ДОПОЛНЕНІЯ КЪ КУРСУ ГИДРАВЛИКИ.

§ 45. Общій разсчетъ простого трубопровода.

Примѣнимъ нынѣ полученные нами результаты для общаго разсчета простого трубопровода. Пусть два резервуара A и B соединены трубопроводомъ C. Трубопроводъ состоитъ изъ отдѣльныхъ трубъ различной длины и различныхъ діаметровъ (для каждой отдѣльной трубы пусть діаметръ величина постоянная). Продольныя оси трубъ могутъ быть прямолинейныя или представлять ломаную линію и состоять изъ прямолинейныхъ отрѣзковъ, соединенныхъ закругленіями. Черезъ весь трубопроводъ можетъ быть проведена одна линія тока - одна струя. При рѣшеніи вопроса о простомъ трубопроводѣ являются двѣ задачи: 1) Опредѣлить расходъ Q трубопровода (т.е. расчитать количество жидкости, которое можетъ доставить въ единицу времени данный трубопроводъ при извѣстномъ напорѣ) и 2) опредѣлить давленіе въ каждой точкѣ трубопровода, т.е. прослѣдить послѣдовательно паденіе напора.

Обѣ задачи рѣшаются примѣненіемъ теоремы Д. Бернулли къ нѣкоторой линіи тока частицы, находившейся сначала на свободной поверхности перваго резервуара и перешедшей на поверхность второго резервуара. Пусть атмосферное давленіе на свободной поверхности того и другого резервуара одинаково, V_0 и V скорости частицъ жидкости въ этихъ поверхностяхъ и H - разность уровней жидкости въ сосудахъ или гидравлическій напоръ. Тогда по формулѣ (33)

$$\frac{V_0^2}{2g} + \frac{P_0}{\Delta} + H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P_0}{\Delta} + 0 + \frac{1}{\Delta}\int\frac{R}{\omega}ds$$

или $$\frac{V_0^2}{2g} + H = \frac{V^2}{2g} + h\,, \qquad (\alpha)$$

гдѣ h - величина всѣхъ наличныхъ по пути гидравлическихъ сопротивленій. Займемся опредѣленіемъ величины h (потери напора) на основаніи приведенныхъ въ предыдущихъ §§ частныхъ выводовъ. Расходъ Q одинаковъ по всей длинѣ трубопровода въ виду принципа неразрывности массы. Потеря напора при движеніи жидкости по трубопроводу слагается, какъ мы знаемъ изъ слѣдующихъ элементовъ (форм. 36).

1) Потеря напора при входѣ въ трубопроводъ равна

$$h_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{2g}\cdot\frac{1}{\omega_1^2},$$

$\cancel{\frac{(v-v_0)^2}{2g}}$

если принять скорость на свободной поверхности перваго резервуара весьма малой ($V_0 = 0$) и ω_1 - сѣченіе первой трубы трубо - провода (см. черт. 1).

2) Потеря напора по длинѣ (l_1) первой трубы. По формулѣ (25) она выражается на единицу длины черезъ:

$$i = \frac{Q^2}{\gamma^2 D^5}$$

и на длину l_1 выразится:

$$h_2' = h_2 = \frac{Q^2 l_1}{\gamma_1^2 D_1^5},$$

гдѣ D_1 и γ_1 діаметръ и соотвѣтственный коэффиціентъ γ для первой трубы трубопровода.

3) Потеря напора при переходѣ струи изъ трубы меньшаго сѣченія въ трубу большого сѣченія по формулѣ (32):

$$h_3 = \frac{Q^2}{2g}\left[\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right]^2.$$

4) Потеря напора по длинѣ второй трубы (l_2):

$$h_4'' = \frac{Q^2 l_2}{\gamma_2^2 D_2^5}.$$

Пусть въ трубѣ № 2 имѣется нѣсколько діафрагмъ и перегибовъ оси трубы; тогда:

5) Потеря напора отъ перехода струи черезъ діафрагмы по формулѣ (26 bis):

$$h'_5 = \frac{Q^2}{2g} \sum_{p=1}^{p=p} \left[\frac{1}{\mu\omega'_p} - \frac{1}{\omega_2}\right]^2$$

$$\left(\frac{1}{\mu\omega'_p} - \frac{1}{\omega_2}\right)^2$$

6) Потеря напора при проходѣ черезъ изогнутыя колѣна по формулѣ (27):

$$h_6 = \sum_{m=1}^{m=m} A_m \frac{V^2}{2g} = \sum_{m=1}^{m=m} A_m \frac{Q^2}{2g} \cdot \frac{1}{\omega_2^2} .$$

7) Потеря напора при переходѣ струи отъ трубы широкаго отверстія къ узкому выражается по формулѣ (33):

$$h_7 = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{\mu\omega_3} - \frac{1}{\omega_2}\right]^2 .$$

8) Потеря напора при выходѣ изъ трубопровода во второй резервуаръ. Если принять скорость частицы во второмъ сосудѣ весьма малой, то по формулѣ (36):

$$h_8 = \frac{Q^2}{2g} \cdot \frac{1}{\omega_3^2}$$

Собирая всѣ эти потери вмѣстѣ и дѣлая обобщенія на n трубъ различныхъ діаметровъ, въ каждой изъ которыхъ могутъ быть вставлены діафрагмы и существовать изогнутыя колѣна, получимъ слѣдующее выраженіе для гидравлическихъ сопротивленій:

№1 №2,4 №3 №4

$$h = \frac{Q^2}{2g} \left| \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega_1^2} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{2g\,l_i}{\gamma_i^2 D_i^5} + \sum_{i=1}^{i=n_1} \left[\frac{1}{\omega_i} - \frac{1}{\omega_{i+1}}\right]^2 + \sum_{i=1}^{i=1} \left[\frac{1}{\mu\omega_i} - \frac{1}{\omega_i}\right]^2 + \right.$$

№6 №5 №8

$$\left. + \sum_{m=1}^{m=m} A_m \frac{1}{\omega_i^2} + \sum_{p=1}^{p=p_1} \left[\frac{1}{\mu\omega'_p} - \frac{1}{\omega_p}\right]^2 + \frac{1}{\omega_n^2} \right| .$$

Подставляя выраженіе h въ уравненіе (α) и называя сѣченія резервуаровъ O_1 и O_2, получимъ для H слѣдующее выраженіе по Q или наоборотъ:

$$H = \frac{Q^2}{2g}\left|\frac{1}{O_1^2} - \frac{1}{O_2^2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\omega_1^2} + \sum_{i=1}^{i=n}\frac{2gl_i}{\gamma_1^2 D_i^5} + \sum_{i=1}^{i=n}\left[\frac{1}{\omega_i} - \frac{1}{\omega_{i+1}}\right]^2 + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{i=l_1}\left[\frac{1}{\omega_i} - \frac{1}{\omega_i}\right]^2 + \sum_{m=1}^{m=m_1} A_m \frac{1}{\omega_1^2} + \sum_{p=1}^{p=p_1}\left[\frac{1}{\mu\omega_p^1} - \frac{1}{\omega_i}\right]^2 + \frac{1}{\omega_n^2}\right| \qquad (37)$$

Задавшись величиной напора H, діаметромъ и длиной трубъ и количествомъ въ нихъ перегибовъ и діафрагмъ, найдемъ по этой формулѣ расходъ Q, а слѣдовательно, и среднюю скорость движенія струи по каждой изъ трубъ.

Задавшись величиной необходимаго расхода Q, найдемъ по этой формулѣ требуемый напоръ H.

По требуемому напору легко разсчитать паровую машину, которая могла бы доставить этотъ напоръ, если жидкость не движется самотекомъ, а для этого примѣняется машинная сила.

Очевидно, если въ трубопроводъ необходимо накачать Q кубическихъ метровъ, в час то это равносильно работѣ, необходимой для подъема такого же количества жидкости на высоту H метровъ. Эта работа въ ~~килограммахъ~~ метрах въ секунду будетъ

1t

$$W = \frac{Q \; . \; 1000 \; . \; H}{3600},$$

или, такъ какъ работа одной паровой лошади (HP) есть 75 килограммометровъ въ секунду, то работа netto машинъ, накачивающихъ жидкость, будетъ:

машинъ в сравнении

$$W = \frac{Q \; . \; 1000 \; . \; H}{3600 \; . \; 75} \text{ л.с.} \qquad (38).$$

Такъ какъ установка трубопровода тѣмъ дешевле, чѣмъ меньше вѣсъ трубъ, а значитъ чѣмъ меньше ихъ діаметръ, то казалось бы, что надо стремиться къ уменьшенію діаметровъ. Но формула (38) въ связи съ (37) показываетъ, что чѣмъ меньше діаметръ тѣмъ больше требуемый напоръ, а значитъ, и величина машинъ и расходъ на приведеніе ихъ въ дѣйствіе, т.е. расходъ на эксплоатацію. Поэтому оба эти обстоятельства необходимо имѣть ввиду при рѣшеніи вопроса объ экономичности сооружаемыхъ трубопроводовъ.

§46. ОПРЕДѢЛЕНІЕ ДАВЛЕНІЙ ВЪ ТРУБОПРОВОДѢ.

215

Второй задачей разсчета трубопровода является вопросъ объ опредѣленіи давленія въ каждой его точкѣ и провѣрка трубопровода, не произойдетъ ли въ немъ вслѣдствіе пониженія давленія въ какомъ нибудь мѣстѣ разрыва въ этомъ мѣстѣ жидкости, т.е. будетъ ли жидкость протекать черезъ трубопроводъ при данномъ его очертаніи..

Пусть жидкость изъ резервуара А по трубопроводу В, состоящему изъ нѣсколькихъ частей трубъ различныхъ діаметровъ съ различными мѣстными сопротивленіями (діафрагмами, поворотами), переходитъ въ резервуаръ С. (Черт. 2).

Для опредѣленія давленія въ любомъ сѣченіи mn разсмотримъ линію т о к а до этого сѣченія; пусть z ордината, p и v – давленіе и скорость струи въ этомъ сѣченіи; z_0, p_0, v_0 тѣ же величины на поверхности перваго сосуда. Ур-іе Д. Бернулли для выбранной струи до сѣченія mn даетъ:

$$\frac{p_0}{\Delta} + z_0 + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p}{\Delta} + z + \frac{v^2}{2g} + h \qquad (\alpha).$$

Членъ h выражаетъ собою потерю гидравлическаго напора на пути линіи тока отъ поверхности перваго сосуда до сѣченія mn. Членъ h состоитъ: 1) изъ потери напора, при движеніи струи внутри перваго резервуара h, потери весьма незначительной, поэтому можно пренебречь; 2) изъ потери при входѣ въ трубопроводъ; по предыдущему потеря эта равна $\frac{1}{2}\,\frac{v^2}{2g}$;

3) потери по длинѣ первой трубы до сѣченія mn, равной $\frac{Q^2 l}{\gamma^2 D^5}$

(l длина трубы до сѣченія mn).

Подставляя въ (α) и называя $z_0 - z$ черезъ y, найдемъ:

$$\text{пьезометр выс.} = \left(\frac{p}{\Delta} - \frac{p_0}{\Delta}\right) = y + \frac{v_0^2}{2g} - \left(\frac{v^2}{2g} + h\right) \qquad (39)$$

гдѣ:
$$h = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{2g} + \frac{Q^2 l}{\gamma^2 D^5} .$$

Уравненіе (39) даетъ рѣшеніе вопроса, т.е. пьезометрическую высоту въ сѣченіи mn трубопровода.

Величину $\left(\frac{p}{\Delta} - \frac{p_0}{\Delta}\right)$ можно было бы найти прямо опытнымъ путемъ, помѣстивъ пьезометрическую трубочку въ томъ сѣченіи, гдѣ желаемъ опредѣлить давленіе; по уравненію (39), однако, эту потерю на гидравлическія сопротивленія на пути до взятаго сѣченія можно опредѣлить непосредственно разсчетомъ. Отложивъ въ точкѣ M по вертикали вверхъ величину

$$y + \frac{v_0^2}{2g} - \left(\frac{v^2}{2g} + h\right),$$

или найденную опытомъ $\left(\frac{p}{\Delta} - \frac{p_a}{\Delta}\right)$, получимъ точку m, лежащую на линіи давленія даннаго трубопровода.

Величина $\frac{v_0^2}{2g}$ вызываетъ повышеніе горизонта, отъ котораго слѣдуетъ откладывать величину y, но такъ какъ эта величина весьма незначительная

(напр. при $v_0 = \frac{1}{100}$ mt.; $v_0^2 = 10^{-4}$ mt.; $\frac{v_0^2}{2g} = 10^{-4} \cdot 2^{-1} \cdot 10^{-5} \cdot 2^{-1} =$

$= \frac{1}{200}$ m/m), то можемъ откладывать величину y отъ линіи, проходящей черезъ горизонтъ жидкости въ первомъ сосудѣ.

Проведемъ горизонтальную линію LL', возвышающуюся надъ свободнымъ горизонтомъ жидкости въ напорномъ сосудѣ на величину $\frac{v_0^2}{2g}$. черт 3

Ставимъ въ точкахъ M, M_1, M_2, ... M_7 открытыя пьезометрическія трубки, и тогда высшія точки стоянія жидкости въ этихъ трубкахъ покажутъ намъ направленіе линіи давленія. Эти же точки n, n_1, ... n_7 можно было бы получить разсчетомъ, откладывая отъ m, m_1, m_2 . . . . m_7 внизъ величины $(-\frac{v^2}{2g} + h)$, при чемъ h - потеря на гидравлическія сопротивленія до данной точки. (черт. 3).

Прослѣдимъ послѣдовательно, какъ измѣняется линія давленія. При проходѣ отъ M_0 къ M, т.е. до мѣста, гдѣ жидкость начинаетъ смачивать всю трубу, происходитъ значительная потеря напора, равная: 1) потерѣ при движеніи по сосуду А, которой пренебрегаемъ, 2) потери при входѣ въ трубопроводъ, равной $\frac{1}{2}\frac{v^2}{2g}$, линія давленія отъ точки m_0 быстро понижается до n на величину $mn = \frac{1}{2}\frac{v^2}{2g}$, самую кривую въ промежуточныхъ точкахъ мы можемъ чертить только приблизительно, принимая и между m_0 и m за прямую. На пути отъ M до M_1 происходитъ постепенное по длинѣ трубы паденіе напора. Въ самомъ дѣлѣ, до этого мѣста (по длинѣ трубы) потеря напора выражается членомъ $\frac{Q^2 l}{\gamma^2 D^5}$ и при постоянныхъ Q и D (расходъ и діаметръ), пропорціональна длинѣ l трубы, т.е. линія пьезометрическихъ давленій между MM_1 будетъ прямая съ постояннымъ уклономъ. Та же формула указываетъ, что уклонъ линіи давленія въ случаѣ трубъ меньшаго діаметра /больше/, чѣмъ при болѣе значительномъ сѣченіи трубы.

При переходѣ струи отъ узкаго отверстія въ болѣе широкое будетъ снова значительная потеря напора на короткомъ протяженіи, выражаемая по закону Борда членомъ $\frac{(v_2 - v_1)^2}{2g}$. Линія давленія въ этомъ мѣстѣ будетъ нѣкоторой кривой, для которой можно вычислить только нормальную и конечную точки n_1 и n_2. Потеря напора въ колѣнахъ съ закругленіями по предыдущему выражается членомъ

$$h = A\frac{v^2}{2g}$$

и вызываетъ также быстрое паденіе линіи давленія на короткомъ протяженіи по нѣкоторой кривой. При переходѣ отъ широкаго отверстія къ узкому отверстію трубы потеря напора выражается членомъ вида:

$$h = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu\omega} - \frac{1}{\omega}\right)^2;$$

также найдемъ выраженіе для потери напора при проходѣ струи черезъ діафрагмы. Каждый разъ линія давленія въ этихъ случаяхъ будетъ изображаться нѣкоторой кривой, для которой разсчетъ даетъ намъ начальную и конечную точки, почему мы практически замѣняемъ ее прямою, соединяющей эти точки.

Остается разсмотрѣть очертаніе линіи давленія при выходѣ струи изъ резервуара. Если бы истеченіе происходило въ атмосферу, то пьезометрическое давленіе въ точкѣ выхода было бы нуль и линія давленія постепенно (не считая рѣзкости измѣненій въ случаяхъ мѣстныхъ сопротивленій) понизилась бы до положенія центра тяжести выходного отверстія.

При истеченіи въ нѣкоторый сосудъ C при переходѣ жидкости изъ трубопровода въ сосудъ C на пути M_5M_6 происходитъ быстрая потеря напора вслѣдствіе быстраго измѣненія скорости движенія по трубѣ и по сосуду; если послѣднюю, какъ величину весьма малую, считать равной нулю, - потеря напора выразится $\frac{v^2}{2g}$, гдѣ v - скорость въ послѣдней трубѣ. Линія давленія въ этомъ мѣстѣ быстро понизится до совпаденія съ свободной поверхностью во второмъ сосудѣ, что послѣдуетъ въ той точкѣ, которая будетъ вертикальной проекціей частицы струи въ томъ мѣстѣ, гдѣ скорость движенія уже сдѣлалась равной нулю.

Черт. 4. Въ частномъ случаѣ, когда имѣется одна горизонтальная труба постояннаго діаметра, отводящая жидкость отъ резервуара A въ воздухъ, кривая давленія имѣетъ слѣдующій простой видъ. Пренебрегая высотой $\frac{v_0^2}{2g}$ по малости v_0 и въ началѣ имѣемъ паденіе линіи давленія mn (звидѣ нѣкоторой кривой), обусловленное потерей напора при входѣ жидкости въ сосудъ, отъ n до k происходитъ равномѣрное паденіе напора по длинѣ трубы, и кривая давленія выразится прямой nk наклонной къ горизонту подъ угломъ α, при чемъ $\mathrm{Tang}\,\alpha = i$.

Въ пространствѣ отъ m_o до m линія давленія понизилась бы поверхностью горизонта въ первомъ сосудѣ, ибо въ этомъ пространствѣ скорость движенія частицы по линіи тока (отъ M_o до M) измѣняется весьма незначительно. Вообще, ввиду всего сказаннаго, можно заключить, что, сравнивая положеніе линій давленія для той же трубы при разныхъ расходахъ и скоростяхъ найдемъ, что большему расходу или скорости отвѣчаетъ линія давленія съ большимъ уклономъ.

§47. РАСПРЕДѢЛЕНІЕ ДАВЛЕНІЯ ВЪ СИФОНѢ.

Черт.5. Если на пути слѣдованія трубопровода встрѣчается препятствіе, которое возможно обойти, только поднявши трубу въ видѣ сифона *), то существуетъ извѣстное соотношеніе между напоромъ и возможной высотой поднятія трубопровода, при которомъ вообще будетъ происходить движеніе жидкости по сифону. Теоретически при самотекѣ высота эта для воды не должна превосходить 32' = 10,33m (высота поднятія столба воды въ вертикальной трубѣ, уравновѣшивающаго давленіе атмосферы); практически предѣлъ этотъ лежитъ, однако, ниже. Пусть имѣемъ сифонную трубку постояннаго діаметра, и пусть M наивысшая точка сифона.

Ур-іе Д.Бернулли даетъ для линіи тока M_oM:

$$\frac{v_o^2}{2g} + \frac{p_o}{\Delta} + z_o = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\Delta} + z + h. \qquad (\alpha),$$

гдѣ p, z, v - давленіе, ордината и скорость въ сѣченіи, проходящемъ черезъ наивысшую точку сифона.

---

*) *Сифонъ представляетъ трубу, проводящую жидкость изъ одного резервуара въ нижележащій другой и расположенную (всю или частью) выше линіи, соединяющей уровни этихъ резервуаровъ; жидкость заполняетъ сифонъ подъ вліяніемъ атмосфернаго давленія.*

Высота сопротивленія h въ данномъ случаѣ выражается такъ:

$$h = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{2g} + \frac{Q^2 l}{\gamma^2 D^5}$$

и состоитъ изъ сопротивленій при входѣ въ сифонъ и изъ сопротивленій при движеніи по трубѣ сифона, если не принимать во вниманіе другихъ мѣстныхъ сопротивленій.

Ур-іе (α) даетъ слѣдующее выраженіе для пьезометрическаго давленія въ точкѣ М:

$$\frac{p - p_0}{\Delta} = (z_0 - z) + \frac{v_0^2}{2g} - \left(\frac{v^2}{2g} + h\right).$$

Выраженіе это показываетъ, что чѣмъ выше и дальше возьмемъ точку М (чѣмъ выше поднимемъ сифонъ и чѣмъ больше будетъ h), тѣмъ меньше будетъ давленіе въ разсматриваемомъ сѣченіи сифона. По опредѣленію сифона $z > z_0$, поэтому:

$\frac{p_0 - p}{\Delta}$

$$z_0 - z = - y ;$$

дополнительно $< \frac{p_0}{\Delta}$

отсюда $$\frac{p_0 - p}{\Delta} = y - \frac{v_0^2}{2g} + \left(\frac{v^2}{2g} + h\right) .$$

Для того, чтобы движеніе жидкости было возможно, т.е. чтобы не произошло разрыва жидкости въ наиболѣе высокой точкѣ сифона, давленіе не должно быть отрицательное, т.е. $\frac{p}{\Delta}$ должно быть > 0, или всегда должно быть:

$$\frac{p_0 - p}{\Delta} < \frac{p_0}{\Delta} .$$

Поэтому: $$+ y - \frac{v_0^2}{2g} + \left(\frac{v^2}{2g} + h\right) < \frac{p_0}{\Delta} ;$$

отсюда: $$y < \frac{p_0}{\Delta} + \frac{v_0^2}{2g} - \left(\frac{v^2}{2g} + h\right). \qquad (40).$$

Это неравенство заключаетъ въ себѣ условіе возможности дѣйствія сифона; оно выражаетъ, что вертикальное разстояніе любой точки сифона отъ горизонта верхняго резервуара должно быть меньше высоты столба воды, давленіе котораго равно атмосферному давленію, увеличенному высотой начальной скорости движенія жидкости въ напорномъ сосудѣ и уменьшеннаго членомъ, зависящимъ отъ сопротивленій въ трубѣ сифона. Очевидно, вторая часть этого неравенства будетъ тѣмъ больше, чѣмъ меньше h, а потому выгоднѣе помѣщать высшую точку сифона ближе къ напорному сосуду. Положеніе I выгоднѣе положенія II.(Черт.6).

235

§48. ТРУБОПРОВОДЪ СЪ НЕРАВНОМѢРНЫМЪ ДВИЖЕНІЕМЪ ЖИДКОСТИ. СЛУЧАЙ ПЕРЕМѢННАГО ДІАМЕТРА.

Въ предыдущихъ §§ были разсмотрѣны случаи равномѣрнаго движенія при постоянномъ діаметрѣ и расходѣ Q въ трубѣ. Теперь разсмотримъ случаи неравномѣрнаго движенія, когда или діаметръ трубы перемѣнный или расходъ по трубѣ мѣняется. Гидравлическія сопротивленія и въ этомъ случаѣ вызываются треніемъ между движущейся жидкостью и стѣнками трубы. Дадимъ аналитическій выводъ для выраженія высоты гидравлическихъ сопротивленій въ случаѣ неравномѣрнаго движенія. Пусть имѣемъ коническую трубу съ постояннымъ расходомъ Q. (Черт.7). Скорости, очевидно, мѣняются при переходѣ отъ одного сѣченія трубы къ другому. Выдѣлимъ двумя перпендикулярными къ оси плоскостями нѣкоторый объемъ жидкости A безконечно малой длины ds. Такъ какъ сѣченіе трубы не можетъ быстро измѣниться на безконечно маломъ пути ds, то можемъ считать движеніе въ этомъ объемѣ равномѣрнымъ, т.е. скорость въ первомъ сѣченіи и послѣднемъ одинакова, т.е. внѣшнія силы не вызываютъ ускоренія. Въ силу сего сумма проекцій на любое направленіе всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на A, должна равняться нулю. За ось проекцій принимаемъ ось трубы по направленію движенія. Пусть Ω поперечное сѣченіе трубы, которое на протяженіи ds можетъ принять постояннымъ, z и z + dz ординаты центровъ тяжести перваго и второго сѣченія, отстоящихъ на безконечно малую величину ds, при чемъ:

$$AB = ds\,Cos\alpha = -\,dz$$

величинѣ безконечно малой. Силы, дѣйствующія на взятую массу жидкости, будутъ: вѣсъ, сила тренія и давленіе. Пусть Δ будетъ вѣсъ единицы объема, тогда вѣсъ взятаго объема A будетъ $\Delta\Omega ds$ Проекція этого вѣса на ось трубы будетъ:

$$\Delta\Omega\,ds\,Cos\alpha = -\,dz\Delta\Omega$$

~~не молекул. сцепления не принимаются~~?

Давленія отъ стѣнокъ трубы не дадутъ проекцій на ось, такъ какъ они симметричны и взаимно противоположны; остаются только боковыя давленія. Пусть p и $-(p + dp)$ давленія въ первомъ и второмъ сѣченіи на единицу площади (знакъ минусъ потому, что жидкость при движеніи не должна распадаться; значитъ направленія p и $p + dp$ противоположны). Равнодѣйствующая давленій на оба сѣченія будетъ $dp\Omega$. Проекція этого давленія $(-\,dp\Omega)$, направленнаго противъ движенія, на ось трубы будетъ также $-dp\Omega$.

Пусть R сила тренія, проявляющаяся на единицѣ длины между жидкостью и стѣнкой сосуда и направленная, какъ извѣстно, противъ движенія (поэтому знакъ минусъ). Тогда сила тренія на весь объемъ A будетъ $-\,Rds$ и проекція ея на ось трубы $-Rds$.

Составляя сумму проекцій всѣхъ силъ, мѣняя знаки и приравнивая ее нулю, находимъ:

dz имеет знак dp тоже

$$\Delta\,\Omega dz + dp\Omega + Rds = 0.$$

Дѣля все выраженіе на $\Delta\Omega$ получаемъ дифференціальное уравненіе движенія въ конической трубѣ для безконечно короткаго отрѣза трубы ds:

$$dz + \frac{dp}{\Delta} + Ads = 0, \quad \text{гдѣ} \quad A = \frac{R}{\Delta\Omega}.$$

Перемѣнныя раздѣлены, а потому, интегрируя между нѣкоторыми предѣлами S_1 и S соотвѣтствующими z и z_0, p и p_0, получимъ:

$\frac{ml}{t^2}\;\frac{1}{\frac{ml}{t^2 l^3}}\;;\; l^2 = l$

[illegible]

$\Delta = \frac{R}{\Delta R}$

$$z - z_0 + \frac{p - p_0}{\Delta} + \int_{s_1}^{s} A ds = 0. \qquad (41).$$

Новое уравненіе даетъ выраженіе гидравлическихъ сопротивленій для трубопровода конечной длины съ неравномѣрнымъ движеніемъ.

Такъ какъ на протяженіи ds движеніе можемъ предполагать равномѣрнымъ, то потеря напора на этомъ протяженіи:

$As = h_1$

$$\text{(См. форм. 25).} \qquad A ds = \frac{Q^2 ds}{\gamma^2 D^5}.$$

Поэтому при неравномѣрномъ движеніи потеря напора на протяженіи отъ S_1 до S будетъ:

$$h = \int_{s_1}^{s} A ds = \int_{s_1}^{s} \frac{Q^2 ds}{\gamma^2 D^5} \qquad (42).$$

Выразимъ ds въ зависимости отъ dD. черт. 8.

Если назовемъ D_0 и D_1 - діаметры въ двухъ крайнихъ сѣченіяхъ, между которыми разсматриваемъ движеніе жидкости (предѣлы, между которыми производимъ интеграцію) и D_S въ нѣкоторомъ произвольномъ сѣченіи на разстояніи S отъ перваго, то при коническомъ сѣченіи:

$$D_S = D_0 + \frac{D_1 - D_0}{l} S.$$

Дифференцируя это выраженіе, имѣемъ:

$$dD = \frac{D_1 - D_0}{l} ds .$$

Для γ беремъ среднюю изъ величинъ D_0 и D_1 - величину постоянную, тогда:

$$h = \frac{Q^2}{\gamma_1^2} \int_{s_1}^{s} \frac{ds}{D^5} = \frac{Q^2}{\gamma_1^2} \times \frac{l}{D_1 - D_0} \int_{D_0}^{D_1} \frac{dD}{D^5},$$

гдѣ предѣлу S соотвѣтствуетъ предѣлъ D_1, а предѣлу S_1 соотвѣтствуетъ D_0 и $l = S - S_1$.

Производя, дѣйствительно, интегрированіе, имѣемъ:

$$h = \frac{Q^2}{\gamma_1^2} \cdot \frac{1}{D_1 - D_0} \cdot \frac{1}{4}\left(\frac{1}{D_0^4} - \frac{1}{D_1^4}\right) = (D_0 + D_1)(D_0^2 + D_1^2)\frac{Q^2 l}{4\gamma_1^2 D_0^4 D_1^4} \quad (43).$$

При $D_{э} = D_1$, получимъ раньше выведенную формулу:

$$h = \frac{Q^2 l}{\gamma^2 D^5}$$

$$\frac{D_1^4 - D_0^4}{(D_1 - D_0)(D_0^4 D_1^4)} \quad \frac{(D_1^2 - D_0^2)(D_1^2 + D_0^2)}{(D_1 - D_0) D_0^4 D_1^4} = \frac{(D_0 + D_1)(D_0^2 + D_1^2)}{D_0^4 D_1^4}$$

для цилиндрическаго трубопровода.

§49. ВТОРОЙ СЛУЧАЙ НЕРАВНОМѢРНАГО ДВИЖЕНІЯ ВЪ ТРУБОПРОВОДѢ: ПРИ ПЕРЕМѢННОМЪ РАСХОДѢ..

Черт.9. Діаметръ предполагаемъ постояннымъ (труба цилиндрическая), но трубопроводъ расходуетъ жидкость по пути, такъ что расходъ измѣняется отъ $P + Q$ въ сѣченіи AB до Q въ сѣченіи CD пропорціонально длинѣ трубы l. P будетъ равномѣрно убывающимъ расходомъ по длинѣ трубы (а . $\frac{P}{l}$ – расходъ на единицу длины трубы) убыль и Q постоянный расходъ въ концѣ трубы. Тогда общій расходъ q_s для какого нибудь сѣченія трубы въ разстояніи S отъ начала можно выразить такъ:

$$q_s = Q + P - \frac{P}{l} s;$$

отсюда:
$$dq = -\frac{P}{l} ds \text{ или } ds = -\frac{l}{P} dq.$$

Общее выраженіе для гидравлическихъ сопротивленій въ случаѣ неравномѣрнаго движенія было:

$$h = \int_{s_0}^{s_1} \frac{q^2 ds}{\gamma_1^2 D^5};$$

въ данномъ случаѣ D — діаметръ трубы — величина постоянная, а q — расходъ — величина перемѣнная; мѣняя независимую перемѣнную, т.е. подставляя:

$$ds = -\frac{1}{P}dq,$$

получаемъ: $h = -\int_{Q+P}^{Q} \frac{q^2}{\gamma_1^2} \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{dq}{D^5} = \frac{1}{D^5 P \gamma_1^2} \int_{Q}^{Q+P} q^2 dq,$

гдѣ предѣламъ S_1 и S соотвѣтствуютъ предѣлы $Q+P$ и Q и γ_1 взята средняя величина для расходовъ $Q+P$ и Q.

Произведя интегрированіе, получимъ:

$$h = \frac{l}{\gamma_1^2 D^5 P} \cdot \frac{1}{3} \left[(Q + P)^3 - Q^3\right] \qquad (44).$$

Oa на Q

Если $P = Q$, то формула обращается въ извѣстную раньше*):

$$h = \frac{Q^2 l}{\gamma_1^2 D^5}.$$

Полагая $Q = 0$ или $\frac{Q}{P + Q} = 0$, найдемъ слѣдующее выраженіе для потери напора въ случаѣ одного только равномѣрнаго расхода по пути:

убыв

$$h_1 = \frac{P^2 l}{3\gamma_1^2 D^5};$$

послѣднее выраженіе показываетъ, что въ случаѣ если с у щ е с т в у е т ъ р а в н о м ѣ р н ы й р а с х о д п о д л и -

---

*) *Въ самомъ дѣлѣ, представивъ выраженіе* (44) *въ видѣ:*

$$h = \frac{l(P + Q)^2}{3\gamma_1 D^5}\left[1 + \frac{Q}{P + Q} + \left(\frac{Q}{P + Q}\right)^2\right]$$

полагаемъ въ немъ $P = 0$ *или* $\frac{Q}{P + Q} = 1.$

$[P^2 + 2PQ + Q(P+Q) + Q^2]$

нѣ трубы, равный Р въ начальномъ сѣченіи трубы, то потеря напора въ три раза меньше, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда тотъ же расходъ Р происходитъ черезъ конечное отверстіе трубы.

§50. ФОРМУЛА ДЮПЮИ.

Предполагая трубу постояннаго діаметра, опредѣлимъ такой постоянный расходъ Т, при которомъ получалась бы потеря напора въ концѣ трубы такая же, какъ и въ томъ случаѣ, если бы существовалъ постоянный расходъ въ концѣ Q и равномѣрный расходъ по пути Р.

По предыдущему въ случаѣ одного постояннаго расхода Т, потеря напора выразится такъ:

$$h = \frac{T^2 l}{\gamma^2 D^5}.$$

Во второмъ случаѣ та же потеря выразится:

$$h = \frac{1}{3\gamma_1^2 D^5 P}\left[(Q + P)^3 - Q^3\right].$$

Принимая приблизительно $\gamma = \gamma_1$, получимъ:

$$T^2 = \frac{1}{3P}\left[(Q + P)^3 - Q^3\right],$$

или $$T^2 = Q^2 + QP + \frac{1}{3}P^2 \qquad (45).$$

Этому выраженію Dupuit далъ болѣе простой видъ.

Опредѣляемое изъ ур-ія (45) Т можно представить въ слѣдующихъ двухъ видахъ:

$T = \sqrt{\left(Q + \frac{P}{\sqrt{3}}\right)^2 - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}PQ}$

$$T = \sqrt{\left(Q + \sqrt{\tfrac{1}{3}}P\right)^2 - \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}PQ}$$

и $$T = \sqrt{\left(Q + \frac{1}{2}P\right)^2 + \frac{1}{12}P^2}$$

Отсюда ясно, что $T > Q + 0,5P$, но $T < Q + P\sqrt{\frac{1}{3}}$ или $T < Q + 0,577P$.

Dupuit предложилъ сдѣлать:

$$T = Q + 0,55P.$$

§51. Общая задача сложнаго водопровода. Разсчетъ водопроводной сѣти. *). (черт. 10).

Здѣсь мы дадимъ только общій ходъ рѣшенія этой задачи, такъ какъ подробности и конструктивныя детали проектированія водопроводной сѣти излагаются въ спеціальныхъ курсахъ.

При проектированіи водопроводной сѣти обыкновенно дается планъ мѣстности, которую нужно снабдить водою, и на немъ рядъ точекъ съ данными для каждой бертикальными отмѣтками относительно одного опредѣленнаго горизонта. Требуется такъ спроектировать водопроводную сѣть, чтобы въ каждой изъ этихъ точекъ имѣлся извѣстный расходъ. Соединивъ данныя точки трубопроводами, получимъ сложный водопроводъ, такъ какъ имѣется нѣсколько путей перехода жидкости изъ одной точки въ другую. Назовемъ число данныхъ точекъ - p, число линій, соединяющихъ эти точки, - q; очевидно, $q > p$. Далѣе могутъ быть даны расходъ Q_k въ каждомъ изъ узловъ M_k и діаметры $D_{kk'}$ соединительныхъ трубъ между узлами M_k и $M'_{k'}$, иначе говоря, имѣется существующій водопроводъ, и требуется опредѣлить напоръ y_k въ каждой изъ заданныхъ точекъ и, кромѣ того, расходъ $q_{kk'}$, который приходится на каждую изъ соединительныхъ трубъ сѣти между узлами M_k и $M_{k'}$. Такая задача повѣрки существующаго трубопровода, рѣшается сравнительно просто. Неизвѣстныхъ напоровъ y_k въ каждой изъ заданныхъ точекъ будетъ p; кромѣ то-

---

*) При вопросахъ, касающихся водопроводной сѣти мы уже употребляемъ терминъ "водопроводъ", а не болѣе общій "трубопроводъ", такъ какъ сѣти строятся исключительно для водоснабженія.

го, неизвѣстныхъ расходовъ въ каждой изъ соединительныхъ трубъ q, всего q + p неизвѣстныхъ. Выражая расходъ для каждой точки сѣти въ видѣ суммы расходовъ въ каждой изъ сходящихся труб, получимъ p слѣдующихъ уравненій:

$$Q_{\kappa} = \sum_{i=1}^{i=\kappa} q_{i\kappa'} \text{ (числомъ p)} \qquad (\alpha).$$

Сумма должна быть взята алгебраическая, при чемъ предполагаемъ a priori, что вода протекаетъ изъ вышележащихъ узловъ въ нижележащіе. Выражая паденіе напора по длинѣ трубы черезъ расходъ въ трубѣ $q_{\kappa\kappa'}$ получимъ еще q уравненій слѣдующаго типа:

$$i = \frac{(y_{\kappa} - y_{\kappa'})}{l_{\kappa\kappa'}} = \frac{q^2_{\kappa\kappa'}}{\gamma^2 D^5_{\kappa\kappa'}} \text{ (числомъ q)} \quad (\beta).$$

Такимъ образомъ, получаемъ (q+p) уравненій съ (q+p) неизвѣстными, и вопросъ о повѣркѣ сложнаго водопровода можетъ быть разрѣшенъ. При этомъ рѣшеніи можетъ случиться, что послѣ опредѣленія высотъ напоровъ, окажется, что въ какомъ нибудь изъ узловъ M_{κ}, лежащемъ ниже узла M_1, пьезометрическое давленіе больше, чѣмъ въ M_1 т.е. вода потечетъ не изъ M_1 въ M_{κ} какъ мы предполагали при составленіи по вертикальнымъ отмѣткамъ точекъ суммъ $Q_{\kappa} = \Sigma q_{\kappa}$ но изъ M_{κ} въ M_1. Въ такомъ случаѣ всю задачу нужно рѣшать сызнова, исправивъ первоначальное предположеніе до тѣхъ поръ, пока знаки слагаемыхъ въ уравненіяхъ (β) не будутъ отвѣчать получаемымъ изъ расчета величинамъ пьезометрическихъ давленій.

Гораздо труднѣе и сложнѣе обратная задача, когда требуется спроектировать водопроводъ. Въ этомъ случаѣ, какъ и прежде, дается p точекъ съ ихъ отмѣтками и расходъ Q_{κ} въ каждой изъ заданныхъ точекъ узловъ и требуется найти не только напоръ въ каждой изъ точекъ, но и діаметры соединительныхъ трубъ.

Въ этомъ случаѣ по прежнему остаются p неизвѣстныхъ напоровъ y_{κ} да еще прибавляются q неизвѣстныхъ діаметровъ соединительныхъ трубъ $D_{\kappa\kappa'}$.

Число же уравненій уменьшается. Въ самомъ дѣлѣ, величины расхода по трубамъ $q_{\kappa\kappa'}$ -величины произвольныя, если діаметры не опредѣлены, то уравненія перваго типа не имѣютъ теперь значенія. Остаются только q уравненій второго типа (y_k столько, сколько узловъ M_k)

$$i = \frac{y_k - y_{k'}}{l_{kk'}} = \frac{q^2_{kk'}}{\gamma^2 D^5_{kk'}} \quad (\beta').$$

Уравненій этихъ столько, сколько трубъ, т.е. q.

Для опредѣленности вопроса необходимо подчинить заданіе еще новымъ условіямъ. Эти условія могутъ состоять въ томъ, чтобы первоначальныя затраты на устройство трубопровода были наименьшія; затраты конечно пропорціональны поверхности проложенныхъ трубъ; для одной трубы эта затрата p выразится въ видѣ (если Δ — вѣсъ трубы единичной длины и толщины стѣнокъ) приблизительно:

$$p = v\Delta\pi \cdot D \cdot l,$$

гдѣ $\Delta\pi Dl$ — вѣсъ трубы, v — стоимость вѣсовой единицы матеріала трубы; отсюда полная затрата на устройство водовпровода:

$$P = A\Sigma D_{ik} l_{ik},$$

гдѣ $A = y\pi\Delta$.

Но по уравненіямъ (β') каждое D_{ik} можетъ быть выражено въ зависимости отъ разныхъ y_k, а поэтому подставляя

$$D_{ik} = \varphi_{ik}(y_i y_k) \text{ получимъ}$$

$$P = f(y_1, y_2, \ldots\ldots\ldots y_p).$$

Чтобы средняя функція P была наименьшей, приравниваемъ производныя ея нулю:

$$\frac{\partial P}{\partial y_1} = 0; \quad \frac{\partial P}{\partial y_2} = 0; \quad \ldots\ldots \frac{\partial P}{\partial y_p} = 0.$$

Уравненій таких будетъ числомъ p, такъ какъ напоровъ y_k столько, сколько узловъ M, а всего съ предыдущими q уравненіями p + q уравненій для опредѣленія p + q неизвѣстныхъ. Во всѣхъ предыдущихъ разсчетахъ расходъ по пути воды въ трубахъ можетъ быть по формулѣ Дюпюи замѣненъ расходомъ въ концѣ трубы.

Фактическій числовой разсчетъ водопроводной сѣти требуетъ весьма значительной работы вслѣдствіе необходимости вести вычисленія путемъ послѣдовательныхъ приближеній. Задача усложняется также тѣмъ, что сѣти обыкновенно питаются водой не изъ одного, а изъ нѣскольких (двухъ и болѣе) резервуаровъ. Детали этихъ устройствъ относятся уже къ курсу водоснабженія.

ГЛАВА IV.

ДВИЖЕНІЕ ВОДЫ ВЪ ОТКРЫТЫХЪ ПОТОКАХЪ.

(рѣкахъ и каналахъ).

25б

§52. Равномѣрное движеніе. Общія формулы установившагося равномѣрнаго движенія. Законы движенія воды въ открытыхъ потокахъ.

При разсмотрѣніи вопросовъ, связанныхъ съ движеніемъ воды въ рѣкахъ и каналахъ, гидравлика до настоящаго времени пользуется преимущественно только эмпирическими формулами, такъ какъ полное теоретическое рѣшеніе сказанныхъ задачъ представляется почти невозможнымъ.

Вообще ограничивая пока наше изученіе упомянутыхъ явленій установившимся движеніемъ, мы здѣсь встрѣчаемъ два класса задачъ: 1) относящихся къ равномѣрному установившемуся движенію и 2) къ неравномѣрному. Въ природѣ послѣднее преобладаетъ въ значительнѣйшемъ числѣ случаевъ; равномѣрное встрѣчается только при наиболѣе простыхъ условіяхъ теченія.

Приступая сначала къ подробному изученію равномѣрнаго движенія, какъ наиболѣе простого, вспомнимъ, что оно характеризуется постоянствомъ скорости вдоль каждой линіи тока.

Представимъ себѣ наклонный каналъ aba_1b_1, въ которомъ происходитъ равномѣрное движенiе воды. Пусть (черт. 11) уклонъ дна не измѣняется. Тогда ab линiя уклона поверхности параллельна a_1b_1 линiи уклона дна.

Обозначимъ черезъ Ω поперечное сѣченiе смачиваемой поверхности mnpq. (Черт. 12).

Движенiе въ открытыхъ каналахъ происходитъ исключительно подъ влiянiемъ силы тяжести жидкости. Сила тяжести - сила постоянная и должна была бы произвести равномѣрно-ускоренное движенiе. Чтобы объяснить себѣ равномѣрное движенiе воды въ открытыхъ руслахъ мы должны поэтому допустить существованiе тренiя между жидкостью и стѣнками русла, т.е. должны принять во вниманiе гидравлическiя сопротивленiя при движенiи: Эти гидравлическiя сопротивленiя, уравновѣшивая въ каждый моментъ времени дѣйствiе силы тяжести, даютъ намъ въ результатѣ, вмѣсто равномѣрно ускореннаго, равномѣрное движенiе.

Пусть безконечно малый объемъ abcd перемѣщается съ нѣкоторой постоянной средней скоростью v (черт. 13) на конечное разстоянiе l въ положенiе $a_1b_1c_1d_1$.

v - средняя скорость для точекъ одного сѣченiя, величина фиктивная; на самомъ дѣлѣ различныя точки одного сѣченiя перемѣщаются съ различными постоянными скоростями.

Теорема живыхъ силъ даетъ:

$$D\left(\Sigma\frac{mv^2}{2}\right) = \Sigma Pl,$$

т.е. приращенiе живой силы взятаго объема воды при нѣкоторомъ перемѣщенiи l равно работѣ силъ дѣйствующихъ на этотъ объемъ на этомъ же пути.

Такъ какъ v - величина постоянная ввиду равномѣрнаго движенiя, то

$$\Sigma Pl = 0.$$

Силы, дѣйствующiя на взятый объемъ, суть:

1) сила тяжести или вѣсъ взятаго объема жидкости; если Ω живое сѣченiе канала и ds длина взятаго элемента объема, то вѣсъ объема abcd = $\Delta\Omega ds$;

2) сила тренія. Оставимъ пока безъ вниманія, какъ и гдѣ проявляется эта сила. Допустимъ только, что сила тренія при движеніи воды въ открытыхъ руслахъ зависитъ отъ смачиваемой поверхности русла. Если обозначимъ χ смачиваемый периметръ русла и T силу тренія, проявляющуюся на единицу смачиваемой поверхности, то полная сила тренія при движеніи объема abcd

$$T\chi ds.$$

Проэкцію Работа дѣйствующихъ силъ при движеніи объема по направленію, указанному стрѣлками, будетъ:

$$\Delta\Omega ds \cdot l \cdot \cos\alpha - T\chi dsl = 0. \qquad (47),$$

гдѣ α - уголъ наклоненія направленія перемѣщенія къ направленію силы тяжести или уголъ линіи уклона дна съ вертикалью.

Изъ черт. 13 видимъ, что $l\cos\alpha = z_0 - z_1 = z$ = пониженію дна канала на пути l; обозначимъ паденіе русла на единицу длины через $\frac{z}{l} = J$ и, какъ прежде при движеніи воды въ трубахъ, величину $\frac{\Omega}{\chi} = R$ (гидравлическій радіусъ, подводный радіус); получимъ изъ уравненія (47):

$$\frac{\Omega}{\chi} \cdot \frac{z}{l} = \frac{1}{\Delta}T,$$

или

$$RI = \frac{1}{\Delta}T \qquad (48).$$

$\frac{1}{\Delta} A v^2 \Delta = A v^2$

§53. ОПЫТНЫЯ ОПРЕДѢЛЕНІЯ ГИДРАВЛИЧЕСКАГО СОПРОТИВЛЕНІЯ ПРИ РАВНОМѢРНОМЪ ДВИЖЕНІИ.

Для примѣненія формулы (48) къ рѣшенію практическихъ задачъ необходимо знать зависимость T отъ условій движенія. Величины R, I легко опредѣляются, но величина T - функція очень сложная, и точный видъ этой функціи пока еще не извѣстенъ. Несомнѣнно только, что $T = f(v)$, т.е. T зависитъ отъ средней скорости движенія воды въ каналѣ.

Первые изслѣдователи - Прони и пр. - изучали зависимость Т исключительно отъ средней скорости движенія воды въ каналѣ, не принимая во вниманіе другихъ обстоятельствъ движенія, но позднѣйшіе опыты Дарси-Базена, Гангилье и Куттера ясно показали, что на величину Т оказываетъ сильное вліяніе, кромѣ скорости, еще и физическій характеръ внутренней поверхности стѣнокъ канала.

Опыты Дарси-Базена производились на Бургундскомъ каналѣ. Вода изъ верхняго бьефа канала отводилась особымъ небольшимъ каналомъ въ сосѣднюю рѣчку. Каналъ имѣлъ постоянную ширину и постоянный уклонъ и обдѣланъ былъ досками. Когда нужно было измѣнить сѣченіе канала, или его обдѣлку, то въ этотъ каналъ помѣщался другой, съ соотвѣтственной обдѣлкой стѣнокъ цементомъ, кирпичемъ, гравіемъ и т.п.

Чтобы можно было поддерживать постоянный уровень движенія воды въ каналѣ, въ началѣ канала была устроена особая пріемная камера.

Предварительными опытами опредѣлялся каждый разъ расходъ и средняя скорость движенія воды въ каналѣ.

Базенъ произвелъ девятнадцать серій различнаго рода опытовъ надъ различными отвѣтвленіями Бургундскаго канала, измѣняя обдѣлку стѣнокъ канала, длину, сѣченіе и среднюю скорость движенія воды въ каналѣ. Между прочимъ, было замѣчено, какое сильное вліяніе оказываетъ на движеніе въ каналѣ присутствіе растительныхъ веществъ въ матеріалѣ стѣнокъ канала. Такъ былъ произведенъ опытъ надъ стѣнками изъ камня, покрытаго мхомъ и окруженнаго травой, а потомъ растительность была удалена, то, не смотря на незначительное измѣненіе сѣченія русла, величина гидравлическаго тренія значительно въ послѣднемъ случаѣ уменьшалась.

Вообще всѣ опыты Дарси-Базена приводятъ къ заключенію, что если положить

$$T = Av^2 = \Delta RJ \qquad (49),$$

то величина А зависитъ отъ гидравлическаго радіуса и отъ средней скорости. При подробномъ изученіи этой зависимости на основаніи опытнаго матеріала, оказалось, что можно вообще положить:

$$A = \frac{RI\Delta}{v^2} = \alpha + \frac{\beta}{R} \qquad (50)$$

и также

$$A = \alpha_1 + \frac{\beta_1}{v} \qquad (51).$$

Но такъ какъ практическое влiянiе средней скорости на коэффицiентъ тренiя мало ощутительно (коэффицiентъ β_1 малъ), то поэтому окончательная формула (50) изображаетъ собою тотъ видъ функцiи гидравлическаго сопротивленiя въ каналахъ, на которой остановился Базенъ.

На основанiи своихъ опытовъ и опытовъ другихъ изслѣдователей, какъ то: Дюбуа, Брюнинга, Функа, Вольтмана, Бодэна, -надъ движенiемъ воды въ рукавахъ рѣкъ и въ рѣкахъ и въ каналахъ, Базенъ нашелъ возможнымъ выразить слѣдующимъ образомъ влiянiе стѣнокъ канала на коэффицiенты своей формулы:

1) Весьма гладкiя стѣнки: полированный цементъ, тщательно строганое дерево и т.п.

$$\frac{RI}{v^2} = 0{,}00015 \left(1 + \frac{0{,}3}{R}\right) \qquad (50\ I)$$

2) гладкiя стѣнки: тесаный камень, кирпичъ, доски:

$$\frac{RI}{v^2} = 0{,}00019 \left(1 + \frac{0{,}07}{R}\right) \qquad (50\ II)$$

3) стѣнки шероховатыя: бутовая кладка:

$$\frac{RI}{v^2} = 0{,}00024 \left(1 + \frac{0{,}25}{R}\right) \qquad (50\ III)$$

4) земляныя стѣнки, незначительное теченiе воды тока и рѣки:

$$\frac{RI}{v^2} = 0{,}00028 \left(1 + \frac{1{,}25}{R}\right) \qquad (50\ IV).$$

Всѣ мѣры даны въ метрахъ.

Чтобы облегчить пользованiе своими формулами, Базенъ составилъ два ряда числовыхъ таблицъ:

Въ первыхъ онъ даетъ для даннаго R (подводнаго радiуса) величину $A = \frac{RI}{v^2}$ по четыремъ приведеннымъ формуламъ; во- вторыхъ, по тѣмъ же формуламъ для даннаго подводнаго радiуса R находимъ

$$A = \left(\frac{1 + \frac{\delta}{\sqrt{R}}}{87}\right)^2$$

величину $\dfrac{v}{\sqrt{RI}}$.

Формула Дарси-Базена иначе можетъ быть также представлена въ такомъ видѣ:

$$v = C\sqrt{RI} \tag{52}$$

гдѣ

$$C = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{R}}} = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Въ послѣднее время Гангилье и Куттеръ на основанiи многочисленныхъ опытовъ и наблюденiй, (между прочимъ, американскихъ инженеровъ Гемфренса и Аббата на р. Миссисипи), находя нужнымъ принять во вниманiе зависимость коэффицiента C (формула 52) не только отъ подводнаго радiуса и состоянiя стѣнокъ, но и отъ паденiя воды на единицу пути (I), дали слѣдующее выраженiе для коэффицiента C въ формулѣ (52):

$$C = \frac{23 + \frac{0{,}00155}{I}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{I}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}} \tag{53}$$

n – перемѣнная величина, зависящая отъ степени шероховатости стѣнокъ русла и имѣетъ слѣдующiя значенiя.

	n	$\frac{1}{n}$
1) Стѣнки весьма гладки: полированный цементъ, строганое дерево	0,010	100
2) Гладкiя стѣнки: тесаный камень, кирпичъ	0,013	77
3) Шероховатыя стѣнки: сухая кладка изъ песчинника	0,017	59
4) Земляныя стѣнки	0,025	40
5) Стѣнки изъ гравiя съ водяными растенiями	0,030	33

6) Стѣнки изъ гравія неправильной формы 0,035 29

7) Стѣнки весьма неправильныя . . . . 0,040 25.

Хотя эта формула сложнѣе на видъ формулы Дарси-Базена, но пользованіе ею удобнѣе, во-первыхъ, потому, что она даетъ результаты, ближе подходящіе къ опытамъ, а во-вторыхъ, потому, что здѣсь зависимость C отъ вліянія стѣнокъ канала выражается однимъ коэффиціентомъ n, а не двумя α и β, какъ въ формулѣ Базена.

§54. Вліяніе формы сѣченія канала.

265

Встрѣчающіяся въ практикѣ сѣченія искусственныхъ каналовъ бываютъ прямоугольныя, трапецоидальныя, треугольныя и круглыя.

На основаніи своихъ опытовъ Базенъ пришелъ къ слѣдующимъ заключеніямъ:

1) Что формы сѣченія - прямоугольная, трапецоидальная и треугольная не оказываютъ замѣтнаго вліянія на характеръ теченія воды въ каналѣ, и поэтому при переходѣ отъ одной изъ нихъ къ другой условія движенія не мѣняются.

2) Сопротивленія движенію воды въ каналахъ круглаго очертанія, какъ не имѣющихъ острыхъ внутреннихъ угловъ, значительно меньше, чѣмъ въ каналахъ другого рода. Въ самомъ дѣлѣ, въ сѣченіяхъ, гдѣ встрѣчаются внутренніе углы, скорость теченія воды въ этихъ мѣстахъ значительно меньше средней скорости; такого значительнаго различія скоростей въ круглыхъ сѣченіяхъ не существуетъ. Отсюда понятно, почему при заданномъ уклонѣ и сѣченіи предпочитаютъ придавать сѣченію форму круглую, какъ доставляющую при данныхъ условіяхъ наименьшее сопротивленіе и значитъ наибольшій расходъ.

3) При незначительныхъ размѣрахъ сѣченія отношеніе $\frac{RI}{v^2}$ стремится къ постоянному предѣлу, т.е. въ каналахъ незначительнаго сѣченія скорость пропорціональна подводному радіусу.

§55. Распредѣленіе скоростей теченія въ поперечномъ сѣченіи канала.

Во всѣ приведенныя формулы входитъ средняя скорость движенія воды въ каналахъ, получаемая дѣленіемъ расхода на площадь поперечнаго сѣченія.

Если представить расходъ въ секунду въ видѣ нѣкоторой прямой призмы съ основаніемъ, равнымъ поперечному сѣченію канала, то высота h этой призмы даетъ значеніе средней скорости v. Какимъ образомъ распредѣляется скорость по поперечному сѣченію канала и въ какой зависимости отъ средней скорости находится скорость теченія въ каждой точкѣ, является вопросомъ неразрѣшеннымъ окончательно до сего времени. Долгое время существовало предположеніе, что максимальная скорость движенія частицъ лежитъ у поверхности. Прони, на основаніи своихъ опытовъ далъ слѣдующую эмпирическую зависимость между максимальной скоростью (u) (скоростью на поверхности) и среднею скоростью движенія частицъ (v):

$$\frac{v}{u} = \frac{u + 2,37}{u + 3,15} \qquad (54).$$

Иногда этой формулѣ даютъ болѣе простое выраженіе:

$$v = \frac{2}{3} u \qquad (55).$$

Въ настоящее время, когда опытнымъ путемъ установлено сильное вліяніе на среднюю скорость характера стѣнокъ канала, указанныя формулы потеряли прежнее значеніе. Максимальная скорость въ сѣченіи лежитъ близко къ поверхности, но во всякомъ случаѣ ниже ея и тѣмъ ниже, чѣмъ каналъ глубже въ сравненіи съ шириной.

На основаніи многочисленныхъ опытовъ Базену удалось установить, что отношеніе $\frac{v}{u} = \frac{\text{ср. скор.}}{\text{макс. ск.}}$ уменьшается по мѣрѣ увеличенія сопротивленія стѣнки; такъ, для стѣнокъ изъ полированнаго цемента: $\frac{v}{u} = 0,85$, для земляныхъ стѣнокъ: $\frac{v}{u} = 0,50$.

Вообще отношеніе $\frac{v}{u}$ зависитъ отъ сопротивленія стѣнки канала, т.е. отъ величины $A = \frac{RI}{v^2}$. Съ другой стороны, когда $A = 0$, т.е. когда сопротивленіе стѣнки настолько незначительно, что имъ можно пренбречь, то скорости въ различныхъ точкахъ сѣченія такъ мало отличаются одна отъ другой, что можно положить $\frac{v}{u} = 1$.

$T = Av^2$ $A = \frac{RU}{v^2}$ $T = RU$

$RU = Av^2$

Вообще:

$$\frac{u}{v} = 1 + f(A) \tag{56}$$

при чемъ $f(A)$ обращается въ нуль вмѣстѣ съ перемѣнной величиной A.

Базенъ даетъ слѣдующее выраженіе этой формулѣ:

$$\frac{u}{v} = 1 + 14\sqrt{A} \text{ (для метр.)} \tag{57}$$

или

$$\frac{u-v}{v} = \frac{(14\sqrt{A}+1)-1}{1} = 14\sqrt{\frac{RI}{v^2}} = \frac{14\sqrt{RI}}{v}$$

$$u - v = 14\sqrt{RI} \tag{58}$$

Базеномъ составлены двѣ таблицы, изъ которыхъ одна даетъ отношеніе $\frac{v}{u}$ въ зависимости отъ A или $\frac{RI}{v^2}$, другая-въ зависимости отъ подводнаго радіуса R.

Опредѣленіе наибольшей скорости потока въ каналѣ имѣетъ важное практическое значеніе, такъ какъ для каждаго грунта существуетъ извѣстная опредѣленная скорость размыва, выше которой поэтому нельзя допустить наибольшей скорости въ каналѣ, если мы желаемъ сохранить его поперечное сѣченіе неизмѣннымъ.

Распредѣленіе скоростей по площади поперечнаго сѣченія весьма неправильно и не поддается никакому опредѣленному закону.

Чертежъ 14 даетъ понятіе о распредѣленіи кривыхъ одинаковыхъ скоростей въ поперечномъ сѣченіи прямоугольнаго канала, закрытаго со всѣхъ сторонъ (трубы). На первый взглядъ видно, что кривыя одинаковыхъ скоростей слѣдуютъ приблизительно формѣ поперечнаго сѣченія стѣнокъ. Толстой чертой обозначена кривая средней скорости. Если мысленно отдѣлить верхнюю половину трубы и замѣнить атмосферой, не оказывающей ощутительнаго вліянія на сопротивленіе движенію воды, то казалось бы, что распредѣленіе скоростей останется въ нижней половинѣ трубы (въ каналѣ) тоже, что и было раньше, и расходъ будетъ равенъ половинѣ расхода прежней трубы. Тщательно произведенные опыты показали, однако, что расходъ въ такомъ случаѣ больше половины и что распредѣленіе скоростей иное. Чертежи 15, 16, 17 показываютъ, что въ случаѣ теченія воды въ открытыхъ каналахъ кривыя одинаковыхъ скоростей приближаются больше и больше, по мѣрѣ увеличенія сопротивленія стѣнокъ, къ эллиптической формѣ, не встрѣчаютъ свободной поверхности подъ прямымъ угломъ и дальше (глубже) расположены отъ оси X-овъ.

Такое несогласіе опытныхъ данныхъ съ предположеніемъ выведеннымъ изъ расположенія кривыхъ одинаковой скорости въ закрытой трубѣ, объясняется, во-первыхъ, сопротивленіем, существующимъ на поверхности канала между водой и прилежащими частицами атмосферы, во-вторыхъ, нарушеніемъ симметричнаго расположенія силъ тренія и гидравлическихъ сопротивленій вслѣдствіе того, что сопротивленіе движенію вблизи стѣнокъ другое, чѣмъ вблизи свободной поверхности.

Черт. 15 - 19 показываетъ, что, вообще, кривыя одинаковыхъ скоростей сохраняютъ очертаніе подобное поперечному сѣченію канала, въ особенности же кривыя, близкія къ стѣнкамъ; изъ чертежей видно также, что кривыя не доходятъ до поверхности, а теряются у стѣнокъ канала, что кривыя, близкія къ поверхности, стремятся замкнуться, измѣняя угол подхода къ поверхности изъ прямого въ острый. Иногда кривыя эти замыкаются и тогда максимальная скорость лежитъ въ центрѣ замкнутой кривой. Въ практикѣ, когда движеніе воды въ каналахъ происходитъ подъ открытымъ небомъ, на поверхности канала происходятъ волненія и водовороты. Эти возмущенія спокойнаго теченія отчасти видоизмѣняютъ распредѣленіе скоростей въ поперечномъ сѣченіи канала, понижая на значительную глубину максимальную скорость теченія, такъ что о какой нибудь зависимости скорости въ данной точкѣ отъ средней скорости часто не можетъ быть и рѣчи.

27б

§56. ПРИМѢРЫ ЧИСЛЕННЫХЪ ЗАДАЧЪ НА РАВНОМѢРНОЕ ДВИЖЕНІЕ ВОДЫ ВЪ КАНАЛАХЪ.*).

Встрѣчающіеся въ практикѣ каналы имѣютъ обыкновенно сѣченіе трапецоидальное.

Приведемъ численныя величины скоростей по дну, при которыхъ происходитъ размывъ русла рѣки и образованіе перекатовъ. Всѣ цифры даны въ метр. въ сек.

Глина	0,08;	Галька (діам.0,027)	0,65
Крупный песокъ	0,22;	Булыжникъ	0,98.
Гравій	0,33;		

ОБРАЗОВАНІЕ ПЕРЕКАТОВЪ.

Мягкая земля	0,07;	Щебень	1,22
Мягкая глина	0,15;	Галька	1,52
Песокъ	0,30;	Скалистые пласты	1,83
Гравій	0,61;	Крѣпкая скала	3,05
Булыжникъ	0,62;		

Обратимся теперь къ наичаще встрѣчающимся въ практикѣ задачамъ равномѣрнаго движенія воды въ каналахъ.

1-ая задача. Дано поперечное сѣченіе призматическаго русла канала съ постояннымъ уклономъ, уклонъ дна (I) и расходъ (Q). Требуется найти высоту, до которой поднимется вода въ каналѣ, когда установится въ немъ равномѣрное движеніе (чертежъ 20).

Пусть поперечное сѣченіе канала - трапеція, l - ширина

---

*) *Численные примѣры взяты изъ* Manuel de l'ingenieur Debauve.

русла по дну, α - уголъ откоса съ вертикалью и h - искомая глубина канала. Полагаемъ ее пока неизвѣстной (даемъ произвольное значенiе); тогда поперечное сѣченiе выразится:

$$\Omega = lh + h^2 \mathrm{Tang}\alpha$$

и смачиваемый периметръ - : χ

$$\chi = l + \frac{2h}{\mathrm{Cos}\alpha}.$$

Подводный радiусъ будетъ $R = \frac{\Omega}{\chi}$. По заданiю извѣстна средняя скорость:

$$v = \frac{Q}{\Omega}.$$

Подставляя найденныя величины въ первомъ и во второмъ случаѣ, мы должны получить тождественныя величины для A, то есть A, опредѣленное по $\frac{RI}{v^2}$ и по таблицамъ въ зависимости отъ R, должно быть одинаково. Если это такъ, то наша предположенная высота h вѣрна, въ противномъ случаѣ надо произвести новую пробу.

Ч и с л о в о й п р и м ѣ р ъ . Каналъ трапецоидальнаго сѣченiя, ширина по дну равна 1 метр. (черт. 21) стѣнки канала земляныя, паденiе на единицу длины канала = 0,02метр., долженъ расходовать 0,800 куб.м. въ секунду (800 литр..) воды. Необходимо опредѣлить h?

Дѣлаемъ нѣсколько пробъ; пусть, напр. $h = 1^м$, тогда:

$$\Omega = lh + h^2 \mathrm{Tang}\alpha = \frac{5}{2}$$

$$\chi = 1 + \frac{2h}{\mathrm{Cos}\alpha} = 1 + 2h\sqrt{1 + \mathrm{Tang}^2\alpha} = \cancel{4,005.}$$

4,6

$\sqrt{13} = 3,6$

9

66 | 400
6 | 396
400

$$R = \frac{\Omega}{X} = 0,54.$$

Въ таблицахъ Базена ищемъ по данной величинѣ R величину A или $\frac{RI}{V^2}$

$$A = 0,000928 = \frac{RI}{v^2}.$$

Но средняя скорость $v = \frac{Q}{\Omega} = 0,39.$ 0,26

Подставляя въ $\frac{RI}{v^2}$: R, v, I — найдемъ:

$$A_1 = 0,010,$$

что значительно больше A, а потому R слишкомъ велико и скорость мала.

Дѣлаемъ другую подстановку h = 0,5 metr., тогда l=1m. $Tang\alpha = \frac{3}{2}$; $\Omega = \frac{1}{8}$; $X = 2,8$ m.; $R = 0,31$; $v = 0.91$ 0,70, отсюда $\frac{RI}{v^2} = 0,00076$, тогда какъ по таблицамъ Базена для R = 0,31 mtr: A = 0,00128. интерполируя

Итакъ, высота воды въ каналѣ при установившемся равномѣрномъ движенiи будетъ h = 0,58 м. и средняя скорость v = = 0,74 метр. въ 1 секунду.

Можно было бы дать и непосредственное рѣшенiе задачи, именно: пусть h неизвѣстная высота воды въ каналѣ при установившемся равномѣрномъ движенiи; тогда:

$$\Omega = lh + h^2 Tang\alpha; \qquad X = l + 2h\sqrt{1 + Tang^2\alpha}$$

$$R = \frac{lh + h^2 Tang\alpha}{l + 2h\sqrt{1 + Tang^2\alpha}} \qquad (\alpha)$$

$$v = \frac{Q}{\Omega} = \frac{Q}{lh + h^2 Tang\alpha} \qquad (\beta).$$

Съ другой стороны, для земляныхъ стѣнокъ канала имѣемъ формулу Дарси-Базена:

$$\frac{RI}{v^2} = 0,00028\left(1 + \frac{1,25}{R}\right) \qquad (\gamma).$$

Выражая въ уравненіи (γ) R, I, v въ функціи h, получимъ ур-іе шестой степени съ однимъ неизвѣстнымъ h, которое теоретически можно разрѣшить.

Приведенныя формулы значительно упрощаются въ случаѣ широкихъ руслъ.

Представимъ себѣ широкое русло съ ровнымъ дномъ, крутыми берегами, смачиваемый периметръ котораго весьма мало измѣняется съ высотой; тогда:

$$\Omega = lh; \quad \chi = l; \quad R = h; \quad v = \frac{Q}{lh}.$$

Предполагая, что стѣнки земляныя, получимъ по фор. (γ):

$$\frac{h.I.l^2.h^2}{Q^2} = 0,00028\left(1 + \frac{1,25}{h}\right) \qquad (\delta)$$

$$l^2.I.h^4 - 0,00028hQ^2 - 0,00028 \, . \, 1,25Q^2 = 0;$$

Уравненіе четвертой степени относительно h. Приближенно его можно рѣшить слѣдующимъ образомъ: задаемся произвольной величиной R и по таблицамъ находимъ величину A; подставляя эту величину въ уравненіе (δ) получимъ:

$$\frac{l^2.h^3.I}{Q^2} = A \quad \text{или} \quad h = \sqrt[3]{\frac{AQ^2}{l^2 I}}$$

Такой способъ приближеннаго рѣшенія возможенъ только въ случаѣ незначительной величины $R (R = h)$, когда, какъ указано было раньше, A почти постоянно.

З а д а ч а   в т о р а я. Даны: поперечное сѣченіе призматическаго русла, уклонъ дна на единицу длины, горизонтъ воды въ каналѣ, - требуется опредѣлить расходъ.

По даннымъ задачи непосредственно извѣстны: сѣченіе канала Ω, смачиваемый периметръ χ подводный радіусъ R, а слѣдовательно, по таблицамъ Базена найдемъ величину

$$A = \frac{RI}{v^2};$$

„ГИДРАВЛИКА". ПРОФ. Г. МЕРЧИНГЪ.
Изд. Студ. Библіотеки И.И.П.С. 1910.
СПБ. Можайская 8. Листъ 3-iй.

въ послѣднемъ уравненіи будетъ неизвѣстна только одна величина v, которую и опредѣлимъ.

Численный примѣръ. Каналъ трапецоидальнаго сѣченія, шириной въ 100 метр. по дну, съ земляными стѣнками, откосъ $\frac{3}{2}$; горизонтъ воды на одинъ метръ выше дна и паденіе на единицу длины = 0,005. h = 1м

$$\Omega = 1h + h^2 \mathrm{Tang}\alpha = \frac{5}{2};$$

$$\chi = 1 + 2h\sqrt{1 + \mathrm{Tang}^2\alpha} = 4,6;$$

$$R = 0,54.$$

По таблицамъ Базена A = 0,000928(R = 0,54). Имѣемъ уравненіе:

$$\frac{RI}{v^2} = 0,000928 = \frac{0,54 . 0,005}{v^2},$$

отсюда:

$$v = 0,538 \text{ и } Q = 0,538 \times 2,5 = 1,345.$$

285 Задача третья. Какой уклонъ нужно дать каналу, чтобы онъ расходовалъ заданное количество воды (Q) и имѣлъ заданное сѣченіе (Ω)?

Извѣстны Ω и χ, подводный радіусъ R и средняя скорость $v = \frac{Q}{\Omega}$. По заданному R найдемъ въ таблицахъ Базена A;

$$A = \frac{RI}{v^2},$$

отсюда найдемъ I.

Числовой примѣръ. Каналъ съ земляными стѣнками, шириной по дну 1 м., уклонъ откосовъ $\mathrm{Tang}\alpha = \frac{3}{2}$, $Q = 1,345$ метр.^{3} въ секунду; горизонтъ воды въ каналѣ на 1м. надъ дномъ; найти I.

$$\Omega = 2^{\text{м}^2},5: \quad \chi = 4^{\text{м}},605; \quad R = 0,54; \quad v = \frac{1,345}{2,5} = 0,538.$$

По таблицамъ Базена A = 0,000928.

$$\frac{RI}{v^2} = 0{,}000928; \quad \frac{0{,}54.I}{0{,}538^2} = 0{,}000928;$$

$$I = 0{,}005.$$

З а д а ч а   ч е т в е р т а я . Извѣстны: равномѣрный уклонъ I канала на единицу длины, количество воды Q, которое онъ долженъ расходовать въ секунду; желательно опредѣлить сѣченіе канала.

Задача, вообще, неопредѣленная, пока неизвѣстна форма сѣченія. Пусть сѣченіе будетъ трапецоидальное; тогда.

живое сѣченіе потока $\Omega = lh + h^2 Tang\alpha$ (α)

смачиваемый периметръ $\chi = l + 2h\sqrt{1 + Tang^2\alpha}$ (β).

Смотря по роду стѣнокъ, пользуемся той или другой изъ всѣхъ четырехъ формулъ Дарси-Базена; въ общемъ случаѣ

$$\frac{RI}{v^2} = \alpha + \frac{\beta}{R}; \quad R = \frac{\Omega}{\chi}; \quad v = \frac{Q}{\Omega},$$

откуда:

$$\frac{I\Omega^3}{Q^2\chi} = \alpha + \frac{\beta\chi}{\Omega} \qquad (\gamma).$$

Подставивъ въ (γ) величины Ω и χ изъ уравненій (α) и (β) въ функціяхъ отъ l,h, Tangα, получимъ одно уравненіе съ тремя неизвѣстными l, h, Tangα, но Tangα задается въ зависимости отъ рода стѣнокъ русла, а потому неизвѣстны только l и h; задаваясь однимъ изъ нихъ, найдемъ другое. Впрочемъ практически вопросъ не рѣшается такъ просто, потому что имѣемъ дѣло съ уравненіями выше 3-ьей степени.

Пусть Tangα = 1, h = 1 м./ опредѣлимъ l?

$$\Omega = l + 1; \quad \chi = l + 2\sqrt{2}; \quad R = \frac{l + 1}{l + 2\sqrt{2}}; \quad v = \frac{Q}{l + 1}.$$

Въ случаѣ земляныхъ стѣнокъ:

$$\frac{RI}{v^2} = 0{,}00028\left(1 + \frac{1{,}25}{R}\right),$$

или

$$\frac{I(l+l)^3}{Q^2(l+2\sqrt{2})} = 0,00028\left(1+\frac{1,25(1+2\sqrt{2})}{l+l}\right) \qquad (\varepsilon).$$

Уравненіе 4-ой степени относительно l, разрѣшимъ его путемъ постепенныхъ подстановокъ или же другимъ методомъ Высшей Алгебры.

Давая, напримѣръ, произвольную постоянную величину A второму члену уравненія (ε), получимъ уравненіе 3-ьей степени относительно l, теперь по l пересчитаемъ подводный радіусъ и h и составимъ новое уравненіе (ε) и такимъ путемъ найдемъ снова l, пока не будемъ получать согласныхъ результатовъ.

Весьма важно при выборѣ сѣченія руководствоваться тѣмъ, чтобы объемъ земляныхъ выемокъ былъ минимальный.

Площадь полукруга по сравненію съ другими площадями имѣетъ наименьшій периметръ и наибольшій подводный радіусъ. Этимъ объясняется, почему въ водостокахъ устраиваются по возможности каналы круглаго сѣченія. Когда требуется по условіямъ мѣстности спроектировать трапецоидальное сѣченіе канала, и извѣстенъ уклонъ откоса, то поступаютъ такъ: произвольнымъ радіусомъ описываютъ на линіи горизонта воды полукругъ и проводятъ къ нему по бокамъ касательныя параллельныя линіямъ откосовъ, и горизонтальную касательную. Искомое сѣченіе должно быть подобно вышенайденному графическимъ путемъ.

29б

§57. Неравномѣрное движеніе воды въ открытыхъ руслахъ.

Не всегда установившееся движеніе воды, въ которомъ струя сохраняетъ законъ поперечныхъ сѣченій, будетъ равномѣрнымъ, т.е. сохранять постоянную скорость вдоль одной и той же струи. Вода, двигаясь въ каналѣ или въ рѣкѣ подъ вліяніемъ силы тяжести обладала бы по общимъ законамъ паденія тѣлъ движеніемъ равномѣрно-ускореннымъ, если бы струямъ при движеніи не приходилось преодолѣвать гидравлическихъ сопротивленій. Эти сопротивленія, однако, измѣняютъ основной характеръ движенія равномѣрно-ускореннаго. Если, что имѣетъ мѣсто лишь въ сравнительно немного-численныхъ случаяхъ, величина гидравлическихъ сопротивленій такова, что въ каждый моментъ времени уничтожаетъ ускореніе, вызываемое силою тяжести, то получается движеніе равномѣрное, которое было нами разсмотрѣно въ предыдущемъ §-ѣ. Если же, какъ бываетъ обыкновенно въ природѣ, такой зависимости не существуетъ, то, какъ результатъ двухъ совмѣстныхъ вліяній - силы тяжести и сопротивленій, получается движеніе не равномѣрно ускоренное, а вообще неравномѣрное

§58. Основныя уравненія неравномѣрнаго движенія воды въ открытыхъ руслахъ.

Для вывода основныхъ уравненій неравномѣрнаго движенія воды въ открытыхъ руслахъ необходимо сдѣлать нѣкоторыя гипотезы, которыя, впрочемъ, въ дѣйствительности оправдываются только приблизительно, такъ что и всѣ выводы даютъ намъ результаты приблизительные.

1). Предполагая потокъ раздѣленнымъ на безконечно тонкіе слои параллельными плоскостями, нормальными къ направленію движенія, т.е. нормальными къ направленію скоростей частицъ разсматриваемаго сѣченія, допускаемъ, что частицы одного и того же поперечнаго слоя имѣютъ одну и ту же скорость, равную средней скорости v изъ всѣхъ фактическихъ скоростей въ данномъ сѣченіи. 2) Предполагаемъ кривизну русла въ планѣ настолько незначительной, что мы можемъ пренебречь центральными силами. 3) Разсматриваемъ только такія русла, въ которыхъ поперечное сѣченіе по величинѣ измѣняется весьма медленно и постепенно и весьма незначительно въ сравненіи съ длиной канала, такъ что можемъ считать въ каждый моментъ скорости молекулъ перпендикулярными къ поперечнымъ сѣченіямъ, которыя они проходятъ, и пренебрегать поперечными скоростями, которыя возникаютъ при переходѣ отъ одного сѣченія къ другому.

Такъ какъ скорости частицъ въ каждомъ данномъ поперечномъ сѣченіи параллельны, и силы, обуславливаемыя тренiемъ въ жидкости, не отклоняютъ частицъ и дѣйствуютъ въ томъ же направленіи, какъ происходитъ движеніе, то по предыдущему мы можемъ считать, что въ каждомъ сѣченіи давленіе распространяется по гидравлическому закону, и такъ какъ теченіе происходитъ въ открытомъ каналѣ, то пьезометрическій уровень для всѣхъ точекъ одного и того же сѣченія находится на самой свободной поверхности потока. Обозначимъ черезъ S (черт. 23) разстояніе по оси потока сѣченія отъ начала потока. Пусть разстояніе между двумя сосѣдними безконечно близкими сѣченіями ds, и разность пьезометрическихъ уровней въ этихъ двухъ сѣченіяхъ по предыдущему будетъ равна CE = dy = величинѣ, на которую опускается свободная поверхность жидкости между двумя этими сѣченіями. Отношеніе $\frac{dy}{ds}$, равное тангенсу угла CAE, служитъ мѣрой уклона свободной поверхности потока. Черт. 23.

Пусть скорость какой нибудь частицы, проходящей черезъ сѣченіе AB, будетъ v; тогда въ сѣченіи CD скорость той же частицы будетъ v + dv . Тогда по теоремѣ живыхъ силъ для каждой частицы съ массой m имѣемъ:

$$\frac{m(v+dv)^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = mvdv = \Sigma Pds. \qquad (A),$$

гдѣ ΣPds - элементарная работа силъ, дѣйствующихъ на данную частицу. Эта работа состоитъ изъ: а) работы силы тяжести, т.е. произведенія вѣса p или mg на dy- высоту паденія и б) работы силъ сопротивленія. Пусть φ - величина силы сопротивленія, отнесенная къ единицѣ массы; для разсматриваемой частицы величина работы этой силы будетъ - mφds.

Подставляя въ уравненіе (A), найдемъ:

$$mvdv = mgdy - m\varphi ds$$

или

$$\frac{mvdv}{g} = mdy - \frac{1}{g}m\varphi ds. \qquad (B).$$

Подобныя же уравненія существуютъ для всѣхъ частицъ, заключенныхъ между взятыми сѣченіями AB и CD нашего элементарнаго объема. Взявъ ихъ сумму для всѣхъ частицъ, находящихся въ данный моментъ въ поперечномъ сѣченіи AB, и замѣчая, что для всѣхъ такихъ частицъ, величины dy и ds постоянны и выйдутъ за знакъ суммы, приведемъ уравненіе (B) къ виду:

$$\frac{\Sigma(mvdv)}{g} = \Sigma(m)dy - \frac{1}{g}ds\Sigma(m\varphi),$$

или $$dy = \frac{\Sigma(mvdv)}{g\Sigma m} + \frac{1}{g}ds\,\frac{\Sigma(m\varphi)}{\Sigma m}.$$

Уравненіе это можетъ быть упрощено, если принять во вниманіе, что скорость мы допускаемъ постоянною во всѣхъ точкахъ одного и того же сѣченія и равною нѣкоторой средней скорости v, и что, съ другой стороны, силы внутренняго тренія взаимно уничтожаются, такъ какъ двѣ жидкія струи сопрокасаясь производятъ другъ на друга дѣйствія равныя и взаимнопротивополож - ныя. Останутся только силы тренія между жидкостью и стѣнками канала. По предыдущему, какъ и въ случаѣ равномѣрнаго движенія, можемъ допустить, что треніе между стѣнками канала и жидкостью равно на каждую единицу поверхности $= \Delta Av^2$, гдѣ Δ - плотность жидкости, A - численный коэффиціентъ и v - средняя скорость въ данномъ сѣченіи. Вообще

1). $\Sigma(mvdv) = vdv\Sigma m$;

2). $\Sigma(m\varphi) = \Delta\chi ds Av^2$.

$\varphi = \frac{\text{сила}}{m} = \frac{\Delta A v^2 \chi}{m}$

$\Sigma \varphi m = \Delta A v^2 \chi ds$

Тогда предыдущее выраженіе приметъ видъ:

$$dy = \frac{vdv\Sigma m}{g\Sigma(m)} + \frac{1}{g}ds\,\frac{\Delta\chi ds Av^2}{\Sigma(m)},$$

гдѣ χ - есть смачиваемый периметръ, или, замѣчая, что

$m = d.v =$ плотн $\times$ объем

$$\Sigma(m) = \frac{\Delta}{g}\,\Omega ds,$$

гдѣ Ω -площадь сѣченія канала, получимъ:

$$dy = \frac{vdv}{g} + \frac{1}{g}ds \frac{\Delta \chi ds A v^2}{\frac{\Delta}{g}\Omega ds}.$$

или
$$dy = \frac{vdv}{g} + \frac{\chi}{\Omega} Av^2 ds. \tag{59}$$

дифференціальное уравненіе неравномѣрнаго движенія воды въ открытомъ руслѣ.

Интегрируя это выраженіе между нѣкоторыми предѣлами, получимъ:

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} + \int_0^s \frac{Av^2}{R} ds \tag{60}.$$

Это и есть выраженіе неравномѣрнаго движенія воды въ открытомъ руслѣ въ конечномъ видѣ. При этомъ необходимо, однако, имѣть въ виду, что этотъ выводъ даетъ лишь приблизительные результаты. Такъ, напримѣръ, предположеніе, что скорости при неравномѣрномъ движеніи распредѣляются въ сѣченіи такъ же, какъ и въ равномѣрномъ движеніи, и что поэтому выраженіе для тренія между стѣнками сосуда и прилегающей жидкостью будетъ то же, что въ равномѣрномъ движеніи, возможно только въ томъ случаѣ, если направленіе потока мѣняется весьма медленно; во всѣхъ другихъ случаяхъ оно ведетъ къ невѣрнымъ результатамъ. Точно также подстановка средней скорости вмѣсто дѣйствительнойзначительно мѣняетъ въ выраженіи работы приращеніе живой силы жидкой массы. Чтобы исправить эмпирически эту неточность, въ первыхъ частяхъ уравненій (59) или (60) добавляютъ числовой коэффиціентъ (α).

Нѣкоторые изслѣдователи предполагали, что этотъ коэффиціентъ весьма близокъ къ единицѣ (немного больше), т.е. вліяніе замѣны фактическихъ скоростей среднею не вызываетъ большого измѣненія въ выводѣ, но иногда всетаки α довольно значительно отмѣчается отъ единицы.

Базенъ приписываетъ ему слѣдующее значеніе:

Для каналовъ:	Величина коэф. α:
Прямыхъ, трапецоидальныхъ, деревянныхъ	1,05.
Выложенныхъ камнемъ	1,07.
Полуциркульныхъ изъ чистаго цемента	1,025.
" " цемента съ пескомъ	1,04.
" покрытыхъ мелкимъ гравіемъ	1,09.

Отсюда видно, что коэффиціентъ α больше единицы и возрастаетъ съ увеличеніемъ сопротивленія стѣны. Приблизительно эту зависимость можно выразить формулой:

$$\alpha = 1 + 210A,$$

гдѣ A, какъ прежде, находится изъ таблицъ Дарси Базена

$$\left(A = \frac{RI}{v^2}\right).$$

Окончательно основное уравненіе неравномѣрнаго движенія въ руслахъ можетъ быть представлено въ такомъ дифференціальномъ видѣ:

$$dy = \alpha\frac{vdv}{g} + \frac{Av^2}{R}ds \qquad (61)$$

гдѣ $R = \frac{\Omega}{\chi}$ подводный радіусъ, а α, какъ уже объяснено раньше, эмпирическій коэффиціентъ, введенный въ формулу въ виду замѣны дѣйствительныхъ скоростей средними.

30б

§59. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ЗАДАЧЪ НА НЕРАВНОМѢРНОЕ ДВИЖЕНІЕ:

Изложенная выше теорія позволяетъ рѣшить нѣкоторыя задачи, встрѣчающіяся иногда на практикѣ. Главнѣйшія изъ этихъ задачъ нижеслѣдующія:

1) По заданному расходу въ открытомъ руслѣ, всѣ попереч-

ные профили котораго могутъ быть опредѣлены опытнымъ путемъ, вычислить, въ предположенiи установившагося неравномѣрнаго движенiя, уклонъ уровня между двумя данными поперечными сѣченiями.

Рѣшенiе дается непосредственно интегральной формулой предыдущаго §:

$$y = \alpha\frac{v^2 - v_0^2}{2g} + \int_0^s \frac{Av^2}{R}ds.$$

Въ дѣйствительности мы имѣемъ для всѣхъ поперечныхъ сѣченiй:

$$Q = v\Omega = v_0\Omega_0 = v_1\Omega_1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . = v_n\Omega_n .$$

Въ виду сего можно опредѣлить первый членъ уравненiя, который равенъ:

$$\alpha\frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{\alpha}{2g}\left[\frac{Q^2}{\Omega^2} - \frac{Q_0^2}{\Omega_0^2}\right]$$

Второй членъ представляетъ интегралъ. Сначала необходимо опредѣлить значенiе A для даннаго физическаго характера стѣнокъ русла и для средняго (въ предѣлахъ интеграла) значенiя радiуса R; по опредѣленной такимъ образомъ величинѣ A можемъ опредѣлить и величину α. $\alpha = 1 + 210 A$

Интегралъ тогда можно будетъ привести къ виду (замѣняя $v = \frac{Q}{\Omega}$ и $R = \frac{\Omega}{\chi}$):

$$A\int_0^s\left(\frac{v^2ds}{R}\right) \text{ или } AQ^2\int_0^s\frac{\chi}{\Omega^3}ds.$$

Этотъ интегралъ можно опредѣлить точно только въ томъ случаѣ, если извѣстно, по какому закону смачиваемый периметръ χ и сѣченiе Ω мѣняются въ зависимости отъ s; но всегда можно его опредѣлить приблизительно. (Черт. 24).

Беремъ извѣстное число живыхъ сѣченiй, между которыми не происходитъ слишкомъ рѣзкихъ измѣненiй конфигурацiи русла; откладываемъ по горизонтальной оси величины s - разстоянiя этихъ сѣченій отъ начала канала; изъ полученныхъ такимъ образомъ точекъ возстановляемъ перпендикуляры, на которыхъ откладываемъ въ опредѣленномъ масштабѣ длины, равныя для каждаго сѣченія соотвѣтственно $\frac{\chi}{\Omega^3}$, и полученныя точки соединяем плавной кривой. Площадь N, ограниченная кривой, двумя крайними ординатами и осью абсциссъ, и выражаетъ искомый интегралъ

$$\int_0^s \frac{\chi}{\Omega^3} ds.$$

Эта площадь можетъ быть опредѣлена обыкновенными геометрическими способами и умноженная на AQ^2 даетъ величину второго члена уравненія. Такимъ образомъ, находимъ высоту паденія свободной поверхности жидкости y.

Вторая задача. Даны: продольный профиль дна уровня и поперечные профиля Ω водяного потока; требуется опредѣлить расходъ Q.

Рѣшеніе задачи дается тѣмъ же уравненіемъ:

$$y = \alpha \frac{v^2 - v_0^2}{2g} + \int_0^s \frac{Av^2}{R} ds,$$

которое можно написать такъ:

$$y = \frac{\alpha}{2g}\left(\frac{Q^2}{\Omega^2} - \frac{Q^2}{\Omega_0^2}\right) + Q^2 \int_0^s \frac{A\chi}{\Omega^3} ds. \qquad (62),$$

гдѣ неизвѣстно только Q (расходъ).

Величина интеграла, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, находится путемъ геометрическаго опредѣленія площади, ограничиваемой кривой, проведенной на основаніи опытныхъ данныхъ.

Въ дѣйствительности обыкновенно не прибѣгаютъ къ указаннымъ вычисленіямъ при рѣшеніи вопросовъ подобнаго рода. Если нужно, напримѣръ, найти уклонъ между двумя данными профилями, то его опредѣляютъ посредствомъ нивеллировки, разсчетъ даетъ затѣмъ возможность повѣрить точность теоретическихъ соображеній. Равнымъ образомъ, расходъ всегда опредѣляется непосредственнымъ измѣреніемъ. Вышеприведенныя формулы даютъ затѣмъ возможность опредѣлить расходъ вторично и сравнить ре-

Дано прод. профиль, Q, Ω, расход воды

зультаты.

Т р е т ь я з а д а ч а. Даны поперечныя сѣченія Ω русла, но неизвѣстно положеніе горизонта воды въ сѣченіяхъ; извѣстны: профиль дна, расходъ воды Q, и высота воды въ одномъ изъ крайнихъ сѣченій. Требуется опредѣлить высоту воды въ другомъ крайнемъ поперечномъ сѣченіи.

Эту задачу можно рѣшить только постепенымъ рядомъ приближеній. Раздѣлимъ пространство между сѣченіями Ω_0 и Ω на нѣсколько интерваловъ, изъ которыхъ въ каждомъ нѣтъ рѣзкихъ измѣненій живого сѣченія, и обозначимъ сѣченія, которыя ограничиваютъ эти интервалы, индексами 1, 2, 3, ... n.

Опредѣлимъ высоту паденія горизонта воды между сѣченіями Ω_0 и Ω_1. Для этого примѣнимъ уравненіе:

$$y_1 = \frac{\alpha Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_0^2}\right) + \frac{1}{2}AQ^2\left(\frac{\chi_1}{\Omega_1^3} + \frac{\chi_0}{\Omega_0^3}\right)(S_1 - S_0),$$

гдѣ вмѣсто интегральнаго второго члена, который бы дѣйствительно соотвѣтствовалъ среднему сѣченію въ промежуткѣ между сѣченіями Ω_0 и Ω_1, мы взяли среднее арифметическое значеніе подъинтегральной функціи для ея предѣловъ (для сѣченій Ω_1 и Ω_0). Но въ данное уравненіе входитъ величина сѣченія Ω_1, а эта величина намъ неизвѣстна. Поэтому для дальнѣйшаго рѣшенія задачи поступаютъ слѣдующимъ образомъ (посредствомъ постепенныхъ приближеній).

Предполагаемъ первоначально, что высота паденія горизонта воды y между Ω_0 и Ω_1 нуль. Такое предположеніе даетъ горизонтъ воды во второмъ сѣченіи и позволяетъ опредѣлить Ω_1 и χ_1 (так как положеніе горизонта воды въ Ω_0 извѣстно изъ чертежа и профилей, и извѣстно также положеніе дна въ Ω_1 относительно Ω_0); вносимъ опредѣленныя такимъ образомъ величины Ω_1 и χ_1 въ предыдущее уравненіе и получаемъ первое приближенное значеніе y_1, которое позволяетъ опредѣлить новыя величины Ω_1 и χ_1; если ихъ въ свою
у германцев, но не у французов
очередь подставить въ уравненіе, то они даютъ величину высоты паденія болѣе близкую къ дѣйствительности и т.д. Послѣ нѣсколькихъ послѣдовательныхъ подстановокъ получимъ величины y мало отличающіяся другъ отъ друга. Опредѣливъ такимъ образомъ по извѣстному горизонту воды въ Ω_0 горизонтъ въ Ω_1, приступаемъ къ опредѣленію такимъ же точно способомъ положенія горизонта въ сѣ-

ченіи Ω_2 по извѣстному въ Ω_1 и т.д. Полная высота паденія или уклонъ свободнаго уровня воды будетъ, очевидно, суммою полученныхъ частныхъ результатовъ.

315

§60. Неравномѣрное движеніе въ руслѣ съ постоянными: продольнымъ уклономъ и поперечными профилями.

Мы примѣнимъ формулы неравномѣрнаго движенія къ русламъ съ постоянными уклономъ и профилями, потому что эти случаи чаще всего встрѣчаются на практикѣ. Не говоря объ искусственныхъ каналахъ, даже въ естественныхъ потокахъ, т.е. въ рѣкахъ при довольно слабомъ теченіи, можно допустить, что уклонъ и поперечный профиль почти постоянны.

Пусть дано русло съ постояннымъ уклономъ дна i и постояннымъ поперечнымъ сѣченіемъ русла Ω; требуется опредѣлить продольный профиль потока ds и $s - s_0$.

На чертежѣ 25-омъ изображенъ продольный профиль дна русла - прямая nq, которая съ горизонтомъ образуетъ уголъ, тангенсъ котораго равенъ i; между двумя смежными сѣченіями mn и pq горизонтъ воды или продольный профиль теченія есть линія, которую можно считать совпадающей съ прямой mp. Черезъ точку m проведемъ горизонтальную линію mv и прямую mz, параллельную линіи дна. Высота паденія dy между m и p будетъ равна разстоянію точки p отъ горизонтали mv; такъ какъ уклонъ русла всегда очень незначителенъ, то прямая pv очень мало отличается отъ соотвѣтствующей вертикали и можетъ быть принята равной dy. Далѣе, если черезъ ds обозначимъ разстояніе mz двухъ смежныхъ сѣченій mn и pq, то получимъ:

$$vz = mz\operatorname{Tang}(zmv) = ids.$$

Длину pz - разность высотъ воды въ двухъ смежныхъ сѣченіяхъ - обозначимъ дифференціаломъ dh, отсюда вытекаетъ урав-

$$dy = \frac{\alpha v dv}{g} + \frac{Av^2}{R} ds \quad (61)$$

ненiе:

$$pv = vz - pz$$

и $$dy = ids - dh \qquad (63).$$

Расходъ Q постояненъ, и въ какомъ угодно сѣченiи имѣемъ:

$$Q = v\Omega = Const.$$

Дифференцируя, имѣемъ:

$$vd\Omega + \Omega dv = 0 \text{ и } dv = -\frac{v}{\Omega}d\Omega \qquad (64).$$

Переходя отъ сѣченiя mn къ сѣченiю pq, приблизительно можемъ положить, что приращенiе сѣченiя $d\Omega$ - прямоугольникъ, котораго основанiе ab или l (ширина потока по свободной поверхности) и высота pz или дифференцiалъ dh; тогда

профиль русла постоян

$$d\Omega = l \cdot dh$$

и $$dv = -\frac{vl}{\Omega}dh \qquad (64').$$

Подставляя въ уравненiе (61) величины dy и dv, полученныя изъ уравненiй (63) и (64), имѣемъ:

$$ids - dh = -\frac{\alpha \cdot v^2 \cdot l}{\Omega g}dh + \frac{Av^2}{R}ds$$

отсюда получаемъ

$$ds = \frac{1 - \frac{\alpha v^2 l}{\Omega g}}{i - \frac{Av^2}{R}}dh. \qquad (65).$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{Av^2}{R}}{1 - \frac{\alpha v^2 l}{\Omega g}}$$

Эта формула позволяетъ намъ построить продольный профиль потока, зная русло Ω, уклонъ дна i, расходъ Q и высоту воды h въ начальномъ сѣченiи. Этотъ вопросъ отвѣчаетъ третьей задачѣ общаго случая.

Интегрируя уравненiе (65) между сѣченiями Ω_0 и Ω, имѣемъ:

$$S - S_0 = \int_{h_0}^{h} \frac{1 - \frac{\alpha v^2 l}{\Omega g}}{i - \frac{Av^2}{R}} dh = \int_{h_0}^{h} Bdh \qquad (66).$$

Зная сѣченіе въ каждой точкѣ продольной профили (по заданію) можно выразить Ω, R, l и v въ функціи h и интегрировать второй членъ уравненія (66).

Величина h_0 для сѣченія Ω_0 извѣстна; опредѣляя значеніе интеграла для произвольно заданнаго значенія h, найдемъ разстояніе $S - S_0$, на которомъ находится отъ сѣченія Ω_0 живое сѣченіе, въ которомъ высота горизонта воды имѣетъ опредѣленное значеніе h (заданное произвольно).

Интегрированіе не всегда возможно, въ виду аналитическихъ затрудненій, и можетъ повести къ ошибкѣ; лучше примѣнять геометрическій методъ опредѣленія площади кривой, какъ это было указано раньше; откладываемъ въ предѣлахъ h_0 и h_1 величины h, опредѣляемъ для каждой изъ нихъ числовую величину коэффиціента B при dh въ уравненіи (66) и принимаемъ эти числовыя величины для B за ординаты точекъ, которыхъ абсциссы будутъ разныя: h_1, h_2, h_3 . . . . . ; соединяя полученныя такимъ образомъ точки непрерывной линіей, получимъ кривую, площадь которой по числовой величинѣ равна второму члену уравненія (66) между предѣлами h_0 и h, и такимъ образомъ получаемъ $(S - S_0)$.

П р и м ѣ ч а н і е . Согласно формулѣ (65) отношеніе

$\left(\frac{dh}{ds}\right)$ равно нулю, когда величина $i - \frac{Av^2}{R}$ становится нулемъ,

т.е. когда

$$Ri = Av^2.$$

Въ этомъ случаѣ уголъ горизонта поверхности шр съ горизонтомъ дна равенъ нулю, уклонъ свободнаго горизонта i совпадаетъ съ I и параллеленъ дну, и теченіе равномѣрно.

§61. Примѣненіе формулъ неравномѣрнаго движенія къ случаю прямоугольнаго сѣченія русла.

Разсмотримъ прямоугольное сѣченіе постоянной ширины l; перемѣнную высоту горизонта воды въ каждомъ сѣченіи обозначимъ h, и H - высоту, которая соотвѣтствуетъ при опредѣленномъ расходѣ равномѣрному движенію воды.

Опредѣлимъ продольный профиль движенія воды, зная расходъ Q, размѣры русла, уклонъ и начальную высоту воды h_0; предположимъ, что считаемъ разстояніе S отъ сѣченія, въ которомъ высота горизонта h_0, т.е. $S_0 = 0$.

Очевидно, тогда существуетъ слѣдующее отношеніе:

$$v = \frac{Q}{\Omega} = \frac{Q}{lh}; \quad \chi = l + 2h; \quad \Omega = lh$$

$$R = \frac{lh}{l + 2h}$$

Эти выраженія могутъ быть подставлены въ дифференціальное уравненіе (65), которое также представлено въ видѣ:

$$dh = i\,ds \frac{1 - \dfrac{Av^2}{Ri}}{1 - \dfrac{\alpha v^2}{gh}} \qquad (67).$$

Интегрированіе уравненія (67) дало бы намъ значенія h для каждаго S, т.е. глубины воды во всѣхъ поперечныхъ сѣченіяхъ потока, а такимъ образомъ, и очертаніе въ продольномъ профилѣ его свободной поверхности. Для точнаго рѣшенія задачи необходимо было бы, однако, знать не только математическую зависимость v и R въ функціи глубины въ каждомъ поперечномъ сѣченіи, но также и таковую же зависимость для величины A, которая, какъ извѣстно, для равномѣрнаго движенія выражается въ видѣ: $\alpha + \frac{\beta}{R}$, гдѣ α и β величины постоянныя. Принимая, однако, подобное выраженіе для A и въ случаѣ неравномѣрнаго движенія, мы дѣлаемъ предположеніе, которое далеко не всегда оправдывается въ дѣйствительности. Вообще поэтому рѣшенiе всѣхъ подобнаго рода вопросовъ можетъ быть лишь приближенное.

Аналитическiй видъ дифференцiальнаго уравненiя (67) показываетъ, что когда числитель дроби

$$1 - \frac{Av^2}{Ri} = 0, \text{ то } \frac{dh}{ds} = 0,$$

т.е. глубина воды во всѣхъ сѣченiяхъ постоянна и продольный профиль свободной поверхности потока параллеленъ продольному профилю дна, ($\frac{dh}{ds}$) есть тангенсъ угла между свободной поверхностью потока и профилемъ дна. Этотъ случай, какъ уже раньше объяснено, отвѣчаетъ равномѣрному движенiю, ибо тогда $RI = Av^2$, $h = H$ — глубинѣ потока при равномѣрномъ движенiи.

Если $1 - \frac{Av^2}{Ri}$ не равно нулю, то имѣемъ случай неравномѣрнаго движенiя. Въ зависимости отъ того, имѣетъ ли знаменатель $1 - \frac{\alpha v^2}{gh}$ положительное или отрицательное значенiе, можетъ быть изслѣдованъ общiй видъ свободной поверхности потока и образующiеся при этомъ водовороты. Не касаясь здѣсь болѣе подробнаго разсмотрѣнiя этого, впрочемъ, весьма интереснаго теоретическаго вопроса (подробности найдутъ читатели, между прочимъ въ гидравликѣ Бресса), скажемъ лишь, что случай, когда

$$1 - \frac{\alpha v^2}{gh} < 0$$

составляетъ, вообще говоря, исключенiе. Интересно также въ теоретическомъ отношенiи изслѣдованiе случая, когда

$$1 - \frac{\alpha v^2}{gh} = 0,$$

т.е. когда знаменатель въ дифференцiальномъ уравненiи (67) переходитъ изъ положительнаго значенiя въ отрицательное. Тогда,

---

Генрих Карлович Мерчинг

"ГИДРАВЛИКА". Проф. Г. МЕРЧИНГЪ.

"Изд. Студ. Библiотеки И.И.П.С. 1910 г.

Литографiя Трофимова. СПБ. Можайская 3.

Листъ 4-ый.

очевидно, свободная поверхность потока должна быть перпендикулярна къ профилю русла, т.е. струя жидкости поднимается вертикально вверхъ (или падаетъ внизъ), ибо тогда тангенсъ угла свободной поверхности съ направленіемъ продольнаго профиля дна равенъ безконечности. Это явленіе носитъ названіе п р ы ж к а в о д ы (ressaut). Въ дѣйствительности, однако, теоретически, въ точкахъ, въ которыхъ

$$1 - \frac{\alpha v^2}{gh} = 0,$$

$1 - \frac{\alpha v^2}{gh} = 0$

дифференціальное уравненіе (67) не можетъ существовать, такъ какъ это уравненіе выведено въ предположеніи, что безконечно близкія сѣченія струи нормальныя къ соотвѣтственнымъ скоростямъ, могутъ быть приняты параллельными. Вообще поэтому приведенное условіе показываетъ только, что въ данныхъ точкахъ свободная поверхность потока быстро измѣняется въ продольномъ профилѣ, образуя, такимъ образомъ, сказанный прыжокъ. Нетрудно замѣтить, что для того, чтобы могъ образоваться прыжокъ, уклонъ дна въ данной точкѣ не долженъ быть меньше извѣстной предѣльной величины.

Дѣйствительно, для образованія прыжка должно быть (выраженіе (α) изъ положительнаго должно сдѣлаться отрицательнымъ).

$$1 - \frac{\alpha v'^2}{gh} < 0. \qquad (\alpha).$$

Для равномѣрнаго движенія и прямоугольнаго русла имѣемъ, вставляя соотвѣтственное аналитическое условіе:

$$Ri = AV^2.$$

$$v^2 = \frac{Ri}{A} = \frac{lhi}{(l + 2h)A}$$

$\frac{\alpha v^2}{gh} : \frac{\alpha\, lhi}{(l-2h)A \cdot gh} > 1$

$i > \frac{l-2h}{l\alpha}\, gA$

Поэтому предыдущее равенство даетъ:

$$i > \frac{l + 2h}{l\alpha} gA \qquad (68).$$

Неравенство (68) въ каждомъ данномъ случаѣ позволяетъ опредѣлить предѣльный высшій уклонъ дна i, при которомъ образуется прыжокъ для рѣки, обладающей свойствомъ, что

$$1 - \frac{\alpha v^2}{gh} < 0.$$

Базенъ для упрощенія формулы берет потокъ воды довольно широкій, такъ что можно пренебречь 2h въ сравненіи съ 1, т.е. когда глубина незначительна въ сравненіи съ шириной. Также можно пренебречь коэффиціентомъ α, близкимъ къ единицѣ.

Тогда неравенство приводится къ виду:

$$i > gA.$$

Мы знаемъ, что A можно представить въ видѣ $m + \frac{n}{R}$, гдѣ m и n постоянные коэффиціенты, зависящіе отъ рода и характера стѣнокъ. Тогда:

$$i > gm\left(1 + \frac{n}{mR}\right).$$

$R = \frac{lh}{l+2h}$

Базенъ раздѣлилъ всѣ стѣнки руселъ на четыре категоріи, для которыхъ имъ были даны величины коэффиціентовъ m и n. Для каждой категоріи стѣнокъ прыжокъ будетъ возможенъ при двух условіяхъ:

1) общее условіе, не зависящее отъ h:

$$i > gm\ ;$$

m – коэффиц.

2) частное условіе, которое зависитъ отъ глубины h:

при малом $R = h$

$$h > \frac{n}{m}\,\frac{1}{i - gm}.$$

Г.М. Г.М.

Для этихъ формулъ Базенъ составилъ таблицу. (стр. 52).

Бил 32

§62. ЧИСЛОВОЙ ПРИМѢРЪ ПРИМѢНЕНІЯ ФОРМУЛЪ НЕРАВНОМѢРНАГО ДВИЖЕНІЯ.

Для подробнаго объясненія предыдущихъ теоретическихъ выкладокъ приведемъ здѣсь полное практическое рѣшеніе вопроса, касающагося одного изъ случаевъ неравномѣрнаго движенія. Положимъ, что въ каналѣ съ прямоугольнымъ сѣченіемъ въ 2 метра ширины, построенномъ (черт. 26) изъ бутовой кладки и имѣющемъ уклонъ дна

Г.М. Г.М.

Названіе уклоновъ дна і	1 категорія гладкій цементъ	2 категорія тесов. кам. кирпичъ.	3 категорія бутовая кладка.	4 категорія земляная стѣна.
Наименьшій уклонъ, при которомъ не можетъ быть прыжка	$0^{m},00147$	$0^{m},00186$	$0^{m},00235$	$0^{m},00275$
Прыжекъ произойдетъ при уклонѣ въ 0,002 м., если глубина превзойдетъ:	$0^{m},08$	"	"	"
Прыжокъ при уклонѣ въ 0,003, когда глубина превосходитъ	$0^{m},03$	$0^{m},12$	"	"
Прыжокъ при уклонѣ въ 0,004, когда глубина превосходитъ	$0^{m},02$	$0^{m},06$	$0^{m},36$	"
Прыжокъ при уклонѣ въ 0,006 на глубинѣ	"	$0^{m},03$	$0^{m},16$	$1^{m},06$
Прыжокъ при уклонѣ въ 0,010 на глубинѣ	$0^{m},02$	$0^{m},03$	$0^{m},08$	$0^{m},47$
Прыжокъ при уклонѣ въ 0,015 на глубинѣ	$0^{m},02$	"	"	$0^{m},28$

въ 0,001, при расходѣ воды, равномъ 1000 лит. въ секунду, устроена запруда въ 1 метръ высоты; требуется опредѣлить профиль свободной поверхности потока въ каналѣ выше запруды. Опредѣлимъ сначала высоту воды, которая соотвѣтствуетъ случаю равномѣрнаго движенія, она получается изъ уравненія:

$$RI = Av^2, \qquad (a)$$

1000 литр = 1 куб. м

въ которомъ

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{1h}{1 + 2h} = \frac{h}{1 + h}; \quad i = 0,001; \quad v = \frac{Q}{1h} = \frac{1}{2h};$$

$$A = 0,00024\left(1 + \frac{0,25}{R}\right) = 0,00024\left(\frac{h + 0,25(1 + h)}{h}\right);^{*)}$$

Внося эти числа въ уравненіе (a) и упрощая находимъ:

$$2h^4 - 0,15h^2 - 0,18h - 0,003 = 0. \qquad (b)$$

уравненіе 4-ой степени, которое имѣетъ только одинъ корень положительный и которое легко рѣшить путемъ подстановокъ.

Въ самомъ дѣлѣ, если принять $h = 1$, то лѣвая сторона уравненія будетъ равна 1,64.

Подставляя 0,5, найдемъ - 0,0325; корень содержится между 1 и 0,5 и вѣроятно, очень близокъ къ послѣднему количеству. Въ дѣйствительности онъ почти равенъ 0,52.

Итакъ, имѣемъ:

$$H = 0,52,$$

гдѣ H - глубина равномѣрнаго движенія, т.е. при равномѣрном движеніи глубина воды въ руслѣ (при чемъ свободная поверхность была бы параллельная уклону дна) была бы во всѣхъ сѣченіяхъ 0,52 метра.

Съ другой стороны мы имѣли дифференціальное уравненіе:

$$ds = dh\,\frac{1 - \dfrac{\alpha v^2}{gh}}{i - \dfrac{Av^2}{R}} \qquad (69)$$

---

*) *Коэффиціенты въ выраженіи A взяты изъ таблицъ Базена для матеріала, изъ котораго сдѣланы стѣнки канала.*

Интегрируя, получаемъ:

$$S - S_0 = \int_{h_0}^{h} \left(\frac{1 - \frac{\alpha v^2}{gh}}{i - \frac{Av^2}{R}} \right) dh = \int_{h_0}^{h} y dh \qquad (70).$$

Вопросъ однако не будемъ рѣшать непосредственнымъ интегрированіемъ, что представилось бы весьма затруднительнымъ, а удовольствуемся тѣмъ, что задаваясь рядомъ величинъ h, т.е. глубиной воды передъ запрудой до высоты H, выведемъ послѣдовательно разстоянія $(S-S_0)$, соотвѣтствующія разнымъ величинамъ h, т.е. найдемъ рядъ сѣченій и ихъ разстоянія отъ запруды, въ которыхъ глубина воды будетъ имѣть различныя значенія h.

Если обозначимъ черезъ y величину дроби:

$$\frac{1 - \frac{\alpha v^2}{gh}}{i - \frac{Av^2}{R}} = y,$$

въ которую подставляемъ вмѣсто буквъ ихъ числовыя значенія, то нужно будетъ взять интегралъ количества ydh; это будетъ площадь кривой, имѣющей ординатами ~~абсциссами~~ послѣдовательныя величины y и абсциссами ~~ординатами~~ величины, соотвѣтствующія произвольнымъ h. Посредствомъ таблицъ Базена легко опредѣлить величину y. Результатъ расчета представленъ на нижеслѣдующей таблицѣ (стр. 55). Зная величину y, легко построить кривую ~~показанную на чер. 26~~, которая имѣетъ ординатами ~~абсциссами~~ послѣдовательныя величины y изъ нижепомѣщенной таблицы, а абсциссами ~~ординатами~~ - величины, соотвѣтствующія каждому произвольно взятому h. Интегралъ ydh между $h=1$ метр. и $h = 0,90$ м. дается площадью прямоугольника $Mnpq$; такой же интегралъ между $h = 0,90$ и $h = 0,80$ данъ площадью слѣдующаго прямоугольника и т. д., т. ч. опредѣляя площади по чертежу и обративъ вниманіе, что если считать разстоянія сѣченій отъ запруды вверхъ по теченію, то, напр., $S_1 - S_0$ равно разстоянію сѣченія, гдѣ высота $h = h_1$ отъ сѣченія, гдѣ высота $h = h_0$ и т.д.

Вообще:

$$S_1 - S_0 = \int_{h_0}^{h_1} y dh$$

$$S_2 - S_1 = \int_{h_1}^{h_2} y dh \quad \text{и т. д.}$$

Глубина воды h	Площадь сѣченія Ω	Периметръ X	Подводный радіусъ R	A	Скорость v	α	$\frac{\alpha v^2}{gh}$	$1-\frac{\alpha v^2}{gh}$	$\frac{Av^2}{R}$	$i-\frac{Av^2}{R}$	y
метр.	метр.²	метр.	метр.		метр.						
1,00	2,00	4,00	0,50	0,00036	0,50	1,08	0,0275	0,9725	0,00018	0,00082	1186
0,90	1,8	3,8	0,46	0,00037	0,55	1,08	0,0374	0,9626	0,00024	0,00076	1266
0,80	1,6	3,6	0,44	0,00038	0,62	1,08	0,0528	0,9472	0,00033	0,00067	1414
0,70	1,4	3,4	0,41	0,00039	0,71	1,08	0,0792	0,9208	0,00048	0,00052	1770
0,60	1,2	3,2	0,38	0,00040	0,83	1,08	0,1254	0,8746	0,00072	0,00028	3123
0,55	1,1	3,1	0,35	0,00041	0,91	1,08	0,1650	0,8350	0,00097	0,00003	27833
0,52	1,04	3,04	0,34	0,00042	0,96	1,08	"	"	"	"	"

1266.5
.06
75.96

S=75

1266
.008

Если поэтому S_0 опредѣляетъ положенiе запруды и h_0=1мет, высота воды передъ запрудою, то сѣченiе, въ которомъ высота воды надъ дномъ будетъ $h_1 = 0^m,9$, будетъ находиться отъ запруды въ разстоянiи

$$S_1 - S_0 = \int_{0,9}^{1} y dh \text{ и т.д.}$$

Числовыя значенiя величинъ $S_1 - S_0$, $S_2 - S_1$, и проч. будутъ по чертежу:

$S_1 - S_0$ опредѣлится величиною площади Мпрq,

$$S_1 - S_0 = \frac{y_1 + y_0}{2} dh$$

$$\text{или } \frac{\overset{y_0}{1186} + \overset{y_1}{1266}}{2} \, dh \; 0,1 = 122$$

$S_2 - S_1$	"	"	"	"	134
$S_3 - S_2$	"	"	"	"	159
$S_4 - S_3$	"	"	"	"	245
$S_5 - S_4$	"	"	"	"	1547

Такимъ образомъ, высота воды въ каналѣ при запрудѣ въ 1 метръ будетъ:

$0^m,90$ въ сѣченiи на 122 метра выше запруды

$0^m,80$ " " (122 + 134) или на 256 м. выше

$0^m,70$ " " " " 415

$0^m,60$ " " " " 660

$0^m,55$ " " " " 2207

$0^m,52$ " безконечности.

Чертежъ 26 представляетъ продольный профиль теченiя, при предположенiи, что абсцисса MN будетъ дно русла впереди (перед) запруды.

§63. ПРИМѢНЕНIЕ ФОРМУЛЪ НЕРАВНОМѢРНАГО ДВИЖЕНIЯ КЪ ПОТОКАМЪ ВЕСЬМА ШИРОКИМЪ (РѢКАМЪ).

Формула (65) примѣняется къ теченiю воды въ руслахъ съ

 $ds = \frac{1-\frac{\alpha v^2}{\Omega g}}{i-\frac{A v^2}{R}} dh$ $\frac{\Omega}{l} = h$

прямоугольнымъ сѣченіемъ; она можетъ быть примѣняема для ручьевъ и небольшихъ рѣчекъ. Что же касается рѣкъ большой ширины и болѣе или менѣе однообразной глубины, то ихъ живое сѣченіе можно разсматривать, какъ прямоугольникъ, имѣющій основаніемъ всю ширину l и высоту среднюю глубину воды h.

Сѣченіе Ω равно lh, какъ и въ предыдущемъ случаѣ. Периметръ χ можно принять почти равнымъ l, такъ какъ количество 2h въ широкихъ рѣкахъ не значительно по отношенію къ ширинѣ. Въ виду сего подводный радіусъ R равенъ тогда h.

Формула (65) принимаетъ тогда такой видъ:

вставляя $\Omega = lh$, $R = h$, $v = \frac{Q}{\Omega} = \frac{Q}{lh}$

l^2h^3

$$ds = \frac{l^2h^3 - \left(\frac{\alpha}{g}\right)Q^2}{il^2h^3 - AQ^2}dh \qquad (71)$$

и послѣ интегрированія

$$S - S_o = \int_{h_o}^{h}\left(\frac{l^2h^3 - \frac{\alpha}{g}Q^2}{il^2h^3 - AQ^2}\right)dh \qquad (72).$$

Всѣ вопросы рѣшаются помощью этой формулы совершенно такимъ же образомъ, какъ было объяснено на числовомъ примѣрѣ въ случаѣ прямоугольнаго канала.

бил 33

ГЛАВА V.

§64. ДАВЛЕНІЕ ЖИДКОСТИ НА ТВЕРДЫЯ ТѢЛА ВЪ НЕЕ ПОГРУЖЕННЫЯ.

Когда твердая площадка погружена въ движущуюся жидкость, то каждая частица этой площадки испытываетъ со стороны жидкости давленіе, и равнодѣйствующая этихъ давленій представляетъ общее дѣйствіе жидкой массы на твердую площадку. Если площадка обладаетъ собственнымъ движеніемъ, направленнымъ въ сторону, обратную направленію движенія воды, то движеніе воды противодѣйствуетъ движенію площадки; для преодолѣнія сопротивленія и движенія впередъ вообще нужно затратить нѣкоторую работу. Эта работа должна быть доставлена извнѣ въ видѣ работы живыхъ двигателей, вѣтра или же паровой и т.п. машины.

§65. Давленіе водяного потока на погруженную въ него площадку. Ударъ струи.

Разсмотримъ плоскость OX, составляющую съ вертикалью угол α; въ эту плоскость ударяетъ потокъ воды, состоящій изъ параллельныхъ струй, направленіе которыхъ составляетъ уголъ β съ плоскостью OX (Черт. 27).

Въ части mn, гдѣ потокъ сохраняетъ цилиндрическую форму, давленіе внутри потока постоянно и равно атмосферному. Когда потокъ достигаетъ площадки, жидкость разбивается въ брызги во всѣ стороны. Но вскорѣ затѣмъ воздухъ, попавшій среди жидкихъ струй, выталкивается и явленіе принимаетъ характеръ установившагося равномѣрнаго движенія. Жидкія струи, постепенно уклоняясь отъ прежняго направленія, переходятъ въ направленіе, параллельное плоскости OX.

Положимъ, что цилиндрическая поверхность abcd представляетъ конечное очертаніе объема, въ которомъ совершается измѣненіе направленія водяныхъ струй отъ первоначальнаго до параллельнаго плоскости OX; тогда, начиная отъ ab и cd, всѣ струи направляются опять параллельно другъ другу и плоскости OX.

Приложимъ теорему равенства приращенія количествъ движенія и импульсовъ силъ къ массѣ жидкости mnabcd; пусть ω - площадь сѣченія струи mn и v - скорость движенія струи. По истеченіи времени dt разсматриваемая масса переходитъ отъ положенія mnabcd въ m'n'a'b'c'd'. По свойству установившагося движенія, часть m'n'a'b'c'd' жидкой массы не даетъ приращенія количества движенія.

Возьмемъ за ось проекціи ось OY, перпендикулярную къ плоской стѣнѣ OX; скорость массы жидкости a'b'ab и c'd'cd перпендикулярна къ оси проекціи Y, а потому проекція ея количествъ движенія = нулю; количество же движенія части жидкой массы mm'n' равно $\frac{\Delta}{g}\omega v^2 dt$, и его проекція на ось OY будетъ

$$-\frac{\Delta}{g}\omega v^2 dt \sin\beta.$$

Поэтому приращеніе проекціи количествъ движенія при переходѣ жидкой массы изъ положенія mnabcd въ положеніе m'n'a'b'c'd' будетъ равно:

$$-\frac{\Delta}{g}\omega v^2 \sin\beta dt.$$

Остается опредѣлить проекціи импульсовъ силъ.

Атмосферное давленіе на замкнутую поверхность жидкости имѣетъ равнодѣйствующую равную нулю; вѣсъ рассматриваемой массы жидкости p даетъ проекцію импульса за время dt въ видѣ:

$$-p\sin\alpha dt.$$

Если обозначимъ черезъ F равнодѣйствующую реакцій площадки на жидкость перпендикулярно къ направленію площадки, то проекція импульса этихъ реакцій: Fdt, проекція же давленій, касательныхъ къ площадкѣ, очевидно, равна нулю, такъ какъ ось OY перпендикулярна къ площадкѣ.

Приравнивая проекцію приращенія количества движенія проекціи импульсовъ силъ и сокращая на общаго множителя dt, получаемъ:

$$Fdt - p\sin\alpha dt = -\frac{\Delta}{g}\omega v^2 \sin\beta dt$$

$$F = p\sin\alpha + \frac{\Delta}{g}\omega v^2 \sin\beta \qquad \Delta\omega\cdot\frac{v^2}{2g}\cdot 2\ (\sin\beta = 1) \qquad (73).$$

F представляетъ собою полное давленіе жидкой струи на плоскую стѣнку. Это выраженіе состоитъ изъ двухъ членовъ, каждый изъ которыхъ имѣетъ особое физическое значеніе. Первый членъ есть статическое давленіе струи вѣсомой жидкости на наклонную площадку, если не принимать во вниманіе движенія жидкости. Второй членъ отвѣчаетъ динамическому давленію; онъ измѣняется пропорціонально квадрату скорости, и въ случаѣ, когда струя перпендикулярна плоскости, этотъ членъ выражаетъ вѣсъ жидкаго цилиндра, имѣющаго основаніемъ сѣченіе струи и высотою двойную высоту напора $2\left(\frac{v^2}{2g}\right)$, соотвѣтствующую скорости струи (т.е. въ два раза больше той высоты $h = \frac{v^2}{2g}$, которая по закону Торичелли даетъ намъ скорость v).

Выше мы предположили, что плоская стѣнка настолько широка, что всѣ водяныя струи потока, прежде чѣмъ сошли съ нея, сдѣлались параллельными площадкѣ; если бы, однако, площадка была узкой, то элементарныя струи воды сохранили бы, сходя съ нея, нѣкоторую скорость, направленную въ ту же сторону, какъ и скорость струи, и составляющую съ ОХ тупой уголъ; давленіе F въ этомъ случаѣ было бы меньше.

То же самое явленіе происходитъ, если струя ударяетъ въ выпуклую поверхность; напротивъ, если плоская стѣнка имѣет края, загнутые по направленію къ струѣ, то сходя съ площадки, вода сохранила бы часть скорости, направленной въ обратную сторону скорости струи, и давленіе F увеличилось бы; то же самое происходитъ, если струя воды ударяетъ въ вогнутую поверхность.

Мы предположили, что стѣнка неподвижна, но разсужденія были бы тождественны, если бы стѣнка была въ движеніи съ нѣкоторой опредѣленной скоростью; только въ этомъ случаѣ нужно дѣйствительную скорость струи замѣнить ея относительной скоростью.

§66. Сопротивленіе жидкости движенію твердаго тѣла.

Сопротивленіе жидкости движенію твердаго тѣла почти пропорціонально: 1), квадрату относительной скорости тѣла; 2), поверхности твердаго тѣла.

Впрочемъ, это сопротивленіе зависитъ значительно отъ плотности жидкости и отъ формы поверхности твердаго тѣла, непосредственно воспринимающей ударъ.

Вообще зависимость этого сопротивленія отъ обстоятельств движенія въ точности можетъ быть выяснена только опытомъ. Такой опытъ, между прочимъ, можно произвести схематически слѣдующим образомъ. (Черт. 28).

Тѣло АВ частью или вполнѣ погружено въ жидкость; къ тѣлу АВ прикрѣплена нитка, которая, огибая горизонтальный блок, поднимается вертикально вверхъ и снова проходитъ черезъ второй горизонтальный блокъ, и имѣетъ на концѣ подвѣску, куда помѣщаемъ различнаго вѣса гири. Гири мѣняютъ до тѣхъ поръ, пока не будетъ опредѣленъ такой вѣсъ, при которомъ получается равномѣрное движенie тѣла АВ; тогда вѣсъ P представляетъ сопротивленie жидкости движенiю въ ней тѣла АВ съ опредѣленной скоростью.

Въ частномъ случаѣ, напримѣръ, сопротивленie движенiю плоскости АВ площадью въ 1 кв. м., при скорости 1 мет. въ секунду равно 60 килограммамъ.

Если, напримѣръ, имѣемъ дѣло съ плоской лопаткой площадью S кв.м., двигающейся съ относительной скоростью v м., то сопротивленie жидкости R выразится въ килограммахъ.

$$R = 60Sv^2 \qquad (74).$$

Эта формула обыкновенно употребляется для опредѣленiя дѣйствiя лопатокъ колесъ въ судахъ, зная дiаметръ колеса, величину лопатки и скорость судна, на основанiи которыхъ выводится число оборотовъ колеса въ секунду, а слѣдовательно, скорость движенiя лопатокъ, можно опредѣлить силу, съ какой колеса дѣйствуютъ на массу воды, или противодѣйствiя воды.

§67. Сопротивленie плавающихъ призматическихъ тѣлъ.

Опытами надъ сопротивленiями движенiю плавающихъ призматическихъ тѣлъ занимался, главнымъ образомъ, Дюбуа.

Представимъ себѣ въ чертеж 29 движущейся жидкости тонкую вертикальную пластинку ab твердаго тѣла; элементарныя струи съ верховой и низовой стороны отходятъ отъ пластинки, и образуются съ двухъ сторонъ ея два пространства, наполненныя жидкостью, находящеюся въ состоянiи вихревого движенiя.

Эти пространства ограничены въ горизонтальномъ сѣченiи криволейными треугольниками, имѣющими основанiемъ пластинку ab; стороны треугольника съ верховой стороны имѣютъ выпуклость, обращенную къ пластинкѣ, а съ низовой вогнутость по отношенiю къ пластинкѣ.

Если изслѣдуемъ съ помощью пьезометрической трубки давленie жидкости въ этихъ пространствахъ, занятыхъ водоворотами, то найдемъ, что съ верховой стороны оно больше гидростатическаго, съ низовой - меньше.

Это понятно, такъ какъ масса воды при движенiи дѣйствуетъ съ верховой стороны, какъ бы надавливая на пластинку; съ низовой стороны это дѣйствіе выражается какъ бы нѣкотораго рода всасываніемъ. Что касается равнодѣйствующей давленій, т.е. сопротивленія движенію, то она можетъ быть выражена аналогично съ тѣмъ, что было выведено нами раньше для плоской стѣнки, и если обозначимъ черезъ Δ - плотность жидкости, то сопротивленіе жидкости движенію твердаго тѣла можно выразить формулой:

$$R = k \cdot \Delta \cdot S \frac{v^2}{2g} \qquad (75),$$

гдѣ k - числовой коэффиціентъ для различнаго очертанія - треугольной призмы, грань которой поставлена поперечно къ потоку S.

Когда выступъ призмы за фасадъ съ низовой стороны *) равенъ три раза взятому корню изъ S, или ($3\sqrt{S}$), то коэффиціентъ

$$k = 1,10.$$

Когда уголъ становится болѣе острымъ:

$$k = 1.$$

По мѣрѣ того, какъ корма дѣлается болѣе острой, т.е. по мѣрѣ того, какъ уголъ передъ призмой уменьшается, уменьшается также сопротивленіе движенію.

Если устроить позади носъ въ видѣ вертикальнаго полуцилиндра, коэффиціентъ k уменьшается до 0,5; если S максимальное поперечное сѣченіе судна подъ водою, которое носитъ названіе мидель-шпангоута, то коэффиціентъ этотъ для судовъ уменьшается даже до 0,16 въ зависимости отъ ихъ очертанія, какъ показано ниже.

§68. Сопротивленіе судна движенію.

Сопротивленіе судна движенію выражается обыкновенно простой формулой:

$$R = k^1 \cdot S \cdot v^2, \text{ kg}$$

---

*) *т.е. высота треугольника, составляющаго основаніе призмы.*

вл которой k^1 – числовой коэффиціентъ, равный прежней формулѣ $\frac{k\Delta}{2g}$; S – площадь подводной части – мидель-шпангоута въ метрахъ; v – скорость судна въ метрахъ въ секунду; R – выражено въ килограммахъ. Коэффиціентъ k измѣняется въ зависимости отъ очертанія и скорости движенія судна.

Во время движенія передъ судномъ вода вздувается и поднимается вдоль стѣнъ, за судномъ сзади она опускается; уклоненіе тѣмъ сильнѣе, чѣмъ короче и шире судно; оно также увеличивается, когда углубленіе судна уменьшается и скорость увеличивается.

Значеніе k^1 для разныхъ судовъ при скоростяхъ отъ 3 до 5 узловъ (узелъ равенъ приблизительно $1\frac{3}{4}$ верс.) составляетъ отъ 2,5 до 4; при скорости до 10 узловъ – отъ 3 до 6.

Если извѣстно сопротивленіе судна, то произведеніе Rv даетъ работу машины, необходимую для приведенія судна въ движеніе со скоростью v.

Мощность

---------ooooooooOOOOoooooooo---------

Корректировал Н Голованов