УДК.539.3

ФОРМИРОВАНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ТРУБОПРОВОДА ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

Н. Б. РУЗИЕВА
Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан

Н. Х. САБИРОВ
Ташкентский институт текстильной и лёгкой промышлинности, Республика Узбекистан

А. АБДУСАТТАРОВ
Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан

Рассмотрим геометрические и физические соотношения для сферических оболочек. Приводимые в формулах величины $A = A(\alpha,\beta)$, $B = B(\alpha,\beta)$ представляют собой коэффициенты первой квадратичной формы, где α – ширина; β – долгота. Тогда для квадрата линейного элемента сферы определяются по формуле

$$ds^2 = R^2 d\alpha^2 + R^2 \sin^2 \alpha d\beta^2, \quad A = R,\ B = R\sin\alpha. \tag{1}$$

Главные кривизны для сферических трубопроводов $k_1 = k_2 = k = 1/R$, где R – радиус ее средней поверхности. Следуя теории В. В. Москвитина [1], введем разности

$$\overline{U}_i^{(n)} = (-1)^n (U_i^{(n-1)} - U_i^{(n)}),\ \overline{e}_{ij}^{(n)} = (-1)^n (e_{ij}^{(n-1)} - e_{ij}^{(n)}), \overline{\sigma}_{ij}^{(n)} = (-1)^n (\sigma_{ij}^{(n-1)} - \sigma_{ij}^{(n)}). \tag{2}$$

Компоненты перемещений определяются по следующим формулам [2]:

$$\overline{U}_\alpha^{(n)} = (1 + k_1\gamma)\overline{U}^{(n)} - \frac{\gamma}{A}\frac{\partial \overline{W}^{(n)}}{\partial\alpha} = (1 + k_1\gamma)\overline{U}^{(n)} - \gamma\frac{\partial \overline{W}^{(n)}}{R\partial\alpha};$$

$$\overline{U}_\beta^{(n)} = (1 + k_2\gamma)\overline{V}^{(n)} - \frac{\gamma}{B}\frac{\partial \overline{W}^{(n)}}{\partial\beta} = (1 + k_2\gamma)\overline{V}^{(n)} - \gamma\frac{\partial \overline{W}^{(n)}}{R\sin\alpha\partial\beta}; \quad \overline{U}_\gamma^{(n)} = \overline{W}^{(n)}(\alpha,\beta). \tag{3}$$

Компоненты деформации в данной задаче определяются по следующим уточненным формулам:

$$\overline{e}_{\alpha\beta}^{(n)} = \frac{\partial \overline{U}^{(n)}}{R\sin\alpha\partial\beta} + \frac{\partial \overline{V}^{(n)}}{R\partial\alpha} - 2(\gamma - k_2\gamma^2)\frac{\partial^2 \overline{W}^{(n)}}{R^2\sin\alpha\partial\alpha\partial\beta} - \frac{\cos\alpha}{R\sin\alpha}\overline{V}^{(n)} + (\gamma - k_2\gamma^2)\frac{2\cos\alpha}{R^2\sin\alpha}\frac{\partial \overline{W}^{(n)}}{\partial\beta};$$

$$\overline{e}_{\beta\beta}^{(n)} = \frac{\partial \overline{V}^{(n)}}{R\sin\alpha\partial\beta} - (\gamma - k_2\gamma^2)\frac{\partial^2 \overline{W}^{(n)}}{R^2\sin\alpha\partial\beta} + (1 - 3k_1^2\gamma^2)\frac{\cos\alpha}{R\sin\alpha}\overline{U}^{(n)} - (\gamma - k_2\gamma^2)\frac{\cos\alpha}{R^2\sin\alpha\partial\alpha} + k_2\overline{W}^{(n)};$$

$$\overline{e}_{\alpha\alpha}^{(n)} = \frac{\partial \overline{U}^{(n)}}{R\partial\alpha} - (\gamma - k_1\gamma^2)\frac{\partial^2 \overline{W}^{(n)}}{R^2\partial\alpha}. \tag{4}$$

Считаем, что сферическая часть трубопровода работает за пределом упругости. В этом случае связь напряжения и деформации трубопровода определяется по деформационной теории Ильюшина (в текущих координатах) [3]:

$$\sigma_{\alpha\alpha}^{(n)} = G_1\left\{\left(e_{\alpha\alpha}^{(n)} + \mu e_{\beta\beta}^{(n)}\right) - \left[\omega^{(n)}\left(\overline{e}_{\alpha\alpha}^{(n)} + \mu\,\overline{e}_{\beta\beta}^{(n)}\right) + \sum_{m=1}^{k-1}\omega^{0(n-m)}\left(\overline{e}_{\alpha\alpha}^{0(n-m)} + \mu\overline{e}_{\beta\beta}^{0(n-m-1)}\right)\right]\right\};$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(n)} = G_1\left\{e_{\alpha\beta}^{(n)} - \omega^{(n)}\overline{e}_{\alpha\beta}^{(n)} + \sum_{m=1}^{k-1}\omega^{0(n-m)}\overline{e}_{\alpha\beta}^{0(n-m)}\right\}. \tag{5}$$

Для получения уравнения движения сферических оболочечных конструкций воспользуемся вариационным принципом Гамильтона – Остроградского:

$$\int_t (\delta T - \delta\prod + \delta A)dt = 0$$

Учитывая выражения перемещений (3), деформаций (4) и соотношения (5), а также выполняя интегрирование по частям, вводя некоторые обозначения из вариационного уравнения, получим системы дифференциальных уравнений движения с граничными и начальными условиями. Для решения краевых задач применяется метод Бубнова – Галеркина [3, 4]:

$$\bar{U}^{(n)}=\sum_k \bar{U}_k^{(n)}(\alpha,t)\cos\frac{k\pi\beta}{\beta_1},\ \bar{V}^{(n)}=\sum_k \bar{U}_k^{(n)}(\alpha,t)\sin\frac{k\pi\beta}{\beta_1},\ \bar{W}^{(n)}=\sum_k \bar{U}_k^{(n)}(\alpha,t)\cos\frac{k\pi\beta}{\beta_1}.$$

После некоторых преобразований получена уточненная система дифференциальных уравнений для сферических оболочек с учетом граничных и начальных условий:

$$\begin{gathered}
\tilde{a}_1^{(1)}\frac{\partial^2\bar{U}_k^{(n)}}{\partial t^2}+\tilde{a}_2^{(1)}\frac{\partial^2\bar{U}_k^{(n)}}{\partial\alpha^2}+\tilde{a}_3^{(1)}\frac{\partial^3\bar{W}_k^{(n)}}{\partial t^2\partial\alpha}+\tilde{a}_4^{(1)}\frac{\partial^3\bar{W}_k^{(n)}}{\partial\alpha^3}+\tilde{a}_5^{(1)}\frac{\partial\bar{W}_k^{(n)}}{\partial\alpha}+\tilde{a}_6^{(1)}\frac{\partial\bar{V}_k^{(n)}}{\partial\alpha}-\tilde{a}_7^{(1)}\frac{\partial^2\bar{U}_k^{(n)}}{\partial t^2}+\\
+\tilde{a}_8^{(1)}\bar{W}_k^{(n)}+\tilde{a}_9^{(1)}\frac{\partial\bar{U}_k^{(n)}}{\partial\alpha}-\tilde{a}_{10}^{(1)}\bar{U}_k^{(n)}+\tilde{X}_k^{(n)}=0;\\
\tilde{a}_1^{(2)}\frac{\partial^2\bar{V}_k^{(n)}}{\partial t^2}+\tilde{a}_2^{(2)}\frac{\partial^2\bar{W}_k^{(n)}}{\partial t^2}-\tilde{a}_3^{(2)}\bar{V}_k^{(n)}+\tilde{a}_4^{(2)}\bar{W}_k^{(n)}-\tilde{a}_5^{(2)}\frac{\partial\bar{W}_k^{(n)}}{\partial\alpha}-\tilde{a}_6^{(2)}\bar{U}_k^{(n)}-\tilde{a}_7^{(2)}\frac{\partial\bar{U}_k^{(n)}}{\partial\alpha}-\tilde{a}_8^{(2)}\frac{\partial^2\bar{W}_k^{(n)}}{\partial\alpha^2}+\\
+\tilde{a}_9^{(2)}\frac{\partial^2\bar{V}_k^{(n)}}{\partial\alpha^2}-\tilde{a}_{10}^{(2)}\frac{\partial\bar{V}_k^{(n)}}{\partial\alpha}+\tilde{Y}_k^{(n)}=0; \qquad (7)\\
-\tilde{a}_1^{(3)}\frac{\partial^2\bar{W}_k^{(n)}}{\partial t^2}-\tilde{a}_2^{(3)}\frac{\partial^3\bar{U}_k^{(3)}}{\partial t^2\partial\alpha}+\tilde{a}_3^{(3)}\frac{\partial^4\bar{W}_k^{(4)}}{\partial t^2\partial\alpha^2}-\tilde{a}_4^{(3)}\frac{\partial^2\bar{V}_k^{(n)}}{\partial t^2}-\tilde{a}_5^{(3)}\frac{\partial\bar{U}_k^{(n)}}{\partial\alpha^3}-\tilde{a}_6^{(3)}\frac{\partial^4\bar{W}_k^{(n)}}{\partial\alpha^4}+\tilde{a}_7^{(3)}\frac{\partial^2\bar{W}_k^{(n)}}{\partial\alpha^2}-\\
-\tilde{a}_8^{(3)}\bar{W}_k^{(n)}-\tilde{a}_9^{(3)}\frac{\partial^2\bar{V}_k^{(n)}}{\partial\alpha^2}-\tilde{a}_{10}^{(3)}\bar{V}_k^{(n)}+\tilde{a}_{11}^{(3)}\frac{\partial^4\bar{W}_k^{(4)}}{\partial\alpha}-\tilde{a}_{12}^{(3)}\bar{U}_k^{(n)}+\tilde{a}_{13}^{(3)}\frac{\partial\bar{U}_k^{(n)}}{\partial\alpha^3}+\tilde{a}_{14}^{(3)}\frac{\partial\bar{V}_k^{(n)}}{\partial\alpha}+\tilde{Z}_k^{(n)}=0.
\end{gathered}$$

Введем обозначения $\bar{Y}_k^{(n)}=\left(\bar{W}_k^{(n)}\quad \bar{U}_k^{(n)}\quad \bar{V}_k^{(n)}\right)^T$; $\bar{F}_k^{(n)}=\left(\bar{Z}_k^{(n)}\,\bar{X}_k^{(n)}\bar{Y}_k^{(n)}\right)^T$; A_i – матрица третьего порядка.

Для решения краевых задач (7) с учетом начальных и граничных условий применяется метод конечных разностей второго порядка точности [5]. На основе использования центрально разностных формул получена следующая система алгебраических уравнений:

$$\begin{gathered}
A_n\bar{Y}_{n,i-1}^{k+1}+B_n\bar{Y}_{n,i}^{k+1}+C_n\bar{Y}_{n,i+1}^{k+1}+\bar{A}_n\bar{Y}_{n,i-2}^{k}+\bar{B}_n\bar{Y}_{n,i-1}^{k}+\bar{C}_n\bar{Y}_{n,i}^{k}+\bar{D}_n\bar{Y}_{n,i+1}^{k}+\bar{E}_n\bar{Y}_{n,i+2}^{k}+A_n\bar{Y}_{n,i-1}^{k-2}+\\
+B_n\bar{Y}_{n,i}^{k-1}+C_n\bar{Y}_{n,i+1}^{k-1}-\tau^2\bar{F}_k^{(n)}=0. \qquad (8)
\end{gathered}$$

После аппроксимации начальное условие примет следующий вид:

$$\begin{gathered}
\left[B_1\frac{1}{2\tau}\left(U_{n,i}^{k+1}-U_{n,i}^{k-1}\right)+B_2\frac{1}{2\tau 2h}\left[\left(U_{n,i+1}-U_{n,i-1}\right)^{k+1}-\left(U_{n,i+1}-U_{n,i-1}\right)^{k-1}\right]+\right.\\
\left.+B_3\frac{1}{2\tau h^2}\left[\left(U_{n,i+1}-2U_{n,i}+U_{n,i-1}\right)^{k+1}-\left(U_{n,i+1}-2U_{n,i}+U_{n,i-1}\right)^{k-1}\right]\right]t_0h\delta U_{n,i}^k=0. \qquad (9)
\end{gathered}$$

Считаем, что сферическая часть трубопровода защемлена при $\alpha=\alpha_0$ и при $\alpha=1$

$$\begin{gathered}
\bar{W}_k^{(n)}(0,t)=0;\ \bar{U}_k^{(n)}(0,t)=0;\ \bar{V}_k^{(n)}(0,t)=0;\ \frac{\partial\bar{W}_k^{(n)}(0,t)}{\partial\alpha}=0;\\
\bar{W}_k^{(n)}(1,t)=0;\ \bar{U}_k^{(n)}(1,t)=0;\ \bar{V}_k^{(n)}(1,t)=0;\ \frac{\partial\bar{W}_k^{(n)}(1,t)}{\partial\alpha}=0. \qquad (10)
\end{gathered}$$

В векторном виде граничные условия выражаются следующим образом:

$$\bar{Y}_{n,0}^j=0;\ A'\bar{Y}_{n,-1}^j=A'\bar{Y}_{n,1}^j;\ U_{n,N}^j=0;\ A'\bar{Y}_{n,N+1}^j=A'\bar{Y}_{n,N-1}^j. \qquad (11)$$

Решение разностной краевой задачи (8)–(10) осуществляется комбинацией метода прогонки и метода упругих решений А. А. Ильюшина.

В качестве примера рассмотрена конструкция, состоящая из цилиндирических и сферических оболочек типа котла цистерны при исходном нагружении [6, 7].

Список литературы

1 **Москвитин, В. В.** Циклические нагружения элементов конструкций / В. В. Москвитин. – М. : URSS. – 2019. – 344 с.

2 **Власов, В. З.** Общая теория оболочек и ее приложения в технике / В. З. Власов. – М. : Гостехиздат, 1949. – 761 с.

3 **Буриев, Т.** Алгоритмизация расчета несущих элементов тонкостенных конструкций / Т. Буриев. – Ташкент : Фан, 1986. – 244 с.

4 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойных элементов конструкции на упругом основании / Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая, Д. В. Леоненко. – М. : Физматлит. – 2006. – 379 с.

5 **Годунов, С. К.** Разностные схемы / С. К. Годунов, В. С. Рябенький. – М. : Наука, 1973. – 400 с.

6 **Абдусаттаров, А.** К решению разностных краевых задач составных оболочечных конструкций типа цистерны / А. Абдусаттаров, Н. Х.Сабиров // Проблемы механики. – 2018. – № 1. – С. 6–12.

7 **Абдусаттаров, А.** Расчетные модели магистральных трубопроводов при переменно-пространственном нагружении с учетом повреждаемости / А. Абдусаттаров, Н. Б. Рузиева // Доклады АН Руз. – 2022. –№ 6. – С. 94–98.

УДК 539.4: 678.01

ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ УПРУГО-ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ ШИННЫХ КОРДОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

А. П. САЗАНКОВ, С. В. ШИЛЬКО, Т. В. ДРОБЫШ
Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого НАН Беларуси, г. Гомель

А. В. ХОТЬКО
ОАО «Белшина», г. Бобруйск, Республика Беларусь

Автомобильная шина представляет собой сложное композитное изделие из физически нелинейных вязкоупругих материалов в виде матричного эластомера (резины) и армирующего наполнителя (полимерного текстильного или металлического корда). Повышение конкурентоспособности отечественных автомобильных шин основано на оптимизации состава названных материалов, технологии изготовления и конструкции шины. На современном уровне техники это достигается проведением проектировочных и поверочных расчетов, предполагающих характеризацию вязкоупругих свойств не только матричного эластомера, но и кордного наполнителя [1, 2], поскольку гистерезис корда вносит существенный вклад в общий баланс потерь энергии при качении шины. Получение исходных данных и идентификация реологических моделей кордного материала позволяет прогнозировать диссипативные характеристики резинокордных композитов и ряд эксплуатационных показателей шин, включая сопротивление качению, на стадии проектирования [3]. В отличие от текстильных кордов на полимерной основе металлокорд не демонстрируют выраженных объемных вязкоупругих свойств. Тем не менее, представляя собой скрутку взаимодействующих с трением проволок, он также является диссипативным элементом.

Цель работы – входной контроль текстильных и металлокордов для автомобильных шин.

Для лабораторных исследований деформативности, прочности и диссипативности кордов, имитирующих условиям эксплуатации автомобильных шин, целесообразны ускоренные комбинированные механические испытания в виде последовательности циклического нагружения и кратковременной релаксации (ранее использованные для диагностики шинных резин [4]) и финального статического нагружения до разрушения. Такие комбинированные испытания позволяют автоматизировать и рационализировать трудоемкую и длительную процедуру определения параметров корда по имеющемуся стандарту [5] благодаря уменьшению числа образцов и затрат времени без потери точности. Для их реализации могут быть использованы программно-аппаратные возможности современных машин для механических испытаний, в частности, программируемой машины Инстрон 5567, имеющейся в ИММС НАН Беларуси.

Были исследованы 14 марок текстильных (капроновых, анидных, хлопко-анидных, полиэфирных) кордов К1-К14 (рисунок 1, *а*) и 14 марок металлических кордов С1–С14 (рисунок 1, *б*). В соответствии с требованиями стандарта [5] разработана методика комбинированных испытаний на растяжение указанных материалов на машине Инстрон 5567 при помощи управляющего модуля Director программного обеспечения Мерлин. Испытания проводились при нормальных условиях: