

модель «MAT\_PLASTICITY\_COMPRESSION\_TENSION\_EOS». Для описания поведения материала монослоёв пластины используется модель материала «LAMINATED\_COMPOSITE\_FABRIC».

В результате решения получены поля перемещений, напряжений и деформаций в слоях элементов пластины, изменение контактной силы в точках соударения, изменение скорости и кинетической энергии града для различных моментов времени. Определяются максимальные индексы разрушения и минимальные коэффициенты запаса прочности по следующим критериям разрушения для ПКМ: Tsai-Wu, Tsai-Hill, Hoffman, Norris, Norris-Mckinnon, Fischer, Puppo-Evensen, Hashin, Chang-Chang, Puck, LaRC (Langley Research Center) [9, 10].

#### Список литературы

- 1 **Соколова, Т. А.** Численное исследование деформирования элементов авиационных конструкций из полимерных композитов при динамических воздействиях / Т. А. Соколова, М. И. Мартиросов, А. В. Хомченко // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXIX Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова. – М. : МАИ, 2023. – Т. 1. – С. 188–190.
- 2 **Liu, P. F.** Failure analysis of carbon fiber/epoxy composite cylindrical laminates using explicit finite element method / P. F. Liu, L. J. Xing, J. Y. Zheng // Composites. Part B. – 2014. – Vol. 56. – P. 54–61.
- 3 **Fasnella, E. L.** Test and Analysis Correlation of High Speed Impacts of Ice Cylinders / E. L. Fasnella, R. L. Boinot // 9<sup>th</sup> International LD-DYNA Users Conference.
- 4 **Schulson, E. M.** Brittle Failure of Ice/ E. M. Schulson // Engineering Fracture Mechanics, 2001. – No. 68. – P. 1839–1887.
- 5 **Gurthar, A.** Experimental and Numerical Investigation of Ice-Structure Interaction. / A. Gurthar // Doctoral Thesis, Norwegian University of Science and Technology. – No. 2009:26.
- 6 **Petrovic, J. J.** Review Mechanical properties of ice and snow/ Journal of materials science / J. J. Petrovic. – 2003. – No. 38. – P. 1–6.
- 7 **Kimand, H.** Modeling Hail Ice Impacts and Predicting Impact Damage Initiation in Composite Structures/ H. Kimand, K. T. Kedward // American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal. – 2000. – No. 7. – P. 1278–1288.
- 8 **Monaghan, J. J.** Shock Simulation by the Particle Method of SPH / J. J. Monaghan, R. A. Gingold // Journal of Computational Physics. – 1983. – No. 52. – P. 74–381.
- 9 **Гриневич, Д. В.** Критерии разрушения полимерных композиционных материалов (обзор) / Д. В. Гриневич, Н. О. Яковлев, А. В. Славин // Труды ВИАМ. – № 7. – 2019. – С. 92–111.
- 10 Assessment of the strength of a composite package with internal defects according to various failures criteria under the influence of unsteady load / A. L. Medvedskiy [et al.] // Periodico Tche Quimica. – 2020. – Vol. 17, no. 35. – P. 1218–1230.

УДК 539.3

## КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОТОКЕ

*Э. И. СТАРОВОЙТОВ*

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

*Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ*

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Российская Федерация*

Современные требования машиностроения к оценке прочностных характеристик композитных конструкций обуславливают необходимость создания расчетных моделей, учитывающих динамические нагрузки. Этой проблеме посвящен ряд публикаций. В монографиях [1–5] предложены общие подходы к постановке и решению соответствующих начально-краевых задач. Колебания неоднородных пластин и оболочек исследовались в статьях [6–11]. Отдельные задачи квазистатического деформирования упругих и физически нелинейных трехслойных элементов конструкций, в том числе связанных с упругим основанием, при однократных и циклических нагрузках решены в работах [11–19].

Здесь для трехслойного пакета пластины приняты гипотезы ломаной линии. Для несущих слоев несимметричной по толщине трехслойной круговой пластины принимаются гипотезы Кирхгофа. В жестком наполнителе справедлива гипотеза Тимошенко о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали, которая поворачивается на некоторый дополнительный угол  $\psi(r)$ . Искомыми функциями считаются также прогиб  $w(r)$  и радиальное перемещение срединной плоскости наполнителя  $u(r)$ . Учтена работа наполнителя в тангенциальном направлении. Постановка задачи и ее решение проводятся в цилиндрической системе координат. Срединная плоскость наполнителя принимается за координатную, ось  $z$  направлена перпендикулярно вверх, к первому слою.

Получена система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая поперечные колебания упругой круговой трехслойной пластины в температурном нестационарном потоке:

$$T_{r,r} + \frac{1}{r}(T_r - T_\varphi) - m_0 \ddot{u} = 0; \quad H_{r,r} + \frac{1}{r}(H_r - H_\varphi) - m_1 \ddot{\psi} = 0;$$

$$M_{r,rr} + \frac{1}{r}(2M_{r,r} - M_{\varphi,r}) - m_0 \ddot{w} + m_2 \ddot{w}_{,rr} - q_r = 0.$$

Граничные условия – шарнирное опирание контура пластины. Температура учитывается добавлением *температурного* момента  $M_t$  в граничные условия, что позволяет выписать для прогиба требования ( $r = r_1$ ):

$$w = 0, \quad a_7 w_{,rr} + \frac{a_8}{r_0} w_{,r} = -M_t; \quad M_t = 3 \sum_{k=1}^3 \alpha_k K_k \int_{h_k} T z dz.$$

Полный прогиб представляется в виде суммы квазистатического прогиба  $w_s$  и динамической составляющей  $w_d$ :

$$w = w_s + w_d,$$

где квазистатический прогиб  $w_s$  удовлетворяет уравнению  $L_3(w_{s,r}) = 0$ :

$$w_s = r_0^2 M_t \left[ 1 - (r/r_0)^2 \right] / 2(a_7 + a_8).$$

Начальные условия неоднородные, в них появляется ненулевая скорость:

$$w_d = 0, \quad \dot{w}_d = -r_0^2 \dot{M}_t(0) \left[ 1 - (r/r_0)^2 \right] / 2(a_7 + a_8).$$

Динамическая составляющая  $w_d$  представляется в виде разложения в ряд по этой системе собственных ортонормированных функций  $v_n(\beta_n r)$ :

$$w_d = \sum_{n=0}^{\infty} v_n T_n(t), \quad v_n(\beta_n r) \equiv \frac{1}{d_n} \left[ J_0(\beta_n) - \frac{J_0(\beta_n r_1)}{I_0(\beta_n r_1)} I_0(\beta_n r) \right].$$

Проведен численный параметрический анализ зависимости собственных чисел и частот колебаний от температуры, материалов и толщин слоев.

Полученные решения позволяют исследовать колебания трехслойных круговых пластин при осесимметричных динамических нагрузках. Численные результаты показали существенное влияние механических характеристик материалов слоев и температуры на перемещения в пластине.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект T22УЗБ-015).*

#### Список литературы

- 1 Горшков, А. Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 576 с.
- 2 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Л. Н. Рабинский. – М. : Изд-во МАИ, 2016. – 184 с.
- 3 Журавков, М. А. Математические модели механики твердого тела / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск. : БГУ, 2021. – 535 с.
- 4 Zhuravkov, M. A. Mechanics of Solid Deformable Body / M. A. Zhuravkov, Lyu Yongtao, E. I. Starovoitov. – Singapore : Springer, 2022. – 317 p.
- 5 Абдусаттаров, А. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023. – 381 с.
- 6 Fedotenkov, G. V. Identification of non-stationary load upon Timoshenko beam / G. V. Fedotenkov, D. V. Tarlakovsky, Y. A. Vahterova // Lobachevskii journal of mathematics. – 2019. – Vol. 40, no 4. – P. 439–447.
- 7 Вестяк, В. А. Распространение нестационарных объемных возмущений в упругой полуплоскости / В. А. Вестяк, А. С. Садков, Д. В. Тарлаковский // Изв. РАН. МТТ. – 2011. – Т. 46, № 2. – С. 130–140.
- 8 Леоненко, Д. В. Колебания круговых трехслойных пластин на упругом основании Пастернака / Д. В. Леоненко // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2014. – № 1. – С. 59–63.
- 9 Леоненко, Д. В. Исследование спектра частот трехслойной цилиндрической оболочки с упругим наполнителем / Д. В. Леоненко, Э. И. Старовойтов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – Т. 21, № 2. – С. 162–169.

10 **Vakhneev, S.** Damping of circular composite viscoelastic plate vibration under neutron irradiation / S. Vakhneev, E. Starovoitov // Journal of Applied Engineering Science. – 2020. – 18(4). – P. 699–704.

11 **Pronina, P. F.** Study of the radiation situation in Moscow by investigating elastoplastic bodies in a neutron flux taking into account thermal effects / P. F. Pronina, O. V. Tushavina, E. I. Starovoitov // Periódico Tchê Química. – 2020. – Vol. 17, no. 35. – P. 753–764.

12 **Захарчук, Ю. В.** Перемещения в круговой трехслойной пластине со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2017. – Вып. 10. – С. 55–66.

13 **Захарчук, Ю. В.** Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – Вып. 11. – С. 80–87.

14 **Леоненко, Д. В.** Напряженно-деформированное состояние физически нелинейной трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым наполнителем / Д. В. Леоненко, А. С. Зеленая // Механика машин, механизмов и материалов. – 2018. – № 2 (43). – С. 77–82.

15 **Козел, А. Г.** Деформирование круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2017. – № 32. – С. 235–240.

16 **Козел, А. Г.** Решение задачи об изгибе упругопластической круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2019. – № 34. – С. 165–171.

17 **Нестерович, А. В.** Радиальное и тангенциальное неосесимметричное нагружение круговой трехслойной пластины / А. В. Нестерович // Механика. Исследования и инновации. – 2020. – № 13. – С. 116–121.

18 **Нестерович, А. В.** Неосесимметричное нагружение трехслойной круговой пластины в своей плоскости / А. В. Нестерович // Теоретическая и прикладная механика. – 2020. – № 35. – С. 246–252.

19 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / É. I. Starovoitov [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no 4. – P. 1023–1029.

УДК 539.374

## ТЕРМОСИЛОВОЕ НАГРУЖЕНИЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПЛАСТИН ПОГОННЫМИ СИЛАМИ

*Э. И. СТАРОВОЙТОВ, А. В. ЯРОВАЯ*

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

*А. АБДУСАТТАРОВ*

*Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан*

Монографии [1–5] посвящены разработке моделей деформирования трехслойных элементов конструкций при квазистатических и динамических нагрузках. Колебания и нестационарное нагружение неоднородных пластин и оболочек, в том числе связанных с упругим основанием, исследовались в публикациях [6–8]. Статьи [9–10] посвящены исследованию влияния нейтронного облучения на демпфирование колебаний и деформирование вязкоупругих тел. Математическая модель изгиба круговых трехслойных пластин со сжимаемым наполнителем построена в работах [11–13]. В публикациях [14, 15] анализируются напряженно-деформированное состояние упругопластической трехслойной пластины, взаимодействующей с основанием Пастернака. Деформирование круговой трехслойной пластины в своей плоскости под действием неосесимметричных нагрузок рассмотрено в [16, 17]. Статья [18] посвящена исследованию деформирования композитной балки в температурном поле. Здесь исследовано деформирование в температурном поле несимметричных по толщине упругопластических трехслойных пластин с жестким наполнителем.

Кинематические допущения основаны на гипотезе «ломаной» нормали. Деформации малые. Перпендикулярно внешнему слою пластины действует распределенная по окружности силовая нагрузка погонная  $q(r)$  и тепловой поток плотностью  $q_t$ :

$$q = Q_0 \delta(a - r).$$

Через  $w(r)$  обозначен прогиб,  $\psi(r)$  – дополнительный угол поворота нормали в наполнителе. На торце предполагаем наличие жесткой диафрагмы. Температурное поле в стержне считаем известным [1]. В слоях пластины используются физические уравнения состояния теории малых упругопластических деформаций Ильюшина:

$$s_{ij}^{(k)} = 2G_k(T_k) f^{(k)}(\epsilon_u^{(k)}, T_k) \vartheta_{ij}^{(k)},$$