Къ вопросу объ опредѣленіи усилій въ горизонтальныхъ связяхъ мостовыхъ фермъ.

(Съ 17 политипажами, помѣщенными въ текстѣ).

Вѣтровыя связи устраиваются большей частью въ видѣ раскосной фермы со сжатыми распорками и съ вытянутыми раскосами, и при возможности дѣйствія вѣтра съ той или другой стороны фермы—въ каждой панели помѣщаются два взаимно пересѣкающіеся раскоса. Сѣченія раскосовъ (діагоналей) расчитываются въ предположеніи, что каждый изъ раскосовъ, работая на растяженіе, принимаетъ на себя полное перерѣзывающее усиліе и что въ каждой панели оба раскоса не могутъ одновременно работать. Такъ какъ діагонали по конструктивнымъ соображеніямъ проектируются изъ уголковъ, то встрѣчный раскосъ, вопреки предположенію, принимаетъ на себя хотя бы часть сжимающаго усилія, что и должно быть принято во вниманіе при подборѣ сѣченія; по мнѣнію нѣкоторыхъ, встрѣчные раскосы принимаютъ на себя даже половину перерѣзывающаго усилія. Кромѣ того, діагонали получаютъ добавочное напряженіе вслѣдствіе изгиба отъ собственнаго вѣса и, наконецъ, отъ передачи на нихъ сжатыми и вытянутыми поясами частей сжимающаго и вытягивающаго усилія.

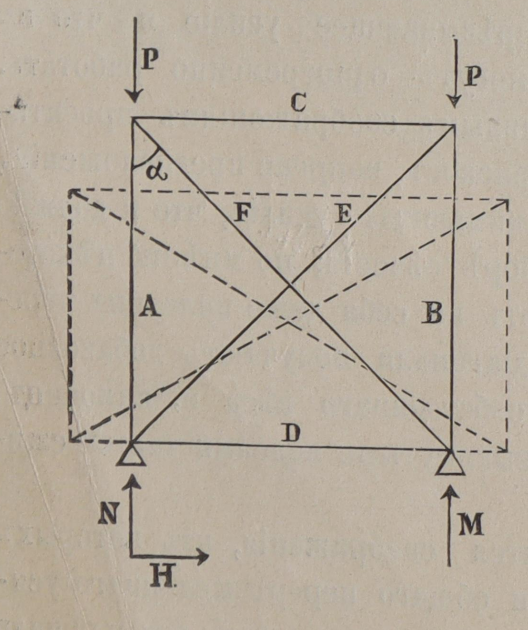
Въ настоящей замѣткѣ приводятся соображенія, изъ которыхъ слѣдуетъ, а) что при распредѣленіи общаго перерѣзывающаго усилія между двумя системами раскосовъ, въ зависимости отъ площади сѣченія раскосовъ, слѣдуетъ брать въ расчетъ не дѣйствительную площадь сжимаемаго раскоса, а нѣкоторую меньшую, фиктивную площадь и б) что если сохранить существующій пріемъ расчета усилій въ связяхъ и подбора сѣченій, то, за немногими исключеніями, сѣченія удовлетворяютъ условіямъ прочности въ предположеніи, что общее перерѣзывающее усиліе распредѣляется между обѣими системами раскосовъ сообразно ихъ поперечной жесткости, что пояса передаютъ часть своего усилія діагоналямъ связей, что учтено вліяніе собственнаго вѣса, но однако допуская, что раскосы находятся въ условіяхъ балки съ закрѣпленными концами. Въ заключеніе указанъ несложный пріемъ провѣрки при такихъ предположеніяхъ сѣченія, при менѣе льготномъ условіи, при чемъ оказывается необходимымъ увеличить сѣченія діагоналей противъ существующаго способа расчета не болѣе, какъ на 35%.

При оцѣнкѣ вліянія поясовъ на усилія въ діагоналяхъ предположено, что пояса сжаты; при вытянутыхъ поясахъ вліяніе будетъ обратное.

I. Опредѣленіе величины усилія, принимаемаго діагоналями связей при сжатіи или растяженіи поясовъ фермъ.

а) Вліяніе площади сѣченія поясовъ, діагоналей и распорокъ на распредѣленіе усилій.

Выдѣлимъ первую панель (фиг. 1) и разсмотримъ ее какъ ферму, состоящую изъ одной панели, на верхніе узлы которой дѣйствуетъ нагрузка P; одну опору (лѣвую) предполагаемъ неподвижною съ вертикальнымъ и горизонтальнымъ опорными сопротивленіями (N и H), а правую опору—подвижною съ однимъ вертикальнымъ опорнымъ сопротивленіемъ (M). Усилія, направленныя вверхъ и вправо, обозначимъ положительными, а обратнаго направленія — отрицательными. Пусть искомыя усилія въ элементахъ фермы: A, B, C, D, E и F; соотвѣтственныя длины: a, b, c, d, e, f; площади



Фиг. 1.

сѣченіи: ω_a, ω_b, ω_c, ω_d, ω_e, ω_f и уголъ, составленный діагональю съ поясомъ—α.

Выписываемъ условія равновѣсія силъ около каждаго изъ четырехъ узловъ, начиная съ лѣваго верхняго, и предполагаемъ, что всѣ ребра сжаты. Результаты разсчета покажутъ, правильно ли сдѣланное предположеніе.

$\left\{\begin{array}{l} 1)\ -P+B+F.\,Cos.\,\alpha=0. \\ 2)\ -C-F.\,Sin.\alpha=0. \end{array}\right.$	Изъ (2) и (4) . . . $E=F$
$\left\{\begin{array}{l} 3)\ -P+B+E.\,Cos.\,\alpha=0. \\ 4)\ +C+E\ Sin.\,\alpha=0. \end{array}\right.$	Изъ (6) и (8) . . . $H=0$
$\left\{\begin{array}{l} 5)\ -A-E\,Cos.\,\alpha+N=0. \\ 6)\ -S\ Sin.\,\alpha-D+H=0. \end{array}\right.$	Изъ (1) и (5) . . . $N=P$
$\left\{\begin{array}{l} 7)\ -B-F.\ Cos.\,\alpha+M=0. \\ 8)\ +F.\,Sin.\,\alpha+D=0. \end{array}\right.$	Изъ (3) и (7) . . . $M=P$
	Изъ (2) и (6) . . . $C=D$
	Изъ (1) и (7) . . . $A=B$

Слѣдовательно, остается два уравненія (1) и (2) съ тремя неизвѣстными:

$$-P+A+E\,Cos.\,\alpha- \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

$$-C-E\ Sin.\,\acute{\alpha}=0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Третье уравненіе найдется изъ условія, что послѣ деформаціи зависимость между длинами сторонъ будетъ та же (при одинаковыхъ сѣченіяхъ симметричныхъ частей), какъ и до деформаціи, т. е. что:

$$(a+da)^2+(c+dc)^2=(e+de)^2;$$

$$a^2+2\,ada+(da)^2+c^2+2\,cdc+(dc)^2=e^2+2\,ede+(de)^2;$$

Но $a^2+c^2=e^2$, поэтому, пренебрегая членами второго порядка, получимъ:

$$ada+cdc=ede$$

или

$$\frac{aAa}{g\omega_a}+\frac{cCc}{g\omega_c}=\frac{eEe}{g\omega_e},$$

гдѣ g — коэффиціентъ продольной упругости.

Отбрасывая этотъ множитель, имѣемъ:

$$\frac{a^2A}{\omega_a}+\frac{c^2C}{\omega_c}=\frac{e^2E}{\omega_e} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Рѣшая совмѣстно (1), (2) и (3), будемъ имѣть:

$$\frac{a^2\,(P-E\,Cos\alpha)}{\omega_a}-\frac{c^2\ E\,Sin.\,\alpha}{\omega}=\frac{e^2P}{\omega_e};$$

откуда:

$$E\left(\frac{e^2}{\omega_e}+\frac{a^2 \cdot Cos\,\alpha}{\omega_a}+\frac{c\;\;Sin\,\alpha}{\omega_c}\right)=\frac{a^2 E}{\omega_a};$$

$$E=F=\frac{P}{\frac{e^2}{\omega_e}\cdot\frac{\omega_a}{a^2}+Cos\,\alpha+\frac{c^2}{\omega_c}\cdot\frac{\omega_a}{a^2}\cdot Sin\,.\,\alpha}\quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

или:

$$E=F=\frac{P}{\frac{\omega_a}{\omega_e\cdot Cos^2\alpha}+Cos\;\alpha+\frac{\omega_a\;Sin^3\alpha}{\omega_c\;Cos^2\alpha}}=\frac{P\quad Cos^2\,\alpha}{\frac{\omega_a}{\omega_e}+Cos^3\cdot\alpha+\frac{\omega_a}{\omega_c}Sin^3\alpha}$$

Замѣтимъ, что:

$$\frac{E}{\omega_e}=\frac{P}{\omega_a\left(\frac{e^2}{a^2}+Cos\,\alpha\cdot\frac{\omega_e}{\omega_a}+\frac{c^2}{a^2}\frac{\omega_e}{\omega_c}\cdot\;Sin\;\alpha\;\right)}$$

Если $\alpha=45^\circ$, то $Cos\alpha=Sin\alpha=0{,}707$;

$\frac{e^2}{a^2}=(1{,}4)^2=1{,}96$;

$\frac{\omega_e}{\omega_a}$ — вообще очень малая дробь;

$\frac{c^2}{a^2}$ — обыкновенно около единицы,

$\frac{\omega_e}{\omega_c}=1$;

такъ что приблизительно:

$$\frac{E}{\omega_v}=\frac{P}{\omega_a\,(1{,}96+0{,}707)}=\frac{P}{2{,}6\cdot\omega_a}$$

Но $A=P-E\;Cos\,\alpha$, слѣдовательно:

$$\frac{E}{\omega_e}=\frac{A}{2{,}6\quad\omega_a}+\frac{E\cdot 0{,}707}{2{,}6\cdot\omega_a}$$

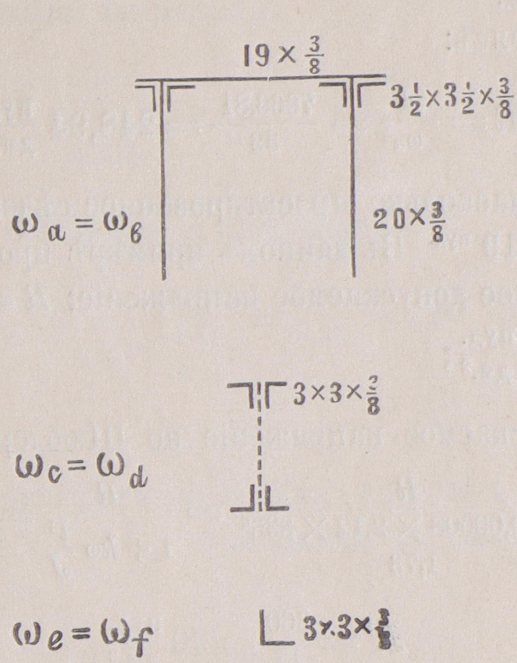
т. е. если сѣченіе діагонали (ω_e) незначительно по сравненію съ сѣченіемъ пояса (ω_a),—то среднее напряженіе діагонали составляетъ немного менѣе половины средняго напряженія пояса.

Еслибъ разсматривалась какая-либо промежуточная панель, то, полагая, что въ трехъ смежныхъ панеляхъ усилія и сѣченія діагоналей и стоекъ порознь одинаковы, имѣемъ по Винклеру (Querconstructionen, стр. 414):

$$E = F = \frac{P \quad Cos^2 \cdot \alpha}{\frac{\omega_a}{\omega_e} + Cos^3 \; \alpha + \frac{2\omega_a \; Sin^3 \quad \alpha}{\omega_c}} =$$

$$= \frac{P}{\frac{\omega_a}{\omega_e} \frac{e^2}{a^2} + Cos \; \alpha + \frac{2\omega_a}{\omega_c} \frac{c^2}{a^2} \; Sin \; \alpha} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (A)$$

Примѣръ 1. (фиг. 2).



Фиг. 2.

Пусть, напр. $a = b = c = d = 240$ дм.; $\alpha = 45°$; $e = f = 336$ дм.

$\omega_a = \omega_b = 32$ кв. дм. $\qquad J_a = J_b = 892.$

$\omega_c = \omega_d = 8{,}48$ кв. дм. $\qquad J_c = J_d = 13{,}44.$

$\omega_e = \omega_f = 2{,}12$ кв. дм. $\qquad J_e = J_f = 1{,}73.$

$P = 8213^{\text{пуд.}}$

Тогда, на основаніи (4), имѣемъ:

$$E = F = \frac{8213}{\frac{336^2}{2{,}12} \times \frac{32}{240^2} + 0{,}707 + \frac{240^2}{8{,}48} \times \frac{32}{240^2} \times 0{,}707} =$$

$$= \frac{8213}{29{,}57 + 0{,}707 + 2{,}07} = \frac{8213}{32{,}95} = 0{,}0303 \times 8213^{\text{пуд.}} = 246{,}19^{\text{пуд.}} \quad . \; . \; . \quad (5)$$

$$C = D = -E \cdot Sin \, \alpha = -0{,}707 \cdot E = -0{,}0214 \times$$

$$\times \, 8213 = -157{,}76^{\text{пуд.}}$$

$$A = B = P - E \cdot Cos\,\alpha = 8213 - 0{,}707 \times 0{,}0303 \times 8213 =$$
$$= 8213 \times 0{,}9786 = 7966{,}81^{\text{пуд.}}$$

Такимъ образомъ при заданныхъ размѣрахъ элементовъ первой панели отъ сжимающаго усилія пояса на діагональ передается около $3^0/_0$; среднее же напряженіе въ діагонали при сѣченіи brutto: $R = \frac{E}{\omega_e} = \frac{246{,}19}{2{,}12} = 116\,\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ составляетъ немного менѣе половины средняго напряженія въ поясѣ:

$$R = \frac{A}{\omega_a} = \frac{7966{,}81}{32} = 248{,}94\,\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Посмотримъ, насколько проектированное сѣченіе удовлетворяетъ усилію: $E = 246{,}19^{\text{пуд.}}$ Въ данномъ примѣрѣ пролетъ $l = 56^m$; слѣдовательно, основное допускаемое напряженіе: $R = 6{,}75 + 0{,}04\,l = 9\,\frac{\text{kil.}}{\text{mm.}^2} = 360\,\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$;

Поэтому допускаемое напряженіе по Шюблеру:

$$R' = \frac{R}{\frac{1 + 0{,}00008 \times 2{,}12 \times 336^2}{1{,}73}} = \frac{R}{1 + k\omega\,\frac{l^2}{J}} = \frac{360}{1 + 11{,}08};$$

$$R' = \frac{360}{12} = 30\,\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

т. е. сѣченіе уголка недостаточно. Если же предположить, что оба конца уголка закрѣплены, то допускаемое напряженіе: $R' = \frac{360}{1 + \frac{11{,}08}{4}} = \frac{360}{3{,}77} = 95{,}5\,\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$, что уже достаточно близко къ дѣйствительному напряженію: $R = 116\,\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$.

Примѣръ 2.

Пусть при прежнихъ условіяхъ діагональ составлена изъ уголка $4 \times 4 \times {}^3/_8$, площадью $\omega_e = \omega_f = 2{,}873$ кв. дм., и при $J_e = J_f = 4{,}307$; тогда на основаніи (4):

$$E = F = \frac{8213}{\frac{336^2}{2{,}873} \times \frac{32}{240^2} + 0{,}707 + \frac{240^2}{8{,}48} \times \frac{32}{240^2} \times 0{,}707} =$$

$$= \frac{8213}{29{,}57 \times \frac{2{,}12}{2{,}873} + 0{,}707 + 2{,}67} = \frac{8213}{21{,}82 + 0{,}707 + 2{,}67} =$$

$$= \frac{8213}{25{,}2} = 0{,}039 \times 8213 = 320^{\text{пуд.}}$$

[Для промежуточной панели имѣли бы по Винклеру (A):

$$E=F=\frac{8213}{21{,}82+0{,}707+2\times 2{,}67}=\frac{8213}{27{,}867}=0{,}0359\times 8213=295^{\text{пуд.}}]$$

Среднее напряженіе въ раскосѣ:

$$R=\frac{320}{2{,}873}=111{,}4\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Допускаемое среднее напряженіе:

$$R'=\frac{R}{1+\dfrac{0{,}00008\times 2{,}873\times 336^2}{4{,}307}}=\frac{360}{1+8{,}12}=\frac{360}{9.12}=39{,}4\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Предполагая, что оба конца закрѣплены:

$$R'=\frac{360}{\dfrac{1+8{,}12}{4}}=\frac{360}{3{,}03}=120\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Примѣръ 3.

Пусть при прежнихъ условіяхъ діагональ состоитъ изъ двухъ уголковъ: 2 $(4\times 4\times {}^3/_8)$ при площади: $\omega_e=\omega_f=5{,}746$; $J_e=$ $=J_f=8{,}614$.

Тогда:

$$E=\frac{8213}{29{,}57\times\dfrac{2{,}12}{5{,}746}+0{,}707+2{,}67}=\frac{8213}{10{,}91+0{,}707+2{,}67}=$$

$$=\frac{8213}{14{,}287}=0{,}07\times 8213=574{,}9^{\text{пуд.}}$$

Среднее напряженіе $R=\dfrac{574{,}9}{5{,}746}=100\ \dfrac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$

Допускаемое среднее напряженіе:

$$R'=\frac{360}{1+\dfrac{0{,}00008\times 5{,}746\times 336^2}{8{,}614}}=39{,}4\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}\ \text{— прежнее,}$$

такъ какъ площадь и моментъ инерціи увеличились одновременно вдвое. Тотъ же результатъ получился бы, еслибъ оба уголка были раздвинуты въ вертикальномъ направленіи, не образуя фигуры ⅂L. Если предположить оба конца задѣланными, то согласно предыдущему: $R'=120\ \dfrac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$.

Такимъ образомъ, при увеличенiи сѣченiя дiагонали съ $3 \times 3 \times {}^3/_8$ до 2 $(4 \times 4 \times {}^3/_8)$—напряженiе въ ней отъ дополнительнаго сжатiя понизилось весьма незначительно, а именно: съ $R = 116 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ до $R = 100 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$; допускаемое напряженiе составляетъ въ первомъ случаѣ: $R' = 30 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ или $R' = 95{,}5 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$, а во второмъ случаѣ: $R' = 39{,}4 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ или $R' = 120 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ т. е. при увеличенiи сѣченiя дiагонали въ 2,7 раза или на 270% — дѣйствительное напряженiе понизилось только на 14%.

Формула (4) показываетъ, что дополнительное усилiе въ дiагонали мало измѣняется съ измѣненiемъ сѣченiя пояса, при одномъ и томъ же напряженiи въ поясѣ.

Если, напримѣръ, въ одномъ случаѣ: $P = R\omega_a$, а въ другомъ: $n \cdot P = Rn \cdot \omega_a$, то:

$$E = F = \frac{n \cdot P}{\frac{e^2}{\omega_e} \frac{n \cdot \omega_a}{a^2} + 0{,}707 + 0{,}707 \times \frac{c^2}{\omega_c} \frac{n \cdot \omega_a}{a^2}}$$

и это мало отличается отъ (4).

Дѣйствительно, въ предыдущемъ примѣрѣ (№ 1) напряженiе въ поясѣ: $R' = \frac{8213}{32} = 256{,}66 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$.

Пусть, напр., $\omega_a = 120$ кв. дм.; слѣдовательно:

$$P = 120 \times 256{,}66 = 30799 \text{ пуд.};$$

остальныя условiя прежнiя:

Если сѣченiе дiагонали: $3 \times 3 \times {}^3/_8$; $\omega_e = \omega_f = 2{,}12$, то на основанiи (4):

$$E = F = \frac{30799}{\frac{336^2}{2{,}12} \times \frac{120}{240^2} + 0{,}707 + \frac{240^2}{8{,}48} \times \frac{120}{240^2} \times 0{,}707} =$$

$$= \frac{30799}{29{,}57 \times \frac{120}{32} + 0{,}707 + 2{,}67 \times \frac{120}{32}} = \frac{30799}{110{,}88 + 0{,}707 + 10} =$$

$$= \frac{30799}{121{,}587} = 0{,}00822 \times 30799 = 253{,}06 \text{ пуд.}$$

вмѣсто $E = 246{,}19$ пуд. при $\omega_a = 32$; $P = 8213$ пуд.

Если $\omega = 12$ кв. дм., то $P = 3079{,}9$ пуд.

$$E = F = \frac{3080}{29{,}57 \times \frac{12}{32} + 0{,}707 + 2{,}67 \times \frac{12}{32}} = \frac{3080}{11{,}088 + 0{,}707 + 1} =$$

$$= \frac{3080}{12{,}795} = 0{,}0781 \times 3080 = 240{,}55^{\text{пуд.}}$$

Такимъ образомъ, при измѣненіи сѣченія пояса съ $\omega_a = 12$ кв. дм. до $\omega_a = 120$ кв. дм. при одномъ и томъ же напряженіи $R = 256{,}66$, что соотвѣтствуетъ усиліямъ въ 3080 пуд. и 30800 пуд.; дополнительное усиліе въ діагонали сѣченія: $3 \times 3 \times {}^3/_8$ измѣняется съ 240,5 пуд. до 253 пуд., т. е. остается почти постояннымъ.

Какъ указано раньше, съ измѣненіемъ сѣченія діагонали—дополнительное усиліе хотя измѣняется, но напряженіе остается почти постояннымъ.

Слѣдовательно:

α) При данномъ сѣченіи діагонали дополнительное усиліе въ ней сохраняется почти постояннымъ при измѣненіи сѣченія пояса, если при такомъ измѣненіи напряженіе въ поясѣ сохраняется постояннымъ.

β) Измѣненіе сѣченія діагонали хотя измѣняетъ абсолютную величину дополнительнаго усилія въ ней, но напряженіе остается почти неизмѣннымъ.

Вышеприведенные результаты вычисленія подлежатъ нѣкоторому исправленію, ввиду необходимости принять во вниманіе возможную неодинаковую жесткость пояса и діагонали и прогибъ діагонали отъ дѣйствія собственнаго вѣса.

б) Вліяніе неодинаковой поперечной жесткости діагонали и пояса на распредѣленіе между ними сжимающаго усилія, приложеннаго къ поясу.

Вышеприведенное вычисленіе до тѣхъ поръ справедливо, пока коэффиціентъ упругости остается общимъ для всѣхъ элементовъ и пока при одинаковомъ коэффиціентѣ упругости измѣненія на единицу длины *не зависятъ* отъ *формы* поперечнаго сѣченія, какъ это, напримѣръ, имѣетъ мѣсто при вытягиваніи.

Если бы въ данномъ случаѣ діагонали, пояса и распорки имѣли различные коэффиціенты упругости, то вмѣсто уравненія (3) слѣдовало бы взять:

$$\frac{a^2 A}{g_a \cdot \omega_a} + \frac{c^2 C}{g_c \cdot \omega_c} = \frac{e^2 E}{g_e \cdot \omega_e} \quad \ldots \ldots \quad (3')$$

и рѣшая совмѣстно (1), (2) и (3′), имѣли бы:

$$\frac{a^2(P-E\,.\,Cos\ \alpha)}{g_a\ \cdot\ \omega_a}-\frac{c^2\,E\ \ Sin\ \ \alpha}{g_c\ \cdot\ \omega_c}=\frac{e^2\,E}{g_e\ \cdot\ \omega_e};$$

откуда:

$$E\left(\frac{e^2}{g_e\ \omega_e}+\frac{a^2 Cos\,.\,\alpha}{g_a\ \ \omega_a}+\frac{c^2 Sin\,.\,\alpha}{g_c\ \cdot\ \omega_c}\right)=\frac{a^2\ \cdot\ P}{g_a\ \cdot\ \omega_a};$$

$$E=F=\frac{P}{\frac{e^2}{\omega_e}\cdot\frac{\omega_a}{a^2}\cdot\frac{g_a}{g_c}+Cos\alpha+\frac{c^2\ \omega_a\ g_a}{\omega_e\ a^2\ g_c}\cdot Sin\cdot\alpha}\quad .\ .\ .\ .\ (4')$$

т. е., пользуясь формулой (4), вмѣсто дѣйствительныхъ площадей ω_e и ω_c слѣдовало бы взять *приведенныя*, фиктивныя площади:

$$\omega'_e=\frac{\omega_e\ g_c}{g_a};\quad \omega'_c=\frac{\omega_c\ \cdot\ g_c}{g_a};$$

Такъ, напр., если бы пояса были изъ желѣза, а діагонали и распорки изъ свинца, то, при сохраненіи предположенныхъ размѣровъ въ предыдущихъ примѣрахъ, вмѣсто дѣйствительнаго сѣченія свинцоваго уголка $(3\times3\times{}^3/_8)$, т. е. вмѣсто 2,12 кв. дм., слѣдовало-бы взять: $\omega'_e=2{,}12\times\frac{20000}{780000}=0{,}053$ кв. дм.; вмѣсто площади четырехъ уголковъ распорки, т. е. вмѣсто 8,48 кв. дм., слѣдовало-бы взять: $\omega'_c=\omega_c\times\frac{20000}{780000}=0{,}212$ кв. дм.—и тогда для перваго примѣра (см. форм. 5) имѣли бы:

$$E=F=\frac{8213}{29{,}57\times\frac{780000}{20000}+0{,}707+2{,}67\times\frac{780000}{20000}}=\frac{8213}{1152{,}3+0{,}707+104{,}1}=$$

$$=\frac{8213}{1257{,}1}=0{,}00079\times8213=6{,}9^{\text{ пуд.}}$$

вмѣсто прежнихъ: $E=F=246{,}19^{\text{ пуд.}}$

Нѣчто подобное должно имѣть мѣсто при сжатіи элементовъ съ разнообразной поперечной жесткостью, хотя и съ одинаковымъ коэффиціентомъ упругости.

Такъ, напримѣръ, если имѣемъ плоскій несгибаемый кругъ, нагруженный въ центрѣ сосредоточеннымъ грузомъ и поддерживаемый въ четырехъ симметрично расположенныхъ точкахъ четырьмя стойками одинаковой длины, изъ одного и того же матеріала при тождественныхъ площади и формѣ поперечнаго сѣченія—то сосредоточенный грузъ распредѣлится поровну на всѣ четыре стойки; это слѣдуетъ изъ того, что:

$$P = P^{\mathrm{I}} + P^{\mathrm{II}} + P^{\mathrm{III}} + P^{\mathrm{IV}}$$

$$\text{и } \lambda = \frac{P^{\mathrm{I}} L}{E\omega} = \frac{P^{\mathrm{II}} L}{E\omega} = \frac{P^{\mathrm{III}} L}{E\omega} = \frac{P^{\mathrm{IV}} L}{E\omega}.$$

Если, при сохраненіи всѣхъ прочихъ условій, двѣ изъ стоекъ, расположенныхъ по направленію одного изъ діаметровъ, сдѣланы изъ другого матеріала, съ другимъ коэффиціентомъ упругости, то грузъ не распредѣляется уже поровну. Такъ, напримѣръ, если двѣ взаимно-противоположныя стойки сдѣланы изъ желѣза и сплошного круглаго сѣченія, а двѣ другія—того же сплошного круглаго сѣченія, но только свинцовыя, то

$$P = P^{\mathrm{I}} + P^{\mathrm{II}} + P^{\mathrm{III}} + P^{\mathrm{IV}}$$

$$\lambda = \frac{P^{\mathrm{I}} L}{E\omega} = \frac{P^{\mathrm{II}} L}{E'\omega} = \frac{P^{\mathrm{III}} L}{E\omega} = \frac{P^{\mathrm{IV}} L}{E'\omega},$$

откуда:

$$P^{\mathrm{I}} = P^{\mathrm{III}},\ P^{\mathrm{II}} = P^{\mathrm{IV}} \text{ и } P^{\mathrm{II}} = \frac{PE'}{2(E+E')};\ P^{\mathrm{I}} = \frac{PE}{2(E+E')},$$

т. е. на желѣзныя стойки съ коэффиціентомъ упругости $E = 780000 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$, сравнительно съ свинцовыми стойками при коэффиціентѣ упругости $E' = 200{,}00 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$, передается:

$$P^{\mathrm{I}} = \frac{P \times 780.000}{2 \times 800.000} = 0{,}488\ P,$$

а на свинцовыя стойки:

$$P^{\mathrm{II}} = \frac{P \times 20000}{2 \times 800.000} = 0{,}012\ P.$$

Мы получили бы тотъ же результатъ, исходя изъ формулы продольнаго изгиба:

$$P^{\mathrm{I}} = P^{\mathrm{III}} = \frac{\alpha\pi^2 EJ\ ^{*)}}{L^2};\ P^{\mathrm{II}} = P^{\mathrm{IV}} = \frac{\alpha\pi^2 E^{\mathrm{I}} J}{L^2};\ P = 2P^{\mathrm{I}} + 2P^{\mathrm{II}};$$

$$\text{но } \alpha \frac{\pi^2 J}{L^2} = \frac{P^{\mathrm{I}}}{E} = \frac{P^{\mathrm{II}}}{E'};$$

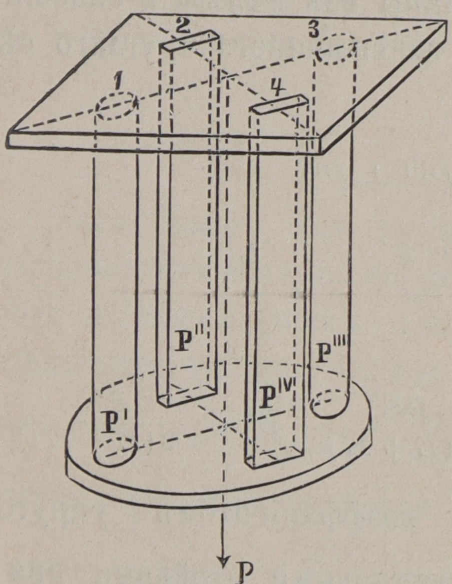
*) α— отношеніе между допускаемымъ и предѣльнымъ напряженіемъ.

откуда:

$$P^{\mathrm{I}} = \frac{P^{\mathrm{II}} \cdot E}{E^{\mathrm{I}}};$$

Предположимъ теперь, что всѣ стойки изъ одного матеріала, одинаковаго поперечнаго сѣченія, но различной формы сѣченія. Пусть напр., 1-я и 3-я стойки желѣзныя сплошного круглаго сѣченія діаметромъ 2 дм., т. е. площадью 3,14 кв. дм., а стойки 2-я и 4-я также желѣзныя площадью 3,14 кв. дм., но сѣченія: $9,42 \times {}^1/_3$.

Такъ какъ послѣднія стойки полосовыя, то опредѣленное укороченіе ихъ, вызванное непосредственнымъ сжатіемъ и боковымъ выпучиваніемъ, наступитъ при дѣйствіи меньшей сжимающей силы, сравнительно съ такимъ же укороченіемъ стоекъ сплошного круглаго сѣченія, не смотря на тождественность площадей. Слѣдовательно, и въ данномъ случаѣ, хотя площади сѣченія и матеріалъ одинаковы, но $P^{\mathrm{I}} > P^{\mathrm{II}}$. Неравенство распредѣленія нагрузки между четырьмя стойками еще болѣе увеличится, если полосовыя стойки будутъ длиннѣе сплошныхъ цилиндрическихъ стоекъ. Вышеприведенныя соображенія кажется достаточно убѣждаютъ, что если въ статически неопредѣлимой фермѣ имѣются элементы, подвергающіеся сжатію, то не только величина площади сѣченія, но и *форма* сѣченія имѣетъ существенное вліяніе на распредѣленіе усилій. Еслибъ всѣ элементы подвергались вытягиванію, то *форма* сѣченій не имѣла бы никакого значенія. Такъ, напр., если площадь сѣченія стяжекъ (фиг. 3) №№ 1 и 3 — ω, площадь сѣченія стяжекъ №№ 2 и 4 — Ω, то при вышеуказанныхъ предположеніяхъ относительно одинаковаго удлиненія всѣхъ стяжекъ:



Фиг. 3.

$$P = 2P^{\mathrm{I}} + 2P^{\mathrm{II}};$$

$$\lambda = \frac{P^{\mathrm{I}} L}{E\omega} = \frac{P^{\mathrm{II}} L}{E\Omega} = \frac{P^{\mathrm{III}} L}{E\omega} = \frac{P^{\mathrm{IV}}}{E\Omega}$$

$$P^{\mathrm{I}} = \frac{P^{\mathrm{II}} \omega}{\Omega} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Еслибъ, кромѣ неравенства площадей, и длины были различныя, то:

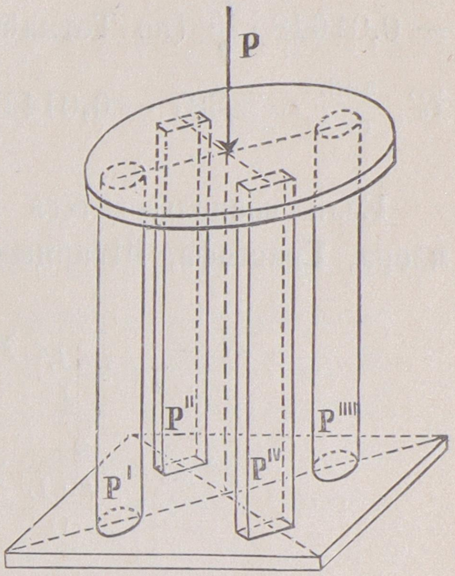
$$\lambda = \frac{P^{I} L'}{E\omega} = \frac{P^{II} L''}{E\Omega},$$

$$P^{I} = P^{II} \times \frac{\omega}{\Omega} \times \frac{L''}{L'},$$

Еслибъ $\omega = \Omega'$, $L' = L''$, то $P^{I} = P^{II}$.

Для того, чтобы при сжатіи (фиг. 4.) $P^{I} = P^{II}$ — недостаточно равенства площадей и длинъ, необходимо еще и тождество *формы* сѣченій.

Укороченіе съ боковымъ выпучиваніемъ можно представить себѣ замѣненнымъ однимъ *прямолинейнымъ* укороченіемъ, но при нѣкоторой другой, меньшей, приведенной площади сѣченія. Все затрудненіе состоитъ въ правильной оцѣнкѣ продольнаго изгиба.



Фиг. 4.

По Эйлеру:

$$N = R'_0 \cdot \omega = \frac{\alpha \cdot \pi^2 EJ}{L^2} = \frac{\alpha \cdot \pi^2 EJ}{L^2 \cdot \omega} \times$$
$$\times \omega = R_0 \cdot \frac{R'_0}{R_0} \cdot \omega = R_0 \cdot \omega',$$

гдѣ R'_0 — временное (при $\alpha = 1$) или допускаемое ломающее напряженіе при продольномъ изгибѣ, а R_0 — временное или допускаемое *основное* напряженіе при сжатіи; $\omega' = \omega \cdot \frac{R'_0}{R^0}$ — приведенная площадь.

Затѣмъ:

$$M = R''_0 \, \Omega = \frac{\alpha \pi^2 E\Theta}{L^2 \cdot \Omega} \Omega = R_0 \frac{R''_0}{R_0} \Omega = R_0 \cdot \Omega'.$$

Слѣдовательно:

$$\left.\begin{aligned} \omega' &= \omega \cdot \frac{R'_0}{R_0} = \omega \cdot \frac{\alpha \pi^2 EJ}{L^2 \cdot \omega R_0} = \frac{\alpha \pi^2 EJ}{L^2 \cdot R_0} \\ \Omega' &= \Omega \cdot \frac{R''_0}{R_0} = \Omega \cdot \frac{\alpha \pi^2 E\Theta}{L^2 \Omega R_0} = \frac{\alpha \pi^2 E\Theta}{L^2 \cdot R_0} \end{aligned}\right\} \quad \dots \quad (7)$$

$$P^{I} = P^{II} \cdot \frac{\omega'}{\Omega'} = \frac{P^{II} \cdot J}{\Theta} \quad \dots\dots \quad (8)$$

При разныхъ длинахъ, но одинаковыхъ укороченіяхъ:

$$P^{\mathrm{I}} = P^{\mathrm{II}} \frac{\omega'}{\Omega'} \frac{L''}{L'} = \frac{P^{\mathrm{II}} \, . \, J \; L''^2 \cdot L''}{L'^2 \; \Theta \quad L'} = \frac{P^{\mathrm{II}} \, . \, J \quad L''^3}{\Theta \quad L'^3}.$$

Замѣтимъ, что формула Эйлера примѣнима до тѣхъ поръ (для желѣза), пока $\frac{L}{\rho}$ или $\frac{L}{\sqrt{\frac{J}{\omega}}} > 114{,}7$. При $\frac{L}{\rho} < 114{,}7$, $R'_0 \frac{\text{тон.}}{\text{см.}^2} = 3{,}3907 - 0{,}01648 \cdot \frac{L}{\rho}$ (по Тетмайеру); для литого желѣза при $\frac{L}{\rho} < 110{,}1$; $R'_0 \frac{\text{тон.}}{\text{см.}^2} = 3{,}387 - 0{,}01438 \frac{L}{\rho}$.

Если воспользоваться для продольнаго изгиба фомулами Винклера, Грасгофа, Шварца и Шюблера, то:

$$N = \frac{R}{1 + \frac{k\omega \, L^2}{J}} \times \omega = R \times \frac{\omega}{1 + \frac{k\omega \, L^2}{J}} = R \cdot \omega',$$

$$M = \frac{R}{1 + \frac{k\Omega \, L^2}{\Theta}} \times \Omega = R \times \frac{\Omega}{1 + \frac{k\Omega L^2}{\Theta}} = R \cdot \Omega',$$

гдѣ R—допускаемое напряженіе при равномѣрномъ сжатіи, откуда:

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \frac{k\omega L^2}{J}}; \; \Omega' = \frac{\Omega}{1 + \frac{k\Omega L^2}{\Theta}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7')$$

Слѣдовательно:

$$\lambda = \frac{P^{\mathrm{I}} L}{E\omega'} = \frac{P^{\mathrm{II}} L}{E\Omega'}; \; P^{\mathrm{I}} = \frac{P^{\mathrm{II}} \, . \, \omega'}{\Omega'} = \frac{P^{\mathrm{II}} \, . \, \omega}{\Omega} \frac{\left(1 + k \cdot \frac{\Omega \cdot L^2}{\Theta}\right)}{\left(1 + k \cdot \frac{\omega L^2}{J}\right)} \quad . \; . \; . \quad (8')$$

Еслибъ и длины были различны, то:

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \frac{k \, . \, \omega \, . \, L'^2}{J}}; \; \Omega' = \frac{\Omega}{1 + \frac{k\Omega L''^2}{\Theta}}$$

$$\lambda = \frac{P^{\mathrm{I}} L'}{E\omega'} = \frac{P^{\mathrm{II}} L''}{E\Omega'}; \; P^{\mathrm{I}} = P^{\mathrm{II}} \cdot \frac{\omega'}{\Omega'} \cdot \frac{L''}{L'} = P^{\mathrm{II}} \cdot \frac{\omega \, . \, L''}{L' \, . \, \Omega} \frac{\left(1 + k \frac{\Omega \cdot L''^2}{\Theta}\right)}{\left(1 + k \frac{\omega \, L'^2}{J}\right)}.$$

Въ вышеприведенной формулѣ, по Винклеру и Грасгофу: для желѣза: $k = \frac{R_0}{\pi^2 . E} = \frac{1260}{9,86 \times 780000} = 0,00016$; по Шварцу $k = 0,0001$; по Шюблеру $k = 0,00008$.

в) Выборъ формулы для учета вліянія продольнаго изгиба.

Грасгофъ и Винклеръ выводятъ свою формулу изъ формулы Эйлера путемъ слѣдующихъ разсужденій:
По Эйлеру:

$$N = R'_0 \cdot \omega = \pi^2 \frac{EJ}{L^2}; \; R'_0 = \frac{\pi^2 EJ}{L^2 . \omega} = \pi^2 E\left(\frac{\rho}{L}\right)^2;$$

откуда:

$$\frac{L}{\rho} = \pi \sqrt{\frac{E}{R'_0}} \quad . \quad . \quad . \quad (B)$$

Слѣдовательно казалось бы, что пока при данномъ $\rho = \sqrt{\frac{J}{\omega}}$, длина L менѣе значенія, опредѣленнаго по фор. (B),—продольный изгибъ не долженъ проявиться. Но опытъ противорѣчитъ этому заключенію вѣроятно вслѣдствіе того, что нельзя его обставить вполнѣ согласно предположенію, т. е. такъ, чтобы матеріалъ былъ однороденъ, чтобы геометрическая ось совпадала съ линіей, соединяющей ц. т. сѣченій, чтобы усиліе было приложено по оси бруса и проч. Во всякомъ случаѣ оказывается, что ломающій грузъ N постепенно убываетъ по мѣрѣ увеличенія значенія $\frac{L}{\rho} = L\sqrt{\frac{\omega}{J}}$. Основываясь на указаніяхъ опыта, естественѣе поэтому выразить разрушающій грузъ N, какъ при равномѣрномъ сжатіи короткихъ брусковъ, такъ и при сжатіи съ продольнымъ изгибомъ, одной и той же функціей, и при томъ такого вида, чтобы это значеніе N было менѣе $R_0\omega$ (гдѣ R_0 разрущающій грузъ при короткихъ брускахъ) и $R'_0\omega = \pi^2 \frac{EJ}{L^2}$, приближаясь однако къ нимъ какъ къ предѣламъ, когда $\frac{L}{\rho}$, при данномъ ρ, безконечно *убываетъ* или *увеличивается*. Наиболѣе простой видъ такой функціи:

$$N = \frac{R_0\omega \pi^2 \frac{EJ}{L^2}}{R_0\omega + \pi^2 \frac{EJ}{L^2}} \quad . \quad . \quad (C)$$

При L—весьма маломъ, первый членъ въ знаменателѣ значительно менѣе второго; тогда $N = R_0\omega$.

При L весьма большомъ имѣетъ мѣсто обратное, и тогда $N=\pi^2\frac{EJ}{L^2}$. По раздѣленіи на ω обѣихъ частей формулы (C), получимъ:

$$R'_0=\frac{N}{\omega}=\frac{R_0\frac{\pi^2 EJ}{L^2}}{R_0\omega+\frac{\pi^2 EJ}{L^2}},$$

которое можетъ обратиться въ $R'_0=R_0$ при L—весьма маломъ.

Если α—отношеніе между R'—допускаемымъ (прочнымъ) сопротивленіемъ и R'_0—временнымъ или ломающимъ напряженіемъ, то

$$R'=\alpha R'_0=\frac{\alpha R_0\pi^2\frac{EJ}{L^2}}{R_0\omega+\pi^2\frac{EJ}{L^2}},$$

но $\alpha R_0=R$—есть прочное сопротивленіе при короткихъ брускахъ (при равномѣрномъ сжатіи), поэтому

$$R'=\frac{R\pi^2\frac{EJ}{L^2}}{R_0\omega+\pi^2\frac{EJ}{L^2}}=\frac{R}{1+\frac{R_0\omega L^2}{\pi^2 EJ}}=\frac{R}{1+k\frac{\omega L^2}{J}},$$

гдѣ

$$k=\frac{R_0}{\pi^2 E}.$$

Наиболѣе точное значеніе k будетъ то, которое отвѣчаетъ напряженію въ крайнихъ волокнахъ, вызванному выгибомъ. Еслибъ можно было опредѣлить стрѣлу выгиба f', то вопросъ о допускаемомъ среднемъ напряженіи $R_1=\frac{P}{\omega}$ рѣшился бы легко по формулѣ:

$$R=R_1+R_2,$$

гдѣ $R_2=Pf'\frac{z}{J}$, напряженіе въ крайнемъ волокнѣ отъ выгиба; R—полное допускаемое напряженіе.

Слѣдовательно:

$$R=R_1\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)=R_1\left(1+\frac{Pf'\frac{z}{J}}{\frac{P}{\omega}}\right)=R_1\left(1+\omega f'\frac{z}{J}\right).$$

Приведемъ нѣкоторыя данныя для оцѣнки величины f'.

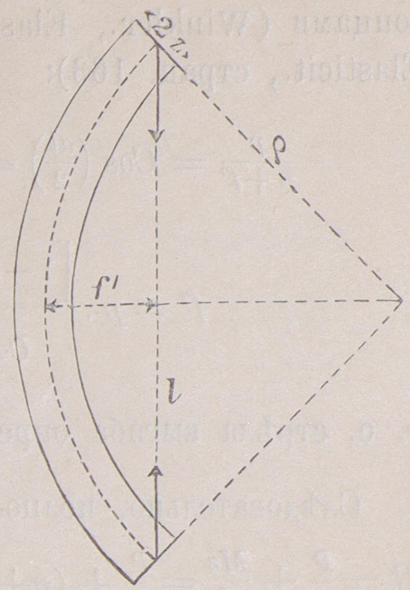
α) Если $2z$ (фиг. 5)—высота поперечнаго размѣра бруса, ρ—радіусъ кривизны, i—единичное сжатіе отъ выгиба зъ крайнемъ волокнѣ, то приблизительно:

$$\rho:(\rho-z)=l:l\,(1-i)=1:1-i;\ (\rho-\rho i)=\rho-z;\ \rho=\frac{z}{i}.$$

Но $\frac{l^2}{4}=(2\rho-f')\,f'$; $\rho=\frac{l^2}{8f'}=\frac{z}{i}$;

откуда:

$$f'=\frac{l^2 i}{8z}.$$



Фиг. 5.

Слѣдовательно:

$$R=R_1\left(1+\omega f'\,\frac{z}{J}\right)=R_1\left(1+\frac{\omega l^2 i}{8J}\right)=$$
$$=R_1\left(1+\frac{k\omega l^2}{J}\right),$$

гдѣ

$$k=\frac{i}{8}=\frac{f'z}{l^2},$$

а потому

$$f'=\frac{kl^2}{z},$$

причемъ для желѣза по Шварцу: $k=0{,}0001$; по Шюблеру: $k=0{,}00008$; по Грасгофу: $k=0{,}00016$.

β) Если допускаемое напряженіе на продольный изгибъ R_1—опредѣлено, напримѣръ по форм. Эйлера или Тетмайера, то

$$R=\frac{P}{\omega}+Pf'\,\frac{z}{J}=R_1+Pf'\,\frac{z}{J}.$$

Слѣдовательно:

$$f'=\frac{R-R_1}{P\cdot\frac{z}{J}}.$$

γ) Относительно теоретическаго опредѣленія f' слѣдуетъ замѣтить слѣдующее. Если сжимающая сила дѣйствуетъ не по оси бруса, а внѣцентренно, съ плечомъ p, то, пользуясь формулой: $M_z=P\,(p+y)=\frac{EJ}{\rho}$, въ которой вмѣсто ρ взять приближенное значеніе: $\rho=\frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}$, получается для бруса съ обоими свободными концами (Winkler., Elasticität, стран. 167; Grashof, Theorie der Elasticit., стран. 163):

$$\frac{p}{p+f'} = Cos\left(\frac{al}{2}\right) = Cos\left(\frac{l}{2}\cdot\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right) \ldots\ldots \quad (9)$$

$$f' = p\cdot\frac{\left[1 - Cos\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right)\right]}{Cos\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right)} \ldots\ldots (9')$$

т. е. стрѣла выгиба опредѣляется въ функціи плеча p.

Слѣдовательно, полное наибольшее напряженіе

$$R = \frac{P}{\omega} + \frac{Mz}{J} = \frac{P}{\omega} + (p+f')\frac{z}{J} = P\left(\frac{1}{\omega} + \frac{p}{Cos\left(\frac{al}{2}\right)}\cdot\frac{z}{J}\right) \ldots\ldots (9'')$$

Если сжимающая сила P дѣйствуетъ по оси бруса, то $p = 0$, и, какъ показываетъ формула (9), $Cos\left(\frac{al}{2}\right) = 0$ и при $f' > 0$. Затѣмъ, на основаніи $(9'')$, $R = P\left(\frac{1}{\omega} + \frac{0}{0}\right)$ — величина неопредѣленная.

Слѣдовательно, если $Cos\left(\frac{al}{2}\right) = 0$, или $\frac{al}{2} = \frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}} = \frac{\pi}{2}$, откуда $P_0 = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$ (формула Эйлера), то можетъ появиться стрѣла выгиба f' неопредѣленной величины, а поэтому предполагаютъ, что если сжимающая сила P будетъ менѣе P_0, т. е. $P < \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$, то вообще не можетъ проявиться бокового выгиба. Оба эти положенія, какъ указалъ Grashof, не вполнѣ точны; сила, при которой только что не получается бокового выгиба, нѣсколько болѣе опредѣляемой формулой $P_c = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$, и затѣмъ, если сжимающая сила P болѣе этого предѣла, то стрѣла выгиба въ каждомъ данномъ случаѣ—величина опредѣленная.

Если воспользоваться точнымъ выраженіемъ радіуса кривизны:

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

и взять въ разсчетъ сжатіе на единицу длины нейтральнаго волокна:

$$E_0 = -\frac{P_0}{E\omega},$$

то изъ уравненія:

$$M_x = P_y = EJ(1+E_0)\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}$$

(Grashof, Theorie der Elastic., стр. 169 и 171) получается:

$$\frac{al}{\pi}(1+E_0) = 1+\left(\frac{1}{2}\right)^2 a^2\frac{f'^2}{4}+\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2\left(\frac{a^2f'^2}{4}\right)^2+\ldots\ldots(10)$$

гдѣ

$$a = \sqrt{\frac{P}{EJ(1+E_0)}}.$$

Изъ (10) слѣдуетъ, что
$f' = 0$, когда

$$\frac{al}{\pi}(1+E_0) = \frac{l}{\pi}\sqrt{\frac{P_0}{EJ}(1+E_0)} = \frac{l}{\pi}\sqrt{\frac{P_0}{EJ}\left(1-\frac{P_0}{E\omega}\right)} = 1.$$

Соотвѣтствующее значеніе P_0 въ первомъ приближеніи:

$$P_0 = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

Во второмъ приближеніи, вставляя въ выраженіе $\left(1-\frac{P_0}{E\omega}\right)$ вмѣсто $P_0 = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$, имѣемъ:

$$\frac{l}{\pi}\sqrt{\frac{P_0}{EJ}\left(1-\frac{\pi^2 J}{\omega l^2}\right)} = 1,$$

откуда:

$$P_0 = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}\frac{1}{\left(1-\frac{\pi^2 J}{\omega l^2}\right)}$$

или

$$P_0 = \pi\frac{^2 EJ}{l^2}\left(1+\frac{\pi^2 J}{\omega l^2}\right)\ldots\ldots(11)$$

Слѣдовательно, предѣльная сжимающая сила нѣсколько болѣе опредѣляемой по формулѣ Эйлера, хотя на очень незначительную величину.

Что же касается f', то оно опредѣляется изъ форм. (10) и, слѣдовательно, имѣетъ опредѣленную величину для каждаго P большаго, опредѣленнаго изъ форм.

$$\frac{l}{\pi}\sqrt{\frac{P_0}{EJ}\left(1-\frac{P_0}{E\omega}\right)} = 1.$$

Если пренебречь величиною $E_0 = -\frac{P_0}{E\omega}$ въ сравненіи съ единицей, то $a = \sqrt{\frac{P}{EJ}}$, и изъ (10) имѣемъ:

$$\frac{l}{\pi}\sqrt{\frac{P}{EJ}} = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{P}{EJ} \cdot \frac{f'^2}{4} + \left(\frac{1 \,.\, 3}{2 \,.\, 4}\right)^2 \left(\frac{P}{EJ} \cdot \frac{f'^2}{4}\right)^2 + \cdot \cdot \cdot \cdot$$

или приблизительно

$$\frac{l}{\pi}\sqrt{\frac{P}{EJ}} = 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{P}{EJ} \cdot \frac{f'^2}{4} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (12)$$

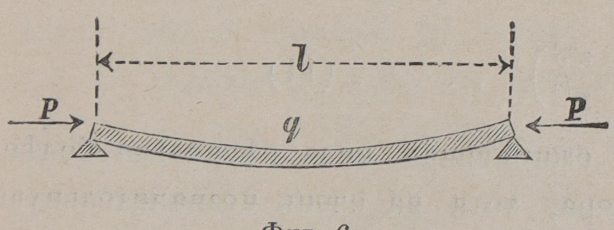
откуда и можетъ быть найдено f', причемъ f' будетъ болѣе 0 лишь при значеніяхъ $P > \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$, что не имѣетъ практическаго значенія, такъ какъ это за предѣлами ломающаго (временнаго) усилія.

Но какъ форм. (11), такъ и (12) имѣютъ только теоретическое значеніе. На практикѣ, благодаря ли неоднородности матеріала или невозможности приложить силу сжимающую точно по оси бруса, всегда происходитъ выгибъ при меньшихъ сжимающихъ силахъ; поэтому, какъ указываетъ Grashof, формулой (12) также нельзя пользоваться для опредѣленія дѣйствительнаго бокового выпучиванія въ каждомъ данномъ случаѣ.

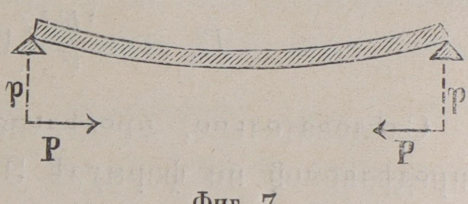
б) Казалось бы, что есть еще путь опредѣлить f', если воспользоваться формулой прогиба отъ совмѣстнаго дѣйствія поперечной нагрузки и сжимающей силы и затѣмъ вычесть прогибъ отъ нагрузки.

Если q—равномѣрная нагрузка на погонную единицу, P—сжимающая сила, то выраженіе стрѣлы прогиба по серединѣ пролета (фиг. 6):

$$\eta = \frac{q}{a^2 P}\left(\frac{1}{Cos\left(\frac{al}{2}\right)} - 1 - \frac{a^2 l^2}{8}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (13)$$



Фиг. 6.



Фиг. 7.

(Winkler, Die Lehre von der Elasticität, стр. 179-181), гдѣ

$$a^2 = \frac{P}{EJ} \cdot$$

Если сила приложена не по оси, а съ плечомъ дѣйствія p и притомъ со стороны, противоположной выгибу (фиг. 7), то

$$\eta = \left(\frac{q}{a^2 P} + p\right)\left(\frac{1}{Cos\left(\frac{al}{2}\right)} - 1\right) - \frac{ql^2}{8P} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (13')$$

а если со стороны выгиба, то

$$\eta = \left(\frac{q}{a^2 P} - p\right)\left(\frac{1}{Cos\left(\frac{al}{2}\right)} - 1\right) - \frac{ql^2}{8P} \quad \ldots\ldots \quad (13'')$$

Выраженіе стрѣлы прогиба (13) получилось въ функціи q и P и такого вида, что нельзя видѣть отдѣльно вліяніе той и другой причины. Если $q = 0$, то при всякомъ конечномъ P, $\eta = 0$. Если $P = 0$, то одновременно $a = 0$, $Cos\ \frac{al}{2} = 1$ и $\eta = \frac{0}{0}$. Чтобъ раскрыть неопредѣленность, разлагаемъ $Cos\ \frac{al}{2}$ въ строку, положивъ $\frac{al}{2} = x$. Тогда

$$Cos\, x = 1 - \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^4}{1.2.3.4} - \frac{x^6}{1.2.3.4.5.6} + \ldots = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + \ldots$$

$$\frac{1}{Cos\ x} = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{5x^4}{24} + \frac{61x^6}{720} + \ldots = 1 + \frac{a^2l^2}{8} + \frac{5}{24} \times \frac{a^4l^4}{16} + \frac{61}{720} \times \frac{a^6l^6}{64} + \ldots$$

Слѣдовательно, на основаніи (13):

$$\eta = \frac{q\,.\,EJ}{P^2}\left(1 + \frac{a^2l^2}{8} + \frac{5}{24} \cdot \frac{a^4l^4}{16} + \frac{61}{720}\,\frac{a^6l^6}{64} + \ldots - 1 - \frac{a^2l^2}{8}\right) =$$

$$= \frac{q\,.\,EJ}{P^2}\left(\frac{5}{384} \cdot \frac{P^2l^4}{E^2J^2} + \frac{61}{720\,.\,64} \cdot \frac{P^3l^6}{E^3J^3} + \ldots\right) =$$

$$= q\left(\frac{5}{384} \cdot \frac{l^4}{EJ} + \frac{61}{720\,.\,64} \cdot \frac{Pl^6}{E^2J^2} + \ldots\right)$$

Полагая теперь $P = 0$

$$\eta' = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ}, -$$

что есть выраженіе стрѣлы прогиба по серединѣ длины бруса, равномѣрно нагруженнаго грузомъ q. Слѣдовательно, если въ данномъ случаѣ примѣнимъ принципъ независимости дѣйствія, то выраженіе стрѣлы прогиба по серединѣ длины отъ одной сжимающей силы P:

$$f' = \eta - \eta' = \frac{q}{a^2 P}\left(\frac{1}{Cos\ \frac{al}{2}} - 1 - \frac{a^2l^2}{8}\right) - \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ} \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Формула эта имѣетъ впрочемъ ограниченное примѣненіе. Для того, чтобы f' было положительной и конечной величиной, необходимо, чтобы

$$\frac{1}{a^2P}\left[\frac{1}{Cos\ \frac{al}{2}} - 1 - \frac{a^2l^2}{8}\right] > \frac{5}{384}\,\frac{l^4}{EJ}$$

и

$$\frac{al}{2} < \frac{\pi}{2}.$$

При

$$\frac{al}{2} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots f' = \infty.$$

Опредѣлимъ для какого-нибудь примѣра f'—по каждому изъ четырехъ пріемовъ.

Пусть $l = 100^{д.}$; $\omega = 2,12$ (уголокъ $3^{д.} \times 3^{д.} \times \frac{3^{д.}}{8}$);

$$J = 1,73;\ z'_0 = 0,876^{д.};\ z_0 = 3^{д.} - 0,876^{д.} = 2,124^{д.};$$

$$\frac{z_0}{J} = \frac{2,124}{1,73} = 1,228;\ \rho = \sqrt{\frac{J}{\omega}} = \sqrt{\frac{1,73}{2,12}} = 0,9;\ \frac{l}{\rho} = \frac{100}{0,9} = 111;$$

$$P = 2,12 \times 151,5 = 321,18^{пуд.};\ q = 0,0163^{пуд.};$$

$$a^2 = \frac{P}{EJ} = \frac{321,2}{780.000 \times 1,73} = 0,00023803;$$

$$a = 0,01545;\ \frac{al}{2} = 0,7725 = (44^0 17');$$

α) по формулѣ $f' = \frac{kl^2}{z}$.

При:

$$k = 0,0001;\ f' = \frac{0,0001 \times 100 \times 100}{2,124} = 0,47^{д.};$$

$$k = 0,00008;\ f' = 0,34^{д.};$$
$$k = 0,00016;\ f' = 0,75^{д.}.$$

β) По Тетмайеру ломающее напряженіе для $\frac{l}{\rho} = 111$, пользуясь таблицей Ясинскаго:

$$R_0 = 691,46 - \frac{57,76}{5} = 679,91\ \frac{пуд.}{дм.^2}.$$

При разрывающемъ напряженіи $R_0 = 45\ \frac{кил.}{мм.^2}$, допускаемое напряженіе $R = 10\ \frac{кил.}{мм.^2}$, слѣд. коэффиціентъ запаса 4,5. Поэтому допускаемое напряженіе на продольный изгибъ $R_1 = \frac{679,9}{4,5} = 151,5\ \frac{пуд.}{дм.^2}$

Слѣд., изъ общаго напряженія $10\ \frac{кил.}{мм.^2}$ или $394\ \frac{пуд.}{дм.^2}$, тратится на продольный изгибъ:

$$R - R_1 = 394 - 151,5 = 242,5\ \frac{пуд.}{дм.^2}.$$

Поэтому:

$$f' = \frac{\frac{R-R_1}{\frac{Pz}{J}}}{} = \frac{242{,}5}{321{,}2\times1{,}228} = 0{,}615^{\text{д.}};$$

γ) По формулѣ (11) или (12) при $P < \frac{EJ\pi^2}{l^2}$

или:

$$P < \frac{780.000\times1{,}73\times9{,}86}{100\times100}, \text{ т. е. } P < 1330^{\text{пуд.}},$$

$$f' = 0.$$

δ) Если предположить еще равномѣрную нагрузку $q = 0{,}0163$ пуд. на пог. дюймъ, то по (14)

$$f' = \frac{0{,}0163}{0{,}000238\times321{,}2}\left[1{,}39689 - 1 - 0{,}29754\right] - \frac{5\times0{,}0163\times100^4}{384\times780.000\times1{,}73} =$$

$$= \frac{0{,}0163\times0{,}09935}{0{,}000238\times321{,}2} - \frac{5}{384}\times\frac{0{,}0163\times100^4}{780.000\times1{,}73} =$$

$$= 0{,}021183^{\text{д.}} - 0{,}01573^{\text{д.}} = 0{,}00545^{\text{д.}}.$$

По двумъ послѣднимъ пріемамъ — величина выгиба получается ничтожной по сравненію съ результатами, доставленными другими пріемами, что объясняется тѣмъ, что въ двухъ послѣднихъ пріемахъ, основанныхъ на теоретическихъ формулахъ выгиба, матеріалъ предполагается однороднымъ, сжимающая сила направлена по оси и проч., что въ дѣйствительности не осуществляется.

Слѣдовательно, подобно формуламъ (11) и (12), формула (13) также едва ли можетъ имѣть практическое примѣненіе и по тѣмъ же основаніямъ.

Въ виду сего при исчисленіи приведенныхъ площадей по необходимости остается пользоваться формулами Эйлера, Грасгофа, Винклера, Шварца и проч. съ тѣмъ или другимъ значеніемъ k.

Замѣтимъ, что численное значеніе k, данное Шварцемъ, т. е. $k=0{,}0001$, согасуется достаточно близко съ опытами Tetmajer'а и другихъ при $\frac{l}{\rho}$ не болѣе 200.

Возьмемъ, напр., $\llcorner$ $3\times3\times{}^3/_8$ при: $\omega=2{,}12$ кв. д., $J=1{,}73$ и $l=100^{\text{д.}}$.

Полное допускаемое напряженіе:

$$R = R_1\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = R_1\left(1+\frac{R-R_1}{R_1}\right) = R_1\left(1+\frac{k\omega l^2}{J}\right) = R_1\left(1+\frac{Pf'\frac{z}{J}}{R_2}\right).$$

Если S — временное нормальное сопротивленіе, S_1 — ломающее напряженіе, n — коэффиціентъ запаса, то:

$$R = \frac{S}{n};\ R_1 = \frac{S_1}{n},$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R - R_1}{R_1} = \frac{S - S_1}{S_1} = \frac{k\omega l^2}{J},$$

$S = 45 \frac{kil}{m/m^2}$. Пусть $n = 4{,}5$, тогда $R = \frac{45}{4{,}5} = 10 \frac{kil}{m/m^2} = 394 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$;

для даннаго примѣра:

$$\frac{l}{\rho} = \frac{l}{\sqrt{\frac{J}{\omega}}} = \frac{100}{\sqrt{0{,}815}} = \frac{100}{0{,}9} = 111.$$

По таблицамъ Ясинскаго или по Тетмайеру:

$$S_1 = 679{,}91 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2};\ \text{слѣдов.}\ R_1 = \frac{679{,}91}{4{,}5} = 151{,}5 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

$$\frac{R - R_1}{R_1} = \frac{394 - 151{,}5}{151{,}5} = \frac{242{,}5}{151{,}5} = 1{,}601 = \frac{k\omega l^2}{J}.$$

Слѣдовательно:

$$k = \frac{1{,}601 \cdot J}{\omega \cdot l^2} = \frac{1{,}601 \times 1{,}73}{2{,}12 \times 100^2} = 0{,}00013.$$

Если для того же примѣра $l = 336^{\text{д.}}$, то $\frac{l}{\rho} = \frac{336}{0{,}9} = 373.$

По таблицамъ Ясинскаго или по Эйлеру:

$$S_1 = \pi^2 E \left(\frac{\rho}{l}\right)^2 = \frac{9{,}86 \times 780000}{373^2} = 56 \frac{\text{пуд.}}{};$$

$$R_1 = \frac{56}{4{,}5} = 12{,}44;\ \frac{R - R_1}{R_1} = \frac{394 - 12{,}44}{12{,}41} = 30{,}7 = k\omega \frac{l^2}{J};$$

$$k = \frac{30{,}7 \times 1{,}73}{2{,}12 \times 336^2} = 0{,}00022.$$

Въ частномъ случаѣ, если извѣстно плечо p, то, предполагая брусъ однороднымъ, допускаемое напряженіе можетъ быть вычислено и по теоретической формулѣ.

Такъ, напримѣръ, если въ вышесказанномъ примѣрѣ предположить, что уголокъ длиною $l = 100^{\text{д.}}$ представляетъ діагональ, приклепанную одной полкой, то въ виду того, что центръ тяжести отстоитъ отъ полки на $0{,}876^{\text{д.}}$, плечо $p = 0{,}876 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = 0{,}876 - 0{,}187 = 0{,}689^{\text{д.}}$.

На основаніи (9′):

$$f' = p\left(Sec\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}} - 1\right)$$

$$R = R_1 + R_2 = \frac{S}{\omega} + P\,(f' + p)\,\frac{z}{J} = P\left(\frac{1}{\omega} + \frac{p}{Cos\,\frac{al}{2}}\cdot\frac{z}{J}\right) =$$

$$= P\left[\frac{1}{\omega} + \frac{p}{Cos\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right)}\cdot\frac{z}{J}\right] = \frac{P}{\omega}\left[1 + \frac{\omega p}{Cos\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right)}\cdot\frac{z}{J}\right]$$

Слѣдовательно, допускаемое среднее напряженіе:

$$R_1 = \frac{P}{\omega} = \frac{R}{1 + \frac{\omega p}{Cos\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right)}\cdot\frac{z}{J}} = \frac{R}{1 + \frac{pz}{Cos\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{E\omega\rho^2}}\right)}\cdot\frac{1}{\rho^2}} =$$

$$= \frac{R}{1 + \frac{pz}{\rho^2\cdot Cos\left(\frac{l}{2\rho\sqrt{E}}\cdot\sqrt{\frac{P}{\omega}}\right)}},$$

такъ какъ $\rho^2 = \frac{J}{\omega}\cdot$

Но $R = 394$; $p = 0{,}689$; $z = 3 - 0{,}876 = 2^{д.},\ 124$.

$$\rho = \sqrt{\frac{J}{\omega}} = 0{,}9;\ E = 780000,$$

Слѣдовательно:

$$R_1 = \frac{P}{\omega} = \frac{394}{1 + \frac{0{,}689\times 2{,}124}{0{,}81\cdot Cos\left[\frac{100}{2\times 0{,}9\cdot\sqrt{780000}}\sqrt{\frac{P}{\omega}}\right]}} = \frac{394}{1 + \frac{1{,}807}{Cos\left[0{,}063\sqrt{\frac{P}{\omega}}\right]}}$$

Рѣшая постепенно, получимъ:

въ первомъ приближеніи:

$$\frac{P}{\omega} = 394;$$

во второмъ приближеніи:

$$\frac{P}{\omega} = \frac{394}{1 + \frac{1{,}833}{Cos\,(0{,}125)}} = \frac{394}{1 + \frac{1{,}807}{Cos\,(7^0 10')}} = \frac{394}{1 + 1{,}811} = 140^{пуд};$$

въ третьемъ приближеніи:

$$\frac{P}{\omega}=\frac{394}{1+\frac{1{,}807}{Cos\,(0{,}063\sqrt{140})}}=\frac{394}{1+\frac{1{,}807}{Cos\,(0{,}745)}}=\frac{394}{1+\frac{1{,}807}{Cos\,(42^0 42')}}=114^{\text{пуд.}};$$

въ четвертомъ приближеніи:

$$\frac{P}{\omega}=\frac{394}{1+\frac{1{,}807}{Cos\,(0{,}063\sqrt{114})}}=\frac{394}{1+\frac{1{,}807}{Cos\,(0{,}67)}}=\frac{394}{1+\frac{1{,}807}{Cos\,(38^0 24')}}=119{,}2^{\text{пуд.}};$$

въ пятомъ приближеніи:

$$\frac{P}{\omega}=\frac{394}{1+\frac{1{,}807}{Cos\,(0{,}063\sqrt{119{,}2})}}=\frac{394}{1+\frac{1{,}807}{Cos\,(0{,}68)}}=\frac{394}{1+\frac{1{,}807}{Cos\,(39^0)}}=118{,}5^{\text{пуд,}}$$

Слѣдовательно, среднее допускаемое напряженіе: $R_1=\frac{\mathrm{P}}{\omega}=118{,}5^{\text{пуд.}}$ при нормальномъ допускаемомъ $R=394$, между тѣмъ какъ пренебрегая эксцентрицитетомъ и пользуясь формулой Tetmajer'а, имѣли: $R_1=151{,}5$, а по Шварцу:

$$R_1=\frac{R}{1+0{,}001\,\frac{\omega l^2}{J}}=\frac{394}{1+\frac{0{,}0001\times 100\times 100}{0{,}81}}=\frac{394}{2{,}234}=176{,}5^{\text{пуд.}}$$

Въ будущемъ будемъ пользоваться формулой Шварца.

г) Два примѣра оцѣнки вліянія приведенныхъ площадей поперечной жесткости на распредѣленіе усилій.

Опредѣлимъ для двухъ примѣровъ въ п. (б) и (а) приведенныя площади и распредѣленіе усилій. Въ первомъ изъ этихъ примѣровъ, найдемъ ресnредѣленіе сосредоточеннаго давленія между четырьмя стойками равныхъ сѣченій, но различной формы сѣченія, предполагая, что 1 и 3 стойки, 2 и 4—имѣютъ вполнѣ тождественныя сѣченія. Пусть: $\omega=\Omega=3{,}14$ кв. дм., причемъ: $\omega=\frac{\pi d^2}{4}=$ $=\frac{3{,}14\cdot 2^2}{4}=3{,}14$ кв. дм.; $\Omega=9{,}42\times{}^1/_3=3{,}14$ кв. д., $J=\frac{\pi\,.\,d^4}{64}=$ $=\frac{3{,}14\,.\,16}{64}=0{,}785$; $\Theta=\frac{1}{12}\times 9{,}42\times{}^1/_{3^3}=0{,}029$; $L=20$ д.

На основанiи (8) по Шварцу:

$$P' = P'' \cdot \frac{3{,}14}{3{,}14} \frac{\left(1 + \frac{0{,}0001 \times 3{,}14 \times 400}{0{,}029}\right)}{1 + \frac{0{,}0001 \times 3{,}14 \times 400}{0{,}785}} = P'' \times \frac{5{,}33}{1{,}16} = 4{,}6\,P''.$$

Слѣдовательно:

$$2\,P' + 2\,P'' = 9{,}2\,P'' + 2\,P'' = P; \quad P'' = 0{,}089\,P; \quad P' = 0{,}411\,P.$$

Рѣшимъ ту же задачу, пользуясь формулой Эйлера:

Для стоекъ №№ 1 и 3:

$$\rho = \sqrt{\frac{J}{\omega}} = \sqrt{\frac{0{,}785}{3{,}14}} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}50; \quad \frac{L}{\rho} = \frac{20}{0{,}5} = 40.$$

Для стоекъ №№ 2 и 4:

$$\rho = \sqrt{\frac{\Theta}{\omega}} = \sqrt{\frac{0{,}029}{3{,}14}} = \sqrt{0{,}0092} = 0{,}095; \quad \frac{L}{\rho} = \frac{20}{0{,}095} = 210.$$

Для второй стойки можно пользоваться формулой Эйлера, а для первой слѣдуетъ найти R''_0—по формулѣ Тетмейера.

Для первой стойки:

$$R'_0 = 3{,}3907 - 0{,}01648 \times 40 = 2{,}7315 \frac{\text{тон.}}{\text{ст.}} = 1074{,}57 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}.$$

Для второй стойки:

$$R''_0 = \frac{\pi^2 E \,.\, \Theta}{L^2 \,.\, \Omega} = \frac{9{,}86 \times 800000 \times 0{,}029}{400 \times 3{,}14} = 182{,}1 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}.$$

причемъ R'_0 и R''_0—ломающiя напряженiя, т. е. временное сопротивленiе при продольномъ изгибѣ. Если R_0—временное сопротивленiе при нормальномъ сжатiи, то на основанiи (7′):

$$\omega' = \omega \frac{R'_0}{R_0} = 3{,}14 \times \frac{1074{,}57}{R_0},$$

$$\Omega' = \Omega \frac{R''_0}{R_0} = 3{,}14 \times \frac{182{,}1}{R_0}.$$

Слѣдовательно, на основанiи (8′):

$$P' = P'' \cdot \frac{\omega'}{\Omega'} = P'' \times \frac{1074{,}57}{182{,}1} = 5{,}9\,P'';$$

$$2P' + 2P'' = 11{,}8P'' + 2P'' = P; \quad P'' = \frac{P}{13{,}8} = 0{,}0725P;$$

$$P = 0{,}4275\,P;$$

между тѣмъ какъ, примѣняя формулу Шварца, мы нашли:

$P'' = 0{,}089P$, и $P' = 0{,}411P$; разница ничтожная, но во всякомъ случаѣ формула Шварца даетъ болѣе невыгодные результаты, а потому въ дальнѣйшихъ выкладкахъ мы будемъ ею пользоваться.

Замѣтимъ еще, что еслибъ площади сѣченія были различны, но моменты инерціи одинаковы, напримѣръ:

$$\omega = \frac{3{,}14\times 2^2}{4} = 3{,}14;\ J = \frac{\pi d^3}{6^2} = 0{,}785;\quad \Omega = 24 \times 0{,}732 = 17{,}568;$$

$$\Theta = \frac{1}{12} \times 24 \times 0{,}732^3 = 0{,}785;$$

то

$$P' = P'' \times \frac{3{,}14}{17{,}568} \cdot \frac{\left(1 + \frac{3{,}14\times 400\times 0{,}0001}{0{,}785}\right)}{\left(1 + \frac{17.568\times 400\times 0{,}0001}{0{,}786}\right)} =$$

$$= P'' \times 0{,}179 \times \frac{1{,}16}{1{,}895} = 0{,}109\, P'';$$

$$2P' + 2P'' = 0{,}218\, P'' + 2P'' = P;\qquad P'' = 0{,}45P;\qquad P' = 0{,}05\, P.$$

Если различны не только площади сѣченій, но и моменты инерціи, а также и длины, то тѣмъ болѣе распредѣленіе усилія не можетъ зависѣть только отъ площадей.

Переходимъ теперь къ примѣру, разобранному въ предыдущемъ пунктѣ *a* подъ № 1, гдѣ опредѣлялась доля усилія, передаваемагп отъ сжатыхъ поясовъ діагоналямъ связей.

Примѣръ 4 (видоизмѣненіе примѣра 1).

Въ примѣрѣ № 1

$$\omega_a = 32 \qquad J_a = 892$$
$$\omega_c = 8{,}48 \qquad J_c = 13{,}44$$
$$\omega_e = 2{,}12 \qquad J_e = 1{,}73$$

Такъ какъ сжатыми элементами являются лишь пояса и діагонали, то площадь сѣченія распорки ω_e слѣдуетъ оставить безъ измѣненія, а площади сѣченія поясовъ $\omega_a = 32$ и діагонали $\omega_c = 2{,}12$ замѣнить приведенными площадями.

Предположивъ, по Шварцу, $k = 0{,}0001$,

$$\omega'_a = \frac{\omega_a}{1 + \frac{0{,}0001\,.\,\omega_a l^2_a}{J_a}} = \frac{32}{1 + \frac{0{,}0001\times 32\times 240^2}{892}} =$$

$$= \frac{32}{1+0{,}206} = 26{,}53 \text{ кв. д.}$$

$$\omega'_e = \frac{\omega_e}{1 + \frac{0{,}0001 \cdot \omega_e l^2{}_e}{J_e}} = \frac{2{,}12}{1 + \frac{0{,}0001 \times 2{,}12 \times 336^2}{1{,}73}} =$$

$$= \frac{2{,}12}{1 + 13{,}77} = 0{,}145 \text{ кв. д.}$$

Слѣдовательно, па основаніи форм. (4):

$$E = F = \frac{P}{\frac{336^2}{0{,}144} \times \frac{26{,}53}{240^2} + 0{,}707 + \frac{240^2}{8{,}48} \times \frac{26{,}53}{240^2} \times 0{,}707} =$$

$$= \frac{8213}{360{,}75 + 0{,}707 + 2{,}29} = \frac{8213}{363{,}75} = 0{,}0029 \times 8213 = 23{,}81 \text{ пуд.}$$

вмѣсто найденныхъ ранѣе $E = F = 246{,}19$ пуд. (см. примѣръ 1); $A = B = P - E.\ Cos\,\alpha = 8213 - 23{,}81 \times 0{,}707 = 8196{,}17$ пуд., вмѣсто 7966,81 пуд.

Среднее напряженіе въ діагонали:

$$R = \frac{E}{\omega_e} = \frac{23{,}81}{2{,}12} = 11{,}25 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Допускаемое среднее напряженіе, какъ найдено ранѣе, 30 $\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ при обоихъ свободныхъ концахъ. Слѣдовательно, дѣйствительное напряженіе въ діагонали значительно *менѣе* допускаемаго средняго напряженія.

Вѣроятное значеніе наибольшаго напряженія въ діагонали въ крайнемъ волокнѣ:

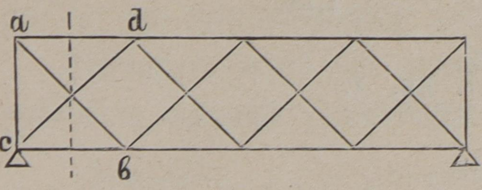
$$R = \frac{E}{\omega_e}\left(1 + \frac{\omega_e \cdot l^2 \cdot 0{,}0001}{J_e}\right) = 11{,}25 \left(1 + \frac{2{,}12 \times 336^2 \times 0{,}0001}{1{,}73}\right) =$$

$$= 11{,}25 \times 14{,}77 = 166{,}16 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2},$$

между тѣмъ какъ наибольшее дѣйствительное допускаемое напряженіе для даннаго примѣра 360 $\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$.

Слѣдовательно, діагонали обычныхъ сѣченій (изъ одного или двухъ уголковъ) принимаютъ на себя повидимому очень ничтожную долю отъ сжимающаго усилія въ поясѣ, и вызываемыя въ нихъ напряженія значительно менѣе допускаемыхъ.

Замѣтимъ, что вышеприведенный пріемъ приведенія поперечныхъ сѣченій сжатыхъ элементовъ постоянно примѣняется въ рѣшетчатыхъ фермахъ и не встрѣчаетъ повидимому никакихъ возраженій. Такъ, напр., если имѣется рѣшетчатая ферма (фиг. 8) съ однимъ пересѣченіемъ раскосовъ, то одинъ изъ способовъ рѣшенія состоитъ въ томъ, что составную ферму разбиваютъ на двѣ простыя, относятъ на каждую ферму половину общей нагрузки и опредѣляютъ усилія въ статически опредѣлимыхъ фермахъ. Если нагрузка распредѣлена поровну между верхнимъ и нижнимъ поясами, то усилія N двухъ какихъ-либо раскосовъ ab и cd—засѣкаемыхъ одной вертикалью — вообще получаются тождественными, тѣмъ не менѣе площадь сѣченія растянутаго раскоса опредѣляютъ по формулѣ $\omega = \frac{N}{R}$, а другого сжатаго по формулѣ $\Omega = \frac{N}{R}\left(1 + \frac{k\omega l^2}{J}\right)$, причемъ $\Omega > \omega$. Слѣдовательно, не смотря на то, что усилія равны, однако площади сѣченія предполагаются различными, именно потому, что растянутому усиліемъ N раскосу съ площадью ω соотвѣтствуетъ равная *не дѣйствительная*, а *приведенная* площадь сжатаго тѣмъ же усиліемъ N раскоса:



Фиг. 8.

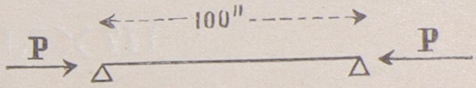
$$\Omega' = \frac{\Omega}{1 + \frac{k \,.\, \Omega l^2}{J}} = \frac{N}{R} = \omega,$$

если Ω—дѣйствительная площадь сжатаго раскоса.

Но этотъ пріемъ есть въ сущности пріемъ распредѣленія *перерѣзывающаго* усилія *поровну* между двумя системамм раскосовъ, если сѣченія обоихъ раскосовъ *равны* между собою; очевидно, если одинъ раскосъ вытянутъ, а другой сжатъ, то равенство площадей имѣетъ въ виду *дѣйствительную* площадь вытянутаго раскоса и *приведенную* площадь сжатаго раскоса.

д) Вліяніе прогиба діагонали отъ собственнаго вѣса на распредѣленіе между діагоналями сжимающаго усилія, приложеннаго къ поясу.

Если діагональ прогнулась отъ собственнаго вѣса, то приведенная площадь будетъ еще меньше, такъ какъ вслѣдствіе прогиба діагонали еще болѣе уменьшается способность ея принять извѣстное сжимающее усиліе. Такъ какъ и безъ прогиба на діагональ обычныхъ сѣченій передается незначительная доля сжимающаго усилія пояса съ напряженіемъ далеко ниже допускаемаго, то необходимо убѣдиться, не увеличится ли съ другой стороны общее напряженіе отъ прибавленія напряженія, вызваннаго изгибомъ отъ собственнаго вѣса. Выяснимъ предварительно, измѣняетъ ли прогибъ отъ собственнаго вѣса условія существованіе продольнаго изгиба. Высказывается иногда мнѣніе, что если какой-либо элементъ мостовой фермы подвергается сжатію и сверхъ того изгибу отъ поперечной нагрузки, то нѣтъ надобности брать въ разсчетъ возможность появленія обыкновеннаго продольнаго изгиба, а достаточно ограничиться изгибомъ, величина коего опредѣляется стрѣлою прогиба отъ поперечной нагрузки. Едва ли такое предположеніе будетъ правильно; повидимому, слѣдуетъ брать въ разсчетъ всѣ обстоятельства, иначе можетъ оказаться, что брусъ, подвергающійся одному продольному сжатію, способенъ выдержать меньшее сжимающее усиліе сравнительно съ тѣмъ случаемъ, когда брусъ подвергается сжимающему усилію и, кромѣ того, поперечной нагрузкѣ.



Фиг. 9.

Пусть, напримѣръ (фиг. 9), имѣемъ уголокъ $3'' \times 3'' \times {}^{3}/_{8}''$, длиною 100 дм.; опредѣлимъ величину безопаснаго для него сжимающаго усилія P, не принимая въ расчетъ прогиба отъ собственнаго вѣса.

Въ данномъ случаѣ:

$$\omega = 2{,}123 \text{ кв. д.};$$

радіусъ инерціи

$$\rho = \sqrt{\frac{J}{\omega}} = \sqrt{\frac{1{,}73}{2{,}123}} = \sqrt{0{,}815} = 0{,}9;$$

и пользуясь таблицей Ясинскаго:

$$\frac{l}{\rho} = \frac{100}{0{,}9} = 100.$$

По Тетмайеру ломающее напряженіе для $\frac{l}{\rho} = 111$:

$$R' = 691{,}46 - \frac{57{,}76}{5} = 691{,}46 - 11{,}55 = 679{,}91 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}.$$

Если временное сопротивленіе при разрывѣ 45 $\frac{\text{kil.}}{\text{m/m}^2}$, а допускаемое—10 $\frac{\text{кил.}}{\text{мм.}^2}$, то коэффиціентъ запаса 4,5. Слѣдовательно при такихъ условіяхъ допускаемое ломающее напряженіе:

$$R_0 = \frac{679{,}91}{4{,}5} = 151{,}5 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2},$$

т. е на продольный изгибъ при $R = 10 \ \frac{\text{кил.}}{\text{мм.}^2}$ или $R = 394 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ тратится $394 - 151{,}5 = 242{,}5 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$.

По Шварцу:

$$R_0 = \frac{R}{1 + 0{,}0001 \times \frac{\omega l^2}{J}} = \frac{394}{1 + \frac{0{,}0001 \times 2{,}12 \times 100^2}{1{,}73}} =$$

$$= \frac{394}{2{,}226} = 177 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2},$$

т. е. на продольный изгибъ расходуется $394 - 177 = 217 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$.

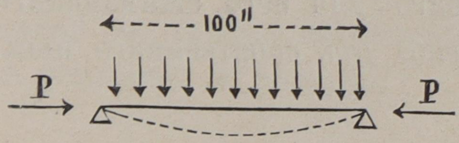
Слѣдовательно, допускаемая сжимающая сила по Тетмайеру

$$P = R_0 \omega = 151{,}5 \times 2{,}123 = 321{,}63 \text{ пуд.},$$

а по Шварцу

$$177 \times 2{,}123 = 375{,}77 \text{ пуд.}$$

Возьмемъ теперь въ расчетъ вліяніе собственнаго вѣса, опредѣлимъ стрѣлу прогиба f (фиг. 10) и найдемъ, какъ велика можетъ быть при этихъ условіяхъ сжимающая продольная сила, если не брать въ расчетъ обыкновенный продольный изгибъ.



Фиг. 10.

Если q поперечная нагрузка на погонную единицу, f — стрѣла прогиба, P — искомая безопасная сжимающая сила, R — коэффиціентъ допускаемаго напряженія, то:

$$R = \frac{P}{\omega} + Pf \cdot \frac{z}{J} + \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{z}{J},$$

откуда

$$P\left(\frac{1}{\omega} + f \cdot \frac{z}{J}\right) = R - \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{z}{J};$$

$$P = \frac{R - \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{z}{J}}{\frac{1}{\omega} + f\,\frac{z}{J}} \quad \ldots\ldots \quad (15)$$

Вѣсъ уголка $3 \times 3 \times {}^3/_8$ — 0,196 пуд. на погонный футъ; слѣдовательно, вѣсъ на погонный дюймъ:

$$q = \frac{0{,}196}{12} = 0{,}0163 \text{ пуд.}$$

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{E \cdot J} = \frac{5 \times 0{,}0163 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100}{384 \times 780000 \times 1{,}73} = 0{,}04573 \text{ дм.}$$

Для уголка $3 \times 3 \times {}^3/_8$:

$$z'_0 = 0{,}876; \quad z_0 = 3 - 0{,}876 = 2{,}124 \text{ д.}$$

Наибольшее обратное значенiе момента сопротивленiя:

$$\frac{z}{J} = \frac{2{,}124}{1{,}73} = 1{,}228;$$

$$\frac{ql^2}{8} = \frac{0{,}0163 \times 100 \times 100}{8} = 20{,}4 \text{ пуд.} \times \text{дм.}$$

Допускаемое напряженiе:

$$R = 10 \, \frac{\text{kil.}}{{}^{m}/_{m^2}} = 394 \, \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Вставляя эти значенiя въ формулу (9), получимъ:

$$P = \frac{394 - 20{,}4 \times 1{,}228}{\frac{1}{2{,}125} + 0{,}0157 \times 1{,}228} = \frac{394 - 25}{0{,}471 + 0{,}079} = 752 \text{ пуд.}$$

[Въ видѣ провѣрки:

$$R = \frac{P}{\omega} + \frac{P \cdot f \cdot z}{J} + \frac{q l^2 z}{8J} = \frac{752}{2{,}123} + 752 \times 0{,}0157 \times 1{,}228 +$$

$$+ 20{,}4 \times 1{,}228 = 354{,}2 + 14{,}28 + 25{,}05 = 393{,}53 \text{ пуд.}]$$

Такимъ образомъ оказывается, что безъ поперечной нагрузки данный уголокъ $3 \times 3 \times {}^3/_8$, длиною $100''$ можетъ выдержать безопасно сжимающее усилiе въ 375,77 пуд. по Шварцу и 321,63 пуд. по Тетмайеру, а если этотъ уголокъ будетъ подвергаться изгибу отъ собственнаго вѣса, то безопасное сжимающее усилiе не понизится, а возрастетъ до 752 пуд., что конечно невозможно. Очевидно, нужно еще взять въ разсчетъ продольный изгибъ.

Если f' — стрѣла, соотвѣтствующая продольному изгибу, то

$$R = \frac{P}{\omega} + Pf' \frac{z}{J} + Pf \cdot \frac{z}{J} + \frac{q l^2 z}{8J} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (15')$$

Примѣняя формулу Шварца и Тетмайера, можно найти или f', или численное значенiе члена $Pf' \frac{z}{J}$. Пользуясь же теоретической формулой (13), можно опредѣлить сумму $f + f'$ и вставить затѣмъ въ формулу ($15'$).

α) Приблизительно:

$$f' = \frac{l^2 i}{8z},$$

слѣдовательно:

$$Pf' \frac{z}{J} = \frac{P l^2 i}{8J} = \frac{P l^2 k}{J};$$

Если взять k по Шварцу, то

$$R = \frac{P}{\omega} + \frac{Pl^2 \times 0{,}0001}{J} + Pf \cdot \frac{z}{J} + \frac{ql^2 z}{8J};$$

$$P = \frac{R - \frac{ql^2 \cdot z}{8J}}{\frac{1}{\omega} + \frac{l^2 \times 0{,}0001}{J} + f\frac{z}{J}} \quad \dots\dots (16)$$

т. е. въ данномъ случаѣ

$$P = \frac{394-25}{0{,}471 + 0{,}578 + 0{,}02} = \frac{369}{1{,}069} = 345^{\text{пуд.}},$$

такъ какъ

$$\frac{l^2 \times 0{,}0001}{J} = \frac{100 \times 100 \times 0{,}0001}{1{,}13} = 0{,}578.$$

Слѣдовательно безопасная сжимающая сила при отсутствіи нагрузки $P = 375{,}77$ пуд., а при совмѣстномъ дѣйствіи съ данной нагрузкой $P = 345$ пуд.

β) Если же воспользоваться для продольнаго изгиба формулой Tetmajer'а, причемъ допускаемое напряженіе оказалось: $R_0 = 151{,}5 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$, т. е., что изъ допускаемаго основного напряженія $R = 394 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ на продольный изгибъ съ моментомъ Pf' тратится напряженіе: $394^{\text{пуд.}} - 151{,}5^{\text{пуд.}} = R - R_0 = Pf' \frac{z}{J}$, то $Pf' = (R - R_0) \cdot \frac{J}{z}$.

Поэтому:

$$R = \frac{P}{\omega} + Pf' \frac{z}{J} + Pf \cdot \frac{z}{J} + \frac{ql^2 z}{8J} = \frac{P}{\omega} + (R - R_0)\frac{J}{z}\frac{z}{J} +$$

$$+ Pf\frac{z}{J} + \frac{ql^2 z}{8J};$$

$$R_0 = \frac{P}{\omega} + Pf\frac{z}{J} + \frac{ql^2 z}{8J};$$

$$P = \frac{R_0 - \frac{ql^2}{8}\frac{z}{J}}{\frac{1}{\omega} + f\frac{z}{J}} = \frac{151{,}5 - 25}{0{,}471 + 0{,}02} = 257{,}8^{\text{пуд.}}$$

Такимъ образомъ, если вліяніе продольнаго изгиба опредѣлить по формулѣ Tetmajer'а, то для уголка $3 \times 3 \times {}^3/_8$, длиною 100″ при непринятіи въ разсчетъ прогиба отъ собственнаго вѣса — безопасная сжимающая сила: $321{,}63^{\text{пуд.}}$, а съ принятіемъ во вниманіе прогиба отъ собственнаго вѣса: $257{,}8^{\text{пуд.}}$.

γ) Если взять значеніе теоретическаго прогиба $(f' + f)$ при совмѣстномъ дѣйствіи собственнаго вѣса и сжимающей силы, т. е. прогибъ, опредѣленный формулой (13), то будемъ имѣть:

$$R = \frac{P}{\omega} + \frac{Pz}{J} \times \frac{q}{a^2 P}\left(\frac{1}{Cos\,\frac{al}{2}} - 1 - \frac{a^2 l^2}{8}\right) + \frac{q\,l^2}{8}\cdot\frac{z}{J} =$$

$$= \frac{P}{\omega} + \frac{z}{J}\cdot\frac{q}{P}\cdot EJ\left(\frac{1}{Cos\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right)} - 1 - \frac{Pl^2}{8\,EJ}\right) + \frac{ql^2}{8}\cdot\frac{z}{J}.$$

Рѣшить это уравненіе относительно P — затруднительно, а поэтому рѣшаемъ его ощупью.

$$\frac{P}{\omega} + \frac{z}{J}\cdot\frac{q}{P}\cdot EJ\left(\frac{1}{Cos\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right)} - 1 - \frac{Pl^2}{8\,EJ}\right) =$$

$$= R - \frac{ql^2}{8}\cdot\frac{z}{J} = 394 - 25 = 369 \text{ пуд.}$$

Такъ, напр., при $P = 700$ пуд.

$$\frac{P}{\omega} = \frac{700}{2{,}12} = 330{,}2;\quad \frac{P}{EJ} = \frac{700}{780000 \times 1{,}73} = 0{,}000519;\quad \sqrt{\frac{P}{EJ}} = 0{,}0228$$

$$Cos\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right) = Cos\,(50 \times 0{,}0228) = Cos\,(1{,}14) =$$

$$= Cos\,(65°23') = 0{,}415;$$

$$\frac{z}{J}\cdot\frac{q}{P}\cdot EJ = \frac{1{,}228 \times 0{,}0163}{0{,}000519} = 38{,}59;\ \frac{Pl^2}{8\,EJ} = \frac{0{,}000519 \times 10000}{8} = 0{,}65.$$

Слѣдовательно:

$$330{,}2 + 38{,}59\left(\frac{1}{0{,}415} - 1 - 065\right) = 330{,}2 + 38{,}59\,(2{,}41 - 1{,}65) =$$

$$= 330{,}2 + 29{,}32 = 359{,}32$$

вмѣсто 369.

Слѣдовательно P вѣроятно немного болѣе $P = 700$ пуд.

Хотя по этой теоретической формулѣ предѣльная сжимающая сила $P = 700$ пуд. получилась болѣе, чѣмъ по Шварцу ($P = 345$ пуд.) и по Тетмайеру ($P = 257{,}8$ пуд.), но во всякомъ случаѣ она также менѣе предѣльной сжимающей силы $P = 752$ пуд., получаемой при принятіи во вниманіе прогиба только отъ постоянной нагрузки.

Найдемъ теперь выраженіе приведенной площади уголка, взявъ въ разсчетъ не только прогибъ отъ нормальнаго продольнаго изгиба, но и отъ собственнаго вѣса.

Наибольшее напряженіе:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{P}{\omega} + \frac{Pf'z}{J} + \frac{Pfz}{J} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Примѣняя формулу Шварца, имѣемъ:

$$R = \frac{P}{\omega} + \frac{Pl^2 \times 0{,}0001}{J} + \frac{Plz}{J} = \frac{P}{\omega}\left(1 + \frac{\omega l^2 \times 0{,}0001}{J} + \frac{\omega f z}{J}\right),$$

гдѣ f — стрѣла прогиба отъ собственнаго вѣса. Возьмемъ прежній примѣръ 1 и найдемъ новое распредѣленіе усилій между поясомъ и діагональю, взявъ въ разсчетъ при опредѣленіи приведенной площади діагонали какъ прогибъ, вызванный продольнымъ изгибомъ, такъ и отъ собственнаго слоя.

Примѣръ 5. (Видоизмѣненіе примѣровъ 1 и 4). Приведенная площадь уголка:

$$\omega'_e = \frac{\omega_e}{1 + \frac{0{,}0001 \times \omega_e\, l^2_e}{J} + \omega_e f \cdot \frac{z}{J}}$$

Діагональ длиною 336 дм., слѣдовательно:

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{E \cdot J} = \frac{5 \times 0{,}0163 \times 336 \times 336 \times 336 \times 336}{384 \times 750000 \times 1{,}73} = 2{,}07 \text{ дм.}, \ \frac{z}{J} = 1{,}228,$$

поэтому:

$$\omega'_e = \frac{2{,}12}{1 + \frac{0{,}0001 \times 2{,}12 \times 336^2}{1{,}73} + 2{,}12 \times 2{,}07 \times 1{,}228} =$$

$$= \frac{2{,}12}{1 + 13{,}77 + 5{,}39} = \frac{2{,}12}{20{,}16} = 0{,}105 \text{ кв. дм.}$$

между тѣмъ какъ не принимая въ разсчетъ прогиба отъ собственнаго вѣса, приведенная площадь этого уголка была:

$$\omega'_e = \frac{2{,}12}{1 + 13{,}77} = 0{,}144 \text{ кв. дм.}$$

т. е. добавочное уменьшеніе незначительно. Вставляя эти значенія въ формулу (4) и замѣчая, что приведенная площадь пояса $\omega_a = 26{,}53$, получимъ:

$$E = F = \frac{P}{\frac{336^2}{0{,}105} \times \frac{26{,}53}{240^2} + 0{,}707 + \frac{240^2}{8{,}48} \times \frac{26{,}53}{240^2} \times 0{,}707} =$$

$$= \frac{P}{494{,}58 + 0{,}707 + 2{,}29} = \frac{P}{497{,}52} = 0{,}00200 \times 8213 \text{ пуд.} = 17{,}16 \text{ пуд.}$$

Такимъ образомъ въ данномъ примѣрѣ изъ сжимающаго усилія въ поясѣ въ 8213 пуд. — на діагональ длиною 336 дм. съ сѣченіемъ $3 \times 3 \times {}^3/_8$ передается:

а) $E = 246{,}19$ пуд., если не принимать въ разсчетъ продольнаго изгиба уголка, т. е. не замѣнять дѣйствительную площадь приведенною (Примѣръ 1-й).

б) $E = 23{,}81$ пуд. по Шварцу, если дѣйствительную площадь замѣнить приведенною, имѣя въ виду прогибъ, вызванный однимъ продольнымъ изгибомъ (Примѣръ 4-й).

в) $E = 17{,}16$ пуд. по Шварцу, если переходя къ приведенной площади, взять въ разсчетъ, какъ прогибъ, вызванный продольнымъ изгибомъ, такъ и прогибъ отъ собственнаго вѣса (Примѣръ 5-й).

Опредѣлимъ вѣроятное наибольшее напряженіе уголка въ этой діагонали.

По Шварцу:

$$R = \frac{P}{\omega} + \frac{Pf'z}{J} + \frac{Pfz}{J} + \frac{ql^2\ z}{8J} =$$

$$= \frac{P}{\omega} + \frac{Pl^2 \times 0{,}0001}{J} + \frac{Pfz}{J} + \frac{ql^2 z}{8J} =$$

$$\frac{17{,}16}{2{,}12} + \frac{17{,}16 \times 336^2 \times 0{,}0001}{1{,}73} + 17{,}16 \times 2{,}07 \times 1{,}228 +$$

$$+ \frac{0{,}0163 \times 336^2}{8} \times 1{,}228 =$$

$$= 17{,}16 \left(\frac{1}{2{,}12} + \frac{336^2 \times 0{,}0001}{1{,}73} + 2{,}07 \times 1{,}228\right) + \frac{0{,}0163 \times 336^2}{8} \times 1{,}228 =$$

$$= 17{,}16\ (0{,}471 + 6{,}52 + 2{,}54) + 282{,}44 = 445{,}99\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Напряженіе 445,99 превосходитъ допускаемое наибольшее нормальное напряженіе: $R = 9\ \frac{\text{kil.}}{{}^m/_{m^2}} = 360\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$.

Наибольшую долю вышенайденнаго напряженія составляетъ напряженіе отъ собственнаго вѣса (282,44 пуд.).

Если разсматривать діагональ, какъ балку съ закрѣпленными концами (что въ дѣйствительности имѣетъ мѣсто), то вмѣсто $\frac{ql^2}{8}$ слѣдуетъ взять $\frac{ql^2}{12}$, т. е. вмѣсто 282,44 пуд. получится $282{,}44 \times {}^2/_3 = 188{,}29$ пуд., и тогда $R = 163{,}55 + 188{,}29 = 351{,}84$, что уже меньше 360. Въ дѣйствительности напряженіе будетъ еще менѣе, такъ какъ стрѣла прогиба будетъ не $f = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ}$, а $f = \frac{1}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ}$, и слѣдовательно въ выраженіи R членъ 2,54 замѣнится членомъ $2{,}54 : 5 = 0{,}51$ и тогда:

$$R = 17{,}16\ (0{,}471 + 6{,}52 + 0{,}51) + 188{,}29 = 316{,}99\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}.$$

Въ разсмотрѣнныхъ и послѣдующихъ примѣрахъ не принято во вниманіе добавочное напряженіе въ сжатой діагонали (состоящей изъ одного или двухъ рядомъ расположенныхъ уголковъ), вызываемое направленіемъ сжимающей силы не по оси діагонали, независимо отъ вліянія продольнаго изгиба. Тѣми или иными мѣрами, о чемъ будетъ сказано въ своемъ мѣстѣ, всегда возможно освободиться отъ этого вліянія или значительно его ослабить или наконецъ использовать его.

Чтобы однако видѣть, насколько измѣняется напряженіе отъ принятія во вниманіе внѣцентреннаго направленія сжимающаго усилія въ діагонали, разсмотримъ примѣръ 9.

Вертикальная полка уголка обращена внизъ. Приведенная площадь уголка опредѣлится по формулѣ:

$$\omega'_f = \frac{\omega_f}{1+k\omega_f \cdot \frac{l^2}{J} + \omega_f \cdot f \cdot \frac{z}{J} + \omega_f \cdot p \cdot \frac{z}{J}},$$

гдѣ p — величина экцентрицитета. Для уголка $3 \times 3 \times {}^3/_8$ д. $p = 0{,}88 - 0{,}188 = 0{,}692$ д.

Слѣдовательно:

$$\omega'_f = \frac{2{,}12}{1+13{,}77+5{,}39+2{,}12 \times 0{,}692 \times 0{,}707} = \frac{2{,}12}{1+13{,}77+5{,}39+1{,}79} = 0{,}097 \text{ кв. д.}$$

На основаніи (19):

$$N_n\left[\left(\frac{1}{2{,}12}+\frac{1}{0{,}097}\right)+0{,}024+0{,}785\right] = Q\left[\frac{1}{0{,}097 \times 0{,}707}+0{,}56+0{,}019\right];$$

$$N_n = Q\,\frac{14{,}58+0{,}56+0{,}019}{0{,}471+10{,}3+0{,}024+0{,}785} = 1{,}3\ Q.$$

Слѣдовательно, подобно примѣру 9,

$$T_n = 61{,}87 \text{ пуд.}$$

$$E = F = \frac{8213}{\frac{336^2}{0{,}097} \times \frac{26{,}53}{240^2} + 0{,}707 + \frac{240^2}{8{,}48} \times \frac{26{,}53}{240^2} \times 0{,}707} = 15{,}4 \text{ пуд.}$$

$$R = \left(T_n + E\right)\left(\frac{1}{\omega_f} + f' \cdot \frac{z}{J} + f \cdot \frac{z}{J} + p \cdot \frac{z}{J}\right) + \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{z}{J} =$$

$$= \left(61{,}87 + 15{,}4\right)\left(\frac{1}{2{,}12} + 0{,}00001 \times \frac{336^2}{1{,}73} + 2{,}07 \times 1{,}228 + \right.$$

$$\left. + 0{,}692 \times 1{,}228\right) + 0{,}0163 \times \frac{336^2}{8} \times 1{,}228 = (61{,}87 + 15{,}4)$$

$$(0{,}471 + 6{,}52 + 2{,}54 + 0{,}849) + 228{,}78 = 802{,}14 + 228{,}78 =$$

$$= 1030{,}92 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

вмѣсто $R = 982$ (примѣръ 9).

Вертикальная полка уголка обращена вверхъ:

$$\omega'_f = \frac{\omega_f}{1+k\,.\,\omega_f\frac{l^2}{J}-\omega_f\,.\,f\,.\,\frac{z}{J}+\omega_f p\,.\,\frac{z}{J}} =$$

$$= \frac{2{,}12}{1+13{,}77-5{,}39+1{,}79} = 0{,}19 \text{ кв. д.}$$

$$N_n\left[\left(\frac{1}{2{,}12}+\frac{0}{0{,}19}\right)+0{,}024+0{,}785\right] = Q\left[\frac{1}{0{,}19\times0{,}707}+0{,}56+0{,}019\right];$$

$$N_n = Q\,\frac{7{,}44+0{,}56+0{,}019}{0{,}471+5{,}26+0{,}024+0{,}785} = 1{,}23\,Q;$$

$$N_n Cos\,\alpha = 1{,}23\times0{,}707\times Q = 0{,}87\,Q;$$

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}13\,Q;\ T_n = \frac{0{,}13\times540}{0{,}707} = 100 \text{ пуд.}$$

$$E = F = \frac{8213}{\frac{336^2}{0{,}19}\times\frac{26{,}53}{240^2}+0{,}707+\frac{240^2}{8{,}48}\times\frac{21{,}53}{240^2}\times0{,}707} = 30 \text{ пуд.}$$

$$R = \left(T_n+E\right)\left(\frac{1}{\omega_f}+f'\cdot\frac{z}{J}-f\cdot\frac{z}{J}+p\,\frac{z}{J}\right)-\frac{ql^2z}{J} =$$

$$= (100+30)\,(0{,}471+6{,}52-2{,}54+0{,}849)-228{,}78 =$$

$$= 689-228{,}78 = 460\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2},$$

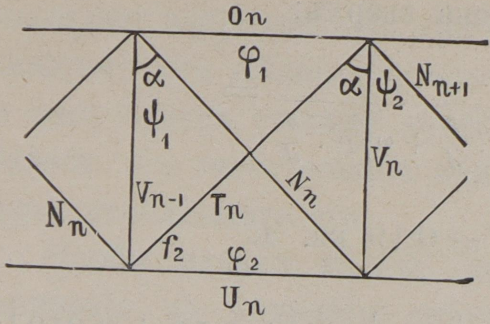
вмѣсто $R = 445{,}10\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ (см. примѣръ 9).

II. Распредѣленіе перерѣзывающаго усилія между обѣими діагоналями горизонтальныхъ связей.

а) Общія формулы для опредѣленія усилій въ діагоналяхъ. Примѣненіе къ частному случаю, когда сѣченія поясовъ, діагоналей и распорокъ попарно равны между собою.

Пусть усиліе въ какой-либо панели (фиг. 11):

	верхняго пояса — O_n;	площадь сѣченія — φ
	нижняго „ — U_n;	„ „ — φ_2
Усиліе въ лѣвой стойкѣ	— V_{n-1};	„ „ — ψ_1
„ „ правой „	— V_n;	„ „ — ψ_2
„ „ нисход. раскосѣ	— N_n;	„ „ — f_1
„ „ восход. „	— T_n;	„ „ — f_2



Фиг. 11.

α — уголъ, составляемый раскосомъ и стойкою. Если далѣе Q — перерѣзывающее усиліе; d — длина панели; q_1 и q_2 — нагрузки на погонную единицу верхняго и нижняго поясовъ; M_1 и M_2 — моменты, взятые относительно лѣвой и правой стоекъ; h — высота фермы, то Winkler (Theorie der Brücken. II Heft., стр. 238) даетъ слѣдующую формулу, выведенную на основаніи начала Min. работы:

$$N_n\left[\left(\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}\right)+\left(\frac{1}{\varphi_1}+\frac{1}{\varphi_2}\right) Sin^3\alpha + 2\left(\frac{1}{\psi_1}+\frac{1}{\psi_2}\right) Cos^3\alpha\right]=$$

$$=\frac{Q}{f_2} Sec\,\alpha+\left(\frac{Q+q_2 d}{\psi_1}+\frac{Q-q_1 d}{\psi_2}\right) Cos^2\alpha-\frac{1}{h}\left(\frac{M_1}{\varphi_1}-\frac{M_2}{\varphi_2}\right) Sin^2\alpha \ldots (18)$$

Если $\varphi_1=\varphi_2$, какъ это всегда бываетъ, то:

$$-\frac{1}{h}\left(\frac{M_1}{\varphi_1}-\frac{M_2}{\varphi_2}\right) Sin^2\alpha=+\frac{Qd}{h\varphi_1} Sin^2\alpha,$$

такъ какъ $\left(\frac{M_2-M_1}{d}\right)=Q$.

Предположимъ, что не только оба пояса, но и обѣ діагонали и смежныя распорки имѣютъ одинаковыя сѣченія, т. е. $f_1=f_2$; $\varphi_1=\varphi_2$; $\psi_1=\psi_2$ что и имѣетъ мѣсто въ связяхъ; если въ нѣкоторыхъ случаяхъ ψ_1 не равно ψ_2, то разница не велика.

Въ этомъ случаѣ:

$$N_n\left[\frac{2}{f_1}+\frac{2}{\varphi_1} Sin^3\alpha+\frac{4}{\psi_1} Cos^3\alpha\right]=Q\left[\frac{Sec\,\alpha}{f_1}+\frac{2}{\psi_1} Cos^2\alpha+\frac{d}{h\varphi_1} Sin^2\alpha\right]+$$

$$+\frac{d\,(q_2-q_1)\,Cos^2\alpha}{\psi_1};$$ по $d=h\,.\,tg\alpha$, слѣдовательно:

$$N_n\left[\frac{2}{f_1}+\frac{2}{\varphi_1} Sin^3\alpha+\frac{4}{\psi_1} Cos^3\alpha\right]=Q\left[\frac{Sec\,\alpha}{f_1}+\frac{2Cos^2\alpha}{\psi_1}+\frac{Sin^3\alpha}{\varphi_1} Sec\,\alpha\right]+$$

$$+\frac{d\,(q_2-q_1)\,Cos^2\alpha}{\psi_1}$$

$$N_n=\frac{Q\,Sec\,\alpha}{2}\cdot\frac{\dfrac{1}{f_1}+\dfrac{Sin^3\alpha}{\varphi_1}+\dfrac{2Cos^3\alpha}{\psi_1}}{\dfrac{1}{f_1}+\dfrac{Sin^3\alpha}{\varphi_1}+\dfrac{2Cos^3\alpha}{\psi_1}}+\frac{d\,(q_2-q_1)\;Cos^2\alpha}{2\psi_1\left(\dfrac{1}{f_1}+\dfrac{Sin^3\alpha}{\varphi_1}+\dfrac{2Cos^3\alpha}{\psi_1}\right)}=$$

$$=\frac{Q\,Sec\,\alpha}{2}+\frac{d\,(q_2-q_1)\;Cos^2\alpha}{2\psi_1\left(\dfrac{1}{f_1}+\dfrac{Sin^3\alpha}{\varphi_1}+\dfrac{2Cos^3\alpha}{\psi_1}\right)}.$$

Но $Q = (N_n - T_n)\ Cos\alpha$; слѣдовательно:

$$T_n = -\frac{Q}{Cos\alpha} + N_n = -\frac{Q}{2} Sec\alpha + \frac{d\,(q_2 - q_1)\ Cos^2\alpha}{2\psi_1\left(\frac{1}{f_1} + \frac{Sin^3\alpha}{\varphi_1} + \frac{2\ Cos^3\alpha}{\psi_1}\right)}.$$

Если $q_1 = q_2$, т. е. нагрузки на оба пояса равны, то:

$$N_n = \frac{Q \cdot Sec\alpha}{2},\ T_n = -\frac{Q\ Sec\alpha}{2},$$

т. е. *перерѣзывающее усиліе распредѣлится по-ровну между обѣими діагоналями.*

Возвращаясь къ прежнимъ обозначеніямъ, замѣнимъ:

$$\varphi_1 = \omega_a;\ \varphi_2 = \omega_b;$$
$$f_1 = \omega_e;\ f_2 = \omega_f;$$
$$\psi_1 = \omega_c;\ \psi_2 = \omega_d.$$

Полагая $q_1 = q_2$, $\psi_1 = \psi_2$ и замѣчая, что:

$$-\frac{1}{h}\left(\frac{M_1}{\varphi_1} - \frac{M_2}{\varphi_2}\right) Sin^2\alpha = +\frac{Qd\ Sin^2\alpha}{\varphi_1 h}.$$

формула (18) переписывается такъ:

$$N_n\left[\left(\frac{1}{\omega_e} + \frac{1}{\omega_f}\right) + \left(\frac{1}{\omega_a} + \frac{1}{\omega_b}\right) Sin^3\alpha + 2\left(\frac{1}{\omega_e} + \frac{1}{\omega_d}\right) Cos^3\alpha\right] =$$
$$= Q\left[\frac{Sec\alpha}{\omega_f} + \left(\frac{1}{\omega_c} + \frac{1}{\omega_d}\right) Cos^2\alpha + \frac{d\ Sin^2\alpha}{h\omega_a}\right] \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Если $\alpha = 45^\circ$, $d = h$, $tg\alpha = 1$, то:

$$N_n\left[\left(\frac{1}{\omega_e} + \frac{1}{\omega_f}\right) + \left(\frac{1}{\omega_a} + \frac{1}{\omega_b}\right) 0{,}3535 + 2\left(\frac{1}{\omega_c} + \frac{1}{\omega_d}\right) 0{,}3535\right] =$$
$$= Q\left[\frac{1}{0{,}707 \times \omega_f} + \left(\frac{1}{\omega_c} + \frac{1}{\omega_d}\right) 0{,}50 + \frac{0{,}50}{\omega_a}\right] \quad . \quad . \quad . \quad (19')$$

б) Численные примѣры распредѣленія перерѣзывающаго усилія между обѣими діагоналями, когда сѣченія поясовъ, діагоналей и распорокъ попарно равны между собою, но вмѣсто дѣйствительныхъ площадей взяты приведенныя площади.

Какъ показываютъ предыдущія формулы, одна изъ діагоналей вытянута, а другая сжата. Поэтому, если разсматриваемъ ту часть фермы, гдѣ Q—величина положительная (направлена вверхъ), то нисходящій раскосъ N_n—вытянутъ, а восходящій T_n—сжатъ. Слѣдовательно, оставляя безъ измѣненія площадь вытянутаго раскоса

$f_1 = \omega_f$ —приведенная площадь сжатаго раскоса — T_n, т. е. площадь $f_2 = \omega_f$, будетъ:

$$\omega'_f = \frac{\omega_f}{1 + \frac{k\omega_f\, l^2}{J_f}}$$

Верхній поясъ сжатъ; нижній вытянутъ; поэтому въ формулахъ (19) и (19′) вмѣсто $\varphi_2 = \omega_b$ слѣдуетъ поставить дѣйствительную площадь ω_b, а вмѣсто $\varphi_1 = \omega_a$ — приведенную площадь:

$$\omega'_a = \frac{\omega_a}{1 + \frac{k \cdot \omega_a\, L^2}{J_a}}.$$

Стойки напряжены усиліемъ, равнымъ нулю, если перерѣзывающее усиліе распредѣляется по-ровну между обѣими діагоналями. Если же бо́льшая часть передастся на вытянутый раскосъ, то стойки сжаты; поэтому вмѣсто $\psi_1 = \psi_2 = \omega_c = \omega_d$ слѣдуетъ взять приведенныя площади:

$$\omega'_c = \omega'_d = \frac{\omega_c}{1 + \frac{k\omega_e\, \lambda^2}{J_c}}.$$

Примѣнимъ эту формулу къ примѣру № 1, разсмотрѣнному въ предыдущемъ §, причемъ предположимъ сначала, что отпоръ вытянутаго раскоса не принимается въ расчетъ, а затѣмъ допустимъ обратное; первый случай разсмотримъ въ двухъ условіяхъ, когда концы діагонали свободно опираются на пояса или закрѣплены, а второй случай только при одномъ условіи, когда концы діагонали свободно опираются на пояса. Во всѣхъ этихъ случаяхъ предположено, что діагонали въ точкѣ пересѣченія взаимно склепываются, т. е., что онѣ при сжатіи выгибаются въ вертикальномъ направленіи въ одну сторону, и что въ случаѣ примѣненія неравнобокихъ уголковъ съ высокой вертикальной полкой выгибъ будетъ скорѣе происходить въ вертикальномъ направленіи, такъ какъ при прогибѣ въ горизонтальномъ направленіи свободная длина вдвое менѣе.

Примѣръ 6. Численныя данныя примѣра 1. Отпоръ не принимается въ расчетъ; діагонали разсматриваются, какъ свободно лежащія балки.

Пусть:

$$\omega_a = \omega_b = 32 \text{ кв. дм.}; \quad \omega'_a = \frac{32}{1 + \frac{0{,}0001 \times 32 \times 240^2}{892}} = 26{,}53 \text{ кв. дм.}$$

$$\omega_e = \omega_f = 2{,}12;\ \omega'_f = \frac{2{,}12}{1 + \dfrac{0{,}0001 \times 2{,}12 \times 336^2}{1{,}73}} = \frac{2{,}12}{14{,}77} = 0{,}144 \text{ кв. дм.}$$

$$\omega_c = \omega_d = 8{,}48;\ \omega'_c = \omega'_d = \frac{8{,}48}{1 + \dfrac{0{,}0001 \times 8{,}48 \times 240^2}{13{,}44}} = 1{,}8 \text{ кв. дм.}$$

Слѣдовательно, на основанiи формулы (19′) и замѣняя ω_f, ω_a, ω_e и ω_d приведенными площадями, будемъ имѣть:

$$N_n\left[\left(\frac{1}{2{,}12}+\frac{1}{0{,}144}\right)+\left(\frac{1}{26{,}53}+\frac{1}{32}\right)0{,}3535+\frac{2\times 2}{1{,}8}\times 0{,}3535\right]=$$

$$= Q\left[\frac{1}{0{,}144\times 0{,}707}+\frac{2\times 0{,}50}{1{,}8}+\frac{0{,}50}{26{,}53}\right];$$

$$N_n[(0{,}471+7)+(0{,}038+0{,}031)\,0{,}3535+0{,}785]=$$

$$=Q\,[10+0{,}56+0{,}019];$$

$$N_n=\frac{10{,}579}{8{,}28}\cdot Q=1{,}277\ Q;\ N_n\ Cos\,\alpha=N_n\times 0{,}707=$$

$$=1{,}277\times 0{,}707\times Q=0{,}9\ Q.$$

Такимъ образомъ изъ общаго *перерѣзывающаго усилія Q на долю вытянутаго раскоса сѣченія:* $3 \times 3 \times {}^3/_8$ *приходится:* 0,9 Q, *а на сжатый раскосъ того же сѣченія* $3 \times 3 \times {}^3/_8$ *длиною* 336 дм.=4 саж. *приходится только*: 0,1 Q.

Для даннаго примѣра въ связахъ допускается напряженіе:

$$R=6{,}75+0{,}04\ l=6{,}75+0{,}04\times 56=9\ \frac{\text{кил.}}{\text{м.}^2}=360\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Такъ какъ площадь уголка 2,12 кв. дм., то согласно общепринятому расчету (пренебрегая заклепочнымъ отверстіемъ) этотъ уголокъ удовлетворяетъ усилію:

$$360\times 2{,}12=\frac{Q}{Cos\,\alpha}=\frac{Q}{0{,}707};$$

откуда перерѣзывающее усиліе:

$$Q=360\times 2{,}12\times 0{,}707=540^{\text{ пуд.}}$$

Слѣдовательно, усиліе въ сжатомъ раскосѣ:

$$T_n=\frac{0{,}1\cdot Q}{Cos\,\alpha}=\frac{0{,}1\times 540}{0{,}707}=76{,}5^{\text{ пуд}}$$

Дѣйствительное среднее напряженіе:

$$R_1=\frac{76,5}{2,12}=36\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Допускаемое среднее напряженіе:

$$\frac{R}{1+\frac{k\omega l^2}{J}}=\frac{360}{1+\frac{0,0001\times 2,12\times 336^2}{1,73}}=\frac{360}{14,77}=24,4\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Слѣдовательно, въ этомъ примѣрѣ среднее допускаемое напряженіе будетъ превзойдено на $50^0/_0$.

При вышеуказанныхъ предположеніяхъ сѣченіе уголка удовлетворяетъ условіямъ прочности, если величина перерѣзывающаго усилія не болѣе $Q=360^{\text{пуд.}}$, такъ какъ тогда:

$$T_n=\frac{0,1\ .\ Q}{0,707}=\frac{36}{0,707}=51;\ R_1=\frac{51}{2,12}=24\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Уголокъ $4\times 4\times {}^3/_8$ почти удовлетворяетъ перерѣзывающему усилію $Q=540^{\text{пуд.}}$.

Дѣйствительно:

$$\omega_e=2,873;\quad J_e=4,307.$$

$$\omega'_f=\frac{2,873}{1+\frac{0,0001\times 2,873\times 336^2}{4,307}}=\frac{2,873}{8,327}=0,337.$$

Слѣдовательно, на основаніи формулы (19')

$$N_n\left[\left(\frac{1}{2,873}+\frac{1}{0,337}\right)+0,024+0,785\right]=$$

$$=Q\left[\frac{1}{0,337\times 0,707}+0,56+0,019\right];$$

$$N_n\ [(0,348+2,96)+0,024+0,785]=Q\ [4,20+0,56+0,019];$$

$$N_n=\frac{4779}{4117}\ Q=1,16\ Q;\qquad N_n\ Cos\,\alpha=1,16\times 0,707\ Q=0,82\ Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n\ Cos\,\alpha=0,18\ Q;\quad T_n=\frac{0,18\times 540}{0,707}=137,5\ \text{пуд.}$$

Дѣйствительное среднее напряженіе:

$$R_1=\frac{137,5}{2,873}=47,8\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Допускаемое среднее напряженіе:

$$R_1 = \frac{360}{1 + \frac{0,0001 \times 2,873 \times 336^2}{4,307}} = \frac{360}{8,527} = 42,2 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Въ первомъ примѣрѣ на сжатый раскосъ передавалось 10% отъ перерѣзывающаго усилія, а во второмъ примѣрѣ 18%.

Примѣръ 7.

Предыдущій случай. Отпоръ не принимается въ расчетъ; діагонали разсматриваются какъ балки съ закрѣпленными концами.

$$\omega'_a = \frac{32}{1 + \frac{0,0001 \times 32 \times 240^2}{4 \times 892}} = \frac{32}{1 + \frac{0,206}{4}} = \frac{32}{1,051} = 30,5;$$

$$\omega'_f = \frac{2,12}{1 + \frac{13,77}{4}} = \frac{2,12}{4,44} = 0,478;$$

$$\omega'_a = \frac{8,48}{1 + \frac{3,71}{4}} = \frac{8,48}{1,93} = 4,37.$$

На основаніи (19′):

$$N_n \left[\left(\frac{1}{2,12} + \frac{1}{0,478}\right) + \left(\frac{1}{30,5} + \frac{1}{32}\right) \times 0,3535 + \frac{2 \times 2}{4,37} \times 0,3535 \right] =$$

$$= Q \left[\frac{1}{0,478 \times 0,707} + \frac{2 \times 0,50}{4,37} + \frac{0,50}{30,5}\right];$$

$$N_n \left[(0,471 + 2,092) + (0,032 + 0,031)\ 0,3535 + 0,324\right] =$$

$$= Q\ [2,959 + 0,229 + 0,016];$$

$$N_n = \frac{3,204}{2,908}\ Q = 1,101\ Q; \quad N_n \operatorname{Cos} \alpha = 1,101 \times 0,707\ Q = 0,778\ Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n \operatorname{Cos} \alpha = 0,222\ Q; \quad T_n = \frac{0,222 \times 540}{0,707} = 177 \text{ пуд.}$$

Дѣйствительное среднее напряженіе:

$$R_1 = \frac{T_n}{\omega} = \frac{177}{2,12} = 83,5\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Допускаемое среднее напряженіе:

$$R_1 = \frac{360}{1 + \frac{13,77}{4}} = 81,1\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

т. е. несмотря на то, что при этомъ предположеніи на сжатый раскосъ передается 22,2% отъ перерѣзывающаго усилія, сѣченіе его достаточно (дѣйствительное напряженіе превосходитъ допускаемое напряженіе лишь на 2,5%).

Примѣръ 8.

Предыдущій примѣръ, въ предположеніи, что отпоръ принимается въ расчетъ и діагонали разсматриваются, какъ свободно лежащія балки. При такихъ условіяхъ работа сжатой діагонали будетъ существенно отличаться отъ разобраннаго случая. Взаимная склепка раскосовъ при взаимномъ ихъ пересѣченіи предупреждаетъ возможность выгиба обѣихъ діагоналей въ противоположныя стороны; онѣ будутъ выгибаться въ одну сторону и вытянутая діагональ будетъ отчасти препятствовать выгибу сжатой діагонали.

Вмѣсто дѣйствительной длины (l) сжатой діагонали при опредѣленіи допускаемаго напряженія слѣдуетъ взять фиктивную (l'), опредѣленную формулой Ясинскаго:

$$l' = \frac{l}{\sqrt{1 + \frac{J_1}{J} + \frac{Nl^2}{EJ\pi^2}}},$$

гдѣ J_1 и J — моменты инерціи вытянутой и сжатой діагоналей; N—усиліе вытянутой діагонали.

Въ данномъ случаѣ $J = J$, слѣдовательно:

$$l' = \frac{l}{\sqrt{2 + \frac{Nl^2}{EJ\pi^2}}}.$$

Если въ діагонали сѣченія $3 \times 3 \times {}^3/_8$ и длиною 336 дм. не уменьшать свободную длину сжатаго раскоса, то на послѣдній приходится $\frac{0{,}1Q}{Cos\,\alpha}$. Съ замѣной же дѣйствительной длины фиктивной, меньшей длиной, жесткость его увеличится, и поэтому діагональ приметъ на себя не 0,1 отъ общаго перерѣзывающаго усилія, а значительно болѣе. Постепенными приближеніями найдено, что для даннаго примѣра на сжатый раскосъ передается 0,33 отъ перерѣзывающаго усилія.

Такимъ образомъ, усиліе N—въ вытянутомъ раскосѣ:

$$N = \frac{0{,}67 \times 540}{0{,}707} = 511{,}8^{\text{пуд.}}.$$

Поэтому:

$$l' = \frac{l}{\sqrt{2 + \frac{Nl^2}{EJ\pi^2}}} = \frac{336}{\sqrt{2 + \frac{511{,}8 \times 336^2}{780000 \times 1{,}73 \times 9{,}86}}} = 133{,}33 \text{ д.}$$

Приведенная площадь сжатой діагонали:

$$\omega' f = \frac{2{,}12}{1 + \frac{0{,}0001 \times 2{,}12 \times 133{,}33^2}{1{,}73}} = \frac{2{,}12}{1 + 2{,}178} = 0{,}667 \text{ кв. дм.}$$

Слѣдовательно:

$$N_n\left[\left(\frac{1}{2{,}12} + \frac{1}{0{,}667}\right) + 0{,}024 + 0{,}785\right] = Q\left[\frac{1}{0{,}667 \times 0{,}707} + 0{,}56 + 0{,}019\right];$$

$$N_n\left[(0{,}471 + 1{,}5) + 0{,}024 + 0{,}785\right] = Q\left[2{,}12 + 0{,}56 + 0{,}019\right];$$

$$N_n = \frac{2{,}699\,Q}{2{,}788} = 0{,}9707\,Q;\ N_n Cos\,\alpha = 0{,}9707 \times 0{,}707 \times Q = 0{,}686 \times Q.$$

Поэтому: $T_n\,Cos\alpha = 0{,}314Q$ (было предположено

$$T_n\,Cos\alpha = 0{,}33\ Q),$$

$$T_n = \frac{0{,}314 \times 540}{0{,}707} = 240^{\text{ пуд.}}$$

Дѣйствительное среднее напряженіе:

$$R_1 = \frac{240}{2{,}12} = 113{,}2\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Допускаемое напряженіе:

$$K_1 = \frac{360}{1 + \frac{0{,}0001 \times 2{,}12 \times 133{,}33^2}{1{,}73}} = \frac{360}{1 + 2{,}178} = 113{,}3\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

т. е. прочность обезпечена.

Этотъ результатъ почти что тождественъ съ результатомъ, полученнымъ въ примѣрѣ 7; въ обоихъ случаяхъ среднія дѣйствительныя напряженія не отличаются отъ среднихъ допускаемыхъ, хотя благодаря различію способовъ разсчета абсолютныя значенія среднихъ допускаемыхъ напряженій получились различныя.

Такимъ образомъ для даннаго примѣра, гдѣ діагональ сѣченія $3 \times 3 \times {}^3/_8$, длиною 336 дм. разсчитана по полному перерѣзывающему усилію $Q = 540$ пуд., встрѣчная діагональ того же сѣченія и подвергающаяся сжатію принимаетъ на себя:

1) $10^0/_0$ отъ общаго перерѣзывающаго усилія, если не принимать въ расчетъ отпора вытянутой діагонали и разсматривать діагонали, какъ балки съ свободными концами; сѣченіе оказывается недостаточнымъ и должно быть замѣнено сѣченіемъ: $4 \times 4 \times {}^3/_8$, *при каковыхъ условіяхъ на сжатую діагональ передается* $18^0/_0$ *отъ общаго перерѣзывающаго усилія.*

2) Сѣченіе $3 \times 3 \times {}^3/_8$ *оказывается достаточнымъ, если также не принимать въ расчетъ отпора встрѣчныхъ діагоналай, но разсматривать діагонали какъ балки съ закрѣпленными концами, причемъ въ такомъ случаѣ на сжатую діагональ передается* $22{,}2^0/_0$ *отъ общаго перерѣзывающаго усилія.*

3) Сѣченіе $3 \times 3 \times {}^3/_8$ *оказывается достаточнымъ, если принять въ разсчетъ отпоръ вытянутой діагонали и разсматривать діагонали, какъ балки, свободнолежащія на опорахъ; при этихъ условіяхъ на сжатую діагональ передается* $31{,}4^0/_0$ *отъ общаго перерѣзывающаго усилія.*

в) Численные примѣры распредѣленія перерѣзывающаго усилія между діагоналями, съ принятіемъ въ разсчетъ сжатія діагоналей отъ сжимающаго усилія въ поясѣ, а также прогибъ и напряженіе отъ собственнаго вѣса.

Изслѣдуемъ эту задачу въ тѣхъ же трехъ предположеніяхъ, какъ и предыдущую задачу.

Замѣтимъ предварительно, что если какой-либо элементъ фермы сжатъ и одновременно подвергается дополнительному вытягивающему усилію, то при заданномъ напряженіи онъ можетъ выдержать большее вытягивающее усиліе, сравнительно съ элементомъ такого же сѣченія, но не подвергающимся одновременно сжатію, такъ какъ часть усилія потратится па уничтоженіе сжатія. Очевидно также, что если сжатый элементъ подвергается дополнительному сжатію, то онъ способенъ выдержать ме́ньшее дополнительное сжимающее усиліе. Такимъ образомъ присутствіе прогиба въ сжатомъ раскосѣ отъ собственнаго вѣса уменьшаетъ приведенную площадь раскоса болѣе по сравненію съ случаемъ, еслибъ не было этого прогиба. Замѣтимъ еще, что если діагональ прогнулась подъ вліяніемъ ея собственнаго вѣса, или подъ вліяніемъ ея продольнаго изгиба (когда, напр., діагональ принимаетъ на себя часть сжимающаго усилія пояса), то подобная діагональ способна оказать сопротивленіе вытягивающему усилію (цѣпи и канаты висячихъ мостовъ).

Примѣръ 9.

Предыдущій примѣръ; отпоръ не принимается въ расчетъ; діагонали разсматриваются, какъ свободно лежащія балки; принимается въ разсчетъ вліяніе собственнаго вѣса и сжатіе, переданное поясами.

Въ данномъ случаѣ, какъ вычислено въ примѣрѣ 5 приведенная площадь діагонали:

$$\omega'_f = \frac{\omega_f}{1+\omega_f \cdot f' \frac{z}{J} + \omega f \frac{z}{J}} = \frac{\omega_f}{1+\frac{k\omega_f l^2}{J} + \omega f \cdot \frac{z}{J}} =$$

$$= \frac{2{,}12}{1+\frac{0{,}0001 \times 2{,}12 \times 336^2}{1{,}83} + 2{,}12 \times 2{,}07 \times 1{,}228} = 0{,}105 \text{ кв. дм.}$$

остальныя приведенныя площади остаются безъ измѣненія.

Слѣдовательно, на основаніи (19):

$$N_n \left[\left(\frac{1}{2{,}12} + \frac{1}{0{,}105}\right) + 0{,}024 + 0{,}785\right] = Q\left[\frac{1}{0{,}105 \times 0{,}707} + \right.$$

$$\left. + 0{,}56 + 0{,}019\right];$$

$$N_n = Q \times \frac{13{,}47 + 0{,}56 + 0{,}019}{0{,}471 + 9{,}52 + 0{,}024 + 0{,}785} = \frac{14{,}049}{10{,}8} Q = 1{,}3Q;$$

$$N_n Cos\,\alpha = 1{,}3 \times 0{,}707 \times Q = 0{,}919\, Q.$$

Такимъ образомъ:

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}081\, Q; \quad T_n = \frac{0{,}081 \times 540}{0{,}707} = 61{,}87 \text{ пуд.}$$

Такъ какъ для даннаго примѣра отъ сжимающаго усилія въ поясѣ (8213 п.) на діагональ передается $E = 17{,}16$ пуд. (примѣръ 5), то полное напряженіе, на основаніи формулы 15′:

$$R = (T_n + E)\left(\frac{1}{\omega_f} + f' \frac{z}{J} + f\frac{z}{J}\right) + \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{z}{J}\,\cdot$$

Но $f' \frac{z}{J} = \frac{kl^2}{J}$; f для даннаго примѣра—2,07 дм.

$$\frac{z}{J} = 1{,}228; \quad \frac{ql^2}{8} = 0{,}0163 \times \frac{336^2}{8}.$$

Слѣдовательно:

$$R=(61{,}87+17{,}16)\left(\frac{1}{2{,}12}+0000{,}1\times\frac{336^2}{1{,}73}+2{,}07\times1{,}228\right)+$$

$$+0{,}0163\times\frac{336^2}{8}\times1{,}228=753{,}28+228{,}78=982\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

вмѣсто допускаемаго наибольшаго напряженія: $R=360$.

Если одиночный уголокъ прикрѣпленъ такимъ образомъ, что прогибъ отъ собственнаго вѣса обращенъ въ сторону противоположную выгибу отъ продольнаго сжатія (когда вертикальная полка діагонали обращена вверхъ и линія заклепокъ, по которымъ передается сжимающая сила, расположена ниже центра тяжести сѣченія уголка), то въ данномъ случаѣ условія работы матеріала болѣе благопріятны.

Приведенная площадь діагонали:

$$\omega'_f=\frac{\omega_f}{1+\frac{k\omega_f\,l^2}{J}-\omega_f\frac{z}{J}}=\frac{2{,}12}{1+13{,}77-5{,}39}=0{,}226.$$

Слѣдовательно:

$$N_n\left[\left(\frac{1}{2{,}12}+\frac{1}{0{,}226}\right)+0{,}024+0{,}785\right]=Q\left[\frac{1}{0{,}226\times0{,}707}+0{,}56+0{,}019\right];$$

$$N_n=\frac{Q\,[6{,}26+0{,}56+0{,}019]}{0{,}471+4{,}424+0{,}024+0{,}785}=Q\frac{6{,}839}{5{,}704}=1{,}199Q;$$

$$N_n\,Cos\alpha=1{,}199\times0{,}707\,Q=0{,}848\,Q.$$

Поэтому:

$$T_n\,Cos\alpha=0{,}152\,Q;$$

$$T_n=\frac{0{,}152\times540}{0{,}707}=116{,}1.$$

Затѣмъ:

$$E=F=\frac{8213}{\frac{336^2}{0{,}226}\times\frac{26.53}{240^2}+0{,}707+\frac{240^2}{8{,}48}\times\frac{26{,}53}{240^2}\times0{,}707}=$$

$$=\frac{8213}{230+0{,}707+2{,}29}=35{,}3\ \text{пуд.}$$

Слѣдовательно:

$$R=(T_n+E)\left(\frac{1}{\omega}+f'\frac{z}{J}-f\frac{z}{J}\right)-\frac{ql^2}{8}\cdot\frac{z}{J}=$$

$$=(116{,}1+35{,}3)\ (0{,}471+6{,}52-2{,}54)-228{,}78=445{,}10\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

вмѣсто $R = 982$, что указываетъ на преимущество закрѣпленія обѣихъ діагоналей полками вверхъ.

Примѣръ 10.

Предыдущій примѣръ и условія, за исключеніемъ того, что діагонали разсматриваются, какъ балки съ закрѣпленными концами.

Въ данномъ случаѣ стрѣла прогиба отъ собственнаго вѣса:

$$f = \frac{1}{384} \times \frac{ql_4}{EJ} = \frac{2,^{\partial}\cdot 07}{5} = 0{,}414 \text{ дм.}$$

Слѣдовательно, приведенная площадь діагонали:

$$\omega'_f = \frac{\omega_f}{1 + k\omega_f \dfrac{l^2}{4J} + f\omega_f \dfrac{z}{J}} = \frac{2{,}12}{1 + \dfrac{0{,}0001 \times 2{,}12 \times 336^2}{4 \times 1{,}73} + 0{,}414 \times 1{,}228 \times 2{,}12} =$$

$$= \frac{2{,}12}{1 + \dfrac{13{,}77}{4} + 0{,}414 \times 1{,}228 \times 2{,}12} = \frac{2{,}12}{5{,}52} = 0{,}384 \text{ кв. дм.}$$

Остальныя приведенныя площади оставляемъ тѣ же какъ въ примѣрѣ 7.

Слѣдовательно, на основаніи (19′).

$$N_n \left[\left(\frac{1}{2{,}12} + \frac{1}{0{,}384}\right) + 0{,}022 + 0{,}324\right] = Q\left[\frac{1}{0{,}384 \times 0{,}707} + 0{,}229 + 0{,}016\right];$$

$$N_n = Q \cdot \frac{(3{,}678 + 0{,}229 + 0{,}016)}{0{,}471 + 2{,}6 + 0{,}022 + 0{,}324} = Q\frac{3{,}923}{3{,}417} = 1{,}148\,Q;$$

$$N_n \, Cos\alpha = 1{,}148 \times 0{,}707 \times Q = 0{,}812\, Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n \, Cos\,\alpha = 0{,}188\, Q;\ T_n = \frac{0{,}188 \times 540}{0{,}707} = 143{,}6 \text{ пуд.}$$

Что касается $E = F$, то на основаніи формулы 4, имѣя въ виду значенія приведенныхъ площадей, будемъ имѣть (см. примѣръ 7).

$$E = F = \frac{8213}{\dfrac{336^2}{0{,}384} \times \dfrac{30{,}5}{240^2} + 0{,}707 + \dfrac{240^2}{8{,}48} \cdot \dfrac{30{,}5}{240^2} \times 0{,}707} = 51{,}70 \text{ пуд.}$$

Слѣдовательно, полное напряженіе въ сѣченіи по серединѣ длины:

$$R = (T_n + E)\left(\frac{1}{\omega_f} + f'\frac{z}{J} + f\frac{z}{J}\right) + \frac{ql^2}{24} \cdot \frac{z}{J} =$$

$$= (143{,}6 + 51{,}70)\left(\frac{1}{2{,}12} + \frac{0{,}0001 \times 336^2}{4 \times 1{,}73} + 0{,}414 \times 1{,}228\right) + \frac{228{,}78}{3} =$$

$$= 195{,}3\ (0{,}471 + 1{,}63 + 0{,}51) + 76{,}26 = 586{,}19\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

вмѣсто допускаемыхъ $R = 360\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$

Если уголокъ обратить вертикальной полкой вверхъ, то:

$$\omega'_f = \frac{\omega_f}{1 + \frac{k\omega l^2}{4J} - f\frac{z}{J}\omega} = \frac{2{,}12}{1 + 3{,}44 - 1{,}08} = 0{,}631;$$

$$N_n\left[\left(\frac{1}{2{,}12} + \frac{1}{0{,}631}\right) + 0{,}022 + 0{,}224\right] = Q\left[\frac{1}{0{,}631 \times 0{,}707} + 0{,}229 + 0{,}016\right];$$

$$N_n = Q\left[\frac{2{,}241 + 0{,}229 + 0{,}016}{0{,}471 + 1{,}585 + 0{,}022 + 0{,}324}\right] = Q\frac{2{,}486}{2{,}402} = 1{,}035\,Q;$$

$$N_n\,Cos\alpha = 1{,}035 \times 0{,}707\,Q = 0{,}732\,Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n\,Cos\alpha = 0{,}268\,Q;\ T_n = \frac{0{,}268 \times 540}{0{,}707} = 204{,}7.$$

Затѣмъ

$$E = F = \frac{8213}{\frac{336^2}{0{,}631}\cdot\frac{30{,}5}{240^2} + 0{,}707 + 2{,}63} = \frac{8213}{94{,}7 + 0{,}707 + 2{,}63} = 83{,}8\ \text{пуд.}$$

Поэтому:

$$R = (T_n + E)\left(\frac{1}{\omega} + f'\frac{z}{J} - f\frac{z}{J}\right) - \frac{ql^2}{24}\cdot\frac{z}{J} =$$

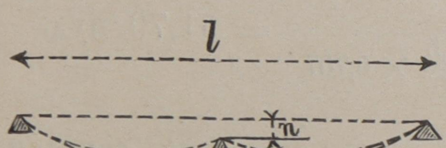
$$= (204{,}7 + 83{,}8)\ (0{,}471 + 1{,}63 - 0{,}51) - 76{,}26 =$$

$$= 459{,}00 - 76{,}26 = 382{,}74\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2},$$

вмѣсто $R = 586{,}19\ \frac{\text{пуд}}{\text{дм.}^2}$.

Примѣръ 11.

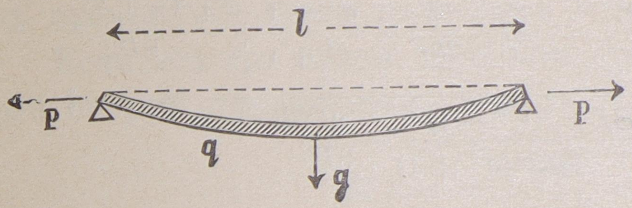
Отпоръ принимается въ расчетъ; діагонали разсматриваются, какъ балки, свободно лежащія. Остальныя условія прежнія.



Фиг. 12.

Вытянутая діагональ подъ вліяніемъ растягивающей силы стремится выпрямиться, приподнимая въ то же время опирающуюся на нее сжатую діагональ. Сжатая діагональ, опираясь серединою на вытянутую діагональ, находится въ условіяхъ двухпролетной неразрѣзной балки съ пониженной средней опорой (фиг. 12).

Опредѣлимъ сначала стрѣлу прогиба вытянутой діагонали по серединѣ пролета, подъ вліяніемъ собственнаго вѣса q на погонную единицу, сосредоточеннаго груза g (доля вѣса сжатаго раскоса), приложеннаго по серединѣ пролета, и подъ вліяніемъ растягивающей силы P (фиг. 13).



Фиг. 13.

Выраженіе стрѣлы прогиба по серединѣ пролета (Winkler. Die Lehre von der Elasticität, стр. 173):

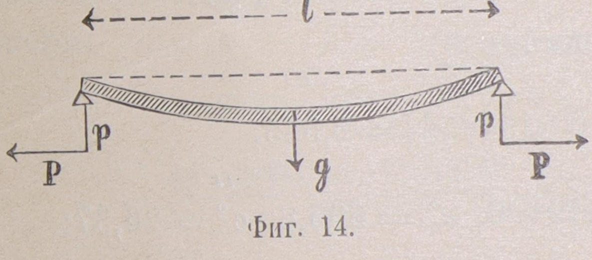
$$\eta = -\frac{EJq}{P^2} \times \frac{e^{+\frac{kl}{2}} + e^{-\frac{kl}{2}} - 2}{e^{+\frac{kl}{2}} + e^{-\frac{kl}{2}}} - \frac{g}{2kP} \cdot \frac{e^{kl}-1}{e^{kl}+1} + \frac{2gl + ql^2}{8P} \quad . \; . \; . \; . \; (20)$$

гдѣ: l длина діагонали, $k = \sqrt{\frac{P}{EJ}}$.

Если вытягивающая сила P приложена не по оси бруса, а на разстояніи p со стороны выпуклой стороны (фиг. 14), то

$$\eta = \left(p - \frac{EJq}{P^2}\right) \frac{e^{+\frac{kl}{2}} + e^{-\frac{kl}{2}} - 2}{e^{+\frac{kl}{2}} + e^{-\frac{kl}{2}}} - \frac{g}{2kP} \cdot \frac{e^{kl}-1}{e^{kl}+1} + \frac{2gl + ql^2}{8P} \quad . \; . \; . \; . \; (20')$$

Что касается g, то это есть давленіе на среднюю опору двухпролетной неразрѣзной балки, подверженной дѣйствію равномѣрной нагрузки отъ собственнаго вѣса.



Фиг. 14.

Если бы всѣ три опоры были на одномъ уровнѣ, то

$$g = \frac{10}{8} \cdot q \, \frac{l}{2} = \frac{5}{8} \, ql;$$

но такъ какъ средняя опора понижена на величину η, то

$$g = \frac{5}{8} ql - \frac{6EJ\eta}{\left(\frac{l}{2}\right)^3} = \frac{5}{8} ql - \frac{48EJ\eta}{l^3} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (21)$$

Слѣдовательно формула (20) перепишется:

$$\eta = -\frac{EJq}{P^2} \times \frac{e^{+\frac{kl}{2}} + e^{-\frac{kl}{2}} - 2}{e^{+\frac{kl}{2}} + e^{-\frac{kl}{2}}} - \frac{5}{8} ql \cdot \frac{1}{2kP} \cdot \frac{e^{kl}-1}{e^{kl}+1} +$$

$$+\frac{2\times\frac{5}{8}ql^2+ql^2}{8P}+\frac{48EJ\eta}{l^3}\left(\frac{1}{2kP}\quad\frac{e^{kl}-1}{e^{kl}+1}-\frac{2l}{8P}\right);$$

откуда:

$$\eta=\frac{-\frac{EJq}{P^2}\cdot\frac{e^{+\frac{kl}{2}}+e^{-\frac{kl}{2}}-2}{e^{+\frac{kl}{2}}+e^{-\frac{kl}{2}}}-\frac{5}{8}ql\times\frac{1}{2kP}\times\frac{e^{kl}--1}{e^{kl}+1}+\frac{\frac{5}{4}ql^2+ql^2}{8P}}{1-\frac{48EJ}{l^3}\left(\frac{(e^{kl}--1)}{2kP(e^{kl}+1)}-\frac{2l}{8P}\right)};$$

но

$$\frac{e^{+\frac{kl}{2}}+e^{-\frac{kl}{2}}-2}{e^{+\frac{kl}{2}}+e^{-\frac{kl}{2}}}=\frac{e^{+\frac{kl}{2}}+e^{-\frac{kl}{2}}-2}{e^{+\frac{kl}{2}}+e^{-\frac{kl}{2}}}\times\frac{e^{+\frac{kl}{2}}}{e^{+\frac{kl}{2}}}=$$

$$=\frac{e^{\frac{kl}{2}2}+1-2e^{\frac{kl}{2}}}{e^{kl}+1}=\frac{\left(e^{\frac{kl}{2}}-1\right)^2}{e^{kl}+1};$$

слѣдовательно:

$$\eta=\frac{-\frac{EJq}{P^2}\cdot\frac{\left(e^{\frac{kl}{2}}-1\right)^2}{e^{kl}+1}-\frac{5}{16}\quad\frac{ql}{kP}\cdot\frac{e^{kl}-1}{e^{kl}+1}+\frac{5ql^2}{32\,\mathrm{P}}+\frac{ql^2}{8\,\mathrm{P}}}{1-\frac{24EJ}{l^3k\mathrm{P}}\times\frac{e^{kl}-1}{e^{kl}+1}+\frac{12\,EJl}{\mathrm{P}l^3}}=$$

$$=\frac{-\frac{q}{\mathrm{P}(e^{kl}+1)}\left[\frac{EJ}{P}\left(e^{\frac{kl}{2}}-1\right)^2+\frac{5l}{16k}(e^{kl}-1)\right]+\frac{9}{32}\cdot\frac{ql^2}{P}}{1+\frac{12JE}{Pl^3}\left(-\frac{2}{k}\cdot\frac{e^{kl}-1}{e^{kl}+1}+l\right)}\quad\ldots\ldots(22)$$

Но:

$l=336$ дм.; $E=780000$ пуд.; $q=0{,}0163$ пуд.; $J=1{,}73$;

$P=N=512$ пуд. (см. примѣръ 8).

$k=\sqrt{\frac{P}{EJ}}=\sqrt{\frac{512}{1349400}}=0{,}01946$; $kl=6{,}545$;

$EJ=780000\times1{,}73=1349400$; $e^{kl}=695{,}8$; $e^{\frac{kl}{2}}=26{,}37$;

$\frac{EJ}{P}\left(e^{\frac{kl}{2}}-1\right)^2=1696000$; $\frac{5l}{16k}\left(e^{kl}-1\right)=3745000$;

$\frac{9}{32}\quad\frac{ql^2}{P}=1{,}0107$; $\frac{12EJ}{\mathrm{P}l^3}\left(-\frac{2}{k}\cdot\frac{e^{kl}-1}{e^{kl}+1}+l\right)=0{,}1948$,

$\frac{q}{\mathrm{P}(e^{kl}+1)}=0{,}0000000457$; $-\frac{2}{k}\cdot\frac{e^{kl}-1}{e^{kl}+1}+l=233{,}6$;

Слѣдовательно:

$$\eta=-\frac{0{,}0000000457\,[5441000]+1{,}0107}{1+0{,}1948}=0{,}6378\ \text{дм.}$$

Такъ какъ стрѣла прогиба отъ собственнаго вѣса была $f = 2{,}07$, то, слѣдовательно, натянутое состояніе раскоса выпрямило стрѣлу прогиба до 0,64 дм.

Остается еще убѣдиться, не будетъ ли стрѣла болѣе гдѣ-либо въ промежуткѣ между конечнымъ и среднимъ сѣченіемъ.

Если всѣ три опоры на одномъ уровнѣ, то моментъ надъ средней опорой отрицательный, равный:

$$M_1 = -\frac{q}{8}\left(\frac{l}{2}\right)^2 = -\frac{ql^2}{32}.$$

Если средняя опора понижена на величину η, то отрицательный моментъ на средней опорѣ уменьшается и выражается:

$$M_1 = -\frac{q}{8}\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{3EJ}{\left(\frac{l}{2}\right)^2}\eta = -\frac{ql^2}{32} + \frac{12EJ\eta}{l^2} \quad . \; . \; . \; . \; (23)$$

Если η настолько велико, что положительный членъ болѣе отрицательнаго, то упругая линія не имѣетъ обратнаго выгиба надъ средней опорой.

Въ данномъ случаѣ:

$$M_1 = -\frac{ql^2}{32} + \frac{12EJ\eta}{l^2} = -\frac{0{,}0163 \times 336^2}{32} + \frac{12 \times 780000 \times 1{,}73 \times 0{,}6378}{336^2} =$$

$$= -57{,}50 \text{ пуд. д.} + 91{,}50 \text{ п. д.} = +36{,}00 \text{ п. д.} \quad . \; . \; . \; (23')$$

Слѣдовательно, моментъ на средней опорѣ—положительный, т. е. пониженіе опоры настолько еще велико, что сопротивленіе средней опоры:

$$g = \frac{5}{8}ql - \frac{48EJ\eta}{l^3} = \frac{5}{8} . 0{,}0163 \times 336 -$$

$$- \frac{48 \times 780000 \times 1{,}73 \times 0{,}6378}{336^3} = 3{,}423 - 1{,}09 = 2{,}333 \text{ пуд.}$$

въ сравненіи съ нагрузкой $ql = 0{,}0163 \times 336 = 5{,}47$ пуд. не въ состояніи проявить обратнаго выгиба и вліяніе присутствія средней опоры скажется только уменьшеніемъ общаго однообразнаго выгиба.

Слѣдовательно, наибольшая стрѣла выгиба будетъ на серединѣ $f = \eta = 0{,}638$ дм.

Предполагая, какъ и въ примѣрѣ 8, что вытянутый раскосъ принимаетъ на себя 67% отъ общаго перерѣзывающаго усилія, приведенная длина раскоса будетъ, какъ и въ томъ примѣрѣ, $l' = 133{,}33$ дм.

Приведенная площадь діагонали:

$$\omega'_f = \frac{\omega_f}{1 + \frac{k\omega l^2}{J} + \omega \frac{z}{J} f} = \frac{2{,}12}{1 + \frac{0{,}0001 \times 2{,}12 \times 133{,}33^2}{1{,}73} + 2{,}12 \times 0{,}638 \times 1{,}228} =$$

$$= \frac{2{,}12}{1 + 2{,}178 + 1{,}66} = \frac{2{,}12}{4{,}838} = 0{,}439 \text{ кв. дм.}$$

Слѣдовательно, на основаніи (19′), при сохраненіи безъ измѣненія остальиыхъ приведенныхъ площадей, указанныхъ въ примѣрѣ 8:

$$N_n \left[\left(\frac{1}{2{,}12} + \frac{1}{0{,}439}\right) + 0{,}024 + 0{,}785\right] =$$

$$= Q\left[\frac{1}{0{,}439 \times 0{,}707} + 0{,}56 + 0{,}019\right];$$

$$N_n = Q\,\frac{3{,}223 + 0{,}56 + 0{,}019}{0{,}471 + 2{,}279 + 0{,}024 + 0{,}785} = Q\,\frac{3{,}802}{3{,}559} = 1{,}069\,Q;$$

$$N_n Cos\,\alpha = 1{,}069 \times 0{,}707 \times Q = 0{,}756\,Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}244\,Q;\ T_n = \frac{0{,}244 \times 540}{0{,}707} = 186{,}3 \text{ пуд.}$$

$$E = F = \frac{8213}{\frac{336^2}{0{,}439} \times \frac{26{,}53}{240^2} + 0{,}707 + 2{,}29} = \frac{8213}{116{,}2 + 0{,}707 + 2{,}29} = 69.$$

Такимъ образомъ: полное напряженіе, имѣя въ виду, что на основаніи (23′) $M_1 = 36{,}00$ п. д.

$$R = \left(T_n + E\right)\left(\frac{1}{\omega_f} + \frac{kl^2}{J} + f\,\frac{z}{J}\right) + M_1\,\frac{z}{J}$$

$$= \left(186{,}3 + 69\right)\left\{\frac{1}{2{,}12} + \frac{0{,}0001 \times 133{,}33^2}{1{,}73} + 0{,}638 \times 1{,}228\right\} + 36 \times 1{,}228 =$$

$$= 255{,}3\,\left\{0{,}471 + 1{,}03 + 0{,}783\right\} + 44{,}21 = 627{,}31 \text{ пуд.}$$

вмѣсто допускаемаго $R = 360\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$.

Если сдѣлать вторичный расчетъ, измѣнивъ l', которое было исчислено въ предположеніи, что на вытянутый раскосъ приходится 67% отъ общаго перерѣзывающаго усилія, между тѣмъ какъ на самомъ дѣлѣ передается 75%, то l' получится менѣе, и R понизится, хотя, конечно, не достигнетъ $R = 360$.

Слѣдовательно, въ данномъ случаѣ уголокъ $3 \times 3 \times {}^3/_8$ не удовлетворяетъ условіямъ прочности.

Результатъ получится иной, если уголокъ обращенъ вертикальной полкой вверхъ; тогда:

$$\omega'_f = \frac{2{,}12}{1 + 2{,}178 - 1{,}66} = \frac{2{,}12}{1{,}518} = 1{,}396;$$

$$N_n\left[\left(\frac{1}{2{,}12}+\frac{1}{1{,}396}\right)+0{,}024+0{,}785\right]=$$

$$=Q\left[\frac{1}{1{,}396\times 0{,}707}+0{,}56+0{,}019\right];$$

$$N_n=Q\cdot\frac{1{,}012+0{,}56+0{,}019}{0{,}471+0{,}716+0{,}024+0{,}785}=Q\times 0{,}8;$$

$$N_n Cos\,\alpha=0{,}8\times 0{,}707\times Q=0{,}566\ Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n Cos\,\alpha=0{,}434\ Q;\ T_n=\frac{0{,}434\times 540}{0{,}707}=331{,}5\ \text{пуд.}$$

$$E=F=\frac{8213}{\frac{336^2}{1{,}396}\times\frac{26{,}53}{240^2}+0{,}707+2{,}29}=\frac{8213}{36{,}5+0{,}707+2{,}29}=208\ \text{пуд.};$$

$$R=\left(T_n+E\right)\left(\frac{1}{\omega}+f'\,\frac{z}{J}-f\,\frac{z}{J}\right)-\frac{M_1 z}{J}=$$

$$=(331{,}5+208)\ (0{,}471+1{,}03-0{,}783)-44{,}21=$$

$$=387{,}36-44{,}21=343{,}15\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}.$$

Изслѣдуемъ, удовлетворяетъ ли требованіямъ уголокъ сѣченія: $4\times 4\times {}^3/_8$, въ предположеніи, что вертикальная полка обращена внизъ. [Сравнить примѣры 11 и 10 и 7 и 8].

Изъ всѣхъ трехъ приведенныхъ способовъ провѣрки—третій болѣе правильный, но требуетъ продолжительнаго вычисленія; первый не вѣренъ, такъ какъ діагонали въ дѣйствительности не находятся въ условіяхъ бруса, свободно лежащаго на опорахъ, и отпоръ имѣетъ мѣсто. Въ виду малой разницы въ результатахъ вычисленія по второму и третьему способамъ, ограничимся лишь повѣркой въ предположеніи, что отпора не существуетъ и діагональ находится въ условіяхъ балки съ закрѣпленными концами.

Имѣемъ:

$$\omega_f=2{,}873;\ q=0{,}0222\ \text{пуд.};\ J=4{,}307;$$

$$z=1{,}125;\ z'=4-1{,}125=2{,}875;$$

$$\frac{z'}{J}=\frac{2{,}875}{4{,}307}=0{,}668;\ l=336\ \text{д.}$$

Стрѣла прогиба:

$$f=\frac{1}{384}\times\frac{ql^4}{E\,.\,J}=\frac{0{,}0222\times 336^4}{384\times 780000\times 4{,}307}=0{,}226\ \text{д.}$$

Затѣмъ (см. прим. 9)

$$\omega'_f=\frac{2{,}873}{1+\frac{0{,}0001\times 2{,}873\times 336^2}{4\times 4{,}307}+0{,}226\times 0{,}668\times 2{,}873}=$$

$$= \frac{2{,}873}{1 + 1{,}87 + 0{,}433} = \frac{2{,}873}{3{,}303} = 0{,}87 \text{ кв. дм.}$$

Слѣдовательно:

$$N_n \left[\left(\frac{1}{2{,}873} + \frac{1}{0{,}87}\right) + 0{,}022 + 0{,}324\right] =$$

$$= Q\left[\frac{1}{0{,}87 \times 0{,}707} + 0{,}229 + 0{,}016\right];$$

$$N_n\left[0{,}348 + 1{,}15 + 0{,}022 + 0{,}324\right] = Q\left[1{,}627 + 0{,}229 + 0{,}016\right];$$

$$N_n = \frac{1{,}872}{1{,}844} Q = 1{,}016\, Q;\ N_n Cos\,\alpha = 1{,}016 \times 0{,}707 \times 540 = 0{,}718\, Q.$$

Поэтому:

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}282\, Q;\ T_n = \frac{0{,}282 \times 540}{0{,}707} = 215{,}4 \text{ пуд.}$$

Численное значеніе $E = F$, па основаніи форм. (4), а также примѣра 10, замѣчая, что $\omega'_e = \omega'_f = 0{,}87$.

$$E = F = \frac{8213}{155{,}30 \times \frac{0{,}384}{0{,}87} + 0{,}707 + 2{,}63} = 114{,}2 \text{ пуд.}$$

Слѣдовательно:

$$R = \left(T_n + E\right)\left(\frac{1}{\omega_f} + f'\,\frac{z}{J} + f\,\frac{z}{J}\right) + \frac{ql^2}{24} \cdot \frac{z}{J} =$$

$$= (215{,}4 + 114{,}2)\ (0{,}348 + 0{,}655 + 0{,}226 \times 0{,}668) +$$

$$+ 76{,}26 \times \frac{0{,}668}{1{,}228} = 421{,}72,$$

что болѣе допускаемаго напряженія $R = 360 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$

Возьмемъ уголокъ $3^1/_2 \times 5 \times {}^3/_8$:

$$\omega_f = 3{,}061;\ q = 0{,}0236;\ J = 7{,}720;\ z = 1{,}594;$$

$$z' = 3{,}406;\ \frac{z'}{J} = 0{,}441;$$

Стрѣла прогиба:

$$f = \frac{1}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ} = 0{,}226 \times \frac{0{,}0236}{0{,}0222} \times \frac{4{,}307}{7{,}72} = 0{,}134 \text{ д.}$$

$$\omega'_f = \frac{3{,}061}{1 + \frac{0{,}0001 \times 3{,}061 \times 336^2}{4 \times 7{,}72} + 0{,}134 \times 0{,}441 \times 3{,}061} = 1{,}34;$$

$$N_n\left[\left(\frac{1}{3{,}061}+\frac{1}{1{,}34}\right)+0{,}022+0{,}324\right]=Q\left[\frac{1}{1{,}34\times 0{,}707}+0{,}229+0{,}016\right];$$

$$N_n\left[(0{,}327+0{,}75)+0{,}022+0{,}324\right]=Q\left[1{,}06+0{,}229+0{,}016\right];$$

$$N_n=Q\,\frac{1{,}305}{1{,}423}=0{,}917\,Q;\quad N_n\,Cos\alpha=0{,}707\times 0{,}917\,Q=0{,}648\,Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n\,Cos\,\alpha=0{,}352\,Q;\quad T_n=\frac{0{,}352\times 540}{707}=269\ \text{пуд.};$$

$$E=F=\frac{8213}{68{,}55\times\frac{0{,}87}{1{,}34}+0{,}707+2{,}63}=\frac{8213}{44{,}55+0{,}707+2{,}63}=171{,}5\ \text{пуд.}$$

$$R=(269+171{,}5)\,[0{,}327+0{,}363+0{,}134\times 0{,}441]+\frac{41{,}7\times 0{,}441}{0{,}660}=$$

$$=329{,}49+27{,}85=357{,}34\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Если вертикальная полка обращена вверхъ, то:

$$\omega'_f=\frac{3{,}061}{1+1{,}11-0{,}18}=1{,}58;$$

$$N_n\left[\left(0{,}327+\frac{1}{1{,}58}\right)+0{,}022+0{,}324\right]=Q\left[\frac{1}{1{,}58\times 0{,}707}+0{,}229+0{,}016\right];$$

$$N_n=\frac{0{,}9+0{,}229+0{,}016}{0{,}327+0{,}633+0{,}022+0{,}324}\times Q=0{,}88\,Q;$$

$$N_n\,Cos\alpha=0{,}707\times 0{,}88\cdot Q=0{,}622\,Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n\,Cos\alpha=0{,}378\,Q;\quad T_n=\frac{0{,}378\times 540}{0{,}707}=288{,}7\ \text{пуд.}$$

$$E=F=\frac{8213}{\frac{44{,}55\times 1{,}34}{1{,}58}+0{,}707+2{,}63}=202{,}3\ \text{пуд.}$$

$$R=(288{,}7+202{,}3)\,(0{,}327+0{,}363-0{,}059)-27{,}85=$$

$$=309{,}82-27{,}85=281{,}97\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}.$$

Слѣдовательно, уголокъ $3\frac{1}{2}\times 5\times {}^3/_8$ при обоихъ предположеніяхъ относительно помѣщенія вертикальной полки уголка удовлетворяетъ условіямъ прочности.

Группируя полученные результаты въ таблицу, будемъ имѣть:

Данныя: Длина діагонали 336 д.; длина панели и распорки 240 д., уголъ наклоненія раскосовъ $\alpha=45°$; сѣченіе пояса

32 кв. д. Усиліе въ поясѣ: $P = 8213$ п. Сѣченіе распорки 8,48 кв. д. Сѣченіе діагонали, разсчитанное безъ запаса на полное перерѣзывающ. усиліе $Q = 540$, представляетъ уголокъ $3 \times 3 \times {}^3/_8$ площадью 2,12 кв. д. Нлибольшее допуск. напряженіе $R = 360 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$. Въ скобкахъ поставлены величины, относящіяся къ діагонали сѣченія $3\frac{1}{2} \times 5 \times {}^3/_8$ дм.

		Діагонали разсматриваются какъ брусья, свободнолежащіе на опорахъ; отпоръ не принимается въ разсчетъ.		Діагонали разсматриваются какъ брусья съ закрѣп. концами; отпоръ не принимается въ разсчетъ.		Діагонали разсматрив. какъ брусья, свободнолежащіе на опорахъ; отпоръ принимается въ разсчетъ.	
		Вертик. полка внизъ.	Вертик. полка вверхъ.	Вертик. полка внизъ.	Вертик. полка вверхъ.	Верт. полка внизъ	Верт. полка вверхъ.
Усиліе, принимаемое діагональю отъ усилія (8213 п.) въ сжатомъ поясѣ:	E	17,16 п.	35,3 п.	51,70 п. (171,50)	83,8 п. (202,3)	69,00 п.	208 п.
Прогибъ по серединѣ отъ собственнаго вѣса .	f	2,07 д.	—	0,414 д. (0,134)	—	0,638 д.	—
Вѣроятный прогибъ по серединѣ отъ продольн. сжатія при полномъ напряженіи: $f' = \frac{kl^2}{J} \cdot \frac{J}{z} = \frac{kl^2}{z} = 0{,}0001 \frac{l^2}{z}$.	f'	5,3 д.	—	1,32 д, (0,82)	—	0,84 д.	—
Доля общ. перерѣзыв. усилія, принимаемая сжат. діагональю . . .	—	8,1%	15,2%	18,8% (35,2%)	26,8% (37,8%)	24,4%	43,4%
Усиліе въ сжат. діаг. отъ перерѣз. усилія (540 п.) .	T_n	61,87 п.	116,1 п.	143,6 п. (269)	204,7 п. (288,7)	186,3 п.	331,5 п.
Наибольш. напряженіе, вызванное сжимающей силой ($E + T_n$)	-	753,28 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	673,88 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	509,93 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$ (329,49)	459,00 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$ (309,82)	583,10 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	387,36 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$
Наибольшее напряженіе, вызванное изгибомъ отъ собственнаго вѣса .	—	228,78 $\frac{\text{ц.}}{\text{дм.}^2}$	228,78 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	76,26 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$ (27,85)	76,26 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$ (27,85)	41,75 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	41,75 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$
Полное наибольшее напряженіе	—	982,0 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	435,10 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	586,19 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$ (357,34)	382,74 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$ (281,97)	624,85 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	346,61 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$
Наибольшее допускаемое напряженіе	—	360 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	—	360 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	—	360 $\frac{\text{п.}}{\text{дм.}^2}$	—

Слѣдовало бы сдѣлать еще одинъ расчетъ, исключивъ практическій коэффиціентъ $k = 0{,}0001$ и опредѣлить $f' + f$ по теоретическов формулѣ ($13'$) или ($13''$), такъ какъ для каждаго даннаго случая извѣстно плечо эксцентрицитета p. Для даннаго примѣра $p = 0{,}876$ д. — $\frac{1}{2} \times {}^3/_8 = 0{,}688$ д.

Если, напримѣръ, уголокъ обращенъ вертикальною полкою внизъ, то $f' + f$ опредѣлится изъ ($13'$), гдѣ вмѣсто P слѣдуетъ поставить $T_n + E$, которыя въ свою очередь зависятъ отъ f' и f, такъ какъ T_n и E находятся въ функціи приведенной площади ω'_f, а послѣдняя опредѣляется въ зависимостм отъ f' и f. Для облегченія задачи можно для перваго приближенія задаться f' при помощи $k = 0{,}0001$, найти $T_n + E$, затѣмъ вычислить $\eta = f' + f$ по формулѣ ($13'$) или ($13''$), вновь найти T_n и E и продолжать подстановки до тѣхъ поръ, пока $\eta = f' + f$ не будетъ уже измѣняться. Тогда наибольшее напряженіе:

$$R = (T_n + E)\left(\frac{1}{\omega} + \frac{z}{J}\right)(f' + f) + M\frac{z}{J}.$$

III.

Примѣненіе вышеупомянутыхъ пріемовъ къ провѣркѣ сѣченій верхнихъ горизонтальныхъ связей существующей 20 саж. фермы съ перерѣздою по-верху, проэктированной въ предположеніи, что перерѣзывающее усиліе воспринимается одной системой діагоналей, работающихъ на растяженіе.

Провѣримъ сѣченія діагоналей въ 1-й, 4-й и 7-й панеляхъ, причемъ для простоты разсчета сѣченія netto приравняемъ сѣченіямъ brutto.

Ферма верхнихъ горизонтальныхъ связей пролетнаго строенія моста отвер. 20 саж. съ ѣздою по-верху.

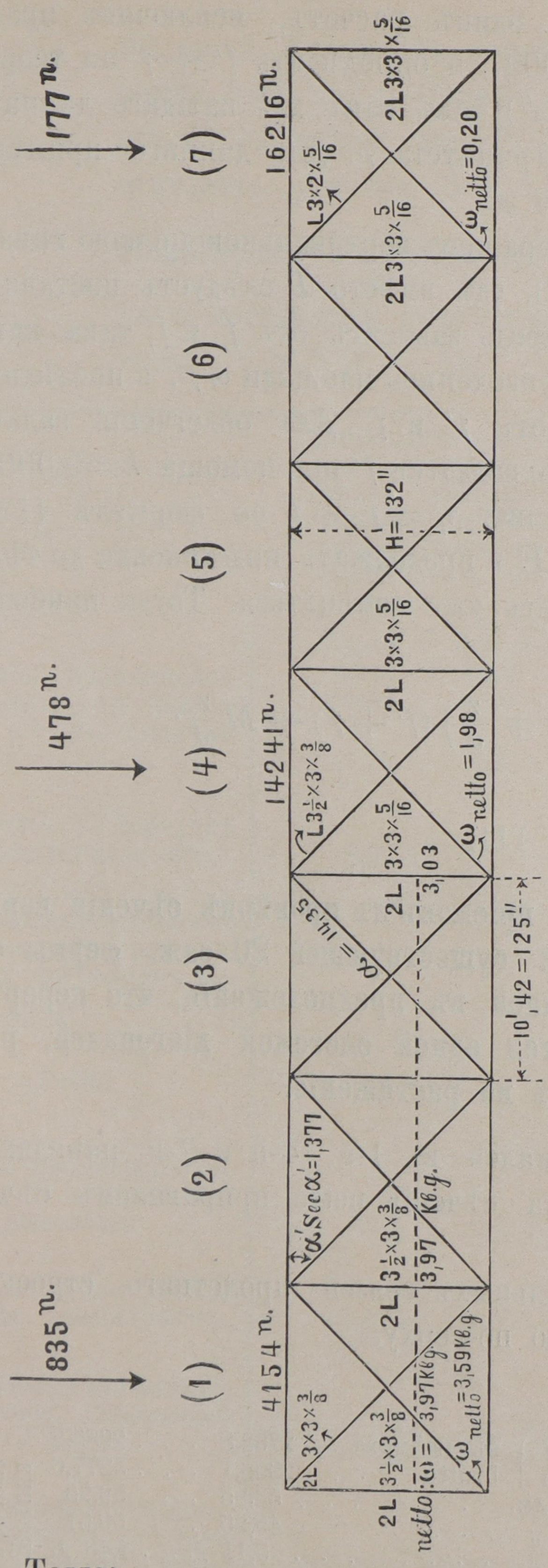
Пояса:

Моментъ инерціи гориз.: $J = 2118{,}7$ } въ дюймахъ	2762,8	2985,2	средина пролета.
„ „ вертик. $J = 2298{,}5$ } brutto	2908,1	3277,6	
Площ. сѣченія brutto $\Omega = 36{,}91$ кв. дм.	53,95	59,95	
netto $\Omega = 31{,}03$ „ „	45,25	50,51	
Разстояніе центра тяжести: $z = 7{,}43$ д.	5,11 д.	4,46 д.	

разсчетный пролетъ: $145',84 = 1750''$ (14 панелей)

Первая панель:

сѣченіе пояса: $\omega_a = 36{,}91$; моментъ инерціи $J_a = 2118{,}7$, длин. $a = 125$ д.



Фиг. 15.

Сѣченіе діагон. $\omega_f = 2 \times \times 2{,}12 = 4{,}24$; мом. инер. $J_f = 3{,}46$; длина $f = 172$ д.

Сѣченіе распорки $\omega_c = = 2 \times 2{,}311 \times 4{,}622$; мом. инер. $J_c = 5{,}394$; длина $c = 132$.

Для діагонали $\frac{z}{J} = \frac{1{,}228}{2} = 0{,}614$, такъ какъ для одного уголка значеніе: $\frac{z}{J} = 1{,}228$.

Усиліе въ поясѣ: 4154 пуд.; перерѣзывающее усиліе: $Q = 835$ пуд.; вѣсъ діагонали на погонную единицу. $q = 0{,}0326$ пуд.

Уголъ, составленный діагоналями съ распоркой: $\alpha = 90^0 - \alpha_,$; $Sec\,\alpha' = 1{,}377$; $Cos\,\alpha' = 0{,}726$; $\alpha' = 43^0 25'$; $\alpha = 46^0 35'$; $Sin\,\alpha = 0{,}726$; $Sin^3\,\alpha = 0{,}382$; $tg\,\alpha\,Sin^2\alpha = = 1{,}057 \times 0{,}527 = 0{,}557$; $Cos\,\alpha = 0{,}687$; $Cos^2\,\alpha = 0{,}472$; $Cos^3\,\alpha = 0{,}324$.

a) Отпоръ не принимается въ разсчетъ; діагонали разсматриваются, какъ балки свободнолежащія на опорахъ; вертикальныя полки уголковъ обращены внизъ:

Тогда:

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ} = \frac{5}{384} \times \frac{0{,}0326 \times 172^4}{780000 \times 3{,}46} = 0{,}14 \text{ д.}$$

$$\omega'_a = \frac{\omega_a}{1 + \frac{0{,}0001 \times \omega_a l^2}{J}} = \frac{36{,}91}{1 + \frac{0{,}0001 \times 36{,}91 \times 125^2}{2118{,}7}} = 35{,}83 \text{ кв. дм.}$$

$$\omega'_c = \frac{\omega_c}{1 + \frac{0{,}0001 \times \omega_c l^2}{J}} = \frac{4{,}62}{1 + \frac{0{,}0001 \times 4{,}62 \times 132^2}{5{,}394}} = 1{,}95 \text{ кв. д.};$$

$$\omega'_f = \frac{\omega_f}{1 + \frac{0{,}0001 \times \omega_f l^2}{J} + \omega_f \frac{z}{J}} = \frac{4{,}24}{1 + \frac{0{,}0001 \times 4{,}24 \times 172^2}{3{,}46} + 4{,}24 \times 0{,}14 \times 0{,}614} =$$

$$= \frac{4{,}24}{1 + 3{,}63 + 0{,}363} = 0{,}850 \text{ кв. дм.}$$

На основанiи формулы (19′), замѣчая, что $\frac{d}{h} = tg\,\alpha$:

$$N_n \left[\left(\frac{1}{\omega_f} + \frac{1}{\omega'_f} \right) + \left(\frac{1}{\omega'_a} + \frac{1}{\omega_a} \right) Sin^3\alpha + 2 \left(\frac{1}{\omega'_c} + \frac{1}{\omega'_d} \right) Cos^3\alpha \right] =$$

$$= Q \left[\frac{1}{\omega'_f Cos\alpha} + \left(\frac{1}{\omega'_c} + \frac{1}{\omega'_d} \right) Cos^2\alpha + \frac{tg\alpha\, Sin^3\alpha}{\omega'_a} \right];$$

$$N_n \left[\frac{1}{4{,}24} + \frac{1}{0{,}85} + \left(\frac{1}{35{,}83} + \frac{1}{36{,}81} \right) 0{,}382 + \frac{2 \times 2 \times 0{,}324}{1{,}95} \right] =$$

$$= Q \left[\frac{1}{0{,}85 \times 0{,}687} + \frac{2 \times 0{,}472}{1{,}95} + \frac{0{,}557}{35{,}63} \right];$$

$$N_n = \frac{Q \cdot [1{,}712 + 0{,}484 + 0{,}016]}{0{,}236 + 1{,}176 + 0{,}021 + 0{,}665} = Q \cdot \frac{2{,}212}{2{,}098} = 1{,}054\, Q;$$

$$N_n Cos\,\alpha = 1{,}054 \times 0{,}687\, Q = 0{,}724\, Q;$$

Слѣдовательно:

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}276\, Q; \quad T_n = \frac{0{,}276 \times 835}{0{,}687} = 336 \text{ пуд.}$$

Затѣмъ:

$$E = F = \frac{P}{\frac{f^2}{\omega'_f} \frac{\omega'_a}{a^2} + Cos\,\alpha' + \frac{c^2}{\omega_c} \frac{\omega'_a}{a^2} Sin\,\alpha'} =$$

$$= \frac{4154}{\frac{172^2}{0{,}85} \times \frac{35{,}83}{125^2} + 0{,}726 + \frac{132^2}{4{,}62} \times \frac{35{,}83}{125^2} \times 0{,}687} =$$

$$= \frac{4154}{85{,}63 + 0{,}726 + 5{,}95} = 45 \text{ пуд.}$$

$$R = \left(T_n + E \right) \left(\frac{1}{\omega_f} + f' \cdot \frac{z}{J} + f \cdot \frac{z}{J} \right) + \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{z}{J} =$$

$$= (336 + 45)\ (0{,}236 + 0{,}856 + 0{,}14 \times 0{,}614) +$$

$$+ \frac{0{,}0326}{2} \times 172^2 \times 0{,}614 = 523 \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2},$$

такъ какъ:

$$f' \frac{s}{J} = \frac{kl^2}{J} = \frac{0{,}0001 \times 172^2}{3{,}46} = 0{,}856.$$

Допускаемое же напряженіе для пролета

$l = 20$ с. $= 42{,}6$ mtr.: $R = 6{,}75 + 0{,}04\,l = 6{,}75 + 0{,}04 \times 42{,}6 =$

$$= 8{,}45 \; \frac{\text{kil.}}{\text{m}/\text{m}^2} = 338 \; \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

б) *Предъидущія условія, только вертикальныя полки обращены вверхъ.*

$$\omega'_f = \frac{4{,}24}{1 + 3{,}63 - 0{,}363} = \frac{4{,}24}{4{,}267} = 0{,}99 \text{ кв. дм.};$$

$$N_n\ [0{,}236 + 1{,}01 + 0{,}021 + 0{,}666] = Q\ [1{,}485 + 0{,}484 + 0{,}016];$$

$$N_n = \frac{1{,}985}{1{,}933}\, Q = 1{,}026\, Q;\ N_n Cos\,\alpha = 1{,}026 \times 0{,}687 = 0{,}7\ Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}3\ Q;\ T_n = \frac{0{,}3 \times 835}{0{,}687} = 365 \text{ пуд.}$$

$$E = \frac{4154}{62{,}50 + 0{,}726 + 5{,}95} = 60 \text{ пуд.}$$

$$R = (T_n + E)\,.\,(0{,}236 + 0{,}856 - 0{,}086) - 74 =$$

$$= 425 \times 1{,}006 - 74 = 428 - 74 = 354 \; \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

в) *Отпоръ не принимается въ разсчетъ; діагонали разсматриваются, какъ балки съ задѣланными концами; вертикальныя полки уголковъ обращены внизъ.*

$$\omega'_a = \frac{36{,}91}{1 + \frac{0{,}03}{4}} = 36{,}91;\ \omega'_c = \frac{4{,}62}{1 + \frac{1{,}37}{4}} = 3{,}16;$$

$$\omega'_f = \frac{4{,}24}{1 + \frac{3{,}63}{4} + 0{,}073} = 2{,}14 \text{ кв. дм.};$$

такъ какъ:

$$f = \frac{1}{384} \cdot \frac{ql^4}{E\,.\,J} = \frac{0{,}14}{5} = 0{,}028 \text{ дм.}$$

и

$$\omega f \frac{z}{J} = 4{,}24 \times 0{,}028 \times 0{,}614 = 0{,}073.$$

Слѣдовательно:

$$N_n \left[0{,}236 + \frac{1}{2{,}14} + 0{,}021 + \frac{4}{3{,}16} \times 0{,}324\right] =$$

$$= Q\left[\frac{1}{2{,}14\times 0{,}687} + \frac{2\times 0{,}472}{3{,}16} + \frac{0{,}557}{36{,}91}\right]$$

$$N_n = Q\frac{0{,}68+0{,}3+0{,}015}{0{,}236+0{,}468+0{,}02+0{,}410} = 0{,}903\,Q;$$

$$N_n Cos\,\alpha = 0{,}903\times 0{,}687 = 0{,}620\,Q.$$

Слѣдовательно

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}38\,Q;\ T_n = \frac{0{,}38\times 835}{0{,}697} = 462 \text{ пуд.}$$

$$E = \frac{4154}{40{,}04+0{,}726+5{,}95} = 89.$$

$$R = \left(T_n + E\right)\left(0{,}236 + \frac{0{,}856}{4} + 0{,}028\times 0{,}614\right) + \frac{0{,}0326\times 172^2\times 0{,}614}{24} =$$

$$= 551\times 0{,}467 + \frac{74}{3} = 257 + 25 = 282\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

г) Предъидущія условія, но уголки обращены вертикальными полками вверхъ.

$$\omega' f = \frac{4{,}24}{1+\frac{3{,}63}{4}-0{,}073} = \frac{4{,}24}{1{,}83} = 2{,}32.$$

$$N_n\left[0{,}236 + \frac{1}{2{,}32} + 0{,}021\times 0{,}410\right] = Q\left[0{,}68 + 0{,}3 + 0{,}015\right];$$

$$N_n = \frac{Q\,[0{,}68+0{,}3+0{,}015]}{0{,}236+0{,}431+0{,}02+0{,}410} = 0{,}861\,Q;$$

$$N_n\, Cos\,\alpha = 0{,}861\times 0{,}687\,Q = 0{,}591\,Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n\, Cos\,\alpha = 0{,}409\,Q;\ T_n = \frac{0{,}41\times 835}{0{,}687} = 499 \text{ пуд.};$$

$$E = \frac{4154}{28{,}83+0{,}726+5{,}95} = 117;$$

$$R = (499+117)\left(0{,}236 + \frac{0{,}856}{4} - 0{,}028\times 0{,}614\right) - 25 =$$

$$= 616\times 0{,}433 - 25 = 267 - 25 = 242\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

д) Отпоръ принимается въ разсчетъ; діагонали разсматриваюшся какъ балки, свободно опирающіяся на опоры; вертикальныя полки уголковъ обращены внизъ.

Предполагаемъ на основаніи предыдущихъ вычисленій, что на вытянутую діагональ передается 72,5% отъ общаго перерѣзывающаго усилія. Тогда усиліе въ растянутомъ раскосѣ:

$$N_n = \frac{0{,}725}{0{,}687}\times 835 = 880 \text{ пуд.}$$

Приведенная длина раскоса:

$$l' = \frac{l}{\sqrt{2 + \frac{N \cdot l^2}{EJ\pi^2}}} = \frac{172}{\sqrt{2 + \frac{880 \times 172^2}{780000 \times 3{,}46 \times 9{,}86}}} = 100 \text{ дм.}$$

На основаніи формулы (22), $\eta = 0{,}0959$ дм.

По (23) моментъ надъ средней опорой.

$$M_1 = -\frac{ql^2}{32} + \frac{12EJ\eta}{l^2} = -\frac{0{,}0326 \times 172^2}{32} + \frac{12 \times 780000 \times 3{,}46 \times 0{,}0959}{172^2} =$$

$$= -30{,}17 + 105{,}00 = +74{,}83 \text{ п. д.};$$

т. е. упругая линія не будетъ имѣть перегиба между крайними и средней опорой.

$$f' \frac{z}{J} = \frac{kl'^2}{J} = 0{,}0001 \times \frac{100^2}{3{,}46} = 0{,}289.$$

$$\omega' f = \frac{4{,}24}{1 + \frac{0{,}0001 \times 4{,}24 \times 100^2}{3{,}46} + 4{,}24 \times 0{,}0959 \times 0{,}614} = 1{,}713 \text{ кв. дм.};$$

$$N_n \cdot \left[0{,}236 + \frac{1}{1{,}713} + 0{,}021 + 0{,}666\right] = Q\left[\frac{1}{1{,}713 \times 0{,}687} + 0{,}484 + 0{,}016\right]$$

$$N_n = Q\,\frac{0{,}85 + 0{,}484 + 0{,}016}{0{,}236 + 0{,}584 + 0{,}021 + 0{,}666} = Q \times 0{,}896;$$

$$N_n \, Cos\,\alpha = 0{,}896 \times 0{,}687 \times Q = 0{,}615\, Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n \, Cos\,\alpha = 0{,}385\, Q; \; T_n = \frac{0{,}385 \times 835}{0{,}687} = 468 \text{ пуд.}$$

$$E = \frac{4154}{39{,}55 + 0{,}726 + 5{,}95} = \frac{4154}{46{,}23} = 90 \text{ пуд.}$$

$$R = (T_n + E)\,(0{,}236 + 0{,}289 + 0{,}0959 \times 0{,}614) + 74{,}83 \times$$

$$\times 0{,}614 = 325{,}09 + 45{,}94 = 371{,}03 \,\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

e) Предъидущія условія; только уголки обращены вверхъ.

$$\omega' f = \frac{4{,}24}{1 + 1{,}225 - 0{,}25} = \frac{4{,}24}{1{,}975} = 2{,}147 \text{ кв. дм.};$$

$$N_n\left[0{,}236 + \frac{1}{2{,}147} + 0{,}021 + 0{,}666\right] = Q\left[\frac{1}{2{,}247 \times 0{,}687} + 0{,}484 + 0{,}016\right];$$

$$N_n = Q\,\frac{0{,}679 + 0{,}484 + 0{,}016}{0{,}236 + 0{,}466 + 0{,}021 + 0{,}666} = 0{,}843\, Q;$$

$$N_n\, Cos\,\alpha = 0{,}843 \times 0{,}687\ Q = 0{,}572\ Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n\ Cos\,\alpha = 0{,}428\ Q;\ \ T_n = \frac{0{,}428 \times 835}{0{,}687} = 520;$$

$$E = \frac{4154}{31{,}58 + 0{,}726 + 5{,}95} = \frac{4154}{38{,}25} = 108{,}5.$$

$$R = (T_n + E)\ (0{,}236 + 0{,}289 - 0{,}0576) - 45{,}94 = 293{,}76 -$$

$$- 45{,}94 = 247{,}82\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}.$$

Вторая панель:

$\omega_a = 53{,}95,$ $J_a = 2763,$

$\omega_f = 2{,}311,$ $J_f = 2{,}697,$

$\omega_c = 2 \times 1{,}788 = 3{,}576,$ $J_c = 2 \times 1{,}48 = 2{,}98,$

$q = 0{,}018$ пуд., $\frac{z}{J} = \frac{2{,}434}{2{,}697} = 0{,}903,$

$Q = 478$ пуд., усиліе въ поясѣ 14.241 пуд.

a) Отпоръ не принимается въ разсчетъ; діагонали разсматриваются, какъ балки съ свободными концами; вертикальныя полки обращены внизъ.

$$f = \frac{5}{384} \times \frac{0{,}018 \times 172^4}{780000 \times 2{,}697} = 0{,}097\ \text{дм.};$$

$$\omega'_a = \frac{53{,}95}{1 + \frac{0{,}0001 \times 53{,}95 \times 125^2}{2763}} = \frac{53{,}95}{1 + 0{,}0305} = 52{,}36\ \text{кв. дм.};$$

$$\omega'_c = \frac{3{,}576}{1 + \frac{0{,}0001 \times 3{,}576 \times 132^2}{2{,}98}} = \frac{3{,}576}{1 + 2{,}091} = 1{,}105\ \text{кв. дм.};$$

$$\omega'_f = \frac{2{,}311}{1 + \frac{0{,}0001 \times 2{,}311 \times 172^2}{2{,}697} + 2{,}311 \times 0{,}097 \times 0{,}903} = 0{,}636\ \text{кв. д.};$$

$$N_n = Q \cdot \frac{\frac{1}{0{,}636 \times 0{,}687} + \frac{2 \times 0{,}472}{1{,}105} + \frac{0{,}554}{52{,}36}}{\frac{1}{2{,}311} + \frac{1}{0{,}636} + \left(\frac{1}{52{,}36} + \frac{1}{53{,}95}\right) 0{,}382 + \frac{2 \times 2 \times 0{,}324}{1{,}105}} =$$

$$= Q\, \frac{2{,}288 + 0{,}854 + 0{,}011}{0{,}433 + 1{,}572 + 0{,}015 + 1{,}172} = Q\, \frac{3{,}153}{3{,}192} = 0{,}988\ Q.$$

$$N_n\ Cos\,\alpha = 0{,}988 \times 0{,}687\ Q = 0{,}679\ Q;\ \ T_n\ Cos\,\alpha = 0{,}321\ Q.$$

$$T_n = \frac{0{,}321}{0{,}687} \times 478 = 208{,}8\ \text{пуд.}$$

На основанiи формулы (A):

$$E=\frac{14241}{\frac{\omega'_a}{\omega'_f}\,\frac{172^2}{125^2}+0{,}687+\frac{2\,.\,\omega'_a}{3{,}576}\times\frac{132^2}{125^2}\times 0{,}726}=$$

$$=\frac{14241}{155{,}8+0{,}687+23{,}78}=79{,}1 \text{ пуд.};$$

$$R=(T_n+E)\left(\frac{1}{\omega_f}+\frac{0{,}0001\times 172^2}{2{,}697}+0{,}097\times 0{,}903\right)+$$

$$+\frac{0{,}018\times 172^2}{8}\,0{,}903=288\,(0{,}433+1{,}096+0{,}087)+60{,}18=$$

$$=527{,}02\,\frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

б) Предъидущiя условiя; вертикальныя полки уголковъ обращены вверхъ.

$$\omega'f=\frac{2{,}311}{1+2{,}534-0{,}202}=0{,}693 \text{ кв. дм.};$$

$$N_n=Q\,\frac{2{,}100+0{,}854+0{,}011}{0{,}433+1{,}442+0{,}015+1{,}172}=Q\,\frac{2{,}965}{3{,}062}=0{,}968Q;$$

$$N_n\,Cos\,\alpha=0{,}968\times 0{,}687\;Q=0{,}665\,Q;\;\;T_n\,Cos\,\alpha=0{,}335\,Q.$$

$$T_n=\frac{0{,}335\times 478}{0{,}687}=233{,}09;$$

$$R=(T_n+E)\;(0{,}433+1{,}096-0087)-60{,}18=407{,}22.$$

в) Отпоръ не принимается въ разсчетъ; дiагонали разсматриваются, какъ балки съ задѣланными концами; полки уголковъ обращены внизъ.

$$f=\frac{1}{384}\,\frac{q\;l^4}{E\;J}=\frac{0{,}097}{5}=0{,}02 \text{ дм.};$$

$$\omega'a=\frac{53{,}95}{1+\frac{0{,}035}{4}}=53{,}54;\;\;\omega'c=\frac{3{,}576}{1+\frac{2{,}091}{4}}=2{,}348;$$

$$\omega'f=\frac{2{,}311}{1+\frac{2{,}534}{4}+\frac{0{,}202}{5}}=1{,}372;$$

$$N_n=Q\,\frac{\frac{1}{\omega'f\;\;.\;0{,}687}+\frac{2}{\omega'c}\times 0{,}472+\frac{0{,}557}{\omega'a}}{\frac{1}{\omega f}+\frac{1}{\omega'f}+\left(\frac{1}{\omega'a}+\frac{1}{\omega a}\right)0{,}382+\frac{2\times 2\times 0{,}324}{\omega'c}}=$$

$$=Q\,\frac{1{,}061+0{,}402+0{,}010}{0{,}433+0{,}729+0{,}015+0{,}552}=\frac{1{,}473}{1{,}729}\,Q=0{,}852\,Q.$$

$$N_n \, Cos\,\alpha = 0{,}852 \times 0{,}687\, Q = 0{,}585\, Q; \;\; T_n \, Cos\,\alpha = 0{,}415\, Q;$$

$$T_n = \frac{0{,}415 \times 478}{0{,}687} = 288{,}8 \text{ пуд.}$$

$$E = \frac{14241}{\frac{\omega'_a}{\omega'_f} \cdot \frac{172^2}{125^2} + 0{,}687 + \frac{2\omega'_a}{3{,}576} \times \frac{132^2}{125^2} \times 0{,}726} = \frac{14241}{73{,}86 + 0{,}687 + 24{,}25} =$$

$$= \frac{14241}{98{,}5} = 144{,}2 \text{ пуд.};$$

$$R = (T_n + E)\left(0{,}433 + \frac{1{,}096}{4} + \frac{0{,}087}{5}\right) + \frac{60{,}18}{3} =$$

$$= 433 \times 0{,}724 + 20{,}06 = 313{,}5 + 20{,}06 = 333{,}56.$$

г) *Предъидущія условія; вертикальныя полки уголковъ обращены вверхъ.*

$$\omega'_f = \frac{2{,}311}{1 + \frac{2{,}534}{4} - \frac{0{,}202}{5}} = 1{,}462.$$

$$N_n = Q\,\frac{0{,}996 + 0{,}402 + 0{,}010}{0{,}433 + 0{,}684 + 0{,}015 + 0{,}552} = Q\,\frac{1{,}408}{1{,}684} = 0{,}836\, Q;$$

$$N_n \, Cos\,\alpha = 0{,}836 \times 0{,}687\, Q = 0{,}571\, Q; \;\; T_n \, Cos\,\alpha = 0{,}429\, Q;$$

$$T_n = \frac{0{,}429 \times 478}{0{,}687} = 298{,}5 \text{ пуд.};$$

$$E = \frac{14241}{69{,}40 + 0{,}687 + 24{,}25} = \frac{14241}{94{,}34} = 151{,}0 \text{ пуд.}$$

$$R = (T_n + E)\left(0{,}433 + \frac{1{,}094}{4} - \frac{0{,}087}{5}\right) - \frac{60{,}18}{3} = 449{,}5 \times 0{,}69 -$$

$$- 20{,}06 = 310{,}15 - 20{,}06 = 290{,}09 \; \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

д) *Отпоръ принимается въ разсчетъ; діагонали разсматриваются, какъ балки, свободно лежащія на опорахъ; вертикальныя полки обращены внизъ.*

$$N = \frac{0{,}7092}{0{,}687} \times 478 = 494 \text{ пуд.};$$

$$l' = \frac{172}{\sqrt{2 + \frac{494 \times 172^2}{780000 \times 2{,}697 \times 9{,}86}}} = 121{,}^{д}4.$$

На основаніи формулы (22): $\eta^д = 0{,}0178$.

$$M_1 = -\frac{ql^2}{32} + \frac{12EJ\eta}{l^2} = -\frac{0{,}018 \times 172^2}{32} + \frac{12 \times 780.000 \times 2{,}697 \times 0{,}0178}{172^2} =$$

$$= -16{,}45 + 15{,}19 = -1{,}26 \text{ п. д.}$$

Такъ какъ моментъ на средней опорѣ получился отрицательный, то существуетъ перегибъ между крайними и средней опорой; слѣдовательно наибольшая стрѣла прогиба будетъ не $\eta = 0{,}0178$, а нѣсколько болѣе. Въ виду малаго значенія момента, принимаемъ прогибъ надъ средней опорой за наибольшій.

Найдемъ сѣченіе, гдѣ имѣетъ мѣсто наибольшій моментъ.

Сопротивленіе лѣвой опоры:

$$A = \frac{3}{8} q \frac{l}{2} + \frac{3EJ\eta}{\left(\frac{l}{2}\right)^3} = \frac{3}{16} ql + \frac{24EJ\eta}{l^3} = \frac{3}{16} \times 0{,}018 \times 172 +$$

$$+ \frac{24 \times 780000 \times 2{,}697 \times 0{,}018}{172^3} = 0{,}5805 + 0{,}179 = 0{,}7595 \text{ пуд.};$$

$$M_x = 0{,}7595x - 0{,}018 \frac{x^2}{2};$$

$$\frac{dM}{dx} = 0{,}7595 - 0{,}018x = 0;$$

$$x = 42{,}2 \text{ д.}$$

$$Max.\, M_x = 0{,}7595 \times 42{,}2 - 0{,}018 \times \frac{42{,}2^2}{2} =$$

$$= 42{,}2 \left(0{,}7595 - 0{,}018 \times \frac{42{,}2}{2}\right) = 46{,}02 \text{ п. д.}$$

$$\omega'_f = \frac{2{,}311}{1 + \frac{0{,}0001 \times 2{,}311 \times 121{,}4^2}{2{,}697} + 2{,}311 \times 0{,}0178 \times 0{,}903} =$$

$$= \frac{2{,}311}{1 + 1{,}263 + 0{,}037} = 1{,}005 \text{ кв. дм.}$$

$$N_n = Q \frac{1{,}449 + 0{,}854 + 0{,}011}{0{,}433 + 0{,}995 + 0{,}015 + 1{,}172} = 0{,}885\, Q;$$

$$N_n Cos\,\alpha = 0{,}687 \times 0{,}885\, Q = 0{,}608\, Q; \quad T_n Cos\,\alpha = 0{,}392\, Q;$$

$$T_n = \frac{0{,}392 \times 478}{0{,}687} = 272{,}7 \text{ пуд.};$$

$$E = \frac{14241}{98{,}61 + 0{,}687 + 23{,}40} = \frac{14241}{123{,}00} = 115{,}8;$$

$$R = \left(T_n + E\right)\left(0{,}433 + \frac{0{,}0001 \cdot 121{,}4^2}{2{,}697} + 0{,}0178 \times 0{,}903\right) +$$

$$+ 16{,}02 \times 0{,}903 = 388{,}5 \times 0{,}997 + 14{,}53 = 387{,}3 +$$

$$+ 14{,}53 = \mathit{401{,}83} \text{ пуд.}$$

e) *Предъидущія условія; уголки обращены полками вверхъ.*

$$\omega'_f = \frac{2{,}311}{1+1{,}263-0{,}037} = 1{,}039;$$

$$N_n = \frac{1{,}402+0{,}854+0{,}011}{0{,}433+0{,}963+0{,}015+1{,}172} = 0{,}878\ Q;$$

$$N_n Cos\,\alpha = 0{,}878 \times 0{,}687\ Q = 0{,}603\ Q;\ \ T_n Cos\,\alpha = 0{,}397\ Q;$$

$$T_n = \frac{0{,}397 \times 478}{0{,}687} = 276{,}2;$$

$$E = \frac{14241}{95{,}43+0{,}687+23{,}70} = 118{,}9.$$

$$R = \left(T_n + E\right)\left(0{,}433 + \frac{0{,}0001 \times 121{,}4^2}{2{,}697} - 0{,}0178 \times 0{,}903\right) -$$

$$- 16{,}02 \times 0{,}903 = 381{,}3 - 14{,}53 = 366{,}77\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Третья панель:

$\omega_a = 59{,}95$ кв. дм., $\quad J_a = 2985,$

$\omega_f = 1{,}476$ кв. дм., $\quad J_f = 0{,}461,$

$\omega_c = 2 \times 1{,}788 = 3{,}576, \quad J_c = 2{,}98,$

$q = 0{,}0113$ пуд., $\quad \frac{z}{J} = \frac{1{,}491}{0{,}461} = 3{,}234,$

$Q = 177$ пуд.; усиліе въ панели 16216 пуд.

а) *Отпоръ не принимается въ разсчетъ; діагонали разсматриваются, какъ балки, свободно лежащія на опорахъ; полки уголковъ обращены внизъ.*

$$\omega'_a = 58{,}16;\ \omega'_c = 1{,}105;\ \omega'_f = 0{,}121;$$

$$f = \frac{5}{384}\,\frac{ql''}{EJ} = 0{,}358\ \text{д.}$$

$$N_n = 1{,}273\ Q;\ N_n Cos\,\alpha = 0{,}875\ Q;\ T_n Cos\,\alpha = 0{,}125\ Q;$$

$$T_n = 32{,}30\ \text{пуд.};\ E = 17{,}30\ \text{п. д.}$$

$$R = (T_n + E)\ (0{,}677 + 6{,}416 + 1{,}158) + \frac{0{,}0113 \times 172^2}{8} \times 3{,}234 =$$

$$= 408{,}4 + 44{,}45 = 452{,}85.$$

б) *Предъидущія условія; полки обращены вверхъ.*

$$\omega'_f = 0{,}169;\ N_n = 1{,}219Q;\ N_n Cos\,\alpha = 0{,}837\,Q;$$

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}163\,Q;\ T_n = 42{,}00\ \text{пуд.};$$

$$E = \frac{16216}{653{,}4 + 0{,}687 + 28{,}38} = 23{,}76\ \text{пуд.}$$

$$R = (T_n + E)\ (0{,}677 + 6{,}416 + 1{,}158) - 44{,}45 =$$

$$= 390{,}3 - 44{,}45 = 345{,}85\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

в) *Отпоръ не принимается въ разсчетъ; діагонали разсматриваюшся, какъ балки съ закрѣпленыыми концами; вертикальныя полки обращены внизъ.*

$$f = \frac{0{,}358}{5} = 0{,}0716\ \text{дм.};\ \omega'_a = 59{,}49;\ \omega'_c = 2{,}348;$$

$$\omega'_f = 0{,}398.$$

$$N_n = 1{,}083\,Q;\ N_n Cos\,\alpha = 0{,}744\,Q;\ T_n Cos\,\alpha = 0{,}256\,Q;$$

$$T_n = \frac{0{,}256 \times 177}{0{,}687} = 65{,}95\ \text{пуд.};$$

$$E = \frac{16216}{283 + 0{,}687 + 29{,}16} = 51{,}83;$$

$$R = \left(T_n + E\right)\left(0{,}677 + \frac{6{,}416}{4} + \frac{1{,}158}{5}\right) + \frac{44{,}45}{3} =$$

$$= 296 + 14{,}82 = \mathit{310{,}82}.$$

г) *Предъидущія условія; полки обращены вверхъ.*

$$\omega'_f = 0{,}488;\ N_n = 1{,}031\,Q;\ N_n Cos\,\alpha = 0{,}709\,Q;$$

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}291\,Q;\ \ T_n + \frac{0{,}291 \times 177}{0{,}687} = 74{,}92\ \text{пуд.}$$

$$E = \frac{16216}{230{,}8 + 0{,}687 + 29{,}16} = 62{,}20;$$

$$R = \left(T_n + E\right)\left(0{,}677 + \frac{6{,}416}{4} - \frac{1{,}158}{5}\right) - \frac{44{,}45}{3} =$$

$$= 281{,}1 - 14{,}82 = \mathit{266{,}28}\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2};$$

Группируя полученные результаты въ таблицу, будемъ имѣть:

	Отпоръ не принимается въ разсчетъ; діагонали разсм., какъ балки, свободно лежащія на опорахъ; съ вертик. полкой обращенной		Отпоръ не приним. въ разсчетъ; діагонали разсматрив., какъ балки съ закрѣплен. концами; съ вертик. полкой обращенной		Отпоръ приним. въ разсчетъ; діагонали разсматр., какъ балки, свободно лежащія; съ верт. полкой, обращен.	
	внизъ.	вверхъ.	внизъ.	вверхъ.	внизъ.	вверхъ
1-я панель ($2 \llcorner 3 \times 3 \times {}^3/_8$).						
Усиліе, принимаемое діагональю отъ усилія (4154 пуд.) въ поясѣ .	$E = 45$ п.	60	89	114	90	108,5
Прогибъ по серединѣ отъ собственнаго вѣса .	$f = 0{,}14$ д.	—	0,028	—	0,0959	—
Вѣроятный прогибъ по серединѣ вслѣдствіе продольнаго сжатія при полномъ напряженіи .	$f' = 0{,}856$ д.	—	0,214	—	0,289	—
Доля общаго перерѣзывающаго усилія, принимаемая сжатою діагональю	27,6%	30%	38%	39,3%	38,5%	42,8%
Усиліе въ раскосѣ отъ вертикальн. силы (835 п.)	$T_n = 336$ п.	365	462	477	468	520
Наибольшее напряженіе, вызванное сжимающей силой $(T_n + E)$.	$449 \frac{\text{п.}}{\text{д.}^2}$	428	257	242	325	294
Наибольшее напряженіе, вызванное изгибомъ отъ собствен. вѣса. . .	$74 \frac{\text{п.}}{\text{д.}^2}$	74	25	25	46	46
Полное наибольшее напряженіе	$523 \frac{\text{п.}}{\text{д.}^2}$	354	282	217	371	248
Наибольшее допускаемое напряженіе	$338 \frac{\text{п.}}{\text{д.}^2}$	338	338	338	338	338
2я панель ($\llcorner 3^1/_2 \times 3 \times {}^3/_8$).						
Усиліе, принимаемое діагональю отъ усилія (14241 п.) въ поясѣ . .	79,1	91,05	144,2	151	115,8	118,9
Прогибъ по серединѣ отъ собствен. вѣса . .	0,097 д.	—	0,02	—	0,0178	—

	Отпоръ не принимается въ разсчетъ; діагонали разсм., какъ балки, свободно лежащія на опорахъ; съ вертик. полкой обращенной		Отпоръ не приним. въ разсчетъ; діагонали разсматрив., какъ балки съ закрѣплен. концами; съ вертик. полкой, обращенной		Отпоръ приним. въ разсчетъ; діагонали разсматр., какъ балки, свободно лежащія; съ верт. полкой, обращен.	
	внизъ.	вверхъ.	внизъ.	вверхъ.	внизъ.	вверхъ
Вѣроятный прогибъ по серединѣ вслѣдствіе продольнаго сжатія при полномъ напряженіи . .	1,096 д.	—	0,274	—	0,548	—
Доля общаго перерѣзывающаго усилія, принимаемая сжатою діагональю	32,1%	33,5%	41,5%	42,9%	39,2%	39,7%
Усиліе въ раскосѣ отъ вертикальной силы въ 478 пуд.	208,8	233,09	288,8	298,5	272,7	276,2
Наибольшее напряженіе, вызванное сжимающей силой $(T_n + E)$.	467	467	314	310	387	381,3
Наибольшее напряженіе, вызванное изгибомъ отъ собств. вѣса . . .	60	60	20	20	14,53	14,53
Полное наибольшее напряженіе	527	407	334	290	402	366,8
Допускаемое напряженіе	338	338	338	338	338	338
3-я панель (∟ $3 \times 2 \times {}^5/_{16}$).						
Усиліе, принимаемое діагональю отъ усилія (16216) въ поясѣ	17,30 п.	23,76	51,83	62,20	—	—
Прогибъ по серединѣ отъ собств. вѣса . . .	0,358 д.	—	0,0716	—	—	—
Вѣроятный прогибъ по серединѣ вслѣдствіе продольнаго сжатія . .	6,416	—	1,604	—	—	—
Доля общаго перерѣзывающаго усилія, принимаемая сжатою діагональю	12,5%	16,3%	25,6%	29,1%	—	—
Усиліе въ раскосѣ отъ вертикальной силы въ 177 пуд.	32,30	42,00	65,95	74,97	—	—

	Отпоръ не принимается въ разсчетъ; діагонали разсм., какъ балки, свободно лежащія на опорахъ; съ вертик. полкой обращенной		Отпоръ не приним. въ разсчетъ; діагонали разсматрив., какъ балки съ закрѣплен. концами; съ вертик. полкой, обращенной		Отпоръ приним. въ разсчетъ; діагонали разсматр., какъ балки, свободно лежащія; съ верт. полкой, обращен.	
	внизъ.	вверхъ.	внизъ.	вверхъ.	внизъ.	вверхъ
Наибольшее напряженіе, вызванное сжимающей силой $(T_n + E)$.	408,4	390,3	296	281,1	—	—
Наибольшее напряженіе, вызванное изгибомъ отъ собств. вѣса . . .	44,45	44,45	14,82	14,82	—	—
Полное наибольшее напряженіе	452,85	345,85	310,82	266,28	—	—
Допускаемое напряженіе	338	338	338	338	—	—

Разсмотрѣніе этой таблицы указываетъ:

1) что въ данномъ примѣрѣ, въ зависимости отъ сѣченія діагоналей, поясовъ и распорокъ и условій закрѣпленія концовъ діагоналей, отъ принятія или не принятія въ разсчетъ отпора, представляемаго вытянутой діагональю, изъ общаго перерѣзывающаго усилія сжатою діагональю воспринимается отъ $12{,}5\%$ до $33{,}5\%$ при свободныхъ опирающихся діагоналяхъ и не принимая въ разсчетъ отпора, отъ $25{,}6\%$ до $42{,}9\%$—при закрѣпленныхъ въ концахъ діагоналяхъ и также не принимая въ разсчетъ отпора, и отъ $38{,}5\%$ до $42{,}8\%$ при свободно опирающихся діагоналяхъ, но съ принятіемъ въ разсчетъ отпора;

2) что въ крайнихъ панеляхъ, гдѣ сѣченіе діагоналей наибольшее, а усиліе въ поясѣ наименьшее, изъ общаго усилія въ поясѣ въ 4154 пуд. на каждую діагональ передается отъ 45 до 108 пуд. (или отъ 1% до $2{,}5\%$); въ средней панели, гдѣ сѣченіе діагонали наименьшее, а усиліе въ поясѣ наибольшее, на сжатую діагональ изъ усилія въ 16216 пуд. передается отъ $0{,}1\%$ до $0{,}04\%$;

3) что обращеніе вертикальныхъ полокъ уголковъ діагоналей вверхъ понижаетъ напряженіе въ діагонали примѣрно на 15%.

4) что, если не принимать въ разсчетъ отпора и разсматривать діагонали незакрѣпленными въ концахъ, то сѣченіе ни одной изъ

діагоналей не удовлетворяетъ условіямъ прочности; разсматривая діагонали закрѣпленными въ концахъ, сѣченія всѣхъ діагоналей представляются удовлетворительными и даже съ значительнымъ запасомъ въ случаѣ обращенія уголковъ вертикальными полками вверхъ; что съ принятіемъ въ разсчетъ отпора вытянутой діагонали, но разсматривая сжатую діагональ съ свободными незакрѣпленными концами, величины напряженія занимаютъ среднее значеніе между обоими вышеуказанными предѣлами, причемъ сѣченія оказываются неудовлетворительными лишь въ случаѣ обращенія вертикальныхъ полокъ уголковъ внизъ; при обратномъ расположеніи проектированныя сѣченія—уже вполнѣ достаточны.

Остается рѣшить, который же изъ трехъ пріемовъ разсчета наиболѣе правильный и болѣе простой.

Въ дѣйствительности діагонали закрѣплены въ концахъ, но такъ какъ ферма выпучивается, то закрѣпленіе не горизонтальное; съ другой стороны встрѣчный вытянутый раскосъ, представляя отпоръ сжатому раскосу, уменьшаетъ его свободную длину; слѣдовательно сжатый раскосъ слѣдовало бы разсчитывать въ условіяхъ балки съ наклонно закрѣпленными концами и поддерживаемой по серединѣ вытянутымъ напряженнымъ раскосомъ. Такъ какъ съ принятіемъ во вниманіе отпора выкладки становятся утомительными даже въ болѣе простомъ случаѣ, когда концы раскоса не закрѣплены, то отъ этого болѣе правильнаго пріема приходится отказаться. Первый пріемъ очевидно даетъ преувеличенные результаты; второй пріемъ, если и грѣшитъ противъ дѣйствительности предположеніемъ, что концы горизонтально закрѣплены, но, съ другой стороны, въ немъ не принимается въ разсчетъ несомнѣнно существующій отпоръ вытянутаго раскоса, такъ что одно допущеніе покрывается другимъ, и поэтому можно было бы остановиться на второмъ пріемѣ. Въ такомъ случаѣ оказывается (по крайней мѣрѣ для даннаго примѣра), что *сѣченія діагоналей изъ уголковъ, разсчитанныя общепринятымъ пріемомъ—удовлетворяютъ условіямъ прочности въ предположеніи, что общее перерѣзывающее усиліе распредѣляется между обѣими діагоналями сообразно ихъ площадямъ и поперечной жесткости и что пояса передаютъ часть своего усилія діагоналямъ связей и учитывается вліяніе собственнаго вѣса.*

Мы, очевидно, поступимъ въ пользу прочности, если не вполнѣ горизонтальное закрѣпленіе концовъ и присутствіе отпора вытянутаго раскоса замѣнимъ предположеніемъ, что обѣ діагонали независимы, разсматриваются, какъ балки съ свободными концами, *причемъ свободныя длины составляютъ $^2/_3$ отъ полной длины и моментъ отъ собственнаго вѣса по серединѣ составляетъ среднее значеніе между моментомъ балки свободно лежащей и закрѣпленной горизонтально,* т. е. *составляетъ:* $\frac{ql^2}{12}$, *гдѣ* l—*полная длина.*

Провѣримъ при этомъ предположеніи діагональ, предполагая, что уголки обращены полками внизъ.

1-я панель ($2\,\llcorner\ 3 \times 3 \times {}^3/_8$).

$$\text{Длина панели } \frac{2}{3}a = {}^2/_3 \cdot 125 = 84 \text{ д.};$$

$$\text{„ стойки } \frac{2}{3}c = {}^2/_3 \cdot 132 = 88 \text{ д.};$$

$$\text{„ раскоса } \frac{2}{3}f = {}^2/_3 \cdot 172 = 115 \text{ д.}$$

$$f = 0{,}14 \text{ д.}; \frac{z}{J} = 0{,}614.$$

$$\omega'_a = \frac{\omega_a}{1 + \frac{0{,}0001 \times \omega_a \times 84^2}{2618{,}7}} = \frac{36{,}91}{1 + 0{,}013} = 36{,}43 \text{ кв. дм.}$$

$$\omega'_c = \frac{\omega_c}{1 + \frac{0{,}0001 \times \omega_c \times 88^2}{5{,}394}} = \frac{4{,}622}{1 + 0{,}609} = 2{,}873 \text{ кв. дм}$$

$$\omega'_f = \frac{4{,}24}{1 + \frac{0{,}0001 \times 4{,}24 \times 115^2}{3{,}46} + 4{,}24\, f \frac{z}{J}} =$$

$$= \frac{4{,}24}{1 + \frac{0{,}0001 \times 4{,}24 \times 115^2}{3{,}46} + 0{,}363} = \frac{4{,}24}{1 + 1{,}613 + 0{,}363} = 1{,}425 \text{ кв. д.};$$

$$N_n = Q \frac{\frac{1}{\omega'_f \cdot 0{,}687} + \frac{2 \cdot 0{,}472}{\omega'_c} + \frac{0{,}557}{\omega'_a}}{\frac{1}{\omega'_f} + \frac{1}{\omega_f} + \left(\frac{1}{\omega'_a} + \frac{1}{\omega_a}\right) 0{,}382 + \frac{2 \cdot 2 \cdot 0{,}324}{\omega'_c}} =$$

$$= Q \frac{1{,}021 + 0{,}329 + 0{,}015}{0{,}236 + 0{,}702 + 0{,}021 + 0{,}451} = 0{,}968\ Q;$$

$$N_n \cdot Cos\,\alpha = 0{,}968 \times 0{,}687 \cdot Q = 0{,}665 \cdot Q;$$

Слѣдовательно:

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}335\ Q;\ T_n = \frac{0{,}335 \times 835}{0{,}687} = 407{,}1 \text{ пуд.}$$

$$E = \frac{4154}{\frac{172^2}{\omega'_f} \cdot \frac{\omega'_a}{125^2} + 0{,}726 + \frac{132^2}{4{,}62} \cdot \frac{\omega'_a}{125^2} \times 0{,}687} =$$

$$= \frac{4154}{48{,}41 + 0{,}726 + 6{,}043} = \frac{4154}{55{,}18} = 75{,}27 \text{ пуд.}$$

$$R = \left(T_n + E\right)\left(\frac{1}{\omega_f} + f' \frac{z}{J} + f \frac{z}{J}\right) + \frac{ql^2}{12} \cdot \frac{z}{J} =$$

$$= 482{,}37\ (0{,}236 + 0{,}380 + 0{,}086) + \frac{0{,}0326 \times 172^2}{12} \times 0{,}614$$

$$= 482{,}37 \times 0{,}702 + 56 = 338{,}6 + 56 = 394{,}6\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

Допускается только $R = 338\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$

Слѣдовательно сѣченіе неудовлетворительно.

Составляемъ діагональ изъ 2 Γ ($3 \times 4 \times {}^3/_8$).

$$\omega_f = 4{,}996;\ J = 7{,}856;\ q = 0{,}0384;$$

$$\frac{z}{J} = \frac{4 - 1{,}266}{7{,}856} = 0{,}348;$$

$$f = \frac{5}{384} \times \frac{0{,}0384 \times 172^2}{780000 \cdot 7{,}856} = 0{,}071 \text{ дм.}$$

$$\omega'_f = \frac{4{,}996}{1 + \frac{0{,}0001 \times 4{,}996 \times 115^2}{7{,}856} + 4{,}996 \times 0{,}071 \times 0{,}348} =$$

$$= \frac{4{,}996}{1 + 0{,}841 + 0{,}124} = 2{,}542 \text{ кв. дм.}$$

$$N_n = Q\,\frac{\frac{1}{2{,}542 \times 0{,}687} + 0{,}329 + 0{,}015}{\frac{1}{4{,}996} + \frac{1}{2{,}542} + 0{,}021 + 0{,}451} =$$

$$= Q\,\frac{0{,}573 + 0{,}329 + 0{,}015}{0{,}20 + 0{,}393 + 0{,}021 + 0{,}451} = 0{,}861\ Q;$$

$$N_n Cos\,\alpha = 0{,}687 \times 0{,}861\ .\ Q = 0{,}592\ Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n Cos\,\alpha = 0{,}408\ Q;\ T_n = \frac{0{,}408 \times 835}{0{,}687} = 495{,}9,$$

$$E = \frac{4154}{\frac{172^2}{\omega'_f} \cdot \frac{\omega'_a}{125^2} + 0{,}726 + \frac{132^2}{4{,}62} \times \frac{\omega'_a}{125^2} \cdot 0{,}687} =$$

$$= \frac{4154}{27{,}13 + 0{,}726 + 6{,}043} = \frac{4154}{33{,}9} = 122{,}5 \text{ пуд.};$$

$$R = \left(T_n + E\right)\left(\frac{1}{\omega_f} + \frac{kl'^2}{J} + f \cdot \frac{z}{J}\right) + \frac{ql^2}{12} \cdot \frac{z}{J} =$$

$$= 618{,}4 \left(0{,}20 + \frac{0{,}0001 \times 115^2}{7{,}856} + 0{,}071 \times 0{,}348\right) +$$

$$+ \frac{0{,}0384 \times 172^2}{12} \times 0{,}348 = 618{,}4 \ (0{,}20 + 0{,}168 + 0{,}025) + 32{,}94 =$$

$$= 243{,}0 + 32{,}94 = 275{,}94 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

вмѣсто допускаемаго $R = 338 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$

Такимъ образомъ вѣроятно было бы достаточно 2$\llcorner$ $(3 \times 3^1/_2 \times {}^3/_8)$.

2-я панель. $\llcorner$ $(3 \times 3^1/_2 \times {}^3/_8)$.

$$\omega'_a = \frac{53{,}95}{1 + \frac{0{,}0001 \times 53{,}95 \times 84^2}{2768}} = \frac{53{,}95}{1 + 0{,}0135} = 52{,}16 \text{ кв. дм.}$$

$$\omega'_c = \frac{3{,}576}{1 + \frac{0{,}0001 \times 3{,}576 \times 88^2}{2{,}90}} = \frac{3{,}576}{1 + 0{,}927} = 1{,}855 \text{ кв. дм.}$$

$$\omega'_f = \frac{2{,}311}{1 + 1{,}126 + 0{,}202} = 0{,}993 \text{ кв. дм.};$$

$$N_n = Q \, \frac{1{,}456 + 0{,}509 + 0{,}01}{0{,}433 + 1{,}000 + 0{,}015 + 0{,}7} = Q \cdot \frac{1{,}975}{2{,}148} = 0{,}92 \, Q;$$

$$N_n Cos\, \alpha = 0{,}92 \times 0{,}687 \, Q = 0{,}636 \, Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n Cos\, \alpha = 0{,}364 \, Q; \ T_n = \frac{0{,}364 \times 478}{0{,}687} = 253 \text{ пуд.}$$

$$E = \frac{14{,}241}{98{,}77 + 0{,}687 + 23{,}73} = 115{,}6.$$

$$R = (253 + 115{,}6) \ (0{,}433 + 0{,}483 + 0{,}087) + 40{,}12 = 409{,}82 \ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}}$$

сѣченіе недостаточное.

Увеличиваемъ сѣченіе діагонали до $\llcorner$ $(3 \times 4 \times {}^3/_8)$

$$\omega_f = 2{,}498; \ J = 3{,}928; \ q = 0{,}02 \text{ пуд.}$$

$$\frac{z}{J} = \frac{4 - 1{,}266}{3{,}928} = 0{,}7; \ f = \frac{6}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ} = 0{,}074 \text{ д.}$$

$$\omega'_f = \frac{2{,}498}{1 + \frac{0{,}0001 \times 2{,}498 \times 115^2}{3{,}928} + 0{,}074 \times 0{,}7 \times 2{,}498} = 1{,}25 \text{ д.}$$

$$N_n = Q\frac{1{,}165 + 0{,}509 + 0{,}01}{0{,}4 + 0{,}80 + 0{,}015 + 0{,}7} = \frac{1{,}684}{1{,}915} \cdot Q = 0{,}88\, Q;$$

$$N_n\ Cos\,\alpha = 0{,}88 \times 0{,}687.\ Q = 0{,}604\ Q.$$

Слѣдовательно:

$$T_n\ Cos\,\alpha = 0{,}396\ Q;\ T_n = \frac{0{,}396 \times 478}{0{,}687} = 276 \text{ пуд.}$$

$$E = \frac{14241}{75{,}16 + 0{,}687 + 23{,}73} = \frac{14241}{99{,}58} = 143 \text{ пуд.}$$

$$R = (276 + 143)\ (0{,}4 + 0{,}300 + 0{,}074 \times 0{,}7) +$$

$$+ \frac{0{,}02 \times 172^2}{12} \times 0{,}4 = 315 + 34{,}5 = 349{,}5\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$$

вмѣсто допускаемыхъ $R = 338$ пуд.; разница невелика.

Уголокъ $3 \times 4^1/_2 \times {}^3/_8$ или даже $3^1/_2 \times 4 \times \frac{3}{8}$ удовлетворили бы требованiямъ.

3-я панель. Если уголокъ сѣченiя $3 \times 2 \times {}^5/_{16}$, обращеный малой вертикальной полкой вверхъ, давалъ $R = 310{,}82\ \frac{\text{пуд.}}{\text{дм.}^2}$ въ предположенiи балки съ закрѣпленными концами, т. е., когда $l' = \frac{l}{2}$, то, очевидно, уголокъ $3 \times 3 \times {}^3/_8$, наименьшiй изъ допускаемыхъ уголковъ для связей, удовлетворяетъ требованiямъ при $l' = {}^2/_3 l$. Согласно предыдущему примѣру проектированное сѣченiе дiагоналей: $2 \llcorner (3 \times 3 \times {}^3/_8) = 4{,}24$ и $\llcorner\ 3^1/_2 \times 3 \times {}^3/_8 = 2{,}311$ оказалось необходимымъ увеличить до $2 \llcorner (3 \times 4 \times {}^3/_8) = 4{,}996$ brutto или вѣроятно до $2 \llcorner (3 \times 3½ \times {}^3/_8) = 4{,}622$ и $\llcorner\ 4 \times 3 \times {}^3/_8 = 2{,}498$ brutto, между тѣмъ какъ требуемыя площади на растяженiе составляли бы: $\frac{835}{0{,}687 \times 338} = 3{,}6$ кв. дм. въ первомъ случаѣ и $\frac{478}{0{,}687 \times 338} = 2{,}058$ кв. дм. во второмъ случаѣ, т. е. въ первомъ случаѣ увеличенiе составляетъ: $4{,}622 - 3{,}6 = 1{,}022$ кв. дм. или $\frac{1{,}022 \times 100}{3{,}6} = 28{,}4\%$ во второмъ случаѣ: $2{,}498 - 2{,}058 = 0{,}44$ или $\frac{0{,}440 \times 100}{2{,}058} = 21{,}4\%$.

Въ виду сего казалось бы возможнымъ предоставить по желанiю вмѣсто производства продолжительнаго разсчета ограничиться увеличенiемъ разсчетныхъ площадей сѣченiй на 33%, выбирая уголки съ широкой вертикальной полкой. Дѣйствительное же увеличенiе вѣса составитъ значительно менѣе 33%, такъ какъ по конструктивнымъ соображенiямъ дѣйствительныя сѣченiя и по нынѣ суще-

ствующему способу разсчета всегда превосходятъ разсчетныя сѣченія. Такъ въ предыдущемъ примѣрѣ дѣйствительныя увеличенія вѣса составили бы:
въ первомъ случаѣ: $4,622 - 4,24 = 0,382$ кв. дм.

или

$$\frac{0,382 \times 100}{4,24} = 9\%,$$

а во второмъ случаѣ: $2,498 - 2,311 = 0,187$ кв. дм.

или:

$$\frac{0,187 \times 100}{2,311} = 8\%.$$

Заключеніе: На основаніи вышеизложеннаго полагалъ бы:

1) Сохранить безъ измѣненія нынѣ существующій способъ опредѣленія сѣченій горизонтальныхъ связей съ тѣмъ, чтобы сѣченіе составлялось изъ уголковъ съ возможно широкой вертикальной полкой, причемъ наименьшее сѣченіе діагоналей назначить въ: $\llcorner\ 3 \times 3 \times {}^3/_8$ д.

2) Опредѣленное такимъ образомъ сѣченіе провѣрять по формулѣ:

$$R = \left(T_n + E\right)\left(\frac{1}{\omega_f} + f'\frac{z}{J_f} + f\frac{z}{J}\right) + \frac{ql^2}{12}\cdot\frac{z}{J},$$

причемъ R не должно быть болѣе:

$$R\frac{kil}{m/m^2} = 6,75 + 0,04\, l\,\mathrm{mtr}.$$

Въ приведенной формулѣ:

T_n = сжимающее усиліе въ діагонали, вызванное перерѣзывающимъ усиліемъ Q;

E — сжимающее усиліе въ діагонали, вызванное сжимающимъ усиліемъ P въ поясѣ;

ω_f — площадь сѣченія діагонали;

$$f'\frac{z}{J_f} = \frac{kl'^2}{J_f},$$

гдѣ $k = 0,0001$ по Шварцу, $k = 0,00008$ по Шюблеру; $l' = {}^2/_3\ l_f$ — двѣ трети полной длины раскоса; J_f моментъ инерціи сѣченія раскоса относительно горизонтальной оси, проходящей черезъ центръ тяжести;

f — стрѣла прогиба отъ собственнаго вѣса;

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ};$$

q — собственный вѣсъ на погонную единицу;

$\frac{z}{J}$ — наибольшее значеніе обратной величины момента сопротивленія сѣченія.

При опредѣленіи T_n и E пользоваться слѣдующимъ пріемомъ:

Если:

ω_a, J_a и n — площадь пояса, моментъ инерціи и полная длина панели,

ω_c, J_e и γ — тоже въ отношеніи распорки,

ω_f, J_f и l — тоже въ отношеніи діагонали,

$\omega'_a = \dfrac{\omega_a}{1+\dfrac{k\omega_a\, n'^2}{J_a}}$ — приведенная площадь сжатаго пояса, причемъ

$$n' = {}^2/_3\, n,$$

$\omega'_c = \dfrac{\omega_c}{1+\dfrac{k\omega_c\, \lambda'^2}{J_c}}$ — приведенная площадь сжатой распорки, причемъ

$$\lambda' = {}^2/_3\, \lambda,$$

$\omega'_f = \dfrac{\omega_f}{1+\dfrac{k\omega_f\, l'^2}{J_f}+\omega_f \cdot f\dfrac{z}{J}}$ — приведенная площадь сжатой діагонали

$l' = {}^2/_3\, l$; f стрѣла прогиба отъ собств. вѣса;

Q — полное перерѣзывающее усиліе,

то усиліе въ діагонали, подвергающейся растяженію:

$$N_n = Q\,\frac{\dfrac{1}{\omega'_f\, Cos\alpha}+\dfrac{2}{\omega'_e}\,Cos^2\alpha+\dfrac{tg\,\alpha\,.\,Sin^3\alpha}{\omega'_a}}{\dfrac{1}{\omega_f}+\dfrac{1}{\omega'_f}+\left(\dfrac{1}{\omega_a}+\dfrac{1}{\omega'_a}\right)Sin^3\alpha+\dfrac{2\quad 2Cos^3\alpha}{\omega'_c}} = a\,Q.$$

Доля перерѣзывающаго усилія, принятая діагональю, подвергающейся растяженію:

$$N_n\,Cos\alpha = a.\;Cos\alpha \cdot Q = b \cdot Q.$$

Доля перерѣзывающаго усилія, принятая сжатой діагональю:

$$T_n\,Cos\alpha\;(1-b)\,Q;$$

усиліе въ ней:

$$T_n = \frac{(1-b)\,Q}{Cos\alpha}.$$

Далѣе для первой панели:

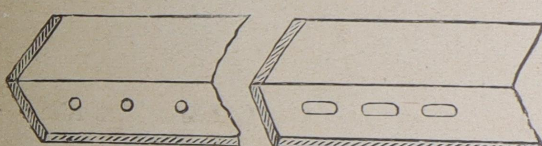
$$E = \frac{P}{\frac{l^2}{\omega'_f} \cdot \frac{\omega'_a}{n^2} + Sin\alpha + \frac{\lambda^2}{\omega_c} \cdot \frac{\omega'_a}{n^2} Cos\alpha},$$

Для промежуточныхъ панелей:

$$E = \frac{P}{\frac{l^2}{\omega'_f} \cdot \frac{\omega'_a}{n^2} + Sin\alpha + \frac{2\lambda^2}{\omega_c} \cdot \frac{\omega'_a}{n^2} Cos\alpha},$$

3) Взамѣнъ провѣрки сѣченія согласно п. 2 предоставить, по желанію, ограничиться увеличеніемъ теоретической площади сѣченія діагоналей на 33%, опредѣленной общепринятымъ путемъ, съ соблюденіемъ указаннаго въ п. 1 правила подбора сѣченія уголка.

4) Если не желательно, чтобы діагонали принимали на себя сжимающее усиліе отъ усилія въ поясѣ и отъ дѣйствія вѣтра, тогда остается принять тѣ же мѣры, какъ и для обезпеченія продольныхъ



Фиг. 16.

Фиг. 17.

балокъ отъ передачи имъ отъ поясовъ сжимающихъ или растягивающихъ усилій. А именно, въ одномъ изъ концовъ діагонали надлежитъ сдѣлать овальныя отверстія, фиг. 16 и 17, вытянутыя внутрь, при такихъ условіяхъ діагональ можетъ принять только одно растягивающее усиліе.

Въ § 1 было упомянуто, что извѣстными мѣрами можно ослабить или исключить вліяніе внѣцентреннаго направленія сжимающей силы въ діагоналяхъ, составленныхъ изъ уголковъ, или наконецъ использовать его. Это вліяніе въ смыслѣ увеличенія напряженія всегда будетъ имѣть мѣсто, если діагональ одиночная или парная приклепана такъ, что вертикальная полка обращена внизъ: если вертикальная полка обращена вверхъ, то внѣцентренность, въ извѣстныхъ случаяхъ, можетъ быть полезной въ виду уменьшенія напряженія отъ собственнаго вѣса, но при этомъ полезно стыкъ одного изъ перерѣзанныхъ при пересѣченіи уголковъ перекрыть не только планкой, но и тавромъ, сдѣлавъ въ таврѣ вырѣзъ для пропуска вертикальной полки встрѣчной діагонали *). Для исключенія

*) См. Häseler. Der Brückenbau. § 104, стр. 504.

вліянія внѣцентренности слѣдуетъ каждую діагональ составить изъ двухъ или четырехъ уголковъ, обжимающихъ фасонную планку съ обѣихъ сторонъ, и перекрыть стыки какъ сказано выше. Во избѣжаніе перерѣзыванія уголковъ одной изъ встрѣчныхъ діагоналей, полезно придавать діагоналямъ рыбообразное очертаніе, что выгодно еще и въ другомъ отношеніи, такъ какъ попутно достигается уменьшеніе напряженія отъ собственнаго вѣса.

Инженеръ **Николаи**.

(Извлечено изъ „Журнала Министерства Путей Сообщенія“, кн. III и IV 1906 г.).

Печатано по распоряженію Канцеляріи Министра Путей Сообщенія.

Тип. М. П. С. (Т-ва И. Н. Кушнеревъ и К°), Фонтанка, 117.