зование должно в полной мере учитывать существующие реалии и быть направленным на формирование всего комплекса необходимых компетенций, которыми необходимо обладать высококлассному специалисту – выпускнику технического вуза.

УДК 378.147:514.122

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАГЛЯДНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

А. АРТИКБАЕВ, О. У. АНОРОВ
Ташкентский государственный транспортный университет,
Республика Узбекистан

В математике существует два метода мышления: логический и практический. Конечно, логическое мышление является основой математики. Но в разделе геометрии практический аспект более применим, чем логический. Появление декартовой системы координат, порождая аналитическую геометрию, дало возможность бурного развития алгебраического метода в геометрии.

Ещё позже стало принято при изложении кривых второго порядка связывать его с уравнением второго порядка с двумя переменными.

Пользуясь определением кривых второго порядка в декартовой системе координат, получаем его каноническое уравнение в виде уравнения второго порядка. Дальнейшие рассуждения, как правило, основываются на алгебраических свойствах уравнений второго порядка.

При таком изложении темы кривых второго порядка часто не замечаются особые геометрические свойства кривых второго порядка.

Исторически от Евклида до Декарта прошло почти два тысячелетия. Но понятия кривых второго порядка, то есть эллипс, гипербола и парабола, были известны ученым и использовались ими. Разумеется, тогда преимущественно обратили внимание на наглядные и практические свойства изучаемого объекта.

Мы считаем, что при преподавании математики в технических вузах преимуществом должна владеть именно наглядно практическая сторона изучаемого объекта.

В данной статье мы постараемся разъяснить метод использования наглядности и практической возможности при изложении основных понятий кривых второго порядка.

Известно, что существуют различные определения кривых второго порядка, среди которых существует одно всеобъемлющее.

Пусть на плоскости дана прямая l и точка P, не принадлежащая этой прямой.

Рассмотрим произвольную точку M плоскости. Обозначим через r расстояние от точки M до P, а через d – расстояние от точки M до прямой l и положим $\varepsilon = r / d$.

Кривой второго порядка называется геометрическое место точек, для которых $\varepsilon = \text{const}$. Причем когда $0 < \varepsilon < 1$ – эллипс, при $\varepsilon = 1$ – парабола и когда $\varepsilon > 1$ – гипербола.

Такое определение кривых второго порядка дает возможность определять уравнения кривых для всех случаев.

Кроме того, появляется возможность геометрически представить величину ε.

При построении эллипса, воспользуемся тем, что сумма расстояний из любой точки эллипса, до двух фокусов, постоянна.

Этот метод также показывает одно из возможных применений свойств эллипса в практике.

Задача: Доказать, что сечение кругового цилиндра плоскостью, не перпендикулярной образующей цилиндра, является эллипсом.

Решать эту задачу аналитическим методом достаточно трудоемко. Кроме того, в этом методе не замечается её практическое применение. Существует чисто геометрический, действительно возможный, практически выполнимый метод решения, изложенный в [1].

Переходим к изложению этого метода.

Пусть цилиндр H пересекается с плоскостью Π, не перпендикулярной образующим цилиндр. В пересечении образуется некоторая замкнутая кривая γ. Докажем, что γ будет эллипсом. Для этого с обеих сторон цилиндра введем шары S_1 и S_2 – радиусом r, равным радиусу окружности, являющейся направляющей цилиндра. Предположим, что шары S_1 и S_2 соприкасаются с плоскостью Π в точках F_1 и F_2 соответственно. Шары S_1 и S_2 касаются цилиндров по окружности γ_1 и γ_2. Расстояние между γ_1 и γ_2 по образующим постоянно (рисунок 1).

На сечении γ возьмем произвольную точку M и через нее проведем образующую цилиндра. Обозначим через K и L точки пересечения этой образующей с кривыми γ_1 и γ_2.

Проведем отрезки MF_1 и MF_2. Легко заметить, что $MK = MF_1$ и $ML = MF_2$, так как они являются касательными к шару S_1проведенными от точки M.

Отсюда $MK + ML = MF_1 + MF_2 = KL$.

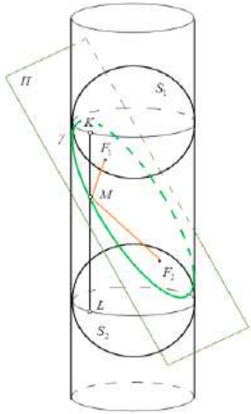

Рисунок 1 – Сечение кругового цилиндра плоскостью

Из $MF_1 + MF_2 = KL$ = const следует, что точка кривой γ удовлетворяет определению эллипса. Значит, кривая γ является эллипсом.

Это доказательство основанно на практическом возможном действии, легко представляемое и практические выполняемое, легко запоминается студентами и является пригодным для применения в жизни.

По аналогии решению предыдущей задачи можно доказать, что в сечении конуса вращения плоскостью будут эллипс, гипербола или парабола.

Многие замечательные свойства кривых второго порядка не излагаются в теоретической части, они даны как задачи для практических занятий [2].

Считаем, для технического вуза эти свойства кривых второго порядка должны быть изложены в теоретической части.

Необходимо в теоретической части материалов, относящейся к кривым второго порядка, излагать свойства этих кривых, названные «фокальным свойством» кривых второго порядка, потому что они часто используются в решении технических задач. Директрису и эксцентриситет можно показать с помощью сечения конуса плоскостями, что дает возможность студентам применять эти свойства в повседневной жизни.

Изложение материала курса высшей математики на основе практического использования дает большой эффект в обучении студентов.

Список литературы

1 *Гильберт, Д.* Наглядная геометрия / Д. Гильберт, С. Кон-Фоссен. – М. : Наука, 1981. – 344 с.

2 *Александров, П. С.* Лекции по аналитической геометрии / П. С. Александров. – СПб. : Лань, 2020. – 912 с.