

3 Тихомиров, В. Н. Рассказы о максимумах и минимумах / В. Н. Тихомиров. – М. : Наука, 1986. – 192 с.

4 Харитонов, В. В. Математические методы решения физических задач / В. В. Харитонов [и др.] ; под ред. В. В. Харитонova. – Минск : Выш. шк., 1991. – 256 с.

5 Черный, Г. Г. Газовая динамика / Г. Г. Черный. – М. : Наука, 1988. – 424 с.

УДК 371.388:512.643

ПРОВЕДЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ «МАТРИЦЫ. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ» В ФОРМАТЕ ИГРОВОГО ЗАНЯТИЯ

О. В. КОРЧИНСКАЯ, Н. В. ЩУКИНА, И. П. ИВАНОВА

*Омский государственный аграрный университет им. П. А. Столыпина,
Российская Федерация*

Современные тенденции развития высшего образования предполагают дальнейшее внедрение в учебный процесс интерактивных методов обучения. Интерактивное обучение – это специальная форма организации познавательной деятельности. Оно ориентировано на более широкое взаимодействие обучающихся не только с преподавателем, но и друг с другом. При интерактивном обучении образовательный процесс строится так, что вовлеченными в него оказываются все обучающиеся. Каждому студенту предоставляется возможность высказываться по поводу того, что он знает и думает.

В интерактивной форме могут проходить как лекции (проблемная лекция, лекция с запланированными ошибками, лекция вдвоем, лекция «пресс-конференция», так и практические занятия («мозговой штурм»), метод анализа конкретных ситуаций, учебные дискуссии, программированное обучение, компьютерные ситуации, психологические тренинги, групповые обсуждения, метод «кейс-стади», деловая, ролевая, организационно-деятельностная игры) и др. [2, 3, 8, 11].

На сегодняшний день среди методов интерактивного обучения деловая игра занимает ведущее место. Важно отметить, что для проведения деловой игры требуется более двух академических часов в день, которые отводятся одной дисциплине в графике учебного расписания, что не позволяет реализовать её в полном объеме. Обратимся к игровой форме проведения занятия, определяемой как игровое упражнение [3]. Игровая форма рассчитана на стандартную продолжительность вузовского занятия, ей присущи элементы деловой игры: коллективный поиск правильного решения, азарт, соперничество, увлекательная форма. Всё вышеперечисленное позволяет активизировать деятельность обучающихся. Следует учесть, что игровая составляющая

не должна доминировать и препятствовать общему и профессиональному развитию личности будущего выпускника.

К изучению дисциплины «Высшая математика» обучающиеся приступают в первом семестре. Перед преподавателем стоят задачи: сформировать навык самостоятельно управлять своей деятельностью в рамках обучения в вузе; научить первокурсника конспектированию лекций; овладеть умением выделять главное, пользоваться литературой, организовать свою учебную, научную и иные сферы деятельности в вузе. Определенную помощь в обучении первокурсникам оказывают игровые методы на занятиях по высшей математике.

Практическое занятие по теме «Матрицы. Определители» можно провести в формате игрового занятия.

Группа обучающихся делится на команды. В зависимости от количества студентов в учебной группе она делится на три-четыре команды.

Игровое занятие состоит из пяти этапов [9].

Первый этап. *Организационный. (10 мин)*

Участников знакомят с тематикой, целями, задачами, основными правилами игрового занятия. Представляют жюри. Группа делится на команды.

Второй этап. *Реши задачу. (30 мин)*

Данный этап предполагает индивидуальную работу. Каждому обучающемуся выдаются карточки с заданиями. Условия заданий и сами задания у всех одинаковые. После формулировки задачи к каждой из них прилагается несколько ответов, среди которых правильный только один. Задание считается выполненным в том случае, если представлено развернутое решение данного задания и выбран правильный ответ. Приведем пример задания, которое получают обучающиеся.

1. Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ равен: 1) -1 ; 2) 23 ; 3) -11 ; 4) 59 ; 5) -41 .

Правильный ответ: 3) -11 .

2. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ равен: 1) -37 ; 2) 73 ; 3) -14 ; 4) 77 ; 5) 7 .

Правильный ответ: 5) 7 .

3. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ укажите транспонированную матрицу A^T .

$$1) A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad 2) A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}; \quad 3) A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix};$$

$$4) A^T = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad 5) A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Правильный ответ: 2) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$

4. Укажите матрицы, где возможно выполнить умножение, поясните ответ.

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Правильный ответ: 4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, поскольку коли-

чество столбцов матрицы A (2) равно количеству строк матрицы B (2).

5. Выполните умножение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} -5 & 12 \\ -8 & 19 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 1 & -9 \\ -4 & 25 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -8 & 10 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} -5 & 16 \\ -8 & 19 \end{pmatrix}$;

5) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -10 & 10 \end{pmatrix}$.

Правильный ответ: 1) $\begin{pmatrix} -5 & 12 \\ -8 & 19 \end{pmatrix}$.

6. Выполните умножение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 6 & 3 & 9 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$; 4) (13); 5) (6 1 6).

Правильный ответ: 2) $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

7. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ равен: 1) 160; 2) 60; 3) 0; 4) 100; 5) 208.

Правильный ответ: 1) 160.

Работы сдаются на проверку жюри. Правильно выполненное задание оценивается 1 баллом. Каждый участник может принести в копилку своей команды 7 баллов. Полученные решения и ответы проверяются комментированием с места; если вопросы остались, решение непонятных моментов выносятся на доску.

Третий этап. *Найди ошибку. (30 мин)*

Каждой команде предлагаются карточки с решениями заданий, в которых допущены «ошибки», нарушена логическая цепочка рассуждений, арифметические «ошибки», «ошибки» на применение свойств определителей, «ошибки» на правила действия над матрицами. Задача команд – исправить все «ошибки», записать правильное решение и найти верный ответ. Работы сдаются на проверку жюри. Каждое правильно выполненное задание оценивается следующим образом: задание 1 и задание 2 – по 1 баллу, задание 3 – 2 балла, задание 4 – 4 балла. Максимальное число баллов, которое может получить команда, – 8 баллов.

Приведем примеры заданий

Задание 1. «Ошибка» в определении понятия: алгебраическое дополнение элемента.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -7 - 16 - 6 = -29.$$

Решение:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -7 + 16 - 6 = 3.$$

Задание 2. «Ошибка» в действиях над матрицами.

Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-2) & 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \\ -2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) & -2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. «Ошибка» в применении теоремы Лапласа.

Запишите в символьном виде разложение определителя по элементам 3-го столбца и найдите «ошибки» в решении.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 9 & 10 & 12 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 8 \\ 9 & 10 & 12 \end{vmatrix} +$$

$$+ 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 9 & 10 & 12 \end{vmatrix} - 11 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 9 & 10 & 12 \end{vmatrix}$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 9 & 10 & 12 \end{vmatrix} - 6 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 8 \\ 9 & 10 & 12 \end{vmatrix} +$$

$$+ 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 9 & 10 & 12 \end{vmatrix} - 8 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \end{vmatrix}$$

Решение:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{vmatrix} = a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33} + a_{43}A_{43}$$

$$\text{а) } \Delta = a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33} + a_{43}A_{34}.$$

Неверно найден минор M_{43} элемента a_{43} , вместо него найден минор M_{43} элемента a_{34} .

$$\text{б) } \Delta = a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33} + a_{43}A_{34}.$$

Неверно найдены элементы для разложения по элементам 3-й строки, а не 3-го столбца.

Задание 4. «Незнание» понятийного аппарата.

Найдите значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Сравните ответы: предложенный и полученный вами, найдите ошибку, дайте пояснение.

Ответ: $\begin{pmatrix} 24 & 31 \\ 44 & 63 \end{pmatrix}$.

Решение: $f(A) = 3A^2 - 2A + 5E$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $A^2 = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$,

$$3A^2 = \begin{pmatrix} 21 & 30 \\ 45 & 66 \end{pmatrix}, \quad 2A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}, \quad 5E = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad f(A) = \begin{pmatrix} 24 & 26 \\ 39 & 63 \end{pmatrix}.$$

«Незнание» понятия единичная матрица второго порядка $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

В ответе приведено неправильное решение с «единичной» матрицей

$$\text{«} E' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{» } [1, 5, 6, 7, 10].$$

Команды студентов обмениваются выполненными работами и осуществляют взаимопроверку одинаковых заданий, решение заданий выносятся на доску с поэтапным объяснением хода решения. После взаимопроверки работы сдаются на проверку жюри.

Четвертый этап. *Профильная математика. (10 мин)*

Ответьте на вопрос: в каких сферах профессиональной деятельности Вы сталкиваетесь с математикой (привести по одному примеру).

Представитель каждой команды приводит пример. Максимальная оценка этого задания – 3 балла.

Приведем пример ответа одной из команд.

При оценке эффективности коров по обильномолочности учитываются одновременно два показателя: удой, кг, и массовая доля молочного жира, %.

Рассмотрим пример расчета:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 12 \\ 3,6 & 3,4 & 3,3 \\ 3,0 & 3,2 & 3,1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 10 \\ 3,8 & 3,8 & 3,6 \\ 3,4 & 3,5 & 3,6 \end{pmatrix}$$

В матрице A и B – первая строка – показатели надоя на определенную дату месяца, вторая строка – содержание жира в молоке в процентах, третья строка – содержание белка в молоке в процентах.

Вычислим количество молока с базисной жирностью (3,4 %). От первой коровы получено 37,23 кг молока, от второй коровы – 28,4 кг молока с жирностью 3,4 %. Количество молока с определенной базисной жирностью вы-

числяется по формуле: $M_6 = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \cdot Ж_i}{Ж_6}$, где M_6 – количество молока ба-

зисной жирности, кг; M_i – количество молока фактической жирности, кг; $Ж_i$ – фактическая жирность молока, %; $Ж_6$ – базисная жирность молока, %.

Получаем, что эффективнее корова № 1. Данный способ оценки животных не учитывает третий показатель качества молока – массовую долю молочного белка, который также важен при производстве коровьего молока. Таким образом, для оценки эффективности коров по количественным и качественным характеристикам молока предлагаем рассчитать КРІ, формула расчета которого основана на построении математической матрицы.

Определитель матрицы A равен 7,26, а определитель матрицы B равен 0,92. Получаем, что эффективнее корова № 2.

Индекс КРІ – значение определителя может рассматриваться как индекс эффективности животного по количественным и качественным характеристикам молока.

Пятый этап. *Рефлексия. (10 мин)*

Жюри подводит итоги. Отмечаются сильные стороны проведения занятия. Оглашаются результаты игрового занятия. Соревновательный характер деятельности игровых групп обеспечивается, прежде всего, введением поэтапной балльной оценки принимаемых решений по нарастающему итогу. Оценка игровой группы должна учитывать коллегиальную деятельность всех ее участников в выработке решений. Кроме того, должен учитываться личный вклад каждого участника в достижении общей цели, общего результата деятельности игровой группы.

Важно отметить, что при проектировании игрового занятия авторами сделан акцент на групповую форму работы, поскольку данная интерактивная форма работы способствует формированию коммуникативных навыков, навыков критического мышления, решения проблем, отработки различных вариантов поведения в проблемных ситуациях.

Список литературы

1 *Березина, Н. А.* Математика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н. А. Березина, Е. Л. Максина. – М. : ИНФРА-М, 2013. – 175 с. – Текст : электронный.

2 Business Games as a Teaching Strategy for Delivering a Practice-Oriented Course in Mathematics at Agricultural University / O. Korchinskaya [et al.] // Proceedings of the International Scientific Conference The Fifth Technological Order: Prospects for the Development and Modernization of the Russian Agro-Industrial Sector (TFTS 2019) (ISSN 2352-5398). – P. 355–361.

3 *Васина, Н. В.* Деловые игры и игровые упражнения в учебном процессе : учеб.-метод. пособие / Н. В. Васина, О. А. Мищенко. – 2-е изд., пер. и доп. – Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2016. – ISBN 978-5-7389-00000.

4 *Курбасова, В. А.* Деловая игра «Биржа знаний» / В. А. Курбасова // Математика в школе. – 1994. – № 1. – С. 70–72.

5 Линейная алгебра : учеб. пособ. для студентов вузов сельскохозяйственных, инженерно-технических и экономических направлений / Р. В. Крон [и др.]. – М., 2015.

6 *Назаров, А. И.* Курс математики для нематематических специальностей и направлений бакалавриата : учеб. пособие для студентов вузов / А. И. Назаров, И. А. Назаров. – 3-е изд., испр. – СПб.–М.–Краснодар : Лань, 2011. – 576 с.

7 *Шипачев, В. С.* Высшая математика : учеб. [Электронный ресурс] / В. С. Шипачев. – М. : НИЦ ИНФРА-М, 2021. – 479 с. – Текст : электронный.

8 *Щукина Н. В.* Деловая игра как составляющая профориентационной работы в вузе / Н. В. Щукина, О. В. Корчинская // Инновационные технологии в АПК как фактор развития науки в современных условиях : сб. VI Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 90-летию со дня рождения д-ра техн. наук, проф. С. А. Корниловича (9 декабря 1931 г. – 25 октября 2020 г.). – Омск : Омский государственный аграрный университет им. П. А. Столыпина, 2021. – С. 602–605.

9 *Щукина, Н. В.* Методика проведения практического занятия по теме «Линейная алгебра. Определители» / Н. В. Щукина, О. В. Корчинская // Инновационные технологии в АПК как фактор развития науки в современных условиях : сб. VIII Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 100-летию со дня рождения Н. А. Циринского, доцента, канд. техн. наук, зав. кафедрой начертательной геометрии Омского СХИ (с 1962 по 1989 гг.). – Омск, 2022. – С. 827–833.

11 *Щукина, Н. В.* Линейная алгебра : практикум / Н. В. Щукина. – Омск : Изд-во ФГБОУ ВО Омский ГАУ, 2016. – 72 с.

12 *Щукина, Н. В.* Элементы научно-исследовательской деятельности студентов при изложении лекционного материала / Н. В. Щукина, П. В. Кийко // Научное и техническое обеспечение АПК состояние и перспективы развития : материалы Междунар. науч.-практ. конф. посвящ. 100-летию ФГБОУ ВО Омский ГАУ, 19.04.18. – С. 223–228.