который читался в рамках программы по математике в техникуме, дать по возможности строгое обоснование теоретических вопросов. Из элементов линейной алгебры рассматриваются матрицы, действия с ними, определители, системы линейных алгебраических уравнений. Из понятий математического анализа самым главным, по нашему мнению, было и остается понятия функции и ее предела, так как освоение понятий непрерывности, производной и интеграла заключается именно в этом. Также отрабатываются умения нахождения производных функций.

В конце прохождения курса «Элементы линейной алгебры и математического анализа» слушатели проходят тестирование, которое состоит из 20 теоретических и практических вопросов.

В 2022/23 учебном году укомплектованы группы студентов, прошедших курсы, по ускоренной программе по специальностям: эксплуатация железных дорог, подвижной состав железных дорог, строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей и системы обеспечения движения поездов. Преподаватели кафедры высшей математики, ведущие занятия в этих группах, отметили более высокую подготовку слушателей курса в сравнении с другими студентами.

Таким образом, проведение данных курсов является не только полезно, но и необходимо, так как позволяет студентам успешно осваивать математические дисциплины при последующем обучении.

Список литературы

1 *Кириченко, С. В.* Специфика дистанционного процесса усвоения знаний / С. В. Кириченко // Наука и образование транспорту. – 2020. – № 2. – С. 169–170.

2 *Кириченко, С. В.* Контроль знаний по математике в электронных тестовых системах / С. В. Кириченко // Наука и образование транспорту. – 2021. – № 2. – С. 309–310.

УДК 378.147:51

АКТУАЛИЗАЦИЯ СОДЕРЖАНИЯ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ В НЕПРЕРЫВНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Л. И. МАЙСЕНЯ, И. Ю. МАЦКЕВИЧ
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск, Республика Беларусь

Специфика непрерывного профессионального образования специалистов с технической квалификацией в системе «колледж – университет» порождает ряд исследовательских проблем в области методики обучения математике.

Одной из причин неудовлетворительной работы средней и высшей школы является отсутствие целостного системного подхода к реализации преемственности в процессе обучения, что, в частности, констатировал А. П. Сманцер [1]. Принимая его аргументацию, соглашаемся, что содержательно-деятельностный компонент в обучении математике обеспечивает преемственность в математическом образовании учащихся и студентов. Прежде всего это касается формируемых знаний и умений их применения.

В педагогических исследованиях выделяются содержательная и операциональная стороны знания. *Содержательная* сторона знаний – это существенные признаки изучаемых объектов и процессов, *операциональная* – приемы, методы познания, способы добывания новых знаний и их применение на практике. Только овладение обоими компонентами знаний обеспечивает способность к самостоятельной мыслительной деятельности. Вместе с этим подчеркивается, что большой фонд знаний еще не дает оснований для вывода о высоком умственном развитии обучающегося, так как об уровне умственного развития судят по возможности оперировать знаниями и применять их на практике.

Недостаток сформированных действенных знаний у студентов является главным препятствием для усвоения нового материала. В условиях выраженной логизации учебного материала в содержании математических дисциплин познание новой теории – это всегда взаимосвязь с предшествующими знаниями. Поэтому совершенствование математического образования студентов технических университетов (бывших выпускников колледжей) напрямую зависит от сформированных знаний и умений обучающихся на предыдущем этапе. Необходимо учитывать психологический фактор к изучению математики, который оказывает значительное влияние на развитие способностей к обучению в университете. Поскольку по своей структуре математические компетенции делятся на знаниевый, деятельностный и ценностно-мотивационный комплексы, в процессе образования в колледже они должны формироваться в совокупности. Ведущим средством обучения математике для формирования данного комплекса является используемый учебник или учебное пособие.

Педагогическая работа авторов этой статьи связана с обучением математическим дисциплинам студентов, каждый из которых закончил колледж и получил квалификацию техник-программист. В Институте информационных технологий БГУИР они продолжают профессиональное обучение для получения квалификации инженера-программиста. Наше методическое исследование касается актуализации содержания средств обучения в условиях непрерывного математического образования. Именно в используемых учебных пособиях проектируется математическое содержание для формирования у обучающихся необходимых знаний, действий с ними, а также для формирования ценностного представления об успешном математическом образовании. В исследовании предполагается разработка учебного пособия для системы среднего специального образования и учебного пособия для высшего профессионального образования. Их основанием является единый подход – следование теории поэтапного формирования умственной деятельности обучающихся.

Авторы теории поэтапного формирования умственной деятельности (П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина и др.) показали, что внутренняя и внешняя деятельность человека имеет общность, что усвоение знаний, формирование умений происходит в процессе поэтапного перехода внешней «материальной» деятельности, во внутренний умственный план. Вместе с этим для умственной деятельности учащихся и студентов свойственны две зоны: уровень актуального развития; зона ближайшего развития (Л. С. Выготский).

Уровень актуального развития характеризует завершенные циклы в развитии обучающегося и проявляется в решении тех математических проблем, которые он способен решать без посторонней помощи. *Зона ближайшего развития* означает, что обучающийся может осуществить решение задач лишь с помощью педагога, консультанта. Для успешности обучения важно в зоне ближайшего развития умело и целенаправленно управлять познавательной деятельностью учащихся и студентов, направлять ее в нужное русло, предоставлять им возможность самостоятельно дорабатывать, совершенствовать свои знания, умения и навыки. Зона ближайшего развития со временем превращается в зону актуального развития. При этом перед обучающимися возникает новая зона ближайшего развития.

В случае поэтапного формирования умственной деятельности обучающихся общедидактический *принцип дифференциации* выступает как обязательный в регулировании содержания обучения математике. Он означает учет индивидуальных особенностей учащихся и студентов, соответствует личностно ориентированному подходу в математическом образовании.

В процессе математического образования неизбежно приходится обучать учащихся и студентов с различной степенью обученности, обучаемости, и различными математическими способностями, в том числе слабых и одаренных. Предпосылками реализации уровневой дифференциации в обучении математике являются также те факторы, что колледж и университет пополняют абитуриенты с различной степенью математической грамотности и различным уровнем мотивации к успешности учения.

Принцип дифференциации является направляющим для *уровневой дифференциации содержания обучения*. В учебном пособии отмечается, что особое место в иерархии уровней обучения занимает так называемый «базовый» (минимальный) уровень. Традиционная методическая система обучения направлена, в первую очередь, на достижение максимально высокого уровня усвоения содержания дисциплины каждым обучающимся независимо от его познавательных способностей и профессиональных планов. На практике же большинство обучающихся по различным причинам лишены возможности достигать высоких результатов, тем более, по всем учебным дисциплинам. При этом базовый уровень рассматривается как общедоступный для всех студентов. Такой подход актуален в условиях непрерывности профессионального образования, при котором студентами становятся выпускники колледжей. При отборе базового содержания курса математики необходимо определиться с уровнем требований к усвоению знаний и умений учащимися и студентами, что входит в целевое поле усвоения конкретной темы. От этого зависят подходы к проверке и оцениванию результатов обучения. В избранном нами подходе базовый уровень теоретических знаний определен в изданном учебном пособии [2] для системы средних специальных учреждений образования в виде теории, представленной в справочном виде по каждой теме. При этом в каждой теме теоретическая информация сопровождается далее решенной совокупностью примеров, задающих ориентировочную основу использования теории при решении практических заданий.

В математическом образовании учащихся и студентов особое внимание должно уделяться обучению решать разноуровневые по сложности задачи. Именно решение задач в движении от простого к сложному является средством изучения и понимания учебного материала. Решение математических задач является эффективным средством развития мышления. Неумение решать задачи создает отрицательное отношение к дисциплине и приводит к потере интереса и неуверенности в собственных силах. В построении дифференцируемого обучения математике учащихся колледжей, а затем студентов технических университетов мы выделяем три уровня предлагаемых заданий: *репродуктивный* (I уровень), *репродуктивно-продуктивный* (II уровень), *продуктивный* (III уровень).

Все предполагаемые задания репродуктивного типа деятельности (I уровень) и определенная часть репродуктивно-продуктивного типа (II уровень) представляют собой базовый уровень заданий и по характеру их решений соответствуют уровню актуального развития умственной деятельности обучающихся. Особое значение для включения учащихся в самостоятельную деятельность имеет использование алгоритмического метода в обучении, что и делается в этих уровнях заданий. В данном случае вырабатываются умения решать лишь типовые, стандартные задачи, но это есть шаг к решению творческих задач. Часть заданий репродуктивно-продуктивного типа (в зависимости от индивидуальных особенностей учащегося и студента) и все задания продуктивного типа (III уровень) относятся к зоне ближайшего развития умственной деятельности обучающихся.

Авторы учебного пособия [2] сочли важным включить в содержание обучения первым разделом «Введение в курс математики». Изучение предлагаемой теории и её практической реализации позволяет преподавателю осуществить пропедевтическую деятельность, ознакомив учащихся с новыми для них тематическими направлениями и понятиями, систематизирующими полученные математические знания и открывающими возможности дальнейшего системного математического образования. Этот раздел включает в себя следующие темы.

1 Высказывания. Типы теорем.

2 Множества и операции над ними. Числовые множества.

3 Понятие комплексного числа, алгебраическая форма записи.

4 Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.

5 Многочлены. Действия над многочленами.

6 Рациональные дроби.

Абсолютно неизвестными для учащихся колледжей являются понятие «высказывание» и логические операции над высказываниями (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность), поэтому учебный материал представлен наглядно (приведены таблицы с теорией), много заданий подробно разобрано, а затем даны задания для решения в аудитории и/или самостоятельно.

Введенные логические операции будут востребованы в дальнейшем, например, на специальности «Программирование» при изучении дискретной математики, а также теории вероятностей и др. На практике множество элементарных логических операций является обязательной частью набора инструкций всех современных микропроцессоров и, соответственно, входит в языки программирования.

Любой преподаватель математики подтвердит, что классификацией теорем не владеет ни один из обучающихся (после средней школы). В связи с этим и предлагается этот теоретический материал. Приведем пример теории, регулирующей, какие типы теорем возможны:

Если теорема сформулирована в виде $A \Rightarrow B,$ то она называется ***признаком*** или ***достаточным условием*** для B (A – достаточное условие выполнимости B), где A, B – некоторые высказывания. Теоремы такого вида называются также ***необходимым условием*** для A (B – необходимое условие выполнимости A).

Теорема типа $B \Rightarrow A$ называется ***обратной*** для теоремы $A \Rightarrow B$ (прямой).

Если теорема имеет вид $A \Leftrightarrow B,$ то она называется ***критерием*** или ***необходимым и достаточным условиями*** (и для B, и для A). Теорема такого типа объединяет прямую и обратную теоремы.

Теорема типа $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ называется ***противоположной к обратной теореме***.

Высказывание $A \Rightarrow B$ истинно тогда и только тогда, когда истинно высказывание $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$. На этом факте основан *метод доказательства теорем от противоположного* (*от противного*).

При рассмотрении множеств и операций над ними (объединение, пересечение, разность дополнение) важно сформировать у учащихся фундаментальные знания, которые могут в последствии (в университете) понадобиться для расширения действий над множествами. В частности, при введении операции декартово произведение множеств.

Введение комплексных чисел является логичным при расширении представлений о множестве чисел. Эта тема расширяет понятие числа в математике. Решение профессионально ориентированных задач с действиями над комплексными числами облегчат изучение, например, функций комплексных переменных, которые применяются, в частности, в электротехнике, теоретической физике, в квантовой механике, при изучении движения спутников, в картографии, аэро- и гидродинамике. К примеру, эффективный метод расчета цепей переменного тока основан на применении комплексных чисел. Данные темы важны для многих специальностей колледжей и университетов.

В качестве предлагаемой в учебном пособии [2] системы заданий различного уровня сложностей представим задания по теме «Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа». Предложенный в учебном пособии базовый уровень теоретической информации позволяет решить все три типа заданий.

Что касается изучения многочленов, авторами приведены формула бинома Ньютона, действия над многочленами (умножение на число, сложение, деление), описаны основные методы разложения многочлена на множители. Для рациональных дробей определены четыре типа простейших дробей и дан алгоритм разложения правильной дроби на простейшие дроби, как с помощью метода неопределенных коэффициентов, так и методом частных значений. Ко всем теоретическим сведениям прилагаются решенные примеры.

Формирование математической компетентности студентов технических университетов возможно в том случае, если они будут усваивать знания не только и не столько как готовые, преподнесенные преподавателем, а как результат собственной деятельности, собственного исследования на основе мотивированного познания. Решению данной проблемы в условиях непрерывного образования и посвящено содержание учебного пособия [2] в обучении математике. Развитие данного методического подхода предполагается в разрабатываемом авторами учебном пособии для студентов технических университетов.

А. М. Новиков [3] выделяет *принцип самоорганизации учебной деятельности обучающихся* (во главу угла в процессе обучения ставится самостоятельная работа; преподаватель ориентирует, направляет, а затем «пропускает вперед», время от времени корректируя движение обучающегося от незнания к знанию). Этот принцип выделен как один из *принципов демократизации* профессионального образования. Содержание разрабатываемых нами учебных пособий ориентируется на данные принципы.

Список литературы

1 *Сманцер, А.П.* Педагогические основы преемственности в обучении школьников и студентов: теория и практика / А. П. Сманцер. – Минск : НИЭИ М-ва экономики Респ. Беларусь, 1995. – 289 с.

2 Математика в примерах и задачах : учеб. пособие / Л. И. Майсеня [и др.] ; под общ. ред. Л. И. Майсени. – Минск : Выш. шк., 2022. – 454 с.

3 *Новиков, А. М.* Принципы демократизации профессионального образования / А. М. Новиков // Педагогика. – 2000. – № 1. – С. 20–27.

УДК 51:373.1

ОБ ИЗУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ШКОЛЬНИКАМИ

Д. Н. СИМОНЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Математику условно принято разделять на элементарную и высшую. При этом традиционно считается, что высшая математика начинает изучаться только в вузе. В лучшем случае какие-то простейшие понятия из высшей математики затрагиваются в 10–11 классах. Например, производная или понятие предела. В статье [1] показано, что необходимость знаний из высшей математики может возникать гораздо раньше. Так, в прошлом году учащимся восьмых классов на областной олимпиаде понадобились понятие определителя матрицы второго порядка и его свойства, а учащиеся девятых классов столкнулись с определителями матрицы третьего порядка. И вопрос здесь не в том, чтобы рассказать восьмиклассникам про матрицы и их определители, а в том, что многие разделы высшей математики вполне доступны учащимся восьмого – девятого классов, но принято их рассматривать только в вузе. Это ограничивает в развитии сильных школьников, из которых могли бы появиться новые Эйлеры, Гауссы, Лобачевские.

Раннее введение новых понятий способствует их более глубокому усвоению и, как следствие, лучшему пониманию материала, построенного на этих понятиях. Хотелось бы отметить в этой связи одну задачу по теории чисел, которая предлагалась для решения в 2009 году на Республиканском турнире юных математиков [2]. В этой задаче вводилось понятие антипростого числа, которое изучалось по аналогии с простыми числами. Натураль-