоит тележка массой  $m_1 = 3$  кг. К тележке привязан один конец шнура, перекинутого через блок. С каким ускорением  $a$  будет двигаться тележка, если к другому концу шнура привязана гиря массой  $m_2 = 2$  кг?

1.52 К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого прикреплены грузы массами  $m_1 = 1,8$  кг и  $m_2 = 3,3$  кг. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

1.53 Два бруска массами  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 5$  кг, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением  $a$  будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу  $F = 15$  Н, направленную горизонтально? Какова будет сила  $T$  натяжения шнура, соединяющего бруски, если силу  $15$  Н приложить: к первому бруску? ко второму бруску? Трением пренебречь.

1.54 К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон тормозит, и его скорость равномерно изменяется за время  $\Delta t = 4$  с от  $v_1 = 20$  км/ч до  $v_2 = 5$  км/ч. На какой угол  $\alpha$  отклонится при этом нить с шаром?

1.55 Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 5^\circ$ . 1) При каком предельном значении коэффициента трения тело начнет скользить по наклонной плоскости? 2) С каким ускорением будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения равен  $0,03$ ? 3) Сколько времени потребуется для прохождения при этих условиях  $l = 80$  м пути? 4) Какую скорость тело будет иметь в конце этих  $80$  м?

1.56 Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с го-

ризонтом угол  $45^\circ$ . Зависимость пройденного телом расстояния  $s$  дается уравнением  $s = Ct^2$ , где  $C = 1,63 \text{ м/с}^2$ . Найти коэффициент трения тела о плоскость.

1.57 Тело, имеющее постоянную массу, до торможения двигалось равномерно, а в момент остановки тормозная сила достигла значения  $F_{\text{ост}} = 40 \text{ Н}$ . Определить тормозную силу через  $3 \text{ с}$  после начала торможения, если тормозной путь в зависимости от времени изменялся по закону  $l = Dt - Bt^3$ , где  $D = 196 \text{ м/с}$ ,  $B = 1 \text{ м/с}^3$ .

1.58 Тело массой  $m = 120 \text{ кг}$  поднимают по наклонной плоскости с ускорением  $a = 3 \text{ м/с}^2$ . Какую силу, параллельную наклонной плоскости, необходимо приложить для подъема тела? Коэффициент трения соприкасающихся поверхностей  $\mu = 0,2$ ; угол наклона  $30^\circ$ .

1.59 На баржу, привязанную к берегу тросом длиной  $l = 12 \text{ м}$ , действует сила трения воды  $F_{\text{т}} = 4,2 \cdot 10^2 \text{ Н}$  и сила давления ветра  $F_{\text{д}} = 3,1 \cdot 10^2 \text{ Н}$ , действующего с берега перпендикулярно к нему. С какой силой натянут трос, если баржа находится в равновесии? На каком расстоянии от берега она расположится?

1.60 Рабочий, сила тяжести которого  $P = 0,8 \text{ кН}$ , равномерно поднимает груз массой  $65 \text{ кг}$  вертикально вверх с помощью каната, перекинутого через неподвижный блок. С какой силой рабочий давит на землю?

1.61 Деревянный брусок, сила тяжести которого  $P = 12 \text{ Н}$ , находится на наклонной плоскости с углом наклона к горизонту  $\varphi = 45^\circ$ . С какой наименьшей силой, направленной параллельно основанию наклонной плоскости, надо прижать брусок, чтобы он оставался в покое, если коэффициент трения  $\mu = 0,2$ ? Найти также, с какой наименьшей силой, направленной перпендикулярно к наклонной плоскости, следует прижать брусок, чтобы он остался в покое.

1.62 На нити длиной  $l = 6 \text{ см}$  висит шар радиусом  $R = 6 \text{ см}$ , опирающийся на вертикальную стенку. Масса шара  $m = 3 \text{ кг}$ . Определить силу натяжения нити и силу давления шара на стену. Трение шара о стену не учитывать.

1.63 Фонарь, масса которого  $m = 25 \text{ кг}$ , подвешен к середине троса, вследствие чего трос провисает, образуя с горизонтом угол  $\varphi = 6^\circ$ . Определить силы натяжения троса.

1.64 При каком значении коэффициента трения человек, бегущий

по прямой твердой дорожке, не может поскользнуться? Минимальный угол между плоскостью горизонта и линией, составляющей центр тяжести бегуна с точкой опоры, равен  $\beta$ .

1.65 Чему равен коэффициент трения между полом и ящиком массой  $m = 15$  кг, если наименьшая сила, необходимая для того, чтобы сдвинуть ящик с места,  $F_{\min} = 90$  Н?

1.66 За какое время тело массой  $m$  соскользнет с наклонной плоскости высотой  $h$  и с углом наклона  $\varphi$ , если по наклонной плоскости с углом  $\theta$  оно двигалось вниз равномерно?

1.67 Чему должен быть равен минимальный коэффициент трения  $\mu$  между шинами и поверхностью наклонной дороги с углом  $\alpha = 20^\circ$  для того, чтобы автомобиль мог двигаться по ней вверх с ускорением  $a = 0,8$  м/с<sup>2</sup>?

1.68 Самолет летит в горизонтальном направлении с ускорением  $a = 18$  м/с<sup>2</sup>. Определить перегрузку пассажира самолета.

1.69 Аэростат массой  $m = 300$  кг начал опускаться с ускорением  $a = 0,25$  м/с<sup>2</sup>. Определить массу балласта, который необходимо сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.70 Лестница длиной  $l = 10$  м и массой  $m = 2$  кг приставлена к гладкой вертикальной стене. Она образует с горизонтальной опорой угол  $\varphi = 60^\circ$ . Определить силу трения между лестницей и опорой, которая необходима для того, чтобы удержать лестницу от скольжения, когда человек массой  $m_1 = 70$  кг находится на расстоянии  $h = 3$  м от верхнего ее конца.

1.71 На тело массой  $m$  действует сила  $F$  под углом  $\beta$  к направлению движения. Сила трения зависит от скорости:  $F_{\text{тр}} = F_0 + kv$ . Определить скорость и ускорение тела в момент времени  $t$ , а также установившееся значение скорости, если в начальный момент времени тело покоилось.

1.72 С какой наименьшей силой надо толкать перед собой полотер массой  $m = 14$  кг для того, чтобы сдвинуть его с места, если эта сила направлена вдоль ручки полотера, составляющей с горизонтом угол  $\varphi = 30^\circ$ , а коэффициент трения между полом и полотером  $\mu = 0,5$ ? Каков предельный угол между ручкой полотера и горизонтом, при котором движение полотера невозможно?

1.73 Определить положение центра тяжести тонкой однородной

пластинки, представляющей собой прямоугольник со сторонами  $r$  и  $2r$ , из которого вырезан полукруг радиусом  $r$ .

1.74 Через неподвижный блок, масса которого пренебрежимо мала, перекинута веревка. На конце веревки висит груз массой  $M = 30$  кг, а за другой конец ухватилась обезьяна и карабкается вверх. С каким ускорением  $a$  поднимается обезьяна, если груз находится все время на одной высоте? Масса обезьяны  $m = 25$  кг. Через какое время  $t$  обезьяна достигнет блока, если первоначально она находилась от него на расстоянии  $l = 25$  м?

1.75 Автоцистерна с бензином движется с ускорением  $a = 0,6$  м/с<sup>2</sup>. Под каким углом  $\beta$  к плоскости горизонта расположен уровень бензина в цистерне?

1.76 Снаряд массой  $m = 12$  кг выпущен из зенитного орудия вертикально вверх со скоростью  $800$  м/с. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной скорости, определить время  $t$  подъема снаряда до высшей точки. Коэффициент сопротивления  $k = 0,3$  кг/с.

1.77 Моторная лодка массой  $m = 450$  кг начинает двигаться по озеру. Сила  $F$  тяги мотора равна  $0,2$  кН. Считая силу сопротивления  $F_c$  пропорциональной скорости, определить скорость  $v$  лодки через  $\Delta t = 20$  с после начала ее движения. Коэффициент сопротивления  $k = 22$  кг/с.

1.78 Катер массой  $m = 2,1$  т трогается с места и в течение времени  $\tau = 12$  с развивает при движении по спокойной воде скорость  $v = 5$  м/с. Определить силу тяги  $F$  мотора, считая ее постоянной. Принять силу сопротивления  $F_c$  движению пропорциональной скорости. Коэффициент сопротивления  $k = 100$  кг/с.

1.79 Струя воды ударяется о неподвижную плоскость, поставленную под углом  $\alpha = 60^\circ$  к направлению движения струи. Скорость струи  $v = 15$  м/с, площадь ее поперечного сечения  $S = 6$  см<sup>2</sup>. Определить силу  $F$  давления струи на плоскость.

1.80 Бак в тендере паровоза имеет длину  $l = 4$  м. Определить разность  $\Delta l$  уровней воды у переднего и заднего концов бака при движении поезда с ускорением  $a = 0,6$  м/с<sup>2</sup>.

1.81 Диск радиусом  $R = 30$  см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Найти частоту вращения, при которой кубик соскользнет с диска, если коэффициент трения  $\mu = 0,3$ .

1.82 Самолет описывает петлю Нестерова радиусом  $R = 250$  м.

Скорость самолета  $v = 120$  м/с. Во сколько раз сила  $F$ , с которой летчик давит на сиденье в нижней точке, больше силы тяжести летчика.

1.83 Автомобиль массой  $m = 6$  т движется со скоростью  $v = 12$  м/с по выпуклому мосту. Определить силу  $F$  давления автомобиля на мост в его верхней части, если радиус кривизны моста  $R = 60$  м.

1.84 Автомат выпускает 610 пуль в минуту. Масса каждой пули  $m = 4$  г, начальная скорость  $v = 520$  м/с. Найти среднюю силу отдачи.

1.85 Тело массой  $m_1 = 1,1$  кг, двигаясь горизонтально со скоростью  $v_1 = 1,2$  м/с, догоняет второе тело массой  $m_2 = 0,6$  кг и неупруго сталкивается с ним. Какую скорость получают тела, если: 1) второе тело стояло неподвижно; 2) второе тело двигалось со скоростью  $v_2 = 0,7$  м/с в том же направлении, что и первое; 3) второе тело двигалось со скоростью  $v_2 = 0,7$  м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.

1.86 На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием  $M = 16$  т. Орудие стреляет вверх под углом  $\varphi = 60^\circ$  к горизонту в направлении движения. С какой скоростью  $v_1$  покатится платформа после отдачи, если масса снаряда  $m = 25$  кг и он вылетает со скоростью  $v_2 = 500$  м/с.

1.87 По гладкой плоскости скользят навстречу друг другу без трения два упругих шарика с массами  $m_1 = 15$  г и  $m_2 = 60$  г и скоростями соответственно  $v_1 = 2$  м/с,  $v_2 = 1$  м/с. Определить их скорости после центрального удара.

1.88 Шар массой  $m_1 = 9$  кг, движущийся со скоростью  $v_1 = 5$  м/с, сталкивается с шаром массой  $m_2 = 3$  кг, скорость которого  $v_2 = 15$  м/с. Считая удар прямым, неупругим, определить скорость  $u$  шаров после удара в двух случаях: 1) шары движутся навстречу друг другу; 2) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении.

1.89 Из ружья массой  $M = 6$  кг вылетает пуля массой  $m = 5$  г со скоростью  $v = 550$  м/с. Определить скорость отдачи ружья.

1.90 Человек массой  $M = 65$  кг, бегущий со скоростью  $v = 8$  км/ч, догоняет тележку массой  $m = 85$  кг, движущуюся со скоростью  $u = 3,1$  км/ч, и запрыгивает на нее. Определить, с какой скоростью станет двигаться тележка. Найти, с какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу.

1.91 Снаряд массой  $m = 110$  кг, летящий горизонтально вдоль

железнодорожного пути со скоростью  $v = 520$  м/с, попадает в вагон с песком массой  $M = 11$  т и застревает в нем. Определить, какую скорость получит вагон, если: 1) вагон стоял неподвижно; 2) вагон двигался со скоростью 35 км/ч в том же направлении, что и снаряд; 3) вагон двигался со скоростью 35 км/ч в направлении, противоположном движению снаряда.

1.92 Мотоцикл едет по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом  $R = 12,2$  м. Центр тяжести мотоцикла с человеком расположен на расстоянии  $l = 0,9$  м от поверхности цилиндра. Коэффициент трения  $\mu$  покрышек о поверхность цилиндра равен 0,6. С какой минимальной скоростью  $v_{\min}$  должен ехать мотоциклист? Каков будет при этом угол  $\varphi$  наклона его к плоскости горизонта.

1.93 Какую наибольшую скорость  $v_{\max}$  может развить велосипедист, проезжая закругление радиусом  $R = 55$  м, если коэффициент трения скольжения  $\mu$  между шинами и асфальтом равен 0,25? Каков угол  $\varphi$  отклонения велосипеда от вертикали, когда велосипедист движется по закруглению?

1.94 Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом  $r = 5$  м. Определить, с какой наименьшей скоростью должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться.

1.95 Груз массой  $m = 120$  г подвешен на нити и совершает колебания, отклоняясь на угол  $\alpha = 60^\circ$  в ту и другую сторону. Определить натяжение нити в момент, когда нить составляет угол  $\beta = 30^\circ$  с вертикалью.

1.96 Груз, привязанный к шнуру длиной  $l = 60$  см, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какой угол  $\alpha$  образует шнур с вертикалью, если частота вращения  $n = 2$  с<sup>-1</sup>.

1.97 Груз, привязанный к нити длиной  $l = 90$  см, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Определить период  $T$  обращения, если нить отклонена на угол  $\alpha = 30^\circ$  от вертикали.

1.98 Автомобиль движется по закруглению шоссе, радиус кривизны которого  $R = 150$  м. Определить, при какой скорости  $v$  автомобиля начнется его занос, если коэффициент трения  $\mu$  колес о покрытие дороги равен 0,1.

1.99 Трамвай массой  $m = 6$  т движется по закруглению радиусом  $R = 140$  м. Определить силу бокового давления колес на рельсы при скорости движения  $v = 8$  км/ч.

1.100 Груз, привязанный к шнуру, равномерно вращается в верти-

кальной плоскости. Определить массу груза, если известно, что разность между максимальным и минимальным натяжениями шнура равна 1,5 Н.

1.101 Гиря массой  $m = 100$  г, привязанная к нити длиной  $l = 30$  см, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Определить натяжение нити, если частота вращения  $n = 2$  с<sup>-1</sup>.

1.102 Вокруг вертикальной оси с частотой  $n = 25$  с<sup>-1</sup> вращается диск. На расстоянии  $r = 0,15$  м от оси вращения на диске лежит тело. Определить, какое значение должен иметь коэффициент трения между телом и диском, чтобы тело не скатилось с диска.

1.103 Мотоциклист движется по горизонтальной дороге со скоростью  $v = 60$  км/ч, делая поворот радиусом кривизны  $R = 90$  м. Определить, на какой угол  $\varphi$  мотоциклист должен наклониться при повороте, чтобы не упасть.

1.104 К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон движется по закруглению радиусом  $R = 40$  м со скоростью  $v = 10$  км/ч. Определить, на какой угол  $\alpha$  отклонится при этом нить с шаром.

1.105 Груз, привязанный к шнуру длиной  $l = 60$  см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Определить, при каком числе оборотов в секунду шнур разорвется, если известно, что он разрывается при нагрузке, равной девятикратному весу груза.

1.106 В лодке массой  $m_1 = 250$  кг стоит человек массой  $m_2 = 70$  кг. Лодка плывет со скоростью  $v_1 = 1$  м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью  $v_2 = 4$  м/с (относительно лодки). Найти скорость движения лодки после прыжка человека, если он прыгает: 1) вперед по движению лодки; 2) в сторону, противоположную движению лодки.

1.107 На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека  $M = 70$  кг, масса доски  $m = 25$  кг. С какой скоростью  $u$  (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски)  $v = 1$  м/с? Массой колес пренебречь. Трение не учитывать.

1.108 Снаряд массой  $m = 12$  кг обладает скоростью  $v = 210$  м/с в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая часть массой  $m_1 = 4$  кг получила скорость  $u_1 = 430$  м/с. С

какой скоростью  $u_2$  и под каким углом к горизонту  $\varphi_2$  полетит большая часть снаряда, если меньшая полетела вперед под углом  $\varphi_1 = 60^\circ$  к горизонту.

1.109 Ракета, масса которой в начальный момент  $m_0 = 1,5$  кг, запущена вертикально вверх. Определить ускорение, с которым двигалась ракета через  $t = 6$  с после запуска, если скорость расхода горючего вещества  $\mu = 0,2$  кг/с, а относительная скорость выхода продуктов сгорания  $u = 90$  м/с. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.110 На катере, масса которого  $M = 2,2 \cdot 10^5$  кг, установлен водометный движитель, выбрасывающий каждую секунду в направлении, противоположном движению катера,  $m_0 = 200$  кг воды со скоростью  $v_0 = 6$  м/с (относительно катера). Определить скорость катера через  $t = 4$  мин после начала движения. Сопротивлением воды пренебречь.

1.111 Определить, во сколько раз уменьшится масса ракеты, если через некоторое время после запуска ее скорость  $v = 71$  м/с, а относительная скорость выхода продуктов сгорания  $u = 32$  м/с. Сопротивление воздуха и ускорение силы тяжести не учитывать.

1.112 Определить скорость ракеты в момент полного выгорания заряда, если начальная масса ракеты  $m_0 = 0,15$  кг, масса заряда  $m_3 = 0,08$  кг, начальная скорость ракеты  $v_0 = 0$ , относительная скорость выхода продуктов сгорания из сопла  $u = 20$  м/с. Сопротивление воздуха и ускорение силы тяжести не учитывать.

1.113 Огнетушитель выбрасывает каждую секунду  $m_{\text{пн}} = 0,3$  кг пены со скоростью  $v = 15$  м/с. Вес полного огнетушителя  $P = 20$  Н. Какую силу должен развить человек, чтобы удерживать огнетушитель неподвижно в руках в вертикальном положении в начальный момент его работы.

1.114 Снаряд разрывается в верхней точке траектории на высоте  $H = 22,4$  м на две одинаковые части. Через  $t_1 = 2,1$  с после разрыва одна часть падает на землю под тем же местом, где произошел взрыв. Во сколько раз расстояние  $L_2$ , на котором упадет второе тело от места выстрела, больше расстояния  $L_1$ , на котором первое упало от места выстрела? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.115 Ствол пушки направлен под углом  $\varphi = 30^\circ$  к горизонту. Когда колеса пушки закреплены, скорость снаряда, масса которого в 55 раз меньше массы пушки, равна 190 м/с. Определить скорость пушки сразу после выстрела, если ее колеса освободить.

1.116 К шнуру подвешена гиря. Гирию отвели в сторону так, что



шнур принял горизонтальное положение, и отпустили. Определить силу  $T$  натяжения шнура в момент, когда гиря проходит положение равновесия. Какой угол  $\alpha$  с вертикалью составляет шнур в момент, когда сила натяжения шнура равна силе тяжести гири?

1.117 Автомобиль движется по мосту, имеющему форму дуги окружности радиуса  $R = 45$  м, обращенной своей выпуклостью вверх. Какое максимальное горизонтальное ускорение может развить автомобиль в высшей точке моста, если скорость его в этой точке  $v = 55$  км/ч, а коэффициент трения автомобиля о мост  $\mu = 0,5$ ?

1.118 Вал вращается с частотой  $n = 2500$  мин<sup>-1</sup>. К валу перпендикулярно его длине прикреплен стержень очень малой массы, несущий на концах грузы массой  $m = 1,5$  кг каждый, находящиеся на расстоянии  $r = 0,15$  м от оси вала. Определить силу  $F$ , растягивающую стержень при вращении вала.

1.119 Космический корабль, имеющий поперечное сечение  $S = 12$  м<sup>2</sup> и скорость  $v = 10$  км/с, попадает в облако микрометеоритов. В 1 м<sup>3</sup> пространства находится  $n = 2$  микрометеорита. Масса каждого микрометеорита  $m = 0,03$  г. Какую силу тяги должен развить двигатель, чтобы скорость корабля не изменилась? Удар микрометеорита об обшивку корабля считать неупругим.

1.120 Какова должна быть минимальная сила трения между колесами автомобиля и дорогой, чтобы он мог двигаться со скоростью  $v = 25$  м/с под вертикальным дождем? Масса дождевой капли  $m = 0,1$  г. Ежесекундно на 1 см<sup>2</sup> горизонтальной поверхности падает три капли дождя ( $n = 3$ ). Площадь поверхности автомобиля, смачиваемая дождем,  $S = 4$  м<sup>2</sup>. Считать, что вся поверхность смачивается дождем равномерно.

1.121 Под действием постоянной силы  $F$  вагонетка прошла путь  $l = 6$  м и приобрела скорость  $v = 2$  м/с. Определить работу силы, если масса вагонетки  $m = 450$  кг и коэффициент трения  $\mu = 0,01$ .

1.122 Вычислить работу, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой  $m = 120$  кг на высоту  $h = 5$  м за время  $t = 3$  с.

1.123 Найти работу подъема груза по наклонной плоскости длиной  $l = 1,8$  м, если масса груза равна 110 кг, угол наклона плоскости  $\theta = 60^\circ$ . Коэффициент трения  $\mu = 0,2$  и груз движется с ускорением  $a = 1,5$  м/с<sup>2</sup>.

1.124 Вычислить работу  $A$ , совершаемую на пути  $s = 15$  м равно-

мерно возрастающей силой, если в начале пути сила  $F_1 = 15$  Н, в конце пути сила  $F_2 = 55$  Н.

1.125 Под действием постоянной силы  $F = 450$  Н, направленной вертикально вверх, груз массой  $m = 25$  кг был поднят на высоту  $h = 20$  м. Определить, какой потенциальной энергией  $\Pi$  будет обладать поднятый груз и какую работу  $A$  совершит сила  $F$ .

1.126 Тело массой  $m = 1,5$  кг, брошенное с вышки в горизонтальном направлении со скоростью  $v_0 = 25$  м/с, через  $t = 4$  с упало на землю. Определить кинетическую энергию  $T$ , которую имело тело в момент удара о землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.127 Самолет поднимается и на высоте  $h = 5,5$  км достигает скорости  $v = 390$  км/ч. Определить, во сколько раз работа, совершаемая при подъеме против силы тяжести, больше работы, идущей на увеличение скорости самолета.

1.128 Вагон массой  $m = 25$  т, движущийся равнозамедленно под действием силы трения  $F = 6,5$  кН, через некоторое время останавливается. Определить работу сил трения и расстояние, которое вагон пройдет до остановки, если начальная скорость вагона  $v = 50$  км/ч.

1.129 Камень массой  $m = 2,2$  кг упал с некоторой высоты. Определить кинетическую  $T$  и потенциальную  $\Pi$  энергии камня в средней точке пути, если падение продолжалось  $t = 1,6$  с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.130 С башни высотой  $h = 30$  м горизонтально брошен камень массой  $m = 0,3$  кг со скоростью  $v_0 = 16$  м/с. Определить кинетическую  $T$  и потенциальную  $\Pi$  энергии камня в момент времени  $t = 1,4$  с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.131 Тело массой  $m_1 = 2,5$  кг движется навстречу второму телу массой  $m_2 = 1,8$  кг и неупруго сталкивается с ним. Скорость тел непосредственно перед столкновением была равна соответственно  $v_1 = 1,3$  м/с и  $v_2 = 2,4$  м/с. Сколько времени будут двигаться эти тела после столкновения, если коэффициент трения  $\mu = 0,06$ .

1.132 Камень брошен вверх под углом  $\varphi = 60^\circ$  к плоскости горизонта. Кинетическая энергия камня в начальный момент  $T_0 = 25$  Дж. Определить кинетическую  $T$  и потенциальную  $\Pi$  энергии камня в высшей точке его траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.133 Материальная точка массой  $m = 2$  кг двигалась под дейст-

вием некоторой силы согласно уравнению  $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $A = 11$  м,  $B = -2$  м/с,  $C = 1$  м/с<sup>2</sup>,  $D = -0,3$  м/с<sup>3</sup>. Найти мощность  $N$  в моменты времени  $t_1 = 3$  с и  $t_2 = 6$  с.

1.134 Аэросани массой  $m = 110$  кг, двигаясь по горизонтальному участку пути со скоростью  $v = 32$  км/ч, развивают мощность  $N = 24$  кВт. Какую мощность они должны развивать при движении в гору с уклоном  $\varphi = 11^\circ$  с той же скоростью?

1.135 Трамвай движется с ускорением  $a = 0,5$  м/с<sup>2</sup>. Найти коэффициент трения, если известно, что 55 % мощности мотора затрачивается на преодоление сил трения и 45 % – на увеличение скорости движения.

1.136 Определить работу  $A$ , которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой  $m = 1,4$  кг от  $v_1 = 3$  м/с до  $v_2 = 7$  м/с на пути  $s = 12$  м. На всем пути действует постоянная сила трения  $F = 0,4$  Н.

1.137 Работа  $A$ , затраченная на толкание ядра массой  $m = 2,1$  кг, брошенного под углом  $\varphi = 30^\circ$  к горизонту, равна 220 Дж. Найти, через сколько времени и на каком расстоянии от места бросания ядро упадет на землю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.138 Материальная точка массой  $m = 12$  г движется по окружности радиусом  $R = 7$  см с постоянным тангенциальным ускорением. Определить величину тангенциального ускорения, если известно, что к концу второго оборота после начала движения кинетическая энергия  $T$  материальной точки стала равной 1 мДж.

1.139 По наклонной плоскости высотой  $h = 0,6$  м и длиной склона  $l = 1,2$  м скользит тело массой  $m = 3,1$  кг. Тело приходит к основанию наклонной плоскости со скоростью  $v = 3$  м/с; начальная скорость тела равна нулю. Определить коэффициент трения тела о плоскость и количество тепла, выделенного при трении.

1.140 Автомобиль массой  $m = 2,2$  т движется в гору, уклон которой равен 5 м на каждые 100 м пути. Найти работу  $A$ , совершаемую двигателем автомобиля на пути  $s = 3,2$  км, и мощность  $N$ , развиваемую двигателем, если известно, что этот путь был пройден за время  $t = 4,5$  мин. Коэффициент трения  $\mu = 0,1$ .

1.141 Определить, какую мощность  $N$  развивает двигатель автомобиля массой  $m = 1,5$  т, движущегося со скоростью  $v = 40$  км/ч, если автомобиль едет: 1) по горизонтальной дороге; 2) в гору с укло-

ном 4 м на каждые 100 м пути; 3) под гору с тем же уклоном. Коэффициент трения  $\mu = 0,08$ .

1.142 Конькобежец массой  $M = 75$  кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой  $m = 3$  кг со скоростью  $v = 9$  м/с. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед  $\mu = 0,03$ .

1.143 Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросает вперед в горизонтальном направлении камень массой  $m = 2,5$  кг. Тележка с человеком покатилась назад, и в начальный момент времени после бросания ее скорость была  $u_2 = 0,1$  м/с. Найти кинетическую энергию брошенного камня через  $0,8$  с после начала его движения. Масса тележки с человеком равна  $110$  кг.

1.144 Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара  $m_1 = 0,3$  кг, масса второго шара  $m_2 = 150$  г. Первый шар отклоняют так, что его центр поднимается на высоту  $h_0 = 5,5$  см, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если: 1) удар упругий; 2) удар неупругий?

1.145 Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на очень легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в  $1100$  раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара  $l = 1,1$  м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шариком отклонился на угол  $\varphi = 12^\circ$ .

1.146 Стальной шарик, упавший с высоты  $H = 1,6$  м на стальную плиту, отталкивается от нее со скоростью  $v_2 = 0,8 v_1$ , где  $v_1$  – скорость, с которой шар подлетел к плите. Определить: 1) на какую высоту он поднимется; 2) сколько пройдет времени от начала движения шара до вторичного падения на плиту.

1.147 Стальной шарик массой  $m = 25$  г, падая с высоты  $h_1 = 1,2$  м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту  $h_2 = 90$  см. Найти: 1) импульс силы, полученный плитой за время удара; 2) количество теплоты, выделившееся при ударе.

1.148 Частица массой  $m_1 = 8 \cdot 10^{-20}$  г сталкивается с покоящейся частицей массой  $m_2 = 2 \cdot 10^{-19}$  г. Считая столкновение абсолютно упругим, определить максимальную относительную потерю энергии первой частицы.

1.149 Конькобежец, стоя на льду, бросил вперед гирию массой

$m_1 = 4$  кг и, вследствие отдачи, покатился назад со скоростью  $v_2 = 2$  м/с. Масса конькобежца  $m_2 = 70$  кг. Определить работу  $A$ , совершаемую конькобежцем при бросании гири.

1.150 Пуля массой  $m = 12$  г, летевшая со скоростью  $v = 550$  м/с, попала в баллистический маятник массой  $M = 11$  кг и застряла в нем. На какую высоту  $h$ , откачнувшись после удара, поднялся маятник?

1.151 Шар массой  $m_1 = 3$  кг налетает на покоящийся шар массой  $m_2 = 10$  кг. Импульс движущегося шара  $p_1 = 15$  кг·м/с. Удар шаров прямой упругий. Определить непосредственно после удара: 1) импульсы шаров; 2) изменение импульса первого шара; 3) кинетические энергии шаров; 4) изменение кинетической энергии первого шара; 5) долю кинетической энергии, передаваемой первым шаром второму.

1.152 Какой путь  $l$  пройдут санки по горизонтальной поверхности после спуска с горы высотой  $h = 25$  м, имеющей уклон  $\alpha = 30^\circ$ ? Коэффициент трения  $\mu = 0,2$ .

1.153 От удара копра весом  $P = 6 \cdot 10^3$  Н, свободно падающего с некоторой высоты, свая погружается в грунт на  $\Delta h = 1,5$  см. Определить силу  $F_c$  сопротивления грунта, считая её постоянной, если скорость копра перед ударом  $v_c = 11$  м/с. Вес сваи составляет 550 Н. Задачу решить для двух случаев: 1) удар копра абсолютно неупругий; 2) удар копра абсолютно упругий.

1.154 Два упругих шарика подвешены на тонких нитях рядом так, что они находятся на одной высоте и соприкасаются. Нити подвеса разной длины:  $l_1 = 11$  см,  $l_2 = 7$  см. Массы шариков:  $m_1 = 9$  г,  $m_2 = 23$  г. Шарик с массой  $m_1 = 9$  г отклоняют на угол  $\alpha = 60^\circ$  и отпускают. Определить максимальное отклонение шариков от вертикали после удара. Удар считать абсолютно упругим.

1.155 Горизонтально летящая пуля массой  $m$  попадает в деревянный шар, лежащий на полу, и пробивает его. Определить, какая часть энергии пули перешла в тепло, если ее начальная скорость была  $v_1$ , скорость после вылета из шара –  $v_2$ , масса шара –  $M$ . Трение между шаром и полом отсутствует, траектория пули проходит через центр шара.

1.156 Деревянным молотком, масса которого  $m = 0,6$  кг, ударяют о неподвижную стенку. Скорость молотка в момент удара  $v = 1,1$  м/с. Считая коэффициент восстановления при ударе  $K_b = 0,6$ , найти количество теплоты, выделившееся при ударе (коэффициентом восста-

новления материала тела называется отношение скорости тела после удара к его скорости до удара).

1.157 С какой наименьшей высоты должен начать скатываться акробат на велосипеде (не работая ногами), чтобы проехать по дорожке, имеющей форму «мертвой петли» радиусом  $R = 4,2$  м, и не оторваться от дорожки в верхней точке? Трением пренебречь.

1.158 Из двух соударяющихся абсолютно упругих шаров, шар большей массы покоится. В результате прямого удара меньший шар потерял  $w = 4/5$  своей кинетической энергии  $T_1$ . Определить отношение масс шаров.

1.159 Санки, движущиеся по горизонтальному льду со скоростью  $v = 7$  м/с, выезжают на асфальт. Длина полозьев санок  $L_0 = 2,1$  м, коэффициент трения об асфальт  $\mu = 0,5$ . Какой путь  $L$  пройдут санки до полной остановки?

1.160 В покоящийся клин массой  $M$  попадает горизонтально летящая пуля массой  $m$  и после абсолютно упругого удара о поверхность клина отскакивает вертикально вверх. Определить, на какую высоту поднимется пуля, если скорость клина после удара стала  $v$ . Трением пренебречь.

1.161 Определить момент инерции Земли относительно оси вращения.

1.162 Два маленьких шарика массой  $m = 12$  г каждый скреплены тонким невесомым стержнем длиной  $l = 25$  см. Определить момент инерции  $I$  системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через центр масс системы.

1.163 Определить момент инерции  $I$  тонкого однородного стержня длиной  $l = 30$  см и массой  $m = 120$  г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: 1) его конец; 2) его середину; 3) точку, отстоящую от конца стержня на  $1/4$  его длины.

1.164 Определить момент инерции материальной точки массой  $m = 110$  г относительно оси, отстоящей от точки на  $r = 25$  см.

1.165 Вычислить момент инерции  $I$  тонкого однородного кольца радиусом  $R = 25$  см и массой  $m = 110$  г относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через его центр.

1.166 Диаметр диска  $d = 25$  см, масса  $m = 900$  г. Определить момент инерции  $I$  диска относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.

1.167 На барабан массой  $M = 10$  кг намотан шнур, к концу кото-

рого привязан груз массой  $m = 3$  кг. Определить ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трение не учитывать.

1.168 Однородный диск радиусом  $R = 0,3$  м и массой  $m = 6$  кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени дается уравнением  $\omega = A + Bt$ , где  $B = 9$  рад/с<sup>2</sup>. Найти величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.

1.169 К ободу колеса радиусом  $R = 0,6$  м и массой  $m = 70$  кг приложена касательная сила  $F = 120$  Н. Найти: 1) угловое ускорение колеса; 2) через какое время после начала действия силы колесо будет иметь скорость, соответствующую частоте вращения 110 об/с.

1.170 Платформа в виде диска радиусом  $R = 1,2$  м вращается по инерции с частотой  $n_1 = 7$  мин<sup>-1</sup>. На краю платформы стоит человек, масса которого  $m = 70$  кг. С какой частотой  $n_2$  будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы  $I = 130$  кг·м<sup>2</sup>. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

1.171 Три маленьких шарика массой  $m = 11$  г каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 25 см и скреплены между собой. Определить момент инерции  $I$  системы относительно оси: 1) перпендикулярной плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности; 2) лежащей в плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности и одну из вершин треугольника. Массой стержней, соединяющих шары, пренебречь.

1.172 Тонкий однородный стержень длиной  $l = 60$  см и массой  $m = 450$  г вращается с угловым ускорением  $\varepsilon = 4$  рад/с<sup>2</sup> около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент  $M$ .

1.173 На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом  $R = 6$  см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой  $m = 500$  г. Опускаясь равноускоренно, груз за время  $t = 3$  с прошел путь  $s = 1,8$  м. Определить момент инерции  $I$  маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.

1.174 К ободу однородного диска радиусом  $R = 0,3$  м приложена постоянная касательная сила  $F = 120$  Н. При вращении на диск действует момент сил трения  $M_{тр} = 3$  Н·м. Диск вращается с постоян-

ным угловым ускорением  $\varepsilon = 110 \text{ рад/с}^2$ . Найти массу диска.

1.175 Однородный стержень длиной  $l = 90 \text{ см}$  и массой  $m = 450 \text{ г}$  вращается относительно оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением  $\varepsilon$  вращается стержень, если вращающий момент  $M = 0,1 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

1.176 Маховик, момент инерции которого  $I = 80 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega = 35 \text{ рад/с}$ . Найти тормозящий момент сил  $M$ , под действием которого маховик останавливается через  $t = 25 \text{ с}$ .

1.177 Маховик радиусом  $R = 0,3 \text{ м}$  и массой  $m = 12 \text{ кг}$  соединен с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение  $T$  ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно  $17 \text{ Н}$ . Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через  $\Delta t = 11 \text{ с}$  после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трение не учитывать.

1.178 Тонкий однородный стержень длиной  $l = 60 \text{ см}$  и массой  $m = 500 \text{ г}$  вращается с угловым ускорением  $\varepsilon = 4 \text{ рад/с}^2$  вокруг оси, проходящей перпендикулярно стержню, через точку, делящую стержень в отношении 1:4. Определить вращающий момент  $M$ .

1.179 Вал массой  $m = 20 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 15 \text{ см}$  вращается с частотой  $n = 9 \text{ с}^{-1}$ . К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой  $F = 30 \text{ Н}$ , под действием которой вал остановился через  $t = 9 \text{ с}$ . Определить коэффициент трения.

1.180 На барабан радиусом  $R = 0,6 \text{ м}$  намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 1,1 \text{ кг}$ . Найти момент инерции  $I$  барабана, если известно, что груз опускается с ускорением  $a = 2,5 \text{ м/с}^2$ .

1.181 Однородный диск радиусом  $R$  раскручен до угловой скорости  $\omega$  и осторожно положен на горизонтальную поверхность. Определить, сколько времени  $t$  диск будет вращаться на поверхности, если коэффициент трения равен  $\mu$ .

1.182 Колесо, имеющее момент инерции  $I = 260 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , вращается, делая  $22 \text{ об/с}$ . Через минуту после того, как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось. Найти: 1) момент сил трения; 2) число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил.

1.183 Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузики массами  $m_1 = 110 \text{ г}$  и  $m_2 = 120 \text{ г}$ . С каким ускорением  $a$  будут двигаться грузики, если масса  $m$  блока



равна 500 г? Трением в блоке пренебречь.

1.184 По наклонной плоскости, образующей угол  $\varphi$  с горизонтом, скатывается без скольжения сплошной однородный диск. Определить линейное ускорение  $a$  центра диска.

1.185 Две гири разной массы соединены нитью и перекинута через блок, момент инерции которого  $I = 60 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  и радиус  $R = 25 \text{ см}$ . Блок вращается с трением и момент сил трения  $M = 120 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Найти разность натяжения нити ( $T_1 - T_2$ ) по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 2,6 \text{ рад/с}^2$ .

1.186 Через неподвижный блок массой  $m = 0,3 \text{ кг}$  перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами  $m_1 = 0,4 \text{ кг}$  и  $m_2 = 0,6 \text{ кг}$ . Определить силы  $T_1$  и  $T_2$  натяжения шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно распределена по ободу.

1.187 На краю стола укреплен блок в виде диска массой  $m = 0,15 \text{ кг}$ . На столе лежит тело массой  $m_1 = 0,25 \text{ кг}$ , соединенное невесомой нитью, перекинутой через блок, с висющим телом массой  $m_1 = 0,3 \text{ кг}$ . Коэффициент трения между первым телом и поверхностью стола  $\mu = 0,2$ . Определить ускорение грузов.

1.188 Шар массой  $m = 12 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 25 \text{ см}$  вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение движения шара имеет вид  $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$ , где  $B = 5 \text{ рад/с}^2$ ,  $C = -1 \text{ рад/с}^3$ . Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент силы  $M$  в момент времени  $t = 3 \text{ с}$ .

1.189 Однородный тонкий стержень массой  $m_1 = 0,3 \text{ кг}$  и длиной  $l = 1,4 \text{ м}$  может свободно вращаться вокруг вертикальной оси  $Z$ , проходящей через точку, которая делит стержень в отношении 1:2. В верхний конец стержня попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально (перпендикулярно оси  $Z$ ) со скоростью  $v = 12 \text{ м/с}$ , и прилипает к стержню. Масса шарика  $m_2 = 11 \text{ г}$ . Определить угловую скорость  $\omega$  стержня и линейную скорость  $u$  нижнего конца стержня в начальный момент времени.

1.190 Горизонтальная платформа массой  $M = 85 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 1,1 \text{ м}$  вращается с угловой скоростью, соответствующей частоте  $n = 25 \text{ об/мин}$ . В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Найти, какова будет частота вращения плат-

формы, если человек, опустив руки, уменьшает свой момент инерции от  $3,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  до  $1,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ? Считать платформу однородным круглым диском.

1.191 Человек массой  $m_1 = 70 \text{ кг}$  находится на платформе массой  $m_2 = 110 \text{ кг}$ . Какое число оборотов будет делать платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом  $R_1 = 6 \text{ м}$  вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы  $v_1 = 5 \text{ км/ч}$ . Радиус платформы  $R_2 = 11 \text{ м}$ . Считать платформу однородным диском, а человека – материальной точкой.

1.192 На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной  $l = 2,5 \text{ м}$  и массой  $m = 9 \text{ кг}$ , расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой  $n_1 = 1 \text{ с}^{-1}$ . С какой частотой  $n_2$  будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи  $I = 7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

1.193 На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой  $n_1 = 11 \text{ с}^{-1}$ . Радиус колеса  $R = 25 \text{ см}$ , его масса  $m = 4 \text{ кг}$ . Определить частоту вращения  $n_2$  скамьи, если человек повернет стержень на угол  $\alpha_1 = 90^\circ$ ?,  $\alpha_2 = 180^\circ$ ? Суммарный момент инерции человека и скамьи  $I = 7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Массу колеса можно считать равномерно распределенной по ободу.

1.194 Вычислить момент инерции  $I$  проволочного прямоугольника со сторонами  $a = 14 \text{ см}$  и  $b = 18 \text{ см}$  относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины малых сторон. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью  $0,1 \text{ кг/м}$ .

1.195 Найти момент инерции  $I$  плоской однородной прямоугольной пластины массой  $m = 900 \text{ г}$  относительно оси, совпадающей с одной из ее сторон, если длина другой стороны равна  $45 \text{ см}$ .

1.196 Вычислить момент инерции  $I$  тонкой плоской пластины со сторонами  $a = 12 \text{ см}$  и  $b = 24 \text{ см}$  относительно оси, проходящей через центр масс пластины параллельно большей стороне. Масса пластины равномерно распределена по ее площади с поверхностной плотностью  $\sigma = 1,3 \text{ кг/м}^2$ .

1.197 Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около

вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой  $m_1 = 60$  кг. На какой угол  $\varphi$  повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса платформы  $m = 260$  кг. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

1.198 Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой  $m = 0,5$  кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью  $v = 21$  м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии  $r = 0,9$  м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью  $\omega$  начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции человека и скамьи  $I = 7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ?

1.199 На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом  $R = 2,1$  м, стоит человек массой  $m_1 = 85$  кг. Масса  $m_2$  платформы равна 250 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью  $\omega$  будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью  $v = 1,5$  м/с относительно платформы.

1.200 На цилиндр намотана тонкая гибкая нерастяжимая лента, массой которой по сравнению с массой цилиндра можно пренебречь. Свободный конец ленты жестко закреплен. Цилиндру предоставлена возможность свободно опускаться под действием силы тяжести. Найти линейное ускорение  $a$  оси цилиндра, если цилиндр: 1) сплошной; 2) полый тонкостенный.

1.201 Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия шара  $T = 18$  Дж. Определить кинетическую энергию  $T_1$  поступательного и  $T_2$  вращательного движений шара.

1.202 За какое время  $t$  с наклонной плоскости длиной  $l = 2,5$  м и высотой  $h = 1,2$  м скатится без скольжения обруч.

1.203 Диск массой  $m = 2,5$  кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью  $v = 5$  м/с. Определить кинетическую энергию  $T$  диска.

1.204 Шар диаметром  $d = 7$  см катится без скольжения по горизонтальной плоскости, делая пять оборотов в секунду. Найти кинетическую энергию шара, если его масса  $m = 0,3$  кг.

1.205 Обруч и диск имеют одинаковый вес  $P$  и катятся без сколь-

жения с одинаковой линейной скоростью  $v$ . Кинетическая энергия  $T_1$  обруча равна 6 Дж. Определить кинетическую энергию  $T_2$  диска.

1.206 Определить относительную ошибку, которая получается при вычислении кинетической энергии катящегося шара, если не учитывать его вращение.

1.207 Диск массой  $m = 5$  кг и диаметром  $d = 40$  см вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно его плоскости с частотой  $n = 15$  с<sup>-1</sup>. Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы остановить диск?

1.208 Кинетическая энергия  $T$  вала, вращающегося с частотой  $n = 6$  с<sup>-1</sup>, равна 70 Дж. Определить момент количества движения  $L$  этого вала.

1.209 Алюминиевый шар радиусом  $R = 0,2$  м вращается с частотой  $n = 1$  с<sup>-1</sup> вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара в три раза?

1.210 Колесо, вращаясь равнозамедленно при торможении, уменьшило за время  $t = 1$  мин частоту вращения от  $n_1 = 250$  мин<sup>-1</sup> до  $n_2 = 150$  мин<sup>-1</sup>. Момент инерции колеса  $I = 2,5$  кг·м<sup>2</sup>. Определить тормозящий момент и работу сил торможения.

1.211 Маховик вращается по закону, выраженному уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 3$  рад,  $B = 17$  рад/с,  $C = -3$  рад/с<sup>2</sup>. Момент инерции колеса  $I = 60$  кг·м<sup>2</sup>. Найти законы, по которым меняется вращающий момент  $M$  и мощность  $N$ . Чему равна мощность в момент времени  $t = 4$  с.

1.212 Для определения мощности мотора на его шкив диаметром  $D = 25$  см накинута лента. К одному концу ленты прикреплен динамометр, к другому подвешен груз  $P$ . Найти мощность  $N$  мотора, если мотор вращается с частотой  $n = 30$  с<sup>-1</sup>, масса груза  $m = 1,2$  кг и показания динамометра  $F = 28$  Н.

1.213 Карандаш длиной  $l = 18$  см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую  $\omega$  и линейную  $v$  скорости будет иметь в конце падения: 1) середина карандаша; 2) верхний его конец? Считать, что трение настолько велико, что нижний конец карандаша не проскальзывает.

1.214 Шар массой  $m = 1,5$  кг, катящийся без скольжения, ударяет-

ся о стенку и откатывается от нее. Скорость шара до удара о стенку  $v_1 = 0,1$  м/с, после удара  $v_2 = 7$  см/с. Найти количество тепла  $Q$ , выделившееся при ударе.

1.215 Человек катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью  $v = 6$  км/ч. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет своей кинетической энергии? Уклон горки равен 11 м на каждые 100 м пути.

1.216 Найти кинетическую энергию велосипедиста, едущего со скоростью  $v = 15$  км/ч. Масса велосипедиста вместе с велосипедом  $M = 80$  кг, причем масса колес  $m = 4$  кг. Колеса велосипеда считать обручами.

1.217 С какой наименьшей высоты  $H$  должен съехать велосипедист, чтобы по инерции (без трения) проехать дорожку, имеющую форму «мертвой петли» радиусом  $R = 4$  м, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Масса велосипедиста вместе с велосипедом  $M = 82$  кг, причем масса колес  $m = 4$  кг. Колеса велосипеда считать обручами.

1.218 Горизонтальная платформа вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой  $n = 9$  мин<sup>-1</sup>. Радиус платформы  $R = 1,4$  м, масса платформы  $m = 90$  кг. Человек массой  $M = 70$  кг стоит на краю платформы. Какую работу  $A$  совершает человек при переходе от края платформы к ее центру?

1.219 Горизонтальная платформа вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой  $n = 25$  мин<sup>-1</sup>, масса платформы  $m = 85$  кг, радиус  $R = 0,9$  м. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Как и во сколько раз изменится кинетическая энергия платформы с человеком, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от  $3,2$  кг·м<sup>2</sup> до  $1,2$  кг·м<sup>2</sup>?

1.220 Вентилятор вращается с частотой  $n = 1000$  мин<sup>-1</sup>. После включения вентилятор, вращаясь равномерно, сделал до остановки 90 оборотов. Работа сил торможения  $A = 55$  Дж. Определить момент инерции вентилятора и момент силы торможения.

1.221 Маховое колесо, имеющее момент инерции  $I = 260$  кг·м<sup>2</sup>, вращается с частотой  $n = 25$  мин<sup>-1</sup>. После того, как на колесо перестал действовать вращающий момент сил, оно остановилось, сделав 1100 оборотов. Определить: 1) момент сил трения; 2) работу сил

торможения; 3) время, прошедшее от момента прекращения действия вращающего момента сил до полной остановки колеса.

1.222 Маховое колесо начинает вращаться с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 0,6 \text{ рад/с}^2$  и через  $t_1 = 14 \text{ с}$  после начала движения приобретает момент количества движения  $L = 75 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$ . Найти кинетическую энергию  $T$  колеса через время  $t_2 = 22 \text{ с}$  после начала движения.

1.223 По ободу шкива, насаженного на общую ось с маховым колесом, намотана нить, к концу которой подвешен груз массой  $m = 1,5 \text{ кг}$ . На какое расстояние  $s$  должен опуститься груз, чтобы колесо со шкивом приобрело частоту вращения  $n = 70 \text{ мин}^{-1}$ ? Момент инерции колеса со шкивом  $I = 0,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , радиус шкива  $r = 12 \text{ см}$ .

1.224 Маховик вращается с постоянной частотой  $n = 12 \text{ с}^{-1}$ , его кинетическая энергия равна  $850 \text{ Дж}$ . За какое время  $t$  вращающий момент сил  $M = 55 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , приложенный к этому маховику, увеличит угловую скорость маховика в три раза?

1.225 К ободу диска массой  $m = 6 \text{ кг}$  приложена постоянная касательная сила  $F = 2,5 \text{ Н}$ . Какую кинетическую энергию  $T$  будет иметь диск через  $\Delta t = 6 \text{ с}$  после начала действия силы?

1.226 Маховик вращается по закону, выраженному уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 3 \text{ рад}$ ,  $B = 32 \text{ рад/с}$ ,  $C = -5 \text{ рад/с}^2$ . Момент инерции маховика  $I = 110 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Найти среднюю мощность, развиваемую силами, действующими на маховик при его вращении, за все время до остановки.

1.227 Тонкий прямой стержень длиной  $l = 1,2 \text{ м}$  прикреплен к горизонтальной оси, проходящей через его конец. Стержень отклонен на угол  $\alpha = 30^\circ$  от положения равновесия и отпущен. Определить линейную скорость  $v$  нижнего конца стержня в момент прохождения через положение равновесия.

1.228 Якорь электродвигателя вращается с частотой  $1600 \text{ мин}^{-1}$ . Определить вращающий момент  $M$ , если мотор развивает мощность  $N = 600 \text{ Вт}$ .

1.229 Определить линейную скорость  $v$  центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой  $h = 1,5 \text{ м}$ .

1.230 Маховик, имеющий форму диска массой  $m = 85 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 40 \text{ см}$ , находится в состоянии покоя. Какую работу  $A_1$  надо совершить, чтобы он начал вращаться с частотой  $n = 12 \text{ с}^{-1}$ ? Какую

работу  $A_2$  пришлось бы совершить, если при той же массе диск имел меньшую толщину, но вдвое больший радиус?

1.231 Кинетическая энергия вращающегося маховика  $T = 1,4$  кДж. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав 120 оборотов, остановился. Определить момент  $M$  силы торможения.

1.232 Маховик, момент инерции которого  $I = 45$  кг·м<sup>2</sup>, начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы  $M = 25$  Н·м. Вращение продолжалось в течение  $t = 12$  с. Определить кинетическую энергию  $T$ , приобретенную маховиком.

1.233 Пуля массой  $m = 12$  г летит со скоростью  $v = 750$  м/с, вращаясь вокруг продольной оси с частотой  $n = 2900$  с<sup>-1</sup>. Принимая пулю за цилиндр диаметром  $d = 9$  мм, определить полную кинетическую энергию  $T$  пули.

1.234 Сплошной цилиндр массой  $m = 3$  кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость  $v$  оси цилиндра равна 2 м/с. Определить полную кинетическую энергию  $T$  цилиндра.

1.235 Обруч и сплошной цилиндр, имеющие массу  $m = 3$  кг каждый, катятся с одинаковой линейной скоростью  $v = 4$  м/с. Найти кинетические энергии  $T_1$  и  $T_2$  этих тел.

1.236 На поверхности земли шарнирно закреплен легкий стержень длиной  $l_1$ , расположенный вертикально. На верхнем конце стержня укреплен груз массой  $m_1$ , а на расстоянии  $l_2 < l_1$  от нижнего конца стержня – груз массой  $m_2$ . Найти, с какой скоростью масса  $m_1$  коснется земли, если стержень начинает падать без начальной скорости. Массой стержня можно пренебречь.

1.237 Однородный стержень длиной  $l = 80$  см подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую наименьшую скорость  $v$  надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?

1.238 На какой угол нужно отклонить однородный стержень длиной  $l = 90$  см, подвешенный на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня, чтобы нижний конец стержня при прохождении им положения равновесия имел скорость  $v = 4$  м/с?

1.239 Шарик массой  $m = 120$  г, привязанный к концу нити длиной  $l_1 = 1,2$  м, вращается, опираясь на горизонтальную плоскость, с частотой  $n_1 = 1$  с<sup>-1</sup>. Нить укорачивается и шарик приближается к оси

вращения до расстояния  $l_2 = 0,6$  м. С какой частотой  $n_2$  будет при этом вращаться шарик? Какую работу  $A$  совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

1.240 Со шкива диаметром  $d = 0,5$  м через ремень передается мощность  $N = 10$  кВт. Шкив вращается с частотой  $n = 250$  мин<sup>-1</sup>. Сила натяжения  $T_1$  ведущей ветви ремня в два раза больше силы натяжения  $T_2$  ведомой ветви. Найти силы натяжения обеих ветвей.

1.241 С какой линейной скоростью  $v$  будет двигаться искусственный спутник Земли по круговой орбите: 1) у поверхности Земли; 2) на высоте  $h_1 = 300$  км; 3) на высоте  $h_2 = 8000$  км? Вычислить период обращения  $T$  искусственного спутника Земли при этих условиях.

1.242 Как велика сила  $F$  взаимного притяжения двух космических кораблей массой  $m = 11$  т каждый, если они сблизятся до расстояния  $R = 150$  м?

1.243 Как и во сколько раз кинетическая энергия искусственного спутника Земли, движущегося по круговой траектории, отличается от его гравитационной потенциальной энергии?

1.244 К проволоке диаметром  $d = 3$  мм подвешен груз массой  $m = 1,5$  кг. Определить напряжение  $\sigma$ , возникшее в проволоке.

1.245 К вертикальной проволоке длиной  $l = 5$  м и площадью поперечного сечения  $S = 2$  мм<sup>2</sup> подвешен груз массой  $m = 5,1$  кг. В результате проволока удлинилась на  $\Delta x = 0,6$  мм. Определить модуль Юнга материала проволоки.

1.246 К стальному стержню длиной  $l = 4$  м и диаметром  $d = 3$  см подвешен груз массой  $m = 2,6$  т. Определить напряжение  $\sigma$  в стержне, относительное  $\epsilon$  и абсолютное  $\Delta x$  удлинения стержня.

1.247 Две пружины жесткостью  $k_1 = 0,4$  кН/м и  $k_2 = 0,9$  кН/м соединены последовательно. Определить абсолютную деформацию  $\Delta x_1$  первой пружины, если вторая деформирована на  $\Delta x_2 = 1,6$  см.

1.248 С какой скоростью  $v$  вылетит из пружинного пистолета шарик массой  $m = 11$  г, если пружина была сжата на  $\Delta x = 6$  см. Жесткость пружины  $k = 210$  Н/м.

1.249 Вагон массой  $m = 15$  т двигался со скоростью  $v = 1$  м/с. Налетев на пружинный буфер, он остановился, сжав пружину буфера на  $\Delta x = 11$  см. Найти жесткость пружины  $k$ .

1.250 Найти зависимость ускорения свободного падения  $g$  от рас-



стояния  $r$ , отсчитанного от центра планеты, плотность которой  $\rho$ . Построить график зависимости  $f = g(r)$ . Радиус планеты  $R$  считать известным.

1.251 Определить работу  $A$ , которую совершают силы гравитационного поля Земли, если тело массой  $m = 2$  кг упадет на поверхность Земли: 1) с высоты  $h$ , равной радиусу Земли; 2) из бесконечности. Радиус Земли  $R$ , и ускорение свободного падения  $g_0$  на ее поверхности считать известными.

1.252 Два одинаковых однородных шара из одинакового материала соприкасаются друг с другом. Определить, как изменится потенциальная энергия их гравитационного взаимодействия, если массу шаров увеличить в три раза.

1.253 Вычислить значение первой (круговой) и второй (параболической) космических скоростей вблизи поверхности Луны.

1.254 Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток. На каком расстоянии от поверхности Земли должен находиться этот спутник, чтобы он был неподвижен по отношению к наблюдателю, который находится на Земле?

1.255 Радиус Земли в  $n = 3,66$  раза больше радиуса Луны, средняя плотность Земли в  $k = 1,66$  раза больше средней плотности Луны. Определить ускорение свободного падения  $g_L$  на поверхности Луны. На поверхности Земли ускорение свободного падения  $g$  считать известным.

1.256 Радиус  $R$  малой планеты равен 260 км, средняя плотность  $\rho = 3$  г/см<sup>3</sup>. Определить ускорение свободного падения  $g$  на поверхности планеты.

1.257 Масса Земли в  $n = 8,61$  раза больше массы Луны. Расстояние  $l$  между центрами масс Земли и Луны равно  $60,3R$  ( $R$  – радиус Земли). На каком расстоянии  $r$  (в единицах  $R$ ) от центра Земли находится точка, в которой суммарная напряженность гравитационного поля Земли и Луны равна нулю?

1.258 Найти первую и вторую космические скорости вблизи поверхности Солнца.

1.259 Стальной и медный стержни, длины которых равны соответственно  $l_1 = 1,1$  м и  $l_2 = 0,7$  м, а сечения  $S_1 = S_2 = 1,6$  см<sup>2</sup>, скреплены концами последовательно. Вычислить удлинение стержней, если

растягивающая их сила  $F = 420$  Н.

1.260 Гирия массой  $m = 11$  кг, привязанная к проволоке, вращается с частотой  $n = 2$  с<sup>-1</sup> вокруг вертикальной оси, проходящей через конец проволоки, скользя при этом без трения по горизонтальной поверхности. Длина проволоки  $l = 1,3$  м, площадь ее поперечного сечения  $S = 3$  мм<sup>2</sup>. Найти напряжение  $\sigma$  материала проволоки. Массой проволоки пренебречь.

1.261 Однородный стержень длиной  $1,2$  м, площадью поперечного сечения  $S = 2$  см<sup>2</sup> и массой  $m = 10$  кг вращается с частотой  $n = 2$  с<sup>-1</sup> вокруг вертикальной оси, проходящей через конец стержня, скользя без трения по горизонтальной поверхности. Найти наибольшее напряжение  $\sigma$  материала стержня при данной частоте вращения.

1.262 Какой наибольший груз может выдержать стальная проволока не выходя за предел упругости  $\sigma_{\text{упр}} = 295$  МПа, если ее диаметр  $d = 2$  мм? Какую долю первоначальной длины составляет удлинение проволоки при этом грузе?

1.263 Свинцовая проволока подвешена в вертикальном положении за верхний конец. Какую наибольшую длину  $l$  может иметь проволока, не обрываясь под действием силы тяжести? Предел прочности свинца  $\sigma_{\text{пр}} = 12,3$  МПа.

1.264 Проволока длиной  $l = 2$  м и диаметром  $d = 1$  мм натянута практически горизонтально. Когда к середине проволоки подвесили груз массой  $m = 1$  кг, проволока растянулась настолько, что точка подвеса опустилась на  $h = 4$  см. Найти модуль Юнга  $E$  материала проволоки.

1.265 Определить жесткость  $k$  системы двух пружин при последовательном и параллельном их соединении. Жесткость пружин  $k_1 = 3$  кН/м и  $k_2 = 7$  кН/м.

1.266 К середине резинового шнура длиной  $l = 2$  м, расположенного горизонтально, подвешена гирия массой  $m = 0,5$  кг. Под действием гири шнур провис на  $\Delta h = 0,5$  м. Найти жесткость шнура, если деформация шнура упругая. Массой шнура пренебречь.

1.267 Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин жесткостью  $k_1 = 500$  Н/м и  $k_2 = 350$  Н/м, если первая пружина при этом растянулась на  $l = 1,5$  см.

1.268 Две пружины жесткостью  $k_1 = 0,6$  кН/м и  $k_2 = 1,1$  кН/м

скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации  $\Delta l = 5$  см.

1.269 Пружина жесткостью  $k = 550$  Н/м сжата силой  $F = 120$  Н. Определить работу  $A$  внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на  $\Delta l = 3$  см.

1.270 К проволоке, закрепленной верхним концом, подвешивают груз массой  $m$ , под действием которого проволока удлинится на величину  $\Delta l$ . Определить, во сколько раз изменение потенциальной энергии груза больше изменения потенциальной энергии проволоки. Как это объяснить с точки зрения закона сохранения энергии?

1.271 Какую работу  $A$  нужно совершить, чтобы растянуть стальной стержень длиной  $l = 2$  м и площадью поперечного сечения  $S = 2$  см<sup>2</sup> на  $\Delta x = 2$  мм?

1.272 Две пружины жесткостью  $k_1 = 0,4$  кН/м и  $k_2 = 0,7$  кН/м скреплены последовательно и растянуты так, что абсолютная деформация второй пружины  $\Delta x_2 = 3,1$  см. Определить работу  $A$ , совершенную при этом внешней силой.

1.273 Стержень из стали длиной  $l = 3$  м и площадью поперечного сечения  $S = 3$  см<sup>2</sup> растягивается силой  $F = 11$  кН. Найти потенциальную энергию  $\Pi$  растянутого стержня и объемную плотность  $w$  энергии.

1.274 В пружинном ружье пружина сжата на  $\Delta x_1 = 21$  см. При взводе ее сжали еще на  $\Delta x_2 = 31$  см. С какой скоростью  $v$  вылетит из ружья пуля массой  $m = 45$  г, если жесткость пружины  $k = 130$  Н/м?

1.275 Стальной стержень растянут так, что напряжение в материале стержня  $\sigma = 320$  МПа. Найти объемную плотность  $w$  потенциальной энергии растянутого стержня.

1.276 Имеется кольцо из тонкой проволоки. Определить силу, с которой это кольцо притягивает материальную точку массой  $m$ , находящуюся на оси кольца на расстоянии  $L$  от его центра. Радиус кольца  $R$ , плотность материала проволоки  $\rho$ .

1.277 Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой  $m_1 = 11$  г со скоростью  $v = 310$  м/с. Затвор пистолета массой  $m_2 = 220$  г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой  $k = 28$  кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

1.278 Если на верхний конец вертикально расположенной спи-

ральной пружины положить груз, то пружина сожмется на  $\Delta l = 4$  мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты  $h = 10$  см?

1.279 Стальной стержень массой 3,9 кг растянут на 0,001 своей первоначальной длины. Найти потенциальную энергию растянутого стержня.

1.280 На железобетонную колонну высотой  $h = 12$  м действует сила  $F = 4,2 \cdot 10^6$  Н. Найти деформацию колонны (абсолютную и относительную), если площадь поперечного сечения колонны, занятая бетоном  $S_6 = 1 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2$ , стальной арматурой  $S_{\text{ст}} = 0,01 S_6$ , а модуль упругости бетона  $E_6 = 0,1 E_{\text{ст}}$ .

1.281 Какую скорость  $v$  должно иметь движущееся тело, чтобы его размеры уменьшились в три раза?

1.282 Мезоны космических лучей достигают поверхности Земли с самыми разнообразными скоростями. Найти релятивистское сокращение размеров мезона, имеющего скорость, равную 97 % скорости света?

1.283 Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы (по часам неподвижного наблюдателя), если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 98 % скорости света?

1.284 Как и насколько изменится масса  $\alpha$ -частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 85 % скорости света?

1.285 С какой скоростью  $v$  движется частица, если ее релятивистская масса в четыре раз больше массы покоя?

1.286 На сколько процентов релятивистская масса частицы больше массы покоя при скорости  $v = 40$  Мм/с?

1.287 Позитрон движется со скоростью  $v = 0,7c$ . Определить релятивистский импульс  $p$  электрона,  $c$  – скорость света в вакууме.

1.288 Полная энергия тела возросла на  $\Delta E = 2$  Дж. Насколько при этом изменится масса тела?

1.289 Вычислить энергию покоя: позитрона, нейтрона,  $\alpha$ -частицы. Ответ выразить в джоулях и мегаэлектрон-вольтах.

1.290 Найти изменение энергии  $\Delta E$ , соответствующее изменению массы на величину массы покоя позитрона.

1.291 В лабораторной системе отсчета (К-системе)  $\pi$ -мезон с мо-

мента рождения до момента распада пролетел расстояние  $l = 75$  м. Скорость  $v$   $\pi$ -мезона равна  $0,995c$ . Вычислить собственное время жизни  $\tau_0$  мезона,  $c$  – скорость света в вакууме.

1.292 На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость  $v_0$  спутника составляет  $7,9$  км/с. Насколько отстанут часы на спутнике по измерениям земного наблюдателя по своим часам за время  $\tau_0 = 0,6$  года?

1.293 Собственное время жизни  $\mu$ -мезона  $\tau_0 = 2$  мкс. От точки рождения до точки распада  $\mu$ -мезон пролетел расстояние  $l = 6$  км. С какой скоростью  $v$  (в долях скорости света) двигался мезон?

1.294 Мезон, входящий в состав космического излучения, движется со скоростью, составляющей  $96\%$  скорости света. Какой промежуток времени по часам земного наблюдателя соответствует двум секундам «собственного времени» мезона?

1.295 В лабораторной системе отсчета находятся две частицы. Одна частица массой  $m_0$  движется со скоростью  $v = 0,9c$ , другая массой  $2m_0$  находится в покое. Определить скорость  $v_c$  центра масс системы частиц,  $c$  – скорость света в вакууме.

1.296 Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями  $v_1 = 0,7c$  и  $v_2 = 0,8c$  вдоль одной прямой. Определить их относительную скорость  $u_{21}$  в двух случаях: 1) частицы движутся в одном направлении; 2) частицы движутся в противоположных направлениях,  $c$  – скорость света в вакууме.

1.297 Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость  $v_1 = 0,5c$ . В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения  $\beta$ -частицу со скоростью  $v_2 = 0,8c$  относительно ускорителя,  $c$  – скорость света в вакууме. Найти скорость  $u_{21}$  частицы относительно ядра.

1.298 В лабораторной системе отсчета удаляются друг от друга частицы с одинаковыми по абсолютному значению скоростями. Их относительная скорость  $u$  в той же системе отсчета равна  $0,6c$ . Вычислить скорость частиц,  $c$  – скорость света в вакууме.

1.299 Ион, вылетев из ускорителя, испустил фотон в направлении своего движения. Определить скорость фотона относительно ускорителя, если скорость иона относительно ускорителя равна  $80\%$  скорости света.

1.300 Два ускорителя выбрасывают навстречу друг другу частицы

со скоростями  $|v| = 0,9c$ . Определить относительную скорость  $u_{21}$  сближения частиц в системе отсчета, движущейся вместе с одной из частиц,  $c$  – скорость света в вакууме.

1.301 Показать, что формула сложения скоростей релятивистских частиц переходит в соответствующую формулу классической механики при скоростях, намного меньших скорости света ( $v \ll c$ ).

1.302 Показать, что выражение релятивистского импульса переходит в соответствующее выражение импульса в классической механике при скоростях, намного меньших скорости света ( $v \ll c$ ).

1.303 Показать, что релятивистское выражение кинетической энергии при скоростях, намного меньших скорости света ( $v \ll c$ ), переходит в соответствующее выражение классической механики.

1.304 Показать, что выражение релятивистского импульса через кинетическую энергию при скоростях, намного меньших скорости света ( $v \ll c$ ), переходит в соответствующее выражение классической механики.

1.305 Какая относительная ошибка будет допущена при вычислении кинетической энергии релятивистской частицы, если вместо релятивистского выражения воспользоваться классическим? Вычисления выполнить для двух случаев 1)  $v = 0,2c$ ; 2)  $v = 0,8c$  ( $c$  – скорость света в вакууме).

1.306 Отношение заряда движущегося электрона к его массе, определенное из опыта, равно  $0,87 \cdot 10^{11}$  Кл/кг. Определить релятивистскую массу электрона и его скорость.

1.307 В лабораторной системе отсчета находятся две частицы. Одна частица с массой покоя  $2m_0$  движется со скоростью  $v_1 = 0,7c$ , другая с массой покоя  $m_0$  покоится. Определить скорость  $v_c$  центра масс системы частиц,  $c$  – скорость света в вакууме.

1.308 Определить, насколько должна увеличиться полная энергия тела, чтобы его релятивистская масса возросла на  $\Delta m = 2$  г.

1.309 Известно, что объем воды в океане равен  $1,37 \cdot 10^9$  км<sup>3</sup>. Определить, насколько возрастет масса воды в океане, если температура воды повысится на  $\Delta t = 1,5$  °C? Плотность  $\rho$  воды в океане принять равной  $1,03 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

1.310 Кинетическая энергия Т электрона равна 9 МэВ. Во сколько раз его релятивистская масса больше массы покоя? Сделать такой же подсчет для протона.

1.311 При какой скорости  $v$  кинетическая энергия любой частицы

вещества равна ее энергии покоя?

1.312 Во сколько раз релятивистская масса нейтрона больше релятивистской массы позитрона, если обе частицы имеют одинаковую кинетическую энергию  $T = 1 \text{ ГэВ}$ ?

1.313 Масса движущегося электрона втрое больше его массы покоя. Вычислить кинетическую энергию этого электрона.

1.314 Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличивается в  $n = 3$  раза.

1.315 В лабораторной системе отсчета одна из двух одинаковых частиц покоится, другая движется со скоростью  $v_2 = 0,9c$  ( $c$  – скорость света в вакууме) по направлению к покоящейся частице. Определить: 1) релятивистскую массу движущейся частицы в лабораторной системе отсчета; 2) скорость частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции системы; 3) релятивистскую массу частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции.

1.316 Импульс  $p$  релятивистской частицы равен  $m_0c$ . Под действием внешней силы импульс частицы увеличивается в три раза. Во сколько раз при этом возрастает кинетическая энергия частицы? Во сколько раз возрастает полная энергия частицы?

1.317 Двое часов после синхронизации были помещены в системы отсчета  $K$  и  $K'$ , движущиеся относительно друг друга. При какой скорости их относительного движения возможно обнаружить релятивистское замедление хода часов, если собственная длительность  $\tau_0$  промежутка времени составляет  $1,1 \text{ с}$ ? Измерение времени производится с точностью  $\Delta\tau = 10^{-11} \text{ с}$ .

1.318 Две релятивистские частицы со скоростями соответственно  $v_1$  и  $v_2$  движутся под прямым углом друг к другу в лабораторной системе отсчета. Определить их относительную скорость.

1.319 В системе отсчета  $K$  находится квадрат, сторона которого параллельна оси  $OX'$ . Определить угол  $\varphi$  между его диагоналями в системе  $K'$ , если эта система движется относительно  $K$  со скоростью  $v = 0,9c$ ,  $c$  – скорость света в вакууме.

1.320 При неупругом столкновении частицы, обладающей импульсом  $p = m_0c$ , и такой же покоящейся частицы образуется составная частица. Определить: 1) скорость  $v$  частицы (в единицах  $c$ ) до столкновения; 2) релятивистскую массу составной частицы (в еди-

ницах  $m_0$ ); 3) скорость составной частицы; 4) массу покоя составной частицы (в единицах  $m_0$ ); 5) кинетическую энергию частицы до столкновения и кинетическую энергию составной частицы (в единицах  $m_0c^2$ ).

### Классификация задач

Диапазон номеров задач	Тематика задач
1.1–1.40	Кинематика вращательного и поступательного движения
1.41–1.80	Динамика поступательного движения
1.81–1.120	Импульс. Закон сохранения импульса
1.121–1.160	Работа. Энергия. Мощность. Закон сохранения энергии. Столкновения
1.161–1.200	Динамика вращательного движения. Закон сохранения момента импульса
1.201–1.240	Комбинированные задачи на применение законов сохранения при различных типах движения
1.241–1.280	Движение тел в гравитационном поле. Силы упругости
1.281–1.320	Специальная теория относительности



## ПРИЛОЖЕНИЕ А

(справочное)

### СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

#### 1 Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	$g$	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$G$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Элементарный заряд	$e$	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	$c$	$3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Планка	$h$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	$\hbar$	$1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя электрона	$m_e$	$9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p$	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Магнетон Бора	$\mu_B$	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0$	$4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

#### 2 Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение	Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$	Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$	Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$	Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$	Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

#### 3 Плотность твердых тел

Вещество	Плотность, $\times 10^3 \text{ кг/м}^3$	Вещество	Плотность, $\times 10^3 \text{ кг/м}^3$	Вещество	Плотность, $\times 10^3 \text{ кг/м}^3$
Алюминий	2,70	Железо	7,88	Свинец	11,30
Барий	3,50	Литий	0,53	Серебро	10,50
Ванадий	6,02	Медь	8,93	Цезий	1,90
Висмут	9,80	Никель	8,90	Цинк	7,15

#### 4 Плотность жидкостей

Вещество	Плотность, $\times 10^3 \text{ кг/м}^3$	Вещество	Плотность, $\times 10^3 \text{ кг/м}^3$	Вещество	Плотность, $\cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Вода	1,00	Керосин	0,8	Спирт	0,8
Глицерин	1,26	Ртуть	13,6	Эфир	0,7

#### 5 Упругие постоянные твердых тел

Вещество	Модуль Юнга $E$ , ГПа	Модуль сдвига $G$ , ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Железо	196	82
Сталь	216	81
Медь	98	44

#### 6 Греческий алфавит

Обозначения букв		Названия букв		Обозначения букв		Названия букв		Обозначения букв		Названия букв	
Α	α	альфа	Ι	ι	йота	Ρ	ρ	ро			
Β	β	бета	Κ	κ	каппа	Σ	σ	сигма			
Γ	γ	гамма	Λ	λ	ламбда	Τ	τ	тау			
Δ	δ	дельта	Μ	μ	мю	Υ	υ	ипсилон			
Ε	ε	эпсилон	Ν	ν	ню	Φ	φ	фи			
Ζ	ζ	дзета	Ξ	ξ	кси	Χ	χ	хи			
Η	η	эта	Ο	ο	омикрон	Ψ	ψ	пси			
Θ	θ	тета	Π	π	пи	Ω	ω	омега			

#### 7 Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименования

Обозначение	Наименование	Множитель	Обозначение	Наименование	Множитель
Э	экса	$10^{18}$	д	деци	$10^{-1}$
П	пэта	$10^{15}$	с	санتي	$10^{-2}$
Т	тера	$10^{12}$	м	милли	$10^{-3}$
Г	гига	$10^9$	мк	микро	$10^{-6}$
М	мега	$10^6$	н	нано	$10^{-9}$
к	кило	$10^3$	п	пико	$10^{-12}$
г	гекта	$10^2$	ф	фемто	$10^{-15}$
да	дека	$10^1$	а	атто	$10^{-18}$

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие указания .....	3
1 Вопросы для изучения теоретического материала по разделам программы .....	6
2 Рекомендуемая литература.....	7
3 Основные законы и формулы.....	8
4 Примеры решения и оформления задач.....	17
5 Задачи.....	42
<i>Приложение А. Справочные таблицы.....</i>	<i>80</i>