

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 539.21

**ОСТРИКОВ**  
**Олег Михайлович**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ  
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ОСТАТОЧНЫМИ  
МЕХАНИЧЕСКИМИ ДВОЙНИКАМИ**

Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени доктора технических наук  
по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Минск, 2023

Научная работа выполнена в Белорусском национальном техническом университете.

Научный  
консультант

**ВАСИЛЕВИЧ Юрий Владимирович,**

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая механика и механика материалов» Белорусского национального технического университета

Официальные  
оппоненты

**МЫШКИН Николай Константинович,**

академик, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом «Трение, смазка и эксплуатационная стойкость материалов» ГНУ «Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого НАН Беларуси»;

**СМИРНОВ Геннадий Васильевич,**

доктор технических наук, главный научный сотрудник ОХП «Научно-исследовательский институт импульсных процессов с опытным производством» при ГНУ «Институт порошковой металлургии имени академика О. В. Романа»;

**ЧИГАРЕВ Анатолий Власович,**

доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры «Био- и наномеханика» Белорусского государственного университета

Оппонирующая  
организация

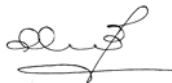
Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Защита состоится 14 апреля 2023 г. в 14<sup>00</sup> на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.07 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220013, г. Минск, пр. Независимости, 65, корп. 1, ауд. 202, телефон ученого секретаря 8 (017) 275-74-26; e-mail: Pavel.Shirvel@yandex.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национального технического университета.

Автореферат разослан «\_\_\_» марта 2023 г.

Ученый секретарь совета  
по защите диссертаций Д 02.05.07  
кандидат физико-математических наук,  
доцент



П. И. Ширвель

© Остриков О. М., 2023

© Белорусский национальный  
технический университет, 2023

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение инициированных локализацией внутренних напряжений на неоднородностях процессов пластической деформации и разрушения деформируемых твердых тел является важной научной проблемой. Для ее решения необходима разработка специальных методов расчета смещений, деформаций и напряжений, учитывающих накопление повреждений. Этому посвящены фундаментальные труды известных ученых: *Ю. Н. Работнова, С. А. Чижика, П. А. Витязя, М. А. Журавкова, Г. И. Михасева, А. В. Чigareва, Ю. В. Чigareва, В. В. Клубовича, В. П. Северденко, А. В. Степаненко, Н. К. Мышкина, Ю. М. Плескачевского, Э. И. Старовойтова, В. М. Федосюка, М. Д. Мартыненко, В. И. Владимирова, С. В. Шилько, Л. И. Миркина, А. Лява* и др.

Решение задач механики деформируемого твердого тела, в большинстве случаев не предполагает учет напряжений, которые создают дефекты кристаллической решетки. Такие дефекты, как границы механических двойников, создают локализацию напряжений, уровень которых иногда соизмерим с пределом прочности материала, что приводит к образованию микротрещин и последующему разрушению. Поэтому пренебрежение ролью механических двойников, образующихся в деформируемых сплошных средах, ведет к завышению оценки прочностных характеристик применяемых на практике материалов. Это особенно недопустимо в конструкциях, требующих высокой степени надежности при длительной эксплуатации.

Несмотря на имеющиеся обширные экспериментальные данные по исследованию двойникования, остается нерешенной важная научно-практическая проблема, заключающаяся в разработке моделей деформируемых сред с учетом наличия в них остаточных механических двойников. Решение этой проблемы, выполненное в данной работе, позволит давать более точные оценки о степени надежности используемых на практике материалов, прогнозировать области зарождения трещин, дающих начало процессу разрушения, вести поиск эффективных методов обработки двойникующихся материалов, к которым относятся практически все используемые в машиностроении и приборостроении материалы.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Связь работы с научными программами (проектами), темами**

Диссертационные исследования неоднократно поддерживались Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований в рамках проектов: Ф07М-045 «Математическое и физическое моделирование процессов двойникования кристаллов» (2007–2009 гг.); Ф08-106 «Моделирование процессов деформирования монокристаллических и аморфных твердых тел при сопутствующей локализации напряжений на двумерных дефектах» (2008–2009 гг.); Ф13-021 «Механическое двойникование, особенности пластической деформации и механика формоизменения магнитных сплавов Гейслера с памятью формы» (2013–2015 гг.). Министерством образования Республики Беларусь поддержан грант докторанта «Решение контактных задач наномеханики с учетом двойникования и негомогенной пластичности» (2010–2011 гг.). Работа выполнялась в рамках ГПНИ «Конвергенция» «Исследование физико-механических свойств «умных» ферромагнитных сплавов Гейслера с эффектом запоминания формы» (2014–2015 гг.) и «Физическое материаловедение, новые материалы и технологии» «Разработка теоретических основ технологии качественных электроконтактов двойникующихся металлов в условиях электропластического эффекта» (2016–2018 гг.).

Тема диссертации соответствует п. 1 «Цифровые информационнокоммуникационные и междисциплинарные технологии, основанные на них производства. Математика и моделирование сложных функциональных систем (технологических, биологических, социальных)» перечня приоритетных направлений научной, научно-технической и инновационной деятельности Республики Беларусь на 2021–2025 годы (утверждено Указом Президента Республики Беларусь от 7 мая 2020 г. № 156).

### **Цель и задачи исследования**

Целью работы явилась разработка методов расчета напряженного состояния деформируемых и недеформируемых твердых тел с остаточными клиновидными механическими двойниками.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- на основании экспериментальных данных разработать физически обоснованные дислокационные модели остаточных клиновидных микро- и нанодвойников;
- вывести условия равновесия клиновидных микро- и нанодвойников и показать важную роль сил неупругой природы в распределении двойникоующих дислокаций на двойниковых границах;
- не прибегая к модели тонкого двойника разработать методы расчета полей смещений, деформаций и напряжений в деформируемых и не деформируемых твердых телах при наличии в них двойников;
- разработать методику расчета полей напряжений в деформируемом сосредоточенной или распределенной на участке поверхности нагрузкой твердом теле при наличии в нем клиновидных двойников;
- на основании сравнительного анализа результатов расчетов напряженного состояния в упругом полупространстве, деформируемом сосредоточенной или распределенной на участке поверхности нагрузкой в случаях наличия и отсутствия у поверхности двойника, показать необходимость учета вклада двойниковых границ в формировании деформационной картины;
- разработать методику расчета напряженного и деформированного состояний в особой точке – вершине клиновидного нанодвойника;
- рассчитать поля напряжений у группы параллельных остаточных клиновидных двойников;
- применить дислокационную модель для расчета полей напряжений в имеющих важное практическое значение системах «остаточный клиновидный двойник – трещина» и «нанодвойник – полная дислокация»;
- показать возможность использования методики расчета полей напряжений у остаточного клиновидного двойника для прогнозирования концентрации распределения у него примесей и потоков ее миграции.

*Объектом исследования* явились двойникоующиеся твердые тела с наличием в них остаточных клиновидных двойников.

*Предмет исследования* – напряженно-деформированное состояние, сформированное остаточными механическими двойниками в деформируемом или деформированном твердом теле.

Выбор объектов и предмета исследования обусловлен тем, что решение связанных с расчетом напряженно-деформированного состояния задач механики деформируемого твердого тела для двойникующихся материалов обладает большой неточностью, так как двойники являются концентраторами больших (соизмеримых с пределом текучести, а порой, и пределом прочности материала) внутренних напряжений, существенным образом искажающими деформационную картину. Отсутствие в решении современных задач механики деформируемого твердого тела учета двойникования для ряда применяемых на практике двойникующихся материалов приводит к существенно завышенной оценке их прочностных характеристик, так как высокий уровень напряжений у двойников способствует зарождению у них разрушения.

### **Научная новизна**

При выполнении работы впервые были получены следующие результаты:

- разработан метод расчета напряженно-деформированного состояния у нетонкого остаточного клиновидного механического двойника в приближении непрерывного распределения двойникующих дислокаций на двойниковых границах;

- с использованием приближения дискретного распределения двойникующих дислокаций на двойниковых границах получен метод расчета полей напряжений, смещений и деформаций у остаточного нанодвойника;

- на основе теории дислокаций и учета баланса сил, действующих на двойникующие дислокации, дискретно или непрерывно распределенные на двойниковых границах, получено условие равновесия остаточных микро- и нанодвойников;

- рассчитаны поля напряжений, смещений и деформаций у остаточных микро- и нанодвойников, находящихся вдали от поверхности кристалла;

- в рамках теории упругости рассчитаны поля напряжений в твердом теле, поверхность которого нагружена сосредоточенной

или распределенной нагрузкой при наличии у поверхности единичных или множественных двойников;

– показана возможность использования разработанной методики расчета напряженно-деформированного состояния для прогнозирования распределения полей напряжений в системах «остаточный клиновидный двойник – трещина» и «нанодвойник – полная дислокация».

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Основанный на теории дислокаций метод прогнозирования напряженно-деформированного состояния у остаточного клиновидного механического двойника при непрерывном распределении двойникоуших дислокаций на его границах. Метод позволил, не прибегая к приближению тонкого двойника, рассчитать важные для механики разрушения и теории пластической деформации используемых в технике двойникоушихся материалов распределения полей напряжений в зависимости от формы границ для более широкого класса не тонких остаточных двойников.

2. Метод расчета напряженно-деформированного состояния в двойникоущемся твердом теле при наличии в нем остаточного нанодвойника, использующий приближение дискретного распределения дислокаций на двойниковых границах и позволяющий учитывать роль винтовой и краевой составляющей вектора Бюргерса частичной двойникоущей дислокации в характере распределения нормальных и сдвиговых напряжений у нанодвойника. Метод позволяет делать оценку напряженного состояния у нанодвойников, характеризующих начальную стадию зарождения двойников, а также часто встречающейся в реальных кристаллах системе «нанодвойник – полная дислокация».

3. Основанные на учете баланса сил, действующих на двойникоущие дислокации, методики расчета равновесных параметров клиновидных двойников при непрерывном и дискретном распределении двойникоуших дислокаций на двойниковых границах. Методика позволяет рассчитывать равновесные параметры микро- и нанодвойников в зависимости от сил неупругой природы, действующих на двойникоущие дислокации, и внешних нагрузок, приложенных к деформируемому твердому телу, что важно для прогнозирования эволюции двойников в деформируемом или деформированном кристалле.

4. Установленные закономерности распределения полей напряжений, смещений и деформаций у остаточных микро- и нанодвойников, позволяющие давать численную оценку напряженно-деформированному состоянию в сдвойникованном материале. Полученные закономерности позволили установить, что упругие напряжения локализируются не только на двойниковых границах и у вершины двойника, но и в удаленных от двойника областях, где локализация напряжений ранее не предполагалась.

5. Методика расчета полей напряжений в упругом полупространстве, к поверхности которого приложена сосредоточенная или распределенная нагрузка при наличии в деформируемом твердом теле остаточных механических клиновидных двойников. Методика позволила в контактных задачах механики деформируемого твердого тела учесть напряжения, создаваемые клиновидными двойниками, и показать необходимость учета двойникования в формировании напряженно-деформированного состояния в используемых в технике деформируемых двойникующихся материалах, в которых согласно классическим методам расчета обусловленные двойниками напряжения не прогнозируются.

6. Методика прогнозирования распределения упругих полей напряжений в наблюдаемых в реальных кристаллах системах «остаточный клиновидный двойник – трещина» и «нанодвойник – полная дислокация», имеющих важное практическое значение в анализе напряженно-деформированного состояния на стадиях зарождения разрушения и локализации у границ двойников пластической деформации.

#### **Личный вклад соискателя ученой степени**

Теоретические и экспериментальные исследования, обобщенные в представленной работе, выполнены автором как самостоятельно, так и в соавторстве. Основные положения, выводы и рекомендации принадлежат автору, который выбрал научное направление, определил цель и задачи, разработал методологию исследований. Обсуждение результатов, их анализ и консультирование по основным вопросам диссертации осуществлялось профессором Ю. В. Василевичем. Другие соавторы в совместных публикациях оказывали помощь в проведении экспериментальной части работы, выполнении отдельных компьютерных расчетов.



## **Апробация диссертации и информация об использовании ее результатов**

Результаты работы доложены и обсуждены на конференциях: Международной конференции «Multiscale Materials Modeling» в г. Бостоне (2000); XXXVII Международном семинаре «Актуальные проблемы прочности» в г. Киеве (2001); VI, VII и XII Международных научно-технических конференциях «Современные проблемы машиноведения» в г. Гомеле (2006, 2008, 2018); IX Международном семинаре «Структурные основы модификации материалов методами нетрадиционных технологий» в г. Обнинске (2007); IV Белорусском конгрессе по теоретической и прикладной механике «Механика – 2009» в г. Минске; IX Международной конференции «Фазовые превращения и прочность кристаллов» в г. Черногоровка (2016); VIII, IX и X Международных школах с элементами научной школы для молодежи «Физическое материаловедение» и LIX, LXI и LXIII Международных конференциях «Актуальные проблема прочности» в г. Тольятти (2017, 2019, 2021); XXIII Петербургских чтениях по проблемам прочности, посвященных 100-летию ФТИ им. А. Ф. Иоффе и 110-летию со дня рождения чл.-кор. АН СССР А. В. Степанова в г. Санкт-Петербург (2018).

Апробация результатов диссертационного исследования подтверждена 8 актами о внедрении: УО «Белорусский государственный университет транспорта», УО «Белорусский национальный технический университет», УО «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины», УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», ГНУ «Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого» НАН Беларуси, ГНУ «Институт порошковой металлургии» НАН Беларуси, ГНУ «Объединенный институт машиностроения» НАН Беларуси, научно-производственное подразделение «AdaptaMat», Финляндия, Хельсинки.

## **Опубликованность результатов диссертации**

По теме диссертации опубликована 79 научных работ, среди которых 1 единолично написанная монография, 57 статей в рецензируемых научных журналах и сборниках (27 статей объемом 19,5 авторского листа соответствуют Перечню научных изданий Республики Беларусь и Российской Федерации, определенных ВАК для опубликования результатов диссертационных исследований), 19 тезисов до-

кладов на Международных конференциях и 2 патента на изобретения. Общий объем публикаций составил 141 авторский лист.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Работа изложена на 190 страницах, общий ее объем составляет 262 страницы, включая 122 рисунка, библиографию из 312 наименований и приложения на 8 страницах.

## **ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ**

В главе 1 «Современное состояние исследований в области механики двойникования деформируемых твердых тел» сделан обзор экспериментальных и теоретических работ в области исследования механического двойникования деформируемых твердых тел.

Рассмотрен вклад известных механиков в теорию дислокаций. При этом в результате исторического рассмотрения вопроса показано, что механика дислокаций была разработана задолго до их экспериментального открытия. Различие в рассмотрении дислокаций в механике деформируемого твердого тела и в физике конденсированного состояния состоит в том, что в механике дислокация рассматривается в сплошной среде без учета ее атомного строения, а в физике – с позиций атомного строения вещества.

Показано, что в настоящее время существует постановка задачи о деформируемом твердом теле с дислокациями, которая в работе С. П. Киселева представлена в следующем виде:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad \tilde{S}_{ij} - S_{ij}^r = 0, \quad \tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij} < \frac{2}{3} Y_S^2,$$

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + S_{ij}, \quad p = -K \varepsilon_{kk}^e, \quad S_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij}^e, \quad K = \lambda + \frac{2\mu}{3},$$

$$e_{ij}^{(e)} = \varepsilon_{ij}^{(e)} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk}^{(e)} \delta_{ij}, \quad \varepsilon_{ij}^{(e)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \varepsilon_{ij}^p, \quad \varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{2} (\beta_{ij} + \beta_{ji}),$$

$$\tilde{S}_{ij} = S_{ij} + S'_{ij}, \quad S'_{ij} = \sigma'_{ij} - \frac{1}{3} \sigma'_{kk} \delta_{ij}, \quad \sigma'_{ij} = -C \varepsilon_{jkl} \frac{\partial \alpha_{li}}{\partial x_k},$$

$$\alpha_{ji} = \varepsilon_{jsp} \frac{\partial \beta_{pi}}{\partial x_s},$$

где  $u_i$  – компоненты вектора перемещений;  $\beta_{ij}$  – тензор пластической дисторсии;  $S_{ij}$  – тензор девиатора напряжений;  $\tilde{S}_{ij}$  – девиатор полных напряжений;  $S'_{ij}$  – тензор сил трения покоя;  $Y_S$  – предел текучести материала;  $e_{ij}$  – тензор девиатора деформаций;  $\alpha_{ji}$  – тензор плотности дислокаций;  $\varepsilon_{ijk}$  – абсолютно антисимметричный тензор Леви-Чивиты;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $p$  – давление;  $K$  – модуль объемного сжатия; индекс  $(e)$  обозначает упругие деформации; индекс  $p$  обозначает пластические деформации;  $\sigma'_{ij}$  – вихревые самоуравновешенные силы, определяемые по формуле

$$\sigma'_{ij} = -C' \varepsilon_{jkl} \frac{\partial \alpha_{li}}{\partial x_k} = -C' \varepsilon_{jkl} \varepsilon_{lsp} \frac{\partial^2 \beta_{pi}}{\partial x_k \partial x_s},$$

где  $C'$  – константа.

Граничные условия для рассматриваемой задачи ненагруженно-го упругого полупространства имеют вид:

$$f_i = \sigma_{ij} n_j, \quad \varepsilon_{kjl} n_j \alpha_{li} = 0,$$

где  $f_i$  – поверхностная сила;  $n_j$  – компоненты вектора нормали к поверхности.

Приведенная постановка задачи может быть применена и для деформируемого твердого тела с двойниками. Проблема заключается в расчете внутренних напряжений, обусловленных границами

остаточных некогерентных двойников. Решению этой проблемы и посвящена данная работа.

Механическому двойникованию подвержен широкий класс используемых в технике материалов. Практически все материалы, применяемые в машиностроении, приборостроении и электронике, двойникуются. Двойникование оказывает существенное влияние на физико-механические свойства материалов. Оно является как резервом пластичности, так и источником зарождения разрушения. В настоящее время экспериментально убедительно показано, что трещины зарождаются как у вершин клиновидных двойников, так и у их границ. При этом для прогнозирования зарождения разрушения важно знать распределение полей внутренних напряжений, обусловленных двойником.

Двойникование кристаллических твердых тел под действием внешней нагрузки является процессом схожим с разрушением. Объединить разрушение и двойникование в класс схожих явлений позволила аналогичность процессов развития данных каналов реакции твердого тела на деформирование и общность основанного на методах континуальной теории дислокаций математического аппарата, используемого для описания данных явлений. Рассматриваемые процессы в деформируемых твердых телах часто протекают одновременно, накладывая друг на друга существенное влияние. С точки зрения механики деформируемого твердого тела эти явления объединяет и общность постановки задач и методов их решения, основанных на представлениях сплошности среды.

В настоящее время в литературе представлен обширный материал по результатам экспериментального исследования двойникования кристаллов. Существующие модели локализованной пластической деформации можно охарактеризовать, как недостаточно развитые, не позволяющие описывать все классы двойников, наблюдаемых при деформировании твердых тел. Отсутствуют имеющие важное практическое значение примеры решения задач механики деформируемого твердого тела с учетом напряжений, локализованных на двойниковых границах. Это указывает на наличие важной научной проблемы, заключающейся в разработке численно-аналитических методов описания обширных экспериментальных данных и развитии теории двойникования кристаллов и применение

этой теории для решения задач механики деформируемого твердого тела.

На основании опытов Р. И. Гарбера И. М. Лифшицем была предложена макроскопическая модель двойникования кристаллов. Эта модель позволила показать целесообразность представлений о нелинейной зависимости между тензором напряжений  $\sigma_{ik}$  и тензором деформаций  $\varepsilon_{ik}$ , обусловленную двойником, имеющее вид

$$\varepsilon_{xy}(\vec{r}) = \text{Re} \left\{ \frac{A_{1i} F_i}{z_1} + \frac{A_{2i} F_i}{z_2} + f_0 \int_C \left[ \frac{A_{11} d\xi - A_{12} d\eta}{z_1 - \zeta_1} + \frac{A_{21} d\xi - A_{22} d\eta}{z_2 - \zeta_2} \right] \right\}$$

где  $z_i = x + \mu_i y$ ;  $\zeta_i = \xi + \mu_i \eta$ ;  $\mu_i$ ,  $A_{ki}$  – комплексные числа, связанные с константами упругости кристалла  $\lambda_{iklm}$ ;  $\xi$  и  $\eta$  – параметры интегрирования;  $F_i$  – сосредоточенная сила;  $f_0$  – интенсивность сосредоточенной силы.

Кроме теории двойникования И. М. Лифшица, большую популярность приобрела дислокационная модель двойника, результаты которой обобщены А. М. Косевичем и В. С. Бойко. Модель представляет собой аналог модели дислокационной трещины. Как и в теории трещин А. М. Косевичем и В. С. Бойко представлено условие равновесия тонкого двойника

$$\text{V.p.} \int_{a_0}^L \frac{\rho(\xi) d\xi}{\xi - x} - \int_{a_0}^L K(x, \xi) \rho(\xi) d\xi = \frac{1}{B_j} [\sigma(x) + S(x)] \equiv \omega(x),$$

где  $L$  – длина двойника;  $a_0$  – величина ступеньки, которую образует двойник на поверхности кристалла;  $\rho(\xi)$  – линейная плотность двойникующих дислокаций;  $K(\xi, x)$  – некоторая функция двух переменных;  $\sigma(x)$  – внешние напряжения;  $S(x)$  – напряжения на линии двойникования, эквивалентные наличию сил неупругого происхождения;  $B_j$  для краевой и винтовой дислокации, соответственно, имеет вид

$$B_{\text{кр}} = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)}, \quad B_{\text{в}} = \frac{\mu b_{\text{в}}}{2\pi}.$$

Здесь  $\mu$  – модуль сдвига;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $b_{\text{кр}}$  и  $b_{\text{в}}$  – модуль векторов Бюргера, соответственно, краевой и винтовой дислокации.

Если  $S(x)$  известна, то, как это было показано А. М. Косевичем и В. С. Бойко, можно найти  $\rho(x)$  при заданной функции  $\omega(x)$ , которая удовлетворяет специальному условию ортогональности

$$\int_{a_0}^L \omega(x)\rho_0(x)dx = 0,$$

где  $\rho_0(x)$  – решение уравнения

$$\int_{a_0}^L K(\xi, x)\rho_0(x)dx = 0.$$

**В главе 2 «Метод расчета напряженно-деформированного состояния у заклинившегося двойника в рамках приближения непрерывного распределения двойникующих дислокаций на двойниковых границах»** развивается макроскопическая дислокационная модель остаточного механического клиновидного двойника. При этом двойник рассматривается на таком масштабном уровне, когда расстояние между двойникующими дислокациями пренебрежимо мало, а их распределение на двойниковых границах принимается непрерывным. Уровень абстрагирования не принимался таковым, что двойник можно считать тонким, когда две его границы сливаются в одну. Это позволило рассматривать значительно более широкий класс двойников, для которых неприменимо приближение тонкого двойника.

Для решения задачи о твердом теле с остаточным некогерентным двойником важна разработка методов расчета внутренних

напряжений, обусловленных двойникованием. На рисунке 1 схематически представлен остаточный механический клиновидный двойник, на границах которого плотности двойникующих дислокаций равны  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Тогда напряжения, создаваемые находящимся вдали от поверхности рассматриваемым клиновидным двойником, с позиций развиваемой макроскопической дислокационной модели в рамках теории упругости могут быть определены из формулы

$$\sigma_{ij}(x, y) = \sigma_{ij}^{(1)}(x, y) + \sigma_{ij}^{(2)}(x, y),$$

где

$$\sigma_{ij}^{(1)} = \int_{L_{AB}} \rho_1 \sigma_{ij}^{(1,0)} ds; \quad (1)$$

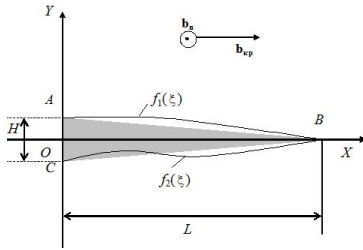
$$\sigma_{ij}^{(2)} = \int_{L_{CB}} \rho_2 \sigma_{ij}^{(2,0)} ds. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_{ij}^{(1)}$  и  $\sigma_{ij}^{(2)}$  – напряжения, создаваемые каждой из границ клиновидного двойника и определяемые с помощью криволинейного интеграла вдоль профилей двойниковых границ  $L_{AB}$  и  $L_{CB}$  соответственно (рисунок 1);  $\sigma_{ij}^{(1,0)}$  и  $\sigma_{ij}^{(2,0)}$  – напряжения, создаваемые на двойниковых границах отдельными дислокациями. Результаты расчета представлены на рисунке 2.

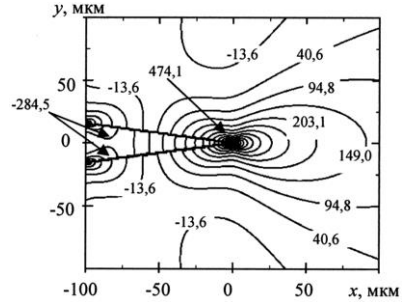
Криволинейные интегралы (1) и (2) сводятся к определенным интегралам типа

$$\sigma_{ij}^{(1)}(x, y) = \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{ij}^{(1,0)}(x, y, \xi) d\xi;$$

$$\sigma_{ij}^{(2)}(x, y) = \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{ij}^{(2,0)}(x, y, \xi) d\xi.$$



**Рисунок 1 – Схематическое изображение остаточного механического клиновидного двойника и направления компонента вектора Бюргера двойнивающих дислокаций**



**Рисунок 2 – Распределение приведенных сдвиговых напряжений у клиновидного двойника с прямолинейными границами при  $H = 31$  мкм**

Здесь  $f_1(\xi)$  и  $f_2(\xi)$  – функции, описывающие форму границ клиновидного двойника (рисунок 1).

Напряжения, создаваемые двойнивающей дислокацией, находящейся на одной или другой двойниковой границе соответственно, при условии нахождения двойника вдали от поверхности, могут быть определены из соотношений:

$$\sigma_{xx}^{(1,0)}(x, y, \xi) = -\frac{\mu b_{кр}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_1(\xi))[3(x - \xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2]}{[(x - \xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2]^2},$$

$$\sigma_{yy}^{(1,0)}(x, y, \xi) = \frac{\mu b_{кр}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_1(\xi))[(x - \xi)^2 - (y - f_1(\xi))^2]}{[(x - \xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2]^2},$$

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(x, y, \xi) = \frac{\mu b_{кр}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x - \xi)[(x - \xi)^2 - (y - f_1(\xi))^2]}{[(x - \xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2]^2},$$

$$\sigma_{zz}^{(1,0)}(x, y, \xi) = -\frac{\mu b_{кр} \nu}{\pi(1-\nu)} \frac{y - f_1(\xi)}{(x - \xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2},$$



$$\sigma_{zx}^{(1,0)}(x, y, \xi) = -\frac{\mu b_B}{2\pi} \frac{y - f_1(\xi)}{(x - \xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zy}^{(1,0)}(x, y, \xi) = \frac{\mu b_B}{2\pi} \frac{x - \xi}{(x - \xi)^2 + (y - f_1(\xi))^2};$$

$$\sigma_{xx}^{(2,0)}(x, y, \xi) = -\frac{\mu b_{кр}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_2(\xi))[3(x - \xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2]}{[(x - \xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2]^2},$$

$$\sigma_{yy}^{(2,0)}(x, y, \xi) = \frac{\mu b_{кр}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_2(\xi))[(x - \xi)^2 - (y - f_2(\xi))^2]}{[(x - \xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2]^2},$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(x, y, \xi) = \frac{\mu b_{кр}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x - \xi)[(x - \xi)^2 - (y - f_2(\xi))^2]}{[(x - \xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2]^2},$$

$$\sigma_{zz}^{(2,0)}(x, y, \xi) = -\frac{\mu b_{кр} \nu}{\pi(1-\nu)} \frac{y - f_2(\xi)}{(x - \xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zx}^{(2,0)}(x, y, \xi) = -\frac{\mu b_B}{2\pi} \frac{y - f_2(\xi)}{(x - \xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2},$$

$$\sigma_{zy}^{(2,0)}(x, y, \xi) = \frac{\mu b_B}{2\pi} \frac{x - \xi}{(x - \xi)^2 + (y - f_2(\xi))^2}.$$

Аналогичным способом могут быть рассчитаны и напряжения у наблюдаемых на эксперименте двойников с выпуклыми или вогнутыми границами, а также у двойников с произвольной формой границ.

В ходе реализации разработанной модели установлено, что напряжения и деформации локализованы на двойниковых границах. Нормальные напряжения  $\sigma_{xx}$  положительны у одной границы двойника и отрицательны у другой. Максимальные значения  $\sigma_{xx}$  принимают на границах двойника, причем в большей степени в

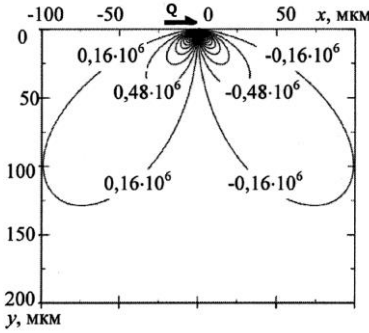
средней их части, чем у вершины двойника. Сдвиговые напряжения  $\sigma_{xy}$  знакопеременны по отношению к оси, проходящей через середину двойника. У вершины двойника данные напряжения положительны, а у устья – отрицательны. В средней части двойника напряжения  $\sigma_{xy}$  минимальны. Нормальные напряжения  $\sigma_{yy}$  знакопеременны не только у вершины клиновидного двойника, но и у его устья. Напряжения  $\sigma_{zz}$  и  $\sigma_{zx}$  имеют одинаковую конфигурацию и отличаются лишь по величине. Данные напряжения знакопеременны относительно направления развития двойника. Напряжения  $\sigma_{zy}$  меняют знак, как и напряжения  $\sigma_{xy}$ , однако у напряжений  $\sigma_{zy}$  несколько различна конфигурация по сравнению с напряжениями  $\sigma_{xy}$ . Линии равных смещений не локализуются на двойниковых границах, а искривляются ими.

Впервые на основании дислокационной макроскопической модели рассчитаны напряжения внутри клиновидного двойника. Показано, что при прямолинейных границах двойника напряжения  $\sigma_{xy}$  внутри него распределены неравномерно, но симметрично по отношению к направлению развития двойника.

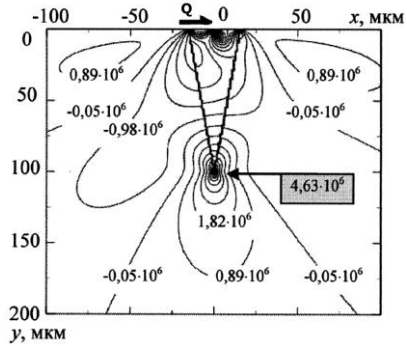
В диссертации впервые решена задача механики деформируемого твердого тела по расчету напряжений в упругом полупространстве, деформируемом сосредоточенной или распределенной нагрузкой при наличии у поверхности остаточного клиновидного двойника. Показано, что напряжения в области локального поверхностного деформирования при наличии двойника существенно отличаются от напряжений при отсутствии двойникового (рисунки 3 и 4). На конфигурацию данных напряжений существенное влияние оказывают напряжения, созданные двойником. Однако внешними нагрузками можно управлять местом расположения локализации напряжений в приповерхностной области.

На основании разработанных моделей показана возможность расчета полей напряжений у параллельных двойников. Изучена роль поверхности в формировании напряженного состояния у группы параллельных двойников на основании соответствующей методики расчета. Показано, что поверхность способствует локализации

у нее напряжений и увеличению их уровня внутри системы параллельных двойников.



**Рисунок 3 – Распределение сдвиговых напряжений (Па) в упругом изотропном полупространстве при действии на поверхности в точке  $O$  сосредоточенной касательной силы величиной 100 Н**



**Рисунок 4 – Распределение сдвиговых напряжений (Па) у клиновидного двойника при действующей в точке  $O$  сосредоточенной касательной силы величиной 100 Н**

Впервые решена задача механики деформируемого твердого тела по расчету напряжений в упругом полупространстве, деформируемом сосредоточенной или распределенной нагрузкой, с учетом напряжений, создаваемых параллельными двойниками. Показана необходимость учета двойникования при прогнозировании ресурса материала, так как в случае множественных параллельных двойников опасная для зарождения разрушения концентрация напряжений возрастает. При этом для расчета напряжений у системы параллельных двойников использовалась суперпозиция соотношений:

$$\sigma_{ij}^{(1)}(x, y) = \sum_{n=0}^{N_{дв}} \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{ij}^{(1,0)}(x, y - nD, \xi) d\xi;$$

$$\sigma_{ij}^{(2)}(x, y) = \sum_{n=0}^{N_{дв}} \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{ij}^{(2,0)}(x, y - nD, \xi) d\xi,$$

где  $N_{\text{дв}}$  – число двойников, входящих в группу параллельных двойников.

Изучалось статическое равновесие двойника исходя из того, что в равновесии на его границах должны выполняться условия:

$$\vec{F}_1 + \vec{S}_1 + \vec{F}_1^e = 0,$$

$$\vec{F}_2 + \vec{S}_2 + \vec{F}_2^e = 0,$$

где  $\vec{F}_1$  – сила, действующая в точке на границе 1 со стороны поля напряжений двойникующих дислокаций на границах 1 и 2 двойника;  $\vec{S}_1$  – сила внутреннего трения, действующая на двойникующие дислокации на границе 1 двойника;  $\vec{F}_1^e$  – результирующая внешних сил, действующая на двойникующие дислокации на границе 1 двойника;  $\vec{F}_2$  – сила, действующая в точке на границе 2 со стороны поля напряжений двойникующих дислокаций на границах 1 и 2 двойника;  $\vec{S}_2$  – сила внутреннего трения, действующая на двойникующие дислокации на границе 2 двойника;  $\vec{F}_2^e$  – результирующая внешних сил, действующая на двойникующие дислокации на границе 2 двойника.

В процессе двойникования движение двойникующих дислокаций вдоль оси  $OY$  (рисунок 1) отсутствует. Поэтому достаточно рассмотрение проекций сил только на ось  $OX$ :

$$F_{1x} + S_{1x} + F_{1x}^e = 0,$$

$$F_{2x} + S_{2x} + F_{2x}^e = 0,$$

где

$$F_{1x} = F_{11x} + F_{21x},$$

$$F_{2x} = F_{22x} + F_{12x}.$$

Здесь  $F_{11x}$  – проекция на ось  $OX$  силы, действующей на двойни-  
кующие дислокации на границе 1 со стороны поля напряжений, со-  
зданного этой же границей;  $F_{21x}$  – проекция на ось  $OX$  силы, дей-  
ствующей на двойникующие дислокации на границе 1 со стороны  
поля напряжений, созданного двойникующими дислокациями гра-  
ницы 2;  $F_{22x}$  – компонента силы, действующей на двойникующие  
дислокации на границе 2 со стороны поля напряжений, созданного  
этой же границей;  $F_{12x}$  – компонента силы, действующей на двой-  
никующие дислокации на границе 2 со стороны поля напряжений,  
созданного двойникующими дислокациями границы 1.

Для сил взаимодействия двойникующих дислокаций краевого  
двойника друг с другом справедливо соотношение

$$F_x = b_{\text{кр}} \sigma_{xy},$$

где  $\sigma_{xy}$  – сдвиговая компонента тензора напряжений, обусловлен-  
ных двойникующими дислокациями. Тогда

$$F_{11x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta,$$

$$F_{21x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta,$$

$$F_{22x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta,$$

$$F_{12x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta,$$

Здесь  $\zeta$  – параметр интегрирования, как и параметр  $\xi$ ;

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - (f_1(\zeta) - f_1(\xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + (f_1(\zeta) - f_1(\xi))^2]^2},$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - (f_1(\zeta) - f_2(\xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + (f_1(\zeta) - f_2(\xi))^2]^2},$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - (f_2(\zeta) - f_2(\xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + (f_2(\zeta) - f_2(\xi))^2]^2},$$

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - (f_2(\zeta) - f_1(\xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + (f_2(\zeta) - f_1(\xi))^2]^2}.$$

Примем равными нулю внешние силы и силы внутреннего трения, то есть

$$\vec{F}_1^e = 0, \quad \vec{S}_1 = 0;$$

$$\vec{F}_2^e = 0, \quad \vec{S}_2 = 0.$$

Тогда

$$F_{11x} + F_{21x} = 0,$$

$$F_{22x} + F_{12x} = 0.$$

В результате получим условия равновесия

$$\begin{aligned} & \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta + \\ & + \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta = 0, \\ & \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta + \\ & + \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta = 0. \end{aligned}$$

Решение данных уравнений удобно искать в виде:

$$f_1(\xi) = a_0 \xi^0 + a_1 \xi^1 + \dots + a_{n-1} \xi^{n-1} + \dots + a_n \xi^n,$$

$$f_1(\zeta) = a_0 \zeta^0 + a_1 \zeta^1 + \dots + a_{n-1} \zeta^{n-1} + \dots + a_n \zeta^n,$$

$$f_2(\xi) = b_0 \xi^0 + b_1 \xi^1 + \dots + b_{m-1} \xi^{m-1} + \dots + b_m \xi^m,$$

$$f_2(\zeta) = b_0 \zeta^0 + b_1 \zeta^1 + \dots + b_{m-1} \zeta^{m-1} + \dots + b_m \zeta^m,$$

где  $a_i$  и  $b_j$  – константы ( $i = 0, 1, \dots, n; j = 0, 1, \dots, m$ ).

При  $n = 1$  и  $m = 1$  будем иметь

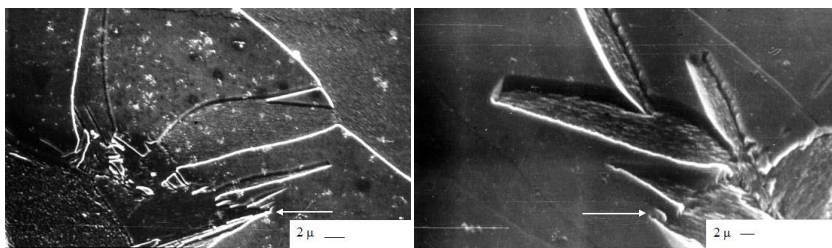
$$f_1(\xi) = a_0 + a_1\xi, \quad f_1(\zeta) = a_0 + a_1\zeta,$$

$$f_2(\xi) = b_0 + b_1\xi, \quad f_2(\zeta) = b_0 + b_1\zeta.$$

Аналогичный подход использовался и для винтового двойника.

В результате было показано, что остаточный двойник клиновидной формы при малой величине или отсутствии сил неупругой природы в ненагруженном кристалле существовать не может.

**Глава 3 «Метод расчета напряженно-деформированного состояния у остаточных нанодвойников»** посвящена разработке методики расчетов полей напряжений, смещений и деформаций у остаточных нанодвойников, которые были обнаружены экспериментально (рисунок 5) и активно исследуются учеными не только в монокристаллах, но и в нанокристаллических материалах.



**Рисунок 5 – Остаточные нанодвойники (отмечены стрелками)**

Обобщенное соотношение для расчета напряжений у клиновидного нанодвойника имеет вид

$$\sigma_{ij}(x, y) = \sum_n \sigma_{ij}^{OA}(x - nd, y + nh) + \sum_m \sigma_{ij}^{OB}(x - md, y - mh),$$

где  $i$  и  $j$  принимают значения  $x$ ,  $y$  или  $z$ ;  $\sigma_{ij}^{OA}$  и  $\sigma_{ij}^{OB}$  – напряжения, создаваемые скоплениями дислокаций на границах  $OA$  и  $OB$  клиновидного двойника, соответственно;  $n$  и  $m$  – индексы суммирования;  $d$  и  $h$  – проекции соответственно на ось  $OX$  и  $OY$  отрезка, со-



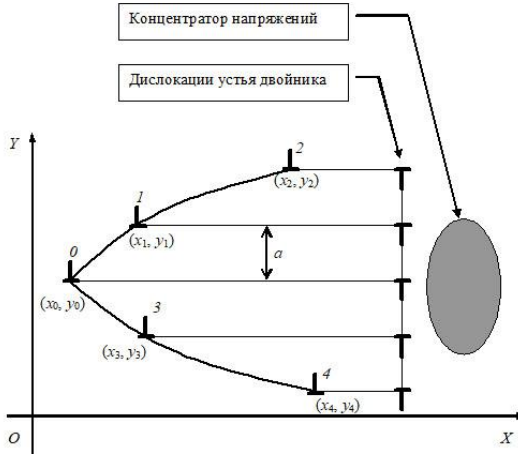
единяющего две соседние двойникующие дислокации двойниковой границы.

В результате проведенных расчетов установлено, что напряжения и деформации локализуются на границах клиновидного двойника и у его вершины. Двойниковые границы способствуют искривлению линий равных значений смещений. Внутри клиновидного двойника напряжения и деформации неоднородны. Нормальные напряжения  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{yy}$  локализованы у одной из двойниковых границ, а сдвиговые напряжения и напряжения  $\sigma_{zz}$  локализованы у вершины клиновидного двойника.

В третьей главе диссертации кроме соотношений для расчета полей смещений и деформаций у нанодвойника также представлены математические соотношения удобные для анализа напряженно-деформированного состояния у вершины нанодвойника клиновидной формы. С использованием этих соотношений дана количественная оценка эволюции напряжений и деформаций у вершины двойника в зависимости от числа двойникующих дислокаций на двойниковых границах. Количественными расчетами показано, что величина напряжений и деформаций у вершины двойника зависит от расстояния между соседними двойникующими дислокациями и отношения проекций этого расстояния на оси декартовой системы координат.

Рассматривалось равновесие нанодвойника, состоящего из пяти двойникующих дислокаций (рисунок 6). Выбранное количество дислокаций не оказывает влияние на общность полученных результатов к нанодвойникам, образованным большим количеством двойникующих дислокаций. Для упрощения решения задачи не учитывались напряжения от находящихся у устья двойника двойникующих дислокаций противоположного знака и концентратора напряжений, благодаря которому образовался остаточный нанодвойник, так как после снятия нагрузки данный концентратор, как правило, исчезает.

Пусть координаты каждой двойникующей дислокации заданы как  $(x_i, y_i)$ , где  $i$  изменяется от нуля до  $N$ . В нашем случае  $N = 4$ . Тогда для краевого нанодвойника можно записать



**Рисунок 6 – Схематическое изображение системы «клиновидный нанодвойник – дислокации устья и концентратор напряжений» при произвольном расположении дислокаций на двойниковых границах**

$$F_0 = b_{\text{кр}} \left( \sigma_{xy}^{(1)}(x_0 - x_1, y_0 - y_1) + \sigma_{xy}^{(2)}(x_0 - x_2, y_0 - y_2) + \right. \\ \left. + \sigma_{xy}^{(3)}(x_0 - x_3, y_0 - y_3) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_0 - x_4, y_0 - y_4) \right) = 0 ;$$

$$F_1 = b_{\text{кр}} \left( \sigma_{xy}^{(0)}(x_1 - x_0, y_1 - y_0) + \sigma_{xy}^{(2)}(x_1 - x_2, y_1 - y_2) + \right. \\ \left. + \sigma_{xy}^{(3)}(x_1 - x_3, y_1 - y_3) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_1 - x_4, y_1 - y_4) \right) = 0 ;$$

$$F_2 = b_{\text{кр}} \left( \sigma_{xy}^{(0)}(x_2 - x_0, y_2 - y_0) + \sigma_{xy}^{(1)}(x_2 - x_1, y_2 - y_1) + \right. \\ \left. + \sigma_{xy}^{(3)}(x_2 - x_3, y_2 - y_3) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_2 - x_4, y_2 - y_4) \right) = 0 ;$$

$$F_3 = b_{\text{кр}} \left( \sigma_{xy}^{(0)}(x_3 - x_0, y_3 - y_0) + \sigma_{xy}^{(1)}(x_3 - x_1, y_3 - y_1) + \right.$$

$$+ \sigma_{xy}^{(2)}(x_3 - x_2, y_3 - y_2) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_3 - x_4, y_3 - y_4) = 0;$$

$$F_4 = b_{\text{кр}} \left( \sigma_{xy}^{(0)}(x_4 - x_0, y_4 - y_0) + \sigma_{xy}^{(1)}(x_4 - x_1, y_4 - y_1) + \right.$$

$$\left. + \sigma_{xy}^{(2)}(x_4 - x_2, y_4 - y_2) + \sigma_{xy}^{(3)}(x_4 - x_3, y_4 - y_3) \right) = 0,$$

где  $F_i$  – сила, действующая на  $i$ -ую двойникующую дислокацию со стороны остальных дислокаций нанодвойника.

В данной системе неизвестных больше, чем входящих в нее уравнений. Это делает систему неразрешимой без использования дополнительных условий и допущений. В качестве такого допущения принято, что дислокации 1 и 3, 2 и 4 расположенными соответственно в одних и тех же плоскостях, перпендикулярных плоскости  $XOY$  (рисунок 6).

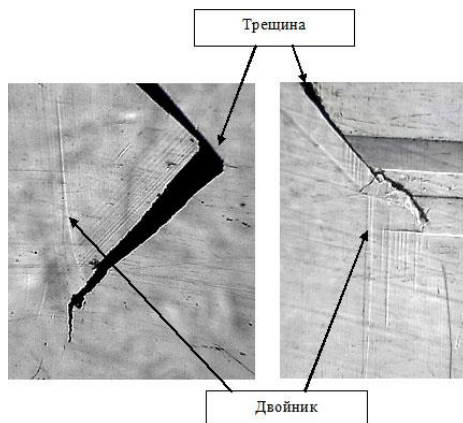
В результате получен результат, согласно которому остаточный краевой или винтовой нанодвойник клиновидной формы без наличия сил  $S$  неупругой природы (сил внутреннего трения) существовать не может. Применение полученного результата к остаточным двойникам, у которых распределение двойникующих дислокаций на границах можно считать непрерывным, приводит к выводу соотношения:

$$\rho = \frac{2\pi(1 - \nu)S}{3\mu b_{\text{кр}}^2},$$

позволяющему оценить силу  $S$  при выбранных в расчетах, выполненных в диссертационной работе, величинах плотностей двойникующих дислокаций. Расчетами было показано, что величина силы  $S$  находится в полном соответствии с общеизвестными литературными данными.

**В главе 4 «Применение методов расчета напряженно-деформированного состояния у остаточных клиновидных двойников для решения важных для микромеханики задач»** приведены примеры практического использования методики расчета полей напряжений у остаточных клиновидных двойников в задачах,

имеющих важное практическое значение. В частности, в используемых в технике материалах двойникование и разрушение часто выступают как сопутствующие друг другу процессы реакции твердых тел на интенсивное деформирование. На рисунке 7 показан случай, когда двойникование сопутствует разрушению. На рисунке 8 схематически представлена схема для расчета полей напряжений в системе «остаточный клиновидный двойник – трещина» в случае, когда двойник и трещина находятся вдали от поверхности.



**Рисунок 7 – Система «двойник – трещина» в ферромагнитном монокристалле Ni<sub>2</sub>MnGa с эффектом памяти формы**

Расчеты велись для трех типов трещин: нормального отрыва (тип I), поперечного сдвига (тип II) и продольного (антиплоского) сдвига (тип III).

Пусть на бесконечно удаленных поверхностях кристалла действуют напряжения  $\sigma_{yy}^{\infty}$ ,  $\sigma_{xy}^{\infty}$  и  $\sigma_{yz}^{\infty}$ , а координаты центра трещины (рисунок 8) есть  $(x_c, y_c)$ , тогда для трещины нормального отрыва расчетные соотношения будут иметь вид:

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_{yy}^{\infty}}{\pi} \int_{-l}^l \frac{((x-x_c)-\zeta)[((x-x_c)-\zeta)^2 - (y-y_c)^2]}{[(x-x_c)-\zeta]^2 + (y-y_c)^2]^2} \frac{\zeta}{\sqrt{l^2 - \zeta^2}} d\zeta,$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{yy}^{\infty} + \frac{\sigma_{yy}^{\infty}}{\pi} \int_{-l}^l \frac{((x-x_c)-\zeta)[((x-x_c)-\zeta)^2 + 3(y-y_c)^2]}{[(x-x_c)-\zeta]^2 + (y-y_c)^2]^2} \frac{\zeta}{\sqrt{l^2 - \zeta^2}} d\zeta$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sigma_{yy}^{\infty} (y-y_c)}{\pi} \int_{-l}^l \frac{((x-x_c)-\zeta)^2 - (y-y_c)^2}{[(x-x_c)-\zeta]^2 + (y-y_c)^2]^2} \frac{\zeta}{\sqrt{l^2 - \zeta^2}} d\zeta.$$

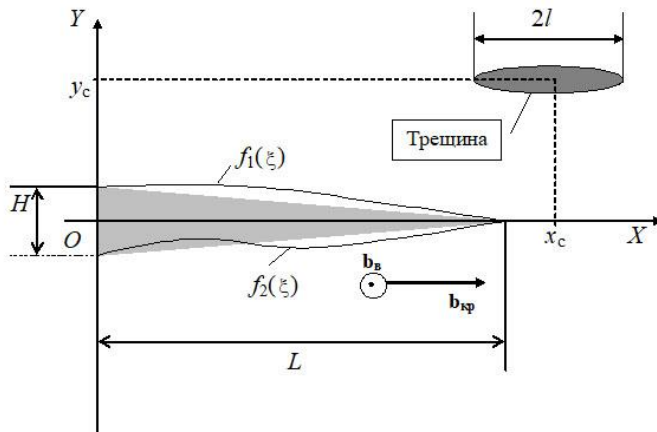


Рисунок 8 – Схематическое изображение остаточного механического клиновидного двойника и трещины вдали от поверхности

Соответственно, для трещины поперечного сдвига:

$$\sigma_{xx} = -\frac{\sigma_{xy}^{\infty} (y-y_c)}{\pi} \int_{-l}^l \frac{3((x-x_c)-\zeta)^2 - (y-y_c)^2}{[(x-x_c)-\zeta]^2 + (y-y_c)^2]^2} \frac{\zeta}{\sqrt{l^2 - \zeta^2}} d\zeta,$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma_{xy}^{\infty} (y-y_c)}{\pi} \int_{-l}^l \frac{((x-x_c)-\zeta)^2 - (y-y_c)^2}{[(x-x_c)-\zeta]^2 + (y-y_c)^2]^2} \frac{\zeta}{\sqrt{l^2 - \zeta^2}} d\zeta,$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xy}^{\infty} + \frac{\sigma_{xy}^{\infty}}{\pi} \int_{-l}^l \frac{((x-x_c)-\zeta)[((x-x_c)-\zeta)^2 - (y-y_c)^2]}{[(x-x_c)-\zeta]^2 + (y-y_c)^2} \frac{\zeta}{\sqrt{l^2 - \zeta^2}} d\zeta,$$

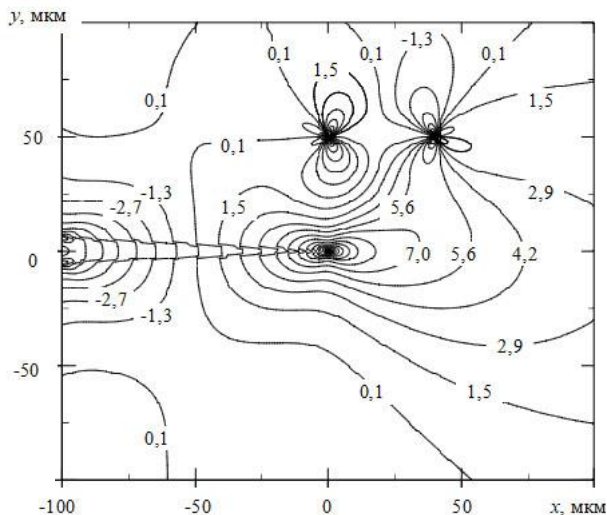
а для трещины антиплоского сдвига:

$$\sigma_{xz} = -\frac{\sigma_{yz}^{\infty}(y-y_c)}{\pi} \int_{-l}^l \frac{1}{((x-x_c)-\zeta)^2 + (y-y_c)^2} \frac{\zeta}{\sqrt{l^2 - \zeta^2}} d\zeta,$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{yz}^{\infty} + \frac{\sigma_{yz}^{\infty}}{\pi} \int_{-l}^l \frac{(x-x_c)-\zeta}{((x-x_c)-\zeta)^2 + (y-y_c)^2} \frac{\zeta}{\sqrt{l^2 - \zeta^2}} d\zeta.$$

Здесь  $l$  – половина длины трещины;  $\zeta$  – параметр интегрирования.

Пример расчета полей напряжений в системе «остаточный клиновидный двойник – трещина» приведен на рисунке 9.



**Рисунок 9 – Распределение сдвиговых напряжений в системе «клиновидный двойник – трещина» (трещина нормального отрыва), МПа**

Двойникование кристаллов редко происходит в чистом виде. Чаще всего двойникование сопровождается скольжением. С другой стороны, трудно получить кристаллы с отсутствием дефектов. Наиболее распространенными дефектами при этом являются полные дислокации. Поэтому в деформируемых твердых телах двойникование неизбежно осуществляется в условиях активного взаимодействия со скольжением.

Изучению закономерностей взаимодействия двойников и дислокаций посвящено много экспериментальных работ. Это указывает на большую важность данной проблематики и актуальность изучения закономерностей взаимодействия двойников и полных дислокаций, прогнозирования распределения полей напряжений в системе «двойник – полная дислокация».

В данной работе показана возможность применения разработанной в диссертации методики расчета полей напряжений и для системы «двойник – полная дислокация».

Атмосферы примесей у дислокаций во многом определяют их поведение при деформировании кристаллических материалов, изменяя динамические параметры дислокаций. Избыток примесных атомов в областях локализации напряжений повышает вероятность зарождения фазы, образование которой вдали от источников напряжений невозможно. Это интересно в плане практического использования полученных в данной работе результатов в технологии целенаправленного формирования необходимых свойств материалов.

Показана возможность применения разработанной в диссертации методики расчета полей напряжений у остаточного двойника и для таких задач. Это основано на том, что распределение легирующего компонента у клиновидного двойника рассчитывается по общеизвестной формуле

$$C^{\text{пр}} = C_0^{\text{пр}} \exp\left(-\frac{U_{\text{вз}}}{kT}\right),$$

где  $C_0^{\text{пр}}$  – концентрация примесей вдали от внутренних источников напряжений;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура-

ра;  $U_{\text{вз}}$  – энергия взаимодействия примесей с клиновидным двойником, которая находится по формуле

$$U_{\text{вз}} = -\frac{4}{3}\pi r^3 \varepsilon (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}).$$

Здесь  $r$  – радиус атома матрицы;  $\varepsilon = (r_0 - r)/r$  – малый параметр ( $r_0$  – радиус атома легирующего компонента);  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  и  $\sigma_{zz}$  – нормальные компоненты тензора напряжений.

В данных формулах показана связь между распределением легирующего компонента и компонент тензора напряжений, обусловленных остаточным двойником.

Скорость  $\vec{V}$  дрейфа атомов примеси может быть определена из соотношения:

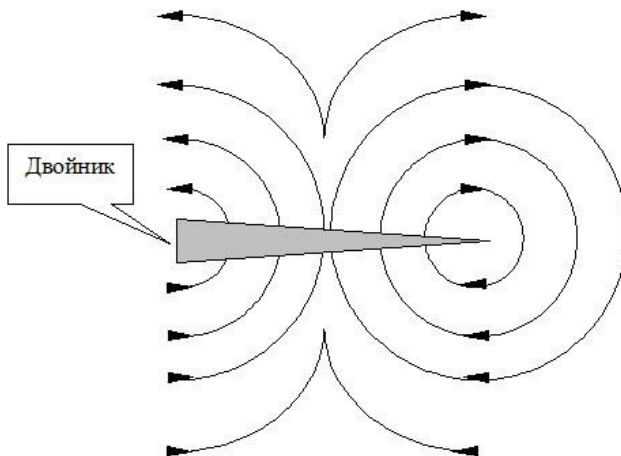
$$\vec{V} = \frac{D^{\text{дифф}}}{kT} \vec{F} = -\frac{D^{\text{дифф}}}{kT} \text{grad}U_{\text{вз}},$$

где  $D^{\text{дифф}}$  – коэффициент диффузии;  $\vec{F}$  – сила, действующая на атом примеси в поле двойника. Не трудно показать, что модуль скорости дрейфа атомов примеси определяется из соотношения

$$V = \frac{D^{\text{дифф}}}{kT} \sqrt{\left(\frac{\partial U_{\text{вз}}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_{\text{вз}}}{\partial y}\right)^2}.$$

Результаты расчетов потоков миграции примеси у двойникового клина схематически представлены на рисунке 10.





**Рисунок 10 – Потoki миграции у клиновидного двойника примеси, радиус которой меньше радиуса атомов матрицы**

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные научные результаты диссертации

1. Разработан метод расчета напряженно-деформированного состояния у клиновидного остаточного двойника с произвольной формой границ при непрерывном распределении на них двойникующих дислокаций. Метод отличается от существующих тем, что не использует приближение тонкого двойника, и позволяет рассчитывать напряженно-деформированное состояние для значительно более широкого класса не тонких остаточных двойников, которые, по сравнению с тонкими упругими двойниками, значительно чаще встречаются в широко используемых в технике материалах таких, как, например, кремнистое железо, бронзы, латуни, титанат алюминия, цинк, олово, сурьма, бериллий и др. [1, 7, 10, 11, 15, 19, 21–23, 27, 28, 30, 33, 37, 39, 41, 43, 51, 53–55, 63, 66–77].

2. Установлены закономерности распределения полей напряжений, смещений и деформаций у некогерентного остаточного двойника с различной формой границ. Впервые рассчитаны напряжения внутри не тонкого остаточного двойника с некогерентными границами. Показано, что напряжения могут локализоваться не только на двойниковых границах, но и вдали от двойника. Доказано, что разработанный метод расчета напряженно-деформированного состояния позволяет давать количественную оценку полям напряжений в твердом теле при наличии в нем не только единичных, но и чаще встречающихся на практике множественных параллельных двойников [1, 7, 10, 11, 15, 21–23, 27, 28, 30, 33, 37, 39, 41, 42, 51, 53–55, 63, 66–77].

3. В рамках теории упругости решена задача механики деформируемого твердого тела по расчету напряжений в упругом полупространстве, деформируемом сосредоточенной или распределенной нагрузкой, с учетом напряжений, создаваемых у поверхности твердого тела единичным двойником, либо группой параллельных двойников. Впервые количественно показано, что двойникование существенным образом (порядком в  $10^6$  раз) изменяет конфигурацию полей напряжений в деформируемом сосредоточенной или распределенной нагрузкой твердом теле. Результат позволяет в деформируемых двойникующихся материалах учитывать связанные с

двойникованием эффекты, которые ранее в классических методах расчета не учитывались [1, 3, 5, 20, 27, 28, 30, 37, 39].

4. На основании теории дислокаций разработан метод расчета напряженно-деформированного состояния у остаточного клиновидного нанодвойника. При этом использовался такой масштабный уровень, когда расстоянием между двойникующими дислокациями не пренебрегается. Метод позволил рассчитать поля напряжений, смещений и деформаций у клиновидного нанодвойника, являющегося зародышем двойника, а также внутри него и у его вершины, где высока вероятность зарождения трещин, что позволило установить закономерности распределения полей напряжений у нанодвойника, дать им количественную оценку и показать, что данные напряжения по конфигурации аналогичны по сравнению с напряжениями, созданными микро- и макродвойниками [1, 2, 4, 6–9, 12, 13, 16–18, 24–26, 29, 31, 34–36, 43, 48, 52, 57–60, 62, 64–66, 73].

5. На основе анализа силового баланса на двойниковых границах получены условия равновесия для остаточных микро- и нанодвойников. Рассмотрено поведение дислокационных ансамблей, образующих двойниковые границы в твердом теле после снятия нагрузки и отсутствии сил внутреннего трения. Показано, что в данном случае дислокации ведут себя так же, как это прогнозируется для коллективов дислокаций классическими методами, что доказывает достоверность примененной методики получения условия равновесия и дало возможность показать, что остаточный двойник не может существовать без действия на двойникующие дислокации сил неупругой природы, превышающих по величине силы междислокационного взаимодействия [1, 42, 48, 49, 53–58, 67, 76, 77].

6. Показана возможность использования разработанного метода расчета полей напряжений у остаточного двойника для прогнозирования распределения примесей у двойника и конфигурации полей напряжений в системах «двойник – полная дислокация» и «двойник – трещина», свойственных реальным кристаллам. Установлено, что остаточный клиновидный двойник существенно (порядком  $10^6$  раз) увеличивает внутренние напряжения у трещин и полных дислокаций, что традиционными методами расчета не прогнозируемо. Это имеет важное значение для развития теории пластической деформации и разрушения, широко используемых в тех-

нике, двойникующихся материалов [1, 14, 32, 38, 40, 43–47, 50, 61–64, 78, 79].

### **Рекомендации по практическому использованию результатов**

Задачи механики деформируемых твердых тел в настоящее время решаются без учета локализации напряжений на двойниковых границах. Это приводит к ошибкам, которые недопустимы в случае прогнозирования поведения технических систем и конструкций, требующих при их эксплуатации высокой степени надежности, так как локализованные на границах двойников напряжения способствуют зарождению приводящих к разрушению микротрещин. Поэтому рекомендуется использовать результаты данной работы в машиностроении, где широко используются двойникующиеся материалы такие, как стали различных марок, кремнистое железо, титан и сплавы на его основе, бронзы, латуни и т. д.

Возросший интерес к изучению свойств находящихся все более широкое практическое применение материалов с памятью формы в настоящее время значительно увеличил актуальность исследований двойникования, так как уникальные свойства данных материалов полностью определяются поведением границ раздела аналогичным двойниковым границам. Поэтому полученные в работе результаты могут быть использованы в технологии материалов с памятью формы.

Широкое применение результаты работы нашли в сфере образования, на что получены акты внедрений в следующих учреждениях образования: УО «Белорусский государственный университет транспорта», УО «Белорусский национальный технический университет», УО «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины», УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого». При этом в учебный процесс внедрена методология расчетов напряженно-деформированного состояния при двойниковании деформируемых твердых тел, проявляемом в широко используемых в промышленности материалах таких, как сплавы на основе железа, никеля, кобальта, меди, цинка, титана, алюминия и др.

Результаты работы нашли практическое использование и в сфере научных исследований и производстве не только в Республике Беларусь (ГНУ «Институт механики металлополимерных систем име-

ни В. А. Белого» НАН Беларуси, ГНУ «Институт порошковой металлургии» НАН Беларуси, ГНУ «Объединенный институт машиностроения» НАН Беларуси), но и за рубежом (научно-производственное подразделение «AdaptaMat» Финляндия, Хельсинки). При этом внедрены методы численно-аналитического расчета напряженно-деформированного состояния двойнящихся материалов, материалов с памятью формы.

*Остриков*

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ

### Монография

1. Остриков, О. М. Методика прогнозирования распределения полей напряжений в реальных кристаллах с остаточными некогерентными двойниками : монография / О. М. Остриков. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2019. – 278 с.

### Статьи в рецензируемых научных журналах

2. Остриков, О. М. Колебания атомов двойниковой границы / О. М. Остриков // Журнал технической физики. – 1999. – Т. 69, № 6. – С. 115–118.

3. Остриков, О. М. О возможности формирования фазовых дифракционных решеток на основе явления двойникового монокристаллов / О. М. Остриков // Письма в журнал технической физики. – 2000. – Т. 26, № 21. – С. 49–52.

4. Остриков, О. М. Влияние скорости нагружения на механизм пластической деформации в висмуте / О. М. Остриков, С. Н. Дуб // Журнал технической физики. – 2001. – Т. 71, № 5. – С. 44–46.

5. Остриков, О. М. Неровности рельефа отпечатка индентора Виккерса на поверхности (111) монокристаллов висмута / О. М. Остриков // Известия высших учебных заведений. Цветная металлургия. – 2002. – № 2. – С. 71–73.

6. Остриков, О. М. Нанодвойникование монокристаллов висмута / О. М. Остриков // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2002. – № 3. – С. 51–52.

7. Остриков, О. М. Напряженное состояние у клиновидного двойника при дисбалансе плотностей двойникоующих дислокаций / О. М. Остриков // Прикладная механика и техническая физика. – 2002. – Т. 43, № 4. – С. 180–182.

8. Остриков, О. М. Исследование механического двойникового монокристаллов сурьмы методом наноиндентирования / О. М. Остриков, С. Н. Дуб // Инженерно-физический журнал. – 2003. – Т. 76, № 1. – С. 170–172.

9. Остриков, О. М. Напряженное состояние у вершины клиновидного двойника / О. М. Остриков // Известия РАН. Сер. Механика твердого тела. – 2004. – № 2. – С. 104–113.

10. Остриков, О. М. Классификация полисинтетических двойников / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2006. – № 2. – С. 3–9.

11. Остриков, О. М. Дислокационная макроскопическая модель клиновидного двойника / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2006. – № 2. – С. 10–18.

12. Остриков, О. М. Формирование наноразмерных фаз в нанодвойниках / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2006. – № 3. – С. 3–7.

13. Остриков, О. М. Дислокационная модель полисинтетического двойника / О. М. Остриков, Е. В. Корнеевец // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2006. – № 3. – С. 42–50.

14. Остриков, О. М. Распределение легирующего компонента в полисинтетических двойниках и теоретический прогноз формирования слоистых материалов с использованием явления полисинтетического двойникования / О. М. Остриков // Материалы. Технологии. Инструменты. – 2006. – Т. 11, № 3. – С. 54–56.

15. Остриков, О. М. Использование полипараксилиленовых тонких пленок при исследовании пластической деформации монокристаллов висмута / О. М. Остриков // Прикладная механика и техническая физика. – 2006. – Т. 47, № 4. – С. 162–166.

16. Остриков, О. М. Расчет на основании мезоскопической дислокационной модели собственной энергии клиновидного двойника / О. М. Остриков // Материалы. Технологии. Инструменты. – 2007. – Т. 12, № 2. – С. 22–24.

17. Остриков, О. М. Условие равновесия наноразмерных зародышей двойников / О. М. Остриков // Вестник БНТУ. – 2007. – № 2. – С. 26–28.

18. Остриков, О. М. Дислокационная мезоскопическая модель полисинтетического двойника / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2007. – № 2. – С. 11–21.

19. Остриков, О. М. Метод электростатических аналогий в модели линзовидного двойника / О. М. Остриков // Известия РАН. Сер. Механика твердого тела. – 2008, № 1. – С. 161–170.

20. Остриков, О. М. Закономерности развития клиновидных двойников в монокристаллах висмута, подвергнутых полисинтетическому двойникованию / О. М. Остриков // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49, № 3. – С. 208–216.

21. Остриков, О. М. Учет формы границ клиновидного двойника в его макроскопической дислокационной модели / О. М. Остриков // Физика металлов и металловедение. – 2008. – Т. 106, № 5. – С. 471–476.

22. Остриков, О. М. Влияние плотности двойникующих дислокаций на конфигурацию полей напряжений вблизи клиновидного двойника с различной формой границ / О. М. Остриков // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49, № 5. – С. 199–204.

23. Остриков, О. М. Методика расчета на основании макроскопической дислокационной модели полей напряжений у полисинтетического двойника, находящегося вдали от поверхности двойникующегося материала / О. М. Остриков // Вестник БНТУ. – 2008. – № 5. – С. 68–70.

24. Остриков, О. М. Расчет энергии нанодвойника клиновидной формы в рамках дислокационной мезоскопической модели / О. М. Остриков // Журнал технической физики. – 2008. – Т. 78, № 2. – С. 58–62.

25. Остриков, О. М. Дислокационная модель нанодвойника / О. М. Остриков // Известия РАН. Сер. Механика твердого тела. – 2008. – № 5. – С. 124–129.

26. Остриков, О. М. Расчет деформаций у вершины клиновидного двойника на основании мезоскопической дислокационной модели / О. М. Остриков // Веснік Магілеўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А. А. Куляшова. Серыя В. Прыродазнаўчыя навукі: матэматыка, фізіка, біялогія. – 2008. – № 1(29). – С. 166–175.

27. Остриков, О. М. Способ расчета полей напряжений у клиновидного двойника, находящегося у поверхности кристалла, в приближении непрерывного распределения двойникующих дислокаций на двойниковых границах / О. М. Остриков // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2009. – № 4. – С. 36–39.

28. Остриков, О. М. Напряженное состояние у поверхности кристалла, деформируемой сосредоточенной нагрузкой, при наличии клиновидного двойника / О. М. Остриков // Журнал технической физики. – 2009. – Т. 79, № 5. – С. 137–139.

29. Остриков, О. М. Определение на основании мезоскопической дислокационной модели равновесных параметров клиновидного двойника при отсутствии внешних напряжений / О. М. Остриков //



Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2009. – № 4. – С. 66–70.

30. Остриков, О. М. Расчет полей напряжений у полисинтетического двойника, находящегося у поверхности кристалла / О. М. Остриков // Инженерно-физический журнал. – 2009. – Т. 82, № 1. – С. 184–190.

31. Остриков, О. М. Расчет энергии взаимодействия двойникующих дислокаций клиновидного двойника, проведенный на основании мезоскопической дислокационной модели / О. М. Остриков // Инженерно-физический журнал. – 2009. – Т. 82, № 6. – С. 1199–1203.

32. Остриков, О. М. Расчет распределения примеси и потоков ее миграции у клиновидного двойника на основании макроскопической дислокационной модели / О. М. Остриков // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2009. – № 4. – С. 62–65.

33. Остриков, О. М. Метод расчета распределения деформаций у клиновидного двойника с использованием подходов макроскопической дислокационной модели / О. М. Остриков // Известия РАН. Сер. Механика твердого тела. – 2009. – № 4. – С. 52–58.

34. Остриков, О. М. Напряженное состояние у наноразмерного двойникового зародыша при наличии внутри него точечного источника расширения / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2010. – № 1(40) – С. 16–22.

35. Остриков, О. М. Мезоскопическая дислокационная модель развивающегося клиновидного двойника / О. М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2010. – № 3(42) – С. 3–8.

36. Василевич, Ю. В. Расчет полей смещений и деформаций у клиновидного двойника на основании мезоскопической дислокационной модели / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // Вестник БНТУ. – 2011. – № 4. – С. 52–55.

37. Остриков О. М. Напряженное состояние у поверхности кристалла, деформируемой распределенной нагрузкой, при наличии клиновидного двойника / О. М. Остриков // Вестник Брестского государственного технического университета. Серия Машиностроение. – 2011. – № 4(70). – С. 39–43.

38. Остриков, О. М. Использование дислокационной мезоскопической модели для расчета полей смещений и деформаций в систе-

ме «клиновидный нанодвойник – полная дислокация» / О. М. Остриков // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. – 2011. – № 12. – С. 77–85.

39. Остриков, О. М. Способ расчета полей напряжений в деформируемом упругом полупространстве при наличии у его поверхности полисинтетического двойника / О. М. Остриков // Известия РАН. Сер. Механика твердого тела. – 2012. – № 3. – С. 78–88.

40. Остриков, О. М. Использование дислокационной мезоскопической модели для расчета полей напряжений, относительной объемной дилатации и сил взаимодействия в системе «клиновидный нанодвойник – полная дислокация» / О. М. Остриков // Материалы. Технологии. Инструменты. – 2012. – Т. 17, № 2. – С. 7–16.

41. Остриков О. М. Закономерности слияния двойников в монокристаллах висмута / О. М. Остриков // Физика металлов и металловедение. – 2012. – Т. 113, № 8. – С. 846–852.

42. Остриков, О. М. Дислокационная модель некогерентного нетонкого двойника / О. М. Остриков // Журнал технической физики. – 2012. – Т. 82, № 11. – С. 38–42.

43. Остриков, О. М. Дислокационная модель нанодвойникового композита / О. М. Остриков // Веснік Магілеўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А. А. Куляшова. Серыя В. Прыродазнаўчыя навукі: матэматыка, фізіка, біялогія. – 2013. – № 1(41). – С. 35–46.

44. Дробышевская, Т. В. Задача о расчете напряженно-деформированного состояния, обусловленного единичным некогерентным двойником в пяти-, шести- и семигранном зерне поликристалла с гексагональной структурой / Т. В. Дробышевская, О. М. Остриков // Физическая мезомеханика. – 2015. – Т. 18, № 2. – С. 79–88.

45. Дробышевская, Т. В. Расчет напряженно-деформированного состояния в системе «двойник-трещина нормального отрыва в зерне поликристалла» / Т. В. Дробышевская, О. М. Остриков // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2015. – Т. 11, № 2. – С. 80–87.

46. Остриков, О. М. Разрушение и сопутствующие ему эффекты в ферромагнитном монокристалле  $\text{Ni}_2\text{MnGa}$  с эффектом памяти формы / О. М. Остриков, Е. В. Шматок // Инженерно-физический журнал. – 2015. – Т. 88, № 1. – С. 272–279.

47. Шматок, Е. В. Влияние трещины поперечного сдвига на особенности распределения напряжений у единичного линзовидного механического двойника в сплавах  $\text{Ni}_2\text{MnGa}$  / Е. В. Шматок, О. М. Остриков // Механика машин, механизмов и материалов. – 2016. – № 2(35). – С. 63–67.

48. Василевич, Ю. В. Условие равновесия остаточного краевого клиновидного нанодвойника в постдеформированном твердом теле / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // Наука и техника. – 2017. – Т. 16, № 4. – С. 335–342.

49. Василевич, Ю. В. Условие равновесия нетонкого винтового клиновидного двойника, находящегося вдали от поверхности недеформируемого кристалла / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // Наука и техника. – 2018. – Т. 17, № 6. – С. 515–520.

50. Остриков, О. М. Методика прогнозирования распределения полей напряжений в системе «остаточный клиновидный двойник – трещина» / О. М. Остриков // Веснік Магілеўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А. А. Куляшова. Серыя В. Прыродазнаўчая навука: матэматыка, фізіка, біялогія. – 2019. – № 2(54). – С. 69–78.

### **Статьи в рецензируемых сборниках научных трудов**

51. Василевич, Ю. В. Способ расчета полей смещений у клиновидного двойника / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // Машиностроение. – Минск: БНТУ, 2007. – Вып. 23. – С. 317–320.

52. Остриков, О. М. Анализ напряженного состояния у вершины клиновидного механического двойника / О. М. Остриков, Ю. В. Василевич // Машиностроение. – Минск: БНТУ, 2007. – Вып. 23. – С. 320–324.

53. Василевич, Ю. В. Выполнение условия равновесия твердого тела с нетонким остаточным двойником в случае плосконапряженного состояния / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // Машиностроение. – Минск: БНТУ, 2017. – Вып. 30. – С. 195–199.

54. Василевич, Ю. В. Условие равновесия краевого клиновидного двойника, находящегося вдали от поверхности постдеформированного твердого тела в приближении бесконечно малых сил внутреннего трения / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // Машиностроение. – Минск: БНТУ, 2018. – Вып. 31. – С. 223–231.

55. Василевич, Ю. В. Выполнение условия равновесия твердого тела с нетонким остаточным клиновидным двойником в случае

плоскодеформированного состояния / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // Машиностроение. – Минск: БНТУ, 2021. – Вып. 33. – С. 128–134.

56. Остриков, О. М. Энергетические критерии механического двойникования / О. М. Остриков // Машиностроение. – Минск: БНТУ, 2021. – Вып. 33. – С. 147–155.

57. Василевич, Ю. В. Определение условий существования равновесного винтового нанодвойника в деформированном твердом теле / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // Теоретическая и прикладная механика. – 2021/2022. – Вып. 36. – С. 47–53.

58. Василевич, Ю. В. Роль сил неупругой природы в формировании остаточных винтовых нанодвойников клиновидной формы / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков, В. А. Чигарев // Теоретическая и прикладная механика. – 2021/2022. – Вып. 36. – С. 11–14.

### **Материалы конференций, тезисы докладов**

59. Dub, S. N. The effect of loading rate on the mechanism of plastic deformation in bismuth studied by instrumented sharp indentations / S. N. Dub, O. M. Ostrikov // Symposium Z: Multiscale Materials Modeling / MRS Fall Meeting, Boston, 27 November – 1 December 2000 / Boston, USA, – 2000. – P. 496.

60. Дуб, С. Н. Влияние скорости нагружения на механизм пластической деформации в висмуте и сурьме во время испытаний на нанотвердость / С. Н. Дуб, О. М. Остриков // Актуальные проблемы прочности : материалы XXXVII Международного семинара, Киев, 3–5 июля 2001 г. / Институт проблем материаловедения НАН Украины. – Киев, 2001. – С. 36.

61. Остриков, О. М. Потоки миграции примесей у клиновидного двойника / О. М. Остриков // Современные проблемы машиноведения: материалы VI Международной конференции, Гомель, 19–20 октября 2006 г. / ГГТУ им. П. О. Сухого. – Гомель, 2006. – С. 59–60.

62. Остриков, О.М. Расчет напряжений и вывод условия равновесия клиновидного нанодвойника, находящегося у поверхности ионно-имплантированного материала / О. М. Остриков // Структурные основы модификации материалов методами нетрадиционных технологий: материалы IX Международного семинара, Обнинск, 12–16 июня 2007 г. / Обнинский государственный технический университет атомной энергетики. – Обнинск, 2007. – С. 84–85.

63. Остриков, О. М. Обоснование возможности формирования слоистых материалов на основе явления полисинтетического механического двойникования, вызванного интенсивной деформацией / О. М. Остриков // Структурные основы модификации материалов методами нетрадиционных технологий: материалы IX Международного семинара, Обнинск, 12–16 июня 2007 г. / Обнинский государственный технический университет атомной энергетики. – Обнинск, 2007. – С. 88–89.

64. Остриков, О. М. Нанодвойникование, как эффективный способ формирования композитов с наноразмерными включениями / О. М. Остриков // Структурные основы модификации материалов методами нетрадиционных технологий: материалы IX Международного семинара, Обнинск, 12–16 июня 2007 г. / Обнинский государственный технический университет атомной энергетики. – Обнинск, 2007. – С. 89–90.

65. Остриков, О. М. Мезоскопическая дислокационная динамическая модель клиновидного двойника / О. М. Остриков // Современные проблемы машиноведения: материалы VII Международной научно-технической конференции, Гомель, 23–24 октября 2008 г. / ГГТУ им. П. О. Сухого, Гомель, 2008. – С. 55–56.

66. Василевич, Ю. В. Теория двойникования деформируемых твердых тел / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // Механика – 2009 : материалы IV Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике, Минск, 22–24 декабря 2009 г. / Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси. – Минск, 2009. – С. 78–82.

67. Остриков, О. М. Силовой баланс на границах остаточного клиновидного двойника / О. М. Остриков // Фазовые превращения и прочность кристаллов: сб. тезисов IX Международной конференции, Черногловка, 7–11 ноября 2016 г. / Институт физики твердого тела РАН. – Черногловка, 2016. – С. 63.

68. Остриков, О. М. О знаке величины плотности двойникующих дислокаций / О. М. Остриков // Физическое материаловедение и Актуальные проблема прочности: сборник тезисов VIII Международной школы с элементами научной школы для молодежи, Тольятти, 3–12 сентября 2017 г. и LIX Международной конференции, Тольятти, 5–8 сентября 2017 г. / Тольяттинский государственный университет. – Тольятти, 2017. – С. 62.

69. Остриков, О. М. О величине внутренних напряжений на двойниковых границах / О. М. Остриков // Физическое материаловедение и Актуальные проблема прочности: сборник тезисов VIII Международной школы с элементами научной школы для молодежи, Тольятти, 3–12 сентября 2017 г. и LIX Международной конференции, Тольятти, 5–8 сентября 2017 г. / Тольяттинский государственный университет. – Тольятти, 2017. – С. 63.

70. Остриков, О. М. Производность клиновидной формы двойников от линзовидной / О. М. Остриков // Физическое материаловедение и Актуальные проблема прочности: сборник тезисов VIII Международной школы с элементами научной школы для молодежи, Тольятти, 3–12 сентября 2017 г. и LIX Международной конференции, Тольятти, 5–8 сентября 2017 г. / Тольяттинский государственный университет. – Тольятти, 2017. – С. 66.

71. Остриков, О. М. О возможности использования теории упругости в теории механического двойникования / О. М. Остриков // Физическое материаловедение и Актуальные проблема прочности: сборник тезисов VIII Международной школы с элементами научной школы для молодежи, Тольятти, 3–12 сентября 2017 г. и LIX Международной конференции, Тольятти, 5–8 сентября 2017 г. / Тольяттинский государственный университет. – Тольятти, 2017. – С. 102–103.

72. Остриков, О. М. Угол наклона к поверхности вектора Бюргера дислокации у некогерентного двойника, цепочки дислокаций и дислокационной стенки / О. М. Остриков // Современные проблемы машиноведения : Материалы XII Международной научно-технической конференции (научные чтения, посвященные П. О. Сухому), Гомель, 22–23 нояб. 2018 г. / Министерство образования Республики Беларусь, ГГТУ им. П. О. Сухого, Филиал ПАО «Компания «Сухой» ОКБ «Сухого» ; под общ. ред. А. А. Бойко. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2018. – С. 314–315.

73. Остриков, О. М. О возможности использования дислокаций бесконечной длины в плоской модели клиновидного двойника конечной длины / О. М. Остриков // XXIII Петербургские чтения по проблемам прочности, посвященные 100-летию ФТИ им. А. Ф. Иоффе и 110-летию со дня рождения чл.-кор. АН СССР А. В. Степанова, Санкт-Петербург, Россия, 10–12 апреля 2018 г. /

ФТИ им. А. Ф. Иоффе. – Санкт-Петербург: Издательство «ВВМ», 2018. – С. 277.

74. Остриков, О. М. Полисинтетическое двойникование кристаллов и научная значимость его классификации / О. М. Остриков // Фазовые превращения и прочность кристаллов: сборник тезисов X Международной конференции, Черноголовка, 29 октября – 2 ноября 2018 г. / под ред. Б. Б. Страумала. Институт физики твердого тела РАН. – Черноголовка. – С. 137.

75. Остриков О. М. Учет в дислокационной модели клиновидного двойника ступеньки на поверхности кристалла, обусловленной поворотом кристаллической решетки / О. М. Остриков // Физическое материаловедение и Актуальные проблема прочности: сборник тезисов IX Международной школы с элементами научной школы для молодежи, Тольятти, 9–13 сентября 2019 г. и LXI Международной конференции, Тольятти, 9–13 сентября 2019 г. / Тольяттинский государственный университет. – Тольятти, 2019. – С. 94.

76. Остриков О. М. Условие существования остаточного двойника с некогерентными границами / О. М. Остриков // Физическое материаловедение и Актуальные проблема прочности: сборник тезисов IX Международной школы с элементами научной школы для молодежи, Тольятти, 9–13 сентября 2019 г. и LXI Международной конференции, Тольятти, 9–13 сентября 2019 г. / Тольяттинский государственный университет. – Тольятти, 2019. – С. 95.

77. Остриков, О. М. Влияние сил неупругой природы на плотность двойникующих дислокаций на границах остаточных клиновидных двойников / О. М. Остриков // Физическое материаловедение и Актуальные проблема прочности: сборник тезисов X Международной школы, посвященной 10-летию лаборатории «Физика прочности и интеллектуальные диагностические системы», Тольятти, 13–17 сентября 2021 г. и LXI Международной конференции, посвященной 70-летию Тольяттинского государственного университета, Тольятти, 13–17 сентября 2021 г. / Тольяттинский государственный университет. – Тольятти, 2021. – С. 262–263.

## **Патенты**

78. Способ определения микротвердости аморфных металлов: пат. Респ. Беларусь, G01N / П. Н. Гракович, Н. П. Глазырин, С. В. Паркалов, М. Н. Верещагин, О. М. Остриков; заявитель ИММС НАН Беларуси. – № а20020778ВУ; заявл. 23.09.02; опубл. 31.03.04 Афіцыйны бюл. / Дзярж. пат. ведамства Рэсп. Беларусь. – 2004. – № 1. – С. 63.

79. Способ определения интенсивности поверхностного разрушения материалов: пат. Респ. Беларусь, МПК7 G01N 3/08 / М. Н. Верещагин, О. М. Остриков, Д. Б. Зюков, П. Н. Гракович, С. В. Шилько, Н. П. Глазырин; заявитель ИММС НАН Беларуси. – № а20030020ВУ; заявл. 10.01.03; опубл. 30.09.04 // Афіцыйны бюл. / Дзярж. пат. ведамства Рэсп. Беларусь. – 2004. – № 3. – С. 61.



## РЭЗІЮМЭ

Вострыкаў Алег Міхайлавіч

### Мадэляванне і разлік напружана-дэфармаванага стану цвёрдых цел з рэшткавымі механічнымі двайнікамі

**Ключавыя словы:** палі напружанняў, зрушэнні, дэфармацыі, двайніканне, нанадвайніканне

**Мэта працы:** распрацоўка метадаў разліку напружанага стану дэфармаваных і недэфармаваных цвёрдых целаў з рэшткавымі клінаватымі механічнымі двайнікамі.

Распрацавана методыка разліку плёў напружанняў, зрушэнняў і дэфармацый у дэфармаваных і дэфармуемых цвёрдых целах пры наяўнасці ў іх рэшткавых мікра- і нанадвайнікоў клінаватай формы.

Упершыню вырашаны задачы механікі дэфармуемага цвёрдага цела, звязаныя з колькаснай ацэнкай размеркавання напружанняў у двайнікуемам матэрыяле пры наяўнасці ў ім рэшткавых двайнікоў. Паказана, што некагерэнтныя межы рэшткавых двайнікоў істотна скажаюць дэфармацыйную карціну, фармаваную вонкавымі засяроджанымі або размеркаванымі на паверхні нагрузкамі. Вынікі знайшлі практычную рэалізацыю ў сферы адукацыі, навукі і вытворчасці і рэкамендуюцца для выкарыстання ў прамысловасці з мэтай павышэння якасці прагназавання рэсурсу матэрыялаў, якія прымяняюцца ў машынабудаванні.

## РЕЗЮМЕ

Остриков Олег Михайлович

### Моделирование и расчет напряженно-деформированного состояния твердых тел с остаточными механическими двойниками

**Ключевые слова:** поля напряжений, смещения, деформации, двойникование, нанодвойникование.

**Цель работы:** разработка методов расчета напряженного состояния деформируемых и недеформируемых твердых тел с остаточными клиновидными механическими двойниками.

Разработана методика расчета полей напряжений, смещений и деформаций в деформированных и деформируемых твердых телах при наличии в них остаточных микро- и нанодвойников клиновидной формы.

Впервые решены задачи механики деформируемого твердого тела, связанные с количественной оценкой распределения напряжений в двойникующемся материале при наличии в нем остаточных двойников. Показано, что некогерентные границы остаточных двойников существенно искажают деформационную картину, формируемую внешними сосредоточенными или распределенными на поверхности нагрузками. Результаты нашли практическую реализацию в сфере образования, науки и производства и рекомендуются для использования в промышленности с целью повышения качества прогнозирования ресурса применяемых в машиностроении двойникующихся материалов.

## SUMMARY

**Ostrikov Oleg Mikhailovich**

### **Modeling and calculation of the stress-strain state of solids with residual mechanical twins**

**Keywords:** stress field, displacement, deformation, twinning, nanotwinning

**The work purpose:** development of methods for calculating the stress state of deformable and non-deformable solids with residual wedge-shaped mechanical twins.

A technique has been developed for calculating the fields of stresses, displacements, and strains in deformed and deformable solids in the presence of residual wedge-shaped micro- and nanotwins.

For the first time, the problems of mechanics of a deformable solid body are solved, which are associated with a quantitative assessment of the distribution of stresses in a twinning material in the presence of residual twins in it. It is shown that incoherent boundaries of residual twins significantly distort the deformation pattern formed by external loads concentrated or distributed on the surface. The results have found practical implementation in the field of education, science and production and recommended for use in industry in order to improve the quality of predicting the resource of twinning materials used in mechanical engineering.

Научное издание

**ОСТРИКОВ**  
**Олег Михайлович**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ  
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ОСТАТОЧНЫМИ  
МЕХАНИЧЕСКИМИ ДВОЙНИКАМИ**

Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени доктора технических наук  
по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Подписано в печать 17.02.2023. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Цифровая печать.  
Усл. печ. л. 2,91. Уч.-изд. л. 1,84. Тираж 60. Заказ 100.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.