

При исследовании теплопроводности модифицированных композитов с волокнами мы предполагаем определенную структуру композита. Конкретно мы рассматриваем композит с трансверсально-изотропной структурой, где плоскость изотропии перпендикулярна направлению волокон. Волокно и матрица считаются изотропными материалами. Вискеризованный межфазный слой рассматривается как трансверсально-изотропный материал с плоскостью изотропии, перпендикулярной к вискерсам.

Для определения эффективного коэффициента теплопроводности модифицированного композита мы используем двухэтапную процедуру гомогенизации.

На первом этапе мы определяем эффективный коэффициент теплопроводности вискеризованного слоя. Используется полидисперсная модель среды с цилиндрическими включениями для расчета эффективного коэффициента теплопроводности. После определения эффективного коэффициента теплопроводности вискеризованного межфазного слоя мы находим эффективный коэффициент теплопроводности волокнистого композита с использованием расширенной полидисперсной модели среды с цилиндрическими включениями, адаптированной для многофазных сред.

Далее проводится сравнительная оценка эффективных коэффициентов теплопроводности модифицированных композитов с вискеризованными волокнами и аналогичных классических композитов. Это позволяет оценить влияние вискерсов на теплопроводность композита и определить, какие модификации способствуют улучшению теплопроводных свойств материала.

В результате исследования влияния объемного содержания модифицированного волокна, объемной концентрации вискерсов и толщины вискеризованного межфазного слоя на эффективный коэффициент теплопроводности модифицированного композита с вискеризованными волокнами было установлено, что увеличение эффективного коэффициента теплопроводности достигается за счет увеличения объемного содержания вискерсов в вискеризованном межфазном слое и увеличения объемного содержания включения – модифицированного волокна. Кроме того, установлено, что в случае модификации композита углеродными нанотрубками, выращенными перпендикулярно поверхности волокна, возможно управление эффективным коэффициентом теплопроводности в относительно широком диапазоне.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-3607.2022.1.1.*

#### Список литературы

- 1 Лурье, С. А. О прочности модифицированного композита с вискеризованными волокнами / С. А. Лурье, Г. И. Кривень, Л. Н. Рабинский // Композиты и наноструктуры. – 2019. – Т. 11, No. 1. – С. 1–15.
- 2 Strength, stiffness, and damping properties of whiskerized fiber composites with longitudinal shear / G. I. Kriven [et al.] // Composites: Mechanics, Computations, Applications this link is disabled. – 2021. – 12 (4). – P. 1–22.
- 3 Кривень, Г. И. Оценка демпфирующих свойств композитов / Г. И. Кривень // Труды МАИ. – 2022. – Вып. 127.
- 4 Microstructure of Directionally Modified SiC Whisker C/SiC Composites Prepared With LA-CVI Technique. / J. Wang [et al.] // Frontiers in Materials. – 2020. – Vol. 7. – <https://doi.org/10.3389/fmats.2020.00155>.
- 5 Synthesis and Characterization of SiC@SiO<sub>2</sub>/BN/PI Composites by in-situ Polymerization. / G. Jiming [et al.] // Journal of Inorganic Materials. – 2021. – Vol. 36, no. 1. – P. 36. – <https://doi.org/10.15541/jim20200360>.
- 6 Carbon nanotube composites for thermal management / M. J. Biercuk [et al.] // Appl Phys Lett. – 2002. – Vol. 80, no. 15. – P. 2767–2769.
- 7 Thermal properties and percolation in carbon nanotube–polymer composites / P. Bonnet [et al.] // Appl Phys Lett. – 2007. – No. 91. – P. 201910.
- 8 Enhanced thermal conductivity of carbon fiber/phenolic resin composites by the introduction of carbon nanotubes / Y. A. Kim [et al.] // Appl Phys Lett. – 2007. – No. 90. – P. 093125.
- 9 Improvement the Flame Retardancy and thermal Conductivity of Epoxy Composites via Melamine Polyphosphate-Modified Carbon Nanotubes / X. Shi [et al.] // Polymers. – Vol. 14, no. 15. – 2022. – P. 3091. – <https://doi.org/10.3390/polym14153091>.
- 10 Epoxy/melamine polyphosphate modified silicon carbide composites: Thermal conductivity and flame retardancy analyses / X. Shi [et al.] // E-Polymers. – Vol. 22, no. 1. – 2022. – P. 742–751. – <https://doi.org/10.1515/epoly-2022-0070>.

УДК 539.3

## МЕТОДЫ ОЦЕНОК МОДУЛЯ ПОТЕРЬ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТА

*Г. И. КРИВЕНЬ, Д. С. ШАВЕЛКИН*

*Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация*

Композиты, армированные волокнами, обеспечивают более высокое материальное затухание, чем наиболее распространенные металлы. Это связано в первую очередь с наличием вязкоупругого

материала – полимерной матрицы, но также высокое материальное затухание может быть достигнуто и за счет включения тонкого вязкоупругого слоя между волокном и матрицей [1, 2]. В вязкоупругом слое между волокном и матрицей реализуется интенсивная диссипация энергии за счет высокого уровня сдвиговых деформаций на границе включения и матрицы. Демпфирующие свойства композитных структур широко изучались в работах [3–5].

Исследуется пассивное демпфирование волокнистого композита, связанное с перестройкой внутренней структуры материала. Для этого используется метод вязкоупругой аналогии, согласно которому свойства вязкоупругого материала задаются комплексными величинами. Для исследования модуля потерь определяются эффективные свойства композита с применением различных методов.

Метод Рейсса является одним из самых простых методов определения свойств композитных материалов как двухфазным, так и многофазным. Осреднение по методу Рейсса является решением для композита, подвергнутого постоянной деформации и постоянному напряжению. На полученный по этому методу результат влияет объемная доля включения и свойства материалов, входящих в состав композита.

Метод трех фаз основан на полидисперсной модели и методе самосогласования (эффективного поля), и построен, чтобы получить точное решение для эффективного модуля сдвига [6]. Модель впервые была предложена Кристенсеном для сферических и цилиндрических (волокнистых) композитов. Идея этого метода основана на рассмотрении трехфазного материала. При проведении осреднения по формуле Эшелби рассматривается задача о симметричной ячейке из трех фаз. Первая и вторая фазы являются соответственно включением и матрицей, обладающими модулями упругости включения и матрицы. Модуль упругости третьей фазы считается равным эффективному модулю упругости эффективного однородного материала и является искомой величиной.

Волокнистый композит, образованный волокном, вязкоупругим межфазным слоем и матрицей, у которого физические свойства волокна и матрицы равны между собой, рассмотрен отдельно как слоистый композит и как композит с цилиндрическим включением. Такой волокнистый композит подвергается двум видам нагружения: чистому сдвигу вдоль волокна и чистому сдвигу поперек волокна.

Ввиду того, что свойства волокна и матрицы одинаковые, считается, что оба композита состоят из двух слоев: жесткого включения и вязкоупругой матрицы. Тогда модуль потерь такого композита можно определить при помощи метода Рейсса, используя формулу  $1/\mu_{eff} = f/\mu_2 + (1-f)/\mu_1$ , где  $f$  – объемное содержание вязкоупругого слоя. При заданной угловой частоте эффективный модуль сдвига определяется как  $\mu_{eff} = \mu' + i\mu''$ , где  $\mu''$  – модуль потерь,  $\mu'$  – модуль накопления.

Также модуль потерь такого композита можно определить по методу трех фаз, расширенному на многофазную среду. Для этого используются формулы для чистого сдвига вдоль волокна и чистого сдвига поперек волокна, приведенные в работе [7]. Положим, что радиус включения волокна, покрытого вязкоупругим слоем, равен радиусу матрицы, т. е.  $r_2 = r_3$ .

Исследуются зависимости эффективных сдвиговых модулей потерь от толщины межфазного вязкоупругого слоя  $\Delta r_1$ . Считаем, что волокно и вязкоупругий слой являются изотропными материалами со следующими свойствами: модуль объемного расширения волокна  $k_1 = 40$  ГПа, модуль сдвига волокна  $\mu_1 = 30$  ГПа, модуль объемного расширения и вязкоупругого межфазного слоя  $k_2 = 4$  ГПа, модуль сдвига вязкоупругого межфазного слоя  $\mu_2 = 0,02(1+i)$  ГПа.

В результате исследования оказалось, что использование метода Рейсса позволяет получить результаты, полностью соответствующие результатам, полученным по методу трех фаз в случае чистого сдвига вдоль волокна. Однако в случае чистого сдвига поперек волокна метод Рейсса приводит к завышенным численным результатам модуля потерь, нежели метод трех фаз, а также не позволяет отследить еще одну область пиковых значений эффективного модуля потерь. Кроме того, оказалось, что модуль потерь может значительно меняться в зависимости от толщины вязкоупругого слоя.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-3607.2022.1.1.*

### Список литературы

- 1 **Finegan, I. C.** Analytical modeling of damping at micromechanical level in poly-mer composites reinforced with coated fibers / I. C. Finegan, R. F. Gibson // *Compos. Sci. Technol.* – 2000. – no 60(7). – P. 1077–1084.
- 2 **Gusev, A. A.** Loss amplification effect in multiphase materials with viscoelastic interfaces / A. A. Gusev, S. A. Lurie // *Macromolecules.* – 42 (14). – P. 5372–5377 (2009).
- 3 **Finegan, I. C.** Improvement of damping at the micromechanical level in polymer composite materials under transverse normal loading by the use of special fiber coatings / I. C. Finegan, R. F. Gibson // *J. Vibr. Acoust.-Trans. Asme.* – 120(2). – 623–627 (1998).
- 4 On remarkable loss amplification mechanism in fiber reinforced laminated composite materials / S. Lurie [et al.] // *Appl. Compos. Mater.* – 2014. – 21(1). – P. 179–196.
- 5 **Gusev, A. A.** Optimum microstructural design of coated sphere filled viscoelastic composites for structural noise and vibration damping applications / A. A. Gusev // *Int. J. Solids Struct.* – 2017. – 128. – P. 1–10.
- 6 **Лурье, С. А.** О прочности модифицированного композита с вискеризованными волокнами / С. А. Лурье, Г. И. Кри-вень, Л. Н. Рабинский // *Композиты и наноструктуры.* – 2019. – Т. 11, № 1. – С. 1–15.
- 7 **Кристенсен, Р. М.** Введение в механику композитов / Р. М. Кристенсен. – М. : Мир, 1982. – 334 с.
- 8 Strength, stiffness, and damping properties of whiskerized fiber composites with longitudinal shear / G. I. Kriven [et al.] // *Composites: Mechanics, Computations, Application* this link is disabled. – 2021. – No. 12 (4). – P. 1–22.

УДК 512.548

## САМОСОВМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ $n$ -АРНЫХ ГРУПП ОТНОСИТЕЛЬНО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ВЕРШИН ШЕСТИУГОЛЬНИКОВ

Ю. И. КУЛАЖЕНКО

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

Самосовмещение элементов  $n$ -арных групп это достаточно новое и перспективное направление исследований в области теории  $n$ -арных групп, которое разрабатывается автором. Основное отличие и преимущество полученных результатов от известных исследований в области самосовмещений правильных многоугольников, многогранников, прямой, окружности заключается в том, что рассматриваются самосовмещения элементов (точек)  $n$ -арных групп и рассматриваемые геометрические объекты далеко не всегда имеют правильную геометрическую форму. Очевидно, что область исследований является гораздо более обширной по отношению к известным ранее исследованиям в области самосовмещений, а сами исследования, несомненно, послужат развитию общей теории  $n$ -арных групп, в том числе и их приложений.

В представляемой работе специальным образом строятся шестиугольники на полуабелевой  $n$ -арной группе  $G = \langle X, ()^{[-2]} \rangle$  и устанавливается, что произвольная точка  $p \in G$  самосовмещается относительно последовательности вершин построенных шестиугольников.

Используемые понятия и обозначения можно найти в [1].

Приведем полученный результат.

**Теорема.** Пусть  $G$  – полуабелевая  $n$ -арная группа, элементы  $a, b, c, d, u, \vartheta$  – произвольные точки из  $G$ .

Произвольная точка  $p \in G$  самосовмещается относительно последовательности вершин следующих шестиугольников:

$$\begin{aligned} & \langle S_u(b), S_u(a), S_d(a), S_d(b), S_\vartheta(b), S_\vartheta(a), \rangle \\ & \langle S_u(b), S_u(c), S_d(c), S_d(b), S_\vartheta(b), S_\vartheta(c), \rangle, \\ & \langle S_u(c), S_u(a), S_d(a), S_d(c), S_\vartheta(c), S_\vartheta(a), \rangle. \end{aligned}$$

То есть справедливы следующие равенства:

$$\begin{aligned} S_{S_\vartheta(a)}(S_{S_\vartheta(b)}(S_{S_d(b)}(S_{S_d(a)}(S_{S_u(a)}(S_{S_u(b)}(p)))))) &= p, \\ S_{S_\vartheta(c)}(S_{S_\vartheta(b)}(S_{S_d(b)}(S_{S_d(c)}(S_{S_u(c)}(S_{S_u(b)}(p)))))) &= p, \\ S_{S_\vartheta(a)}(S_{S_\vartheta(c)}(S_{S_d(c)}(S_{S_d(a)}(S_{S_u(a)}(S_{S_u(c)}(p)))))) &= p. \end{aligned}$$

### Список литературы

- 1 **Кулаженко, Ю. И.** Полиадические операции и их приложения : [монография] / Ю. И. Кулаженко. – Минск : Издательский центр БГУ, 2014. – 311 с.