окружающей средой, то есть уменьшить тепловой поток, поступающий к элементам конструкции и оборудованию КА от Солнца, и наоборот, от КА с теневой стороны в открытый космос.

ЭВТИ обладает уникальными теплоизоляционными характеристиками. Ее термическое сопротивление, отнесенное к весу единицы площади поверхности, является наибольшим из всех известных типов теплоизоляции. ЭВТИ технологична, может наноситься на элементы КА различной формы. Обычно для поддержания необходимого теплового режима КА вся его поверхность покрывается ЭВТИ, за исключением определенных участков поверхности, через которые осуществляется регулируемый теплообмен с окружающей средой, а также тех внешних элементов КА, которые должны функционировать в открытом космосе [2].

ЭВТИ имеет многослойную структуру из тепловых экранов n = 10…100, изготовленных из пленочных металлизированных с одной или двух сторон методом напыления полимерных материалов с высоким коэффициентом отражения, разделенных прокладками из стекловолокнистых [3] материалов с низкой теплопроводностью. Наружную и внутреннюю поверхности ЭВТИ обшивают комбинированными материалами «НИИКАМ-КПМА» или «НИИКАМ-РАМ-2». В зависимости от места установки, рабочего температурного режима и целевых задач ЭВТИ определяется количество слоев и марка ЭВТИ. На данный момент марки ЭФТИ классифицируются следующим образом:

– ≤ 150 ˚С – в качестве экранов ЭВТИ применяют полиэтилентерефталатную (ПЭТ) пленку, металлизированную алюминием методом напыления;

– ≤ 300 ˚С – в качестве экранов ЭВТИ применяют полиимидную (ПМ) пленку, металлизированную алюминием методом напыления;

– ≤ 500 ˚С – в качестве экранов ЭВТИ применяют фольгу из алюминия;

– 500 ˚С – в качестве экранов ЭВТИ применяют фольгу из никеля [4].

В зависимости от требований к ЭВТИ напыление (металлизация) алюминия на тепловые экраны производится на одну сторону или на две. Данная технология применяется для придания пленки термооптических характеристик, которые определяются коэффициентом поглощения солнечного излучения покрытия As и коэффициентом излучения ε.

Работа выполнена с финансовой поддержкой гранта Президента Российской Федерации МК-398.2022.4.

Список литературы

1 **Страповалова, В. Н.** Разработка терморегулирующего покрытия, содержащего наночастицы оксидов металлов : автореф. дис. … канд. хим. наук : 05.16.08 / В. Н. Страповалова ; РХТУ им. Д. И. Менделева. – М., 2017. –16 с.

2 Пат. 2344972 Российская Федерация, МПК В 32 В 5/08. Экранно-вакуумная теплоизоляция космического аппарата / Е. Д. Пожидаев [и др.] ; заявитель и обладатель Моск. гос. ин-т электроники и математики (техн. ун-т). – № 2007109345/11 ; заявл. 15.03.2007 ; опубл. 10.10.2008. – 2 с. : ил.

3 ОСТ 92-1380–83. Изоляция тепловая экранно-вакуумная. Марки и технические требования. – Введ. 1984-03-02. – М. : М-во общего машиностроения СССР, 1985. – 37 с. – (Отраслевой стандарт).

4 **Матвеев, Н. К.** Экранно-вакуумная теплоизоляция и определение ее характеристик : учеб. пособие / Н. К. Матвеев. – СПб., 2012. – 12 с.

УДК 539.3

МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ О ПЕРЕХОДНЫХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССАХ В ВЯЗКОУПРУГИХ ТЕЛАХ

С. Г. ПШЕНИЧНОВ

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Вязкоупругие материалы широко используются в современном производстве. Одним из важных направлений в области изучения волновых процессов в таких материалах являются аналитические и численно-аналитические исследования. Изложение основных методов, используемых в таких исследованиях, можно найти, например, в публикациях [1]–[7]. Целью данной работы является обсуждение вопроса о связи между решением нестационарной динамической задачи линейной вязкоупругости в случае конечной области распространения возмущений и решением спектральной задачи о свободных колебаниях вязкоупругого тела. При определенных условиях, налагаемых на исходные данные, опираясь на результаты работы [8], предлагается свести построение решения нестационарной задачи линейной вязкоупругости к отысканию на комплексной плоскости собственных значений задачи о свободных колебаниях вязкоупругого тела. Целью также является демонстрация теоретических положений на примере построения решения конкретной задачи.

Рассмотрим нестационарную динамическую задачу линейной вязкоупругости, считая область изменения пространственных координат Ω с границей Σ в рамках одномерной, двумерной, или трехмерной постановок ограниченной. Задача включает в себя уравнение динамики

$$(\hat{\lambda}+\hat{\mu})\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{u}(\mathbf{x},t)+\hat{\mu}\Delta\mathbf{u}(\mathbf{x},t)+\mathbf{f}(\mathbf{x},t)=\rho\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t);, \qquad \mathbf{x}\in\Omega; \tag{1}$$

определяющие соотношения

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x},t)=2\hat{\mu}\operatorname{def}\mathbf{u}(\mathbf{x},t)+\hat{\lambda}\operatorname{div}\mathbf{u}(\mathbf{x},t)\,\tilde{\mathbf{I}}, \qquad \mathbf{x}\in\Omega, \tag{2}$$

обобщенные граничные условия

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{x})\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x},t)\mathbf{n}+\tilde{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{x})\mathbf{u}(\mathbf{x},t)=\mathbf{p}(\mathbf{x},t), \qquad \mathbf{x}\in\Sigma, \qquad t>0 \tag{3}$$

и начальные условия:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},0)=\mathbf{b}_1(\mathbf{x}), \quad \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},0)=\mathbf{b}_2(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x}\in\Omega, \tag{4}$$

где $\hat{\lambda}$ и $\hat{\mu}$ – операторы вида

$$\hat{\lambda}=\frac{1}{3}[3K_0(1-\hat{T}_v)-2G_0(1-\hat{T}_s)], \quad \hat{\mu}=G_0(1-\hat{T}_s), \quad \hat{T}_j\,\xi(t)=\int_0^t T_j\,(t-\tau)\xi(\tau)\,d\tau, \quad j=\mathrm{v},s, \tag{5}$$

$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ – тензор напряжений; $\mathbf{u}$ – вектор перемещений; $\mathbf{n}$ – единичная внешняя нормаль; ρ – плотность; Δ – оператор Лапласа; $\tilde{\mathbf{I}}$ – единичный тензор; G_0, K_0 – мгновенные значения модулей сдвига и объемного сжатия; $T_v\,(t)$, $T_s(t)$ – ядра объемной и сдвиговой релаксации; $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}, \tilde{\boldsymbol{\beta}}$ – заданные тензоры второго ранга, определяющие тип граничных условий; $\mathbf{p}, \mathbf{f}$, $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$ – заданные векторы граничных воздействий, объемных сил, начальных перемещений и скоростей; точка над переменной обозначает производную по времени t.

После применения интегрального преобразования Лапласа по времени получим задачу в изображениях, где участвуют $\mathbf{U}(\mathbf{x},s)$, $\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{x},s)$, $\mathbf{F}(\mathbf{x},s)$, $\mathbf{P}(\mathbf{x},s)$, $\Theta_v(s)$, $\Theta_s(s)$ – соответствующие изображения величин $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x},t)$, $\mathbf{f}(\mathbf{x},t)$, $\mathbf{p}(\mathbf{x},t)$, $T_v(t)$, $T_s(t)$.

Рассмотрим задачу о свободных колебаниях исследуемого вязкоупругого тела в отсутствие объемных сил и граничных воздействий. Считаем, что колебания происходят спустя такое время после их начала, когда характер колебаний уже не зависит от способа их возбуждения, поэтому нижний предел интегрирования в определяющих соотношениях вязкоупругости примем равным минус бесконечности (вместо нуля (5)). Представив нетривиальное решение такой задачи в форме $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)=\mathbf{V}(\mathbf{x},s)\,e^{st}$, получим спектральную задачу [8], собственные значения $s\in C$ которой составляют спектральное множество E_s. В работе [8] рассмотрена связь между спектральным множеством E_s и точками ветвления, а также полюсами изображений $\mathbf{U}(\mathbf{x},s)$, $\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{x},s)$. Здесь же сформулируем дополнительные утверждения.

Утверждение 1. Любое собственное значение спектральной задачи является особой точкой изображений $\mathbf{U}(\mathbf{x},s)$, $\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{x},s)$.

Утверждение 2. Пусть выполнены следующие условия:

1) множество E_s не больше, чем счетное;

2) изображения наследственных ядер $\Theta_{\mathrm{v}}(s)$, $\Theta_s(s)$, а также компонент векторов объемных сил и граничных воздействий $\mathbf{F}(\mathbf{x},s)$, $\mathbf{P}(\mathbf{x},s)$ не имеют точек ветвления на комплексной плоскости;

3) для решения задачи в изображениях $\mathbf{U}(\mathbf{x},s)$, $\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{x},s)$ выполнены известные в теории контурного интегрирования асимптотические условия в окрестности бесконечно удаленной точки и малых окрестностях конечных предельных точек множества полюсов.

Тогда решение нестационарной задачи (1)–(5) в оригиналах $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x},t)$ представляется в виде суммы вычетов в полюсах выражений $\mathbf{U}(\mathbf{x},s)e^{st}$, $\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{x},s)e^{st}$. При этом множество таких полюсов, наряду с полюсами, определяемыми объемными силами и внешними воздействиями, включает в себя множество E_s. По сути, это и есть спектральное разложение решения задачи (1)–(5).

Пусть оба ядра $T_v(t)$, $T_s(t)$ принадлежат множеству функций класса:

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \exp(-b_n t), \quad 0 \le \sum_{n=1}^{N} a_n / b_n < 1, \quad b_n > 0 \quad (n = 1, 2, ..., N),$$

при этом константы a_n, b_n и N для каждого ядра свои. В этом случае нестационарная динамическая задача линейной вязкоупругости сводится к отысканию элементов спектрального множества E_s. Метод поиска этих элементов изложен в статье [9].

В данной работе для демонстрации вышеприведенных теоретических положений построено решение задачи о переходном волновом процессе в вязкоупругом полом шаре в случае, когда коэффициент Пуассона зависит от времени. Шар изначально покоится, но, начиная с некоторого момента, на его внешнюю поверхность, а также на поверхность полости начинают действовать равномерно распределенные и зависящие от времени нагрузки. Проведены расчеты параметров волнового процесса при конкретных исходных данных.

Список литературы

1 **Егорычев, О. А.** Нормальный удар по торцу цилиндрической оболочки / О. А. Егорычев, О. И. Поддаева // Строительная механика и расчет сооружений. – 2006. – № 1 – С. 34–36.

2 **Желтков, В. И.** Переходные функции в динамике вязкоупругих тел / В. И. Желтков, Л. А. Толоконников, Н. Г. Хромова //Докл. РАН. – 1993. – Т. 329, № 6. – С. 718–719.

3 **Ильясов, М. Х.** Нестационарные вязкоупругие волны : [монография] / М. Х. Ильясов. – Баку, 2011. – 330 с.

4 **Лычева, Т. Н**. Спектральные разложения в динамических задачах вязкоупругости / Т. Н. Лычева, С. А. Лычев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 120–150. – DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.08.

5 **Филиппов, И. Г.** Математическая теория колебаний упругих и вязкоупругих пластин и стержней / И. Г. Филиппов, В. Г. Чебан. – Кишинев : Штиинца, 1988. – 190 с.

6 **Colombaro, I.** On the propagation of transient waves in a viscoelastic Bessel medium / I. Colombaro, A. Giusti, F . Mainardi // Z. Angew. Math. Phys. – 2017. – Vol. 68. – Article number: 62. – DOI: 10.1007/s00033-017-0808-6.

7 **Rossikhin ,Yu. A.** Analysis of the Viscoelastic Sphere Impact Against a Viscoelastic Uflyand-Mindlin Plate Considering the Extension of its Middle Surface / Yu. A. Rossikhin, M. V. Shitikova, Phan Thanh Trung // Shock and Vibration. – 2017. – Article ID 5652023. – DOI: 10.1155/2017/5652023.

8 **Пшеничнов, С. Г.** Динамические задачи линейной вязкоупругости для кусочно-однородных тел / С. Г. Пшеничнов // Известия РАН. МТТ. – 2016. – № 1. – С. 79–89.

9 Dynamic problem for a viscoelastic hollow cylinder with coaxial elastic inclusion / S. G. Pshenichnov [et al.] // Comptes Rendus de l Academie Bulgare des Sciences. – 2022. – Vol. 75, no. 8. – P. 1184–1194. – DOI: 10.7546/CRABS.2022.08.11.

УДК 629.4

ИНСТРУМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТЕПЛОВОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ ТОРМОЗНОЙ ЭЛЕМЕНТ

Ю. А. ПШЕНИЧНОВ
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Процесс торможения подвижного состава характеризуется высокой тепловой нагрузкой фрикционных элементов, затрудняющей измерения [1].

Выделим в тормозном элементе область, в которой распределение температуры в любой момент времени при торможении состава допустимо считать одномерным, т. е. температура является функцией $T(x)$, где x – ось координат, перпендикулярная фрикционной поверхности элемента. Обозначим координату этой поверхности через x_f, которая может быть плоской или цилиндрической. Выделим $m + 1$ изотермических поверхностей, расположенных на одинаковом расстоянии Δx друг от друга, с координатами $x = x_i$, $i = 0, 1, 2, ..., m$, $x_i \ge x_f$. Пусть известны температуры T_i на $m + 1$ поверхностях, $x = x_i$. Эти температуры могут быть измерены, например, с помощью проволочных термопар, а разность температур – дифференциальными термопарами.