

наряду с полюсами, определяемыми объемными силами и внешними воздействиями, включает в себя множество E_s . По сути, это и есть спектральное разложение решения задачи (1)–(5).

Пусть оба ядра $T_v(t)$, $T_s(t)$ принадлежат множеству функций класса:

$$\sum_{n=1}^N a_n \exp(-b_n t), \quad 0 \leq \sum_{n=1}^N a_n / b_n < 1, \quad b_n > 0 \quad (n=1, 2, \dots, N),$$

при этом константы a_n, b_n и N для каждого ядра свои. В этом случае нестационарная динамическая задача линейной вязкоупругости сводится к отысканию элементов спектрального множества E_s . Метод поиска этих элементов изложен в статье [9].

В данной работе для демонстрации вышеприведенных теоретических положений построено решение задачи о переходном волновом процессе в вязкоупругом полой шаре в случае, когда коэффициент Пуассона зависит от времени. Шар изначально покоится, но, начиная с некоторого момента, на его внешнюю поверхность, а также на поверхность полости начинают действовать равномерно распределенные и зависящие от времени нагрузки. Проведены расчеты параметров волнового процесса при конкретных исходных данных.

Список литературы

- 1 **Егорычев, О. А.** Нормальный удар по торцу цилиндрической оболочки / О. А. Егорычев, О. И. Поддаева // Строительная механика и расчет сооружений. – 2006. – № 1 – С. 34–36.
- 2 **Желтков, В. И.** Переходные функции в динамике вязкоупругих тел / В. И. Желтков, Л. А. Толоконников, Н. Г. Хромова // Докл. РАН. – 1993. – Т. 329, № 6. – С. 718–719.
- 3 **Ильясов, М. Х.** Нестационарные вязкоупругие волны : [монография] / М. Х. Ильясов. – Баку, 2011. – 330 с.
- 4 **Лычева, Т. Н.** Спектральные разложения в динамических задачах вязкоупругости / Т. Н. Лычева, С. А. Лычев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 120–150. – DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.08.
- 5 **Филиппов, И. Г.** Математическая теория колебаний упругих и вязкоупругих пластин и стержней / И. Г. Филиппов, В. Г. Чебан. – Кишинев : Штиинца, 1988. – 190 с.
- 6 **Colombaro, I.** On the propagation of transient waves in a viscoelastic Bessel medium / I. Colombaro, A. Giusti, F. Mainardi // Z. Angew. Math. Phys. – 2017. – Vol. 68. – Article number: 62. – DOI: 10.1007/s00033-017-0808-6.
- 7 **Rossikhin, Yu. A.** Analysis of the Viscoelastic Sphere Impact Against a Viscoelastic Uflyand-Mindlin Plate Considering the Extension of its Middle Surface / Yu. A. Rossikhin, M. V. Shitikova, Phan Thanh Trung // Shock and Vibration. – 2017. – Article ID 5652023. – DOI: 10.1155/2017/5652023.
- 8 **Пшеничнов, С. Г.** Динамические задачи линейной вязкоупругости для кусочно-однородных тел / С. Г. Пшеничнов // Известия РАН. МТТ. – 2016. – № 1. – С. 79–89.
- 9 **Dynamic problem for a viscoelastic hollow cylinder with coaxial elastic inclusion / S. G. Pshenichnov [et al.] // Comptes Rendus de l'Academie Bulgare des Sciences. – 2022. – Vol. 75, no. 8. – P. 1184–1194. – DOI: 10.7546/CRABS.2022.08.11.**

УДК 629.4

ИНСТРУМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТЕПЛОВОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ ТОРМОЗНОЙ ЭЛЕМЕНТ

Ю. А. ПШЕНИЧНОВ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Процесс торможения подвижного состава характеризуется высокой тепловой нагрузкой фрикционных элементов, затрудняющей измерения [1].

Выделим в тормозном элементе область, в которой распределение температуры в любой момент времени при торможении состава допустимо считать одномерным, т. е. температура является функцией $T(x)$, где x – ось координат, перпендикулярная фрикционной поверхности элемента. Обозначим координату этой поверхности через x_f , которая может быть плоской или цилиндрической. Выделим $m + 1$ изотермических поверхностей, расположенных на одинаковом расстоянии Δx друг от друга, с координатами $x = x_i$, $i = 0, 1, 2, \dots, m$, $x_i \geq x_f$. Пусть известны температуры T_i на $m + 1$ поверхностях, $x = x_i$. Эти температуры могут быть измерены, например, с помощью проволочных термомпар, а разность температур – дифференциальными термомпарами.

Зададимся целью по измеренным температурам $T_i, i = 0, 1, 2, \dots, m$, оценить тепловой поток q_x на поверхности с координатой $x \geq x_f$. Для этого воспользуемся первой интерполяционной формулой Ньютона

$$T(x) = T_0 + z\Delta T_0 + \frac{z(z-1)}{2!}\Delta^2 T_0 + \frac{z(z-1)(z-2)}{3!}\Delta^3 T_0 + \frac{z(z-1)(z-2)(z-3)}{4!}\Delta^4 T_0 + \dots + R_m, \quad (1)$$

где $z = \frac{x-x_0}{\Delta x}$; R_m – погрешность интерполирования; $\Delta T_0, \Delta^k T_0, k = 2, 3, \dots, m$ – конечные разности, определяемые по рекуррентным формулам

$$\Delta T_0 = T_1 - T_0, \Delta T_1 = T_2 - T_1, \dots, \Delta T_{k-1} = T_k - T_{k-1};$$

$$\Delta^2 T_0 = \Delta T_1 - \Delta T_0, \Delta^2 T_1 = \Delta T_2 - \Delta T_1, \dots, \Delta^2 T_{k-1} = \Delta T_k - \Delta T_{k-1};$$

...

$$\Delta^{n-1} T_0 = \Delta^n T_1 - \Delta^{n-1} T_0, \Delta^{n-1} T_1 = \Delta^n T_2 - \Delta^{n-1} T_1, \dots, \Delta^{n-1} T_{k-1} = \Delta^n T_k - \Delta^{n-1} T_{k-1}.$$

Подставив выражение для $T(x)$ в формулу закона Фурье

$$q(x) = -\lambda \frac{dT(x)}{dx}, \quad (2)$$

где λ – коэффициент теплопроводности материала тормозного элемента, получим выражение для теплового потока в виде

$$q(x) \approx -\frac{\lambda}{\Delta x} \left[\Delta T_0 + \frac{2z-1}{2} \Delta^2 T_0 + \frac{3z^2-6z+2}{6} \Delta^3 T_0 + \frac{4z^3-18z^2+22z-6}{24} \Delta^4 T_0 + \dots \right]. \quad (3)$$

Данная формула упрощается при $x = x_0$, т. к. в этом случае $z = 0$:

$$q(x_0) \approx -\frac{\lambda}{\Delta x} \left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 T_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 T_0 - \frac{1}{4} \Delta^4 T_0 + \dots \right). \quad (4)$$

Найдем входящие в (4) конечные разности:

$$\Delta T_0 = T_1 - T_0;$$

$$\Delta^2 T_0 = T_2 - 2T_1 + T_0;$$

$$\Delta^3 T_0 = T_3 - 3T_2 + 3T_1 - T_0;$$

$$\Delta^4 T_0 = T_4 - 4T_3 + 6T_2 - 4T_1 + T_0.$$

Выразим данные соотношения через разности температур $D_i = T_i - T_{i-1}, i = 1, 2, \dots, 4$. Имеем

$$\Delta T_0 = D_1;$$

$$\Delta^2 T_0 = D_2 - D_1;$$

$$\Delta^3 T_0 = D_3 - 2D_2 + D_1;$$

$$\Delta^4 T_0 = D_4 - 3D_3 + 3D_2 - D_1.$$

Подставим выражения для конечных разностей в формулу (4).

При учете только первого слагаемого в (4) получаем оценку для теплового потока в виде

$$q(x_0) \approx -\lambda \frac{D_1}{\Delta x}. \quad (5)$$

При сохранении двух слагаемых в (4) оценка для $q(x_0)$ имеет вид

$$q(x_0) \approx -\frac{\lambda}{2\Delta x} (3D_1 - D_2). \quad (6)$$

Учет третьего слагаемого в (4) приводит к формуле для $q(x_0)$:

$$q(x_0) \approx -\frac{\lambda}{6\Delta x} (11D_1 - 7D_2 + 2D_3). \quad (7)$$

Сохранив все четыре слагаемые в (4), получаем

$$q(x_0) \approx -\frac{\lambda}{12\Delta x} (25D_1 - 21D_2 + 13D_3 - 3D_4 + \dots). \quad (8)$$

С ростом числа учитываемых слагаемых в (4) точность оценки теплового потока увеличивается.

При построении измерительной схемы, предназначенной для определения теплового потока $q(x_0)$ фрикционной поверхности, использованы свойства коэффициентов, выраженные формулами (6)–(8) в соответствии с принципами, разработанными в [2].

Предположим, что для измерения температуры используются термоэлектрические преобразователи (дифференциальные термопары), характеризующие одинаковой в пределах допустимой погрешности градуированной зависимостью $T = g(E)$, связывающей ЭДС дифференциальной термопары E и величину разности температур D .

Разместим на каждой из двух рядом расположенных изотермических поверхностях количество дифференциальных термопар, равное величине целочисленных коэффициентов в формулах (6)–(8), и соединим их последовательно в электрические цепи. При использовании, например, формулы (8) необходимо составить четыре электрические цепи. Далее каждую из данных электрических цепей включают в общую электрическую цепь с полярностью, знак которой совпадает со знаком слагаемых в скобках в формулах (6)–(8).

При данном способе размещения и соединения дифференциальных термопар суммарная ЭДС электрической цепи будет пропорциональна величине теплового потока $q(x_0)$ [2].

Если выбрать значение x меньше, чем x_0 , то величины коэффициентов в (3) выражаются вещественными числами. В этом случае на каждые две рядом расположенные изотермические поверхности устанавливается по одной дифференциальной термопаре, а в измерительную цепь добавляются DC/DC-преобразователи [3].

Список литературы

1 Галай, Э. И. Тормозные системы железнодорожного транспорта. Конструкция тормозного оборудования : учеб. пособие / Э. И. Галай, Е. Э. Галай. – Гомель : БелГУТ, 2010. – 315 с.

2 А. с. № 1093914. Датчик теплового потока / Ю. А. Пшеничников. – Бюллетень изобретений, 1984. – № 19.

3 Русу, А. DC/DC-преобразователи: принципы работы и уникальные решения Maxim Integrated [Электронный ресурс] / А. Русу / Компания КОМПЭЛ. – Режим доступа : <https://www.compel.ru/lib/134297>. – Дата доступа : 19.09.2021.

УДК 532.536;536.21

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ И ДЕФЕКТОВ СТРУКТУРЫ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ, ПОЛУЧАЕМЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ ПОСЛОЙНОГО ЛАЗЕРНОГО СИНТЕЗА

Л. Н. РАБИНСКИЙ

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Исследуется механическое поведение составных образцов, состоящих из сплошного материала и технологических поддержек в случае отсутствия дефектов на границе раздела этих материалов. На основе экспериментального и теоретического подходов определяются параметры развития дефектов и разрушения на границе раздела. Проводится уточненное моделирование и экспериментальное исследование процессов синтеза образцов с поддержками с учетом эффектов отрыва деталей от поддержек. Получены данные по параметрам разрушения составных образцов, состоящих из сплошного материала и технологических поддержек, в случае отсутствия/наличия дефектов на границе раздела этих материалов.

Приводятся результаты моделирования процессов развития дефектов в исследуемых структурах. Верифицируются результаты моделирования на основе экспериментальных данных. Идентифицируются косвенные параметры моделей, не поддающихся прямому измерению, по результатам моделирования. Исследуются результаты уточненного моделирования процессов синтеза типовых элементов конструкций с оценкой возникающих остаточных напряжений деформаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект № 20-01-00517.