

- 6 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойных элементов конструкций на упругом основании / Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая, Д. В. Леоненко. – М. : Физматлит, 2006. – 380 с.
- 7 Журавков, М. А. Механика сплошных сред. Теория упругости и пластичности / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2011. – 543 с.
- 8 Плескачевский, Ю. М. Механика трехслойных стержней и пластин, связанных с упругим основанием / Ю. М. Плескачевский, Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко. – М. : Физматлит, 2011. – 560 с.
- 9 Starovoitov, E. I. Foundations of the theory of elasticity, plasticity, and viscoelasticity / E. I. Starovoitov, F. B. Nagiyev. – New Jersey – Toronto : Apple Academic Press, 2012. – 346 p.
- 10 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Л. Н. Рабинский. – М. : МАИ, 2016. – 184 с.
- 11 Старовойтов, Э. И. Трехслойные стержни в терморрадиационных полях / Э. И. Старовойтов, М. А. Журавков, Д. В. Леоненко. – Минск : Беларуская навука, 2017. – 276 с.
- 12 Журавков, М. А. Математические модели механики твердого тела : учеб. пособие / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2021. – 535 с.

УДК 517.958

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИБРИРУЮЩЕГО ЦИЛИНДРА, ОБРАЗУЮЩЕГО СТЕНКУ КОЛЬЦЕВОГО КАНАЛА, С ТОРЦЕВЫМ УПЛОТНЕНИЕМ ДАННОГО КАНАЛА

В. С. ПОПОВ, А. А. ПОПОВА

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.,
Российская Федерация*

Моделирование взаимодействия жидкости с упругоподатливыми стенками каналов, ее ограничивающими, представляет одно из направлений современной прикладной математики и является важной задачей при рассмотрении проблем безопасности на современном транспорте. Это связано с тем, что такие стенки входят в состав датчиков гидравлических систем, гидродинамических и гидростатических подшипников, систем гашения колебаний, жидкостного охлаждения, гидропривода и подачи топлива. При разработке математических моделей упругие конструкции представляют в виде твердых тел с упругими связями, балок, пластин или оболочек [1–3]. В [4] предложена модель взаимодействия вибрирующего штампа, подпираемого пружиной, с идеальной жидкостью, имеющей свободную поверхность и находящейся в плоском бесконечно длинном канале малой глубины. В [5] проведены натурные эксперименты по определению собственных частот колебаний прямоугольных пластин с различными краевыми опорами, покоящихся на свободной поверхности воды и воздуха. В [6] изучались изгибные колебания консольной балки Эйлера – Бернулли, погруженной в неограниченный объем вязкой жидкости. Исследование колебаний жесткой стенки, имеющей упругую опору, для узкого клиновидного канала, заполненного вязкой несжимаемой жидкостью, проведено в [7]. В работах [8, 9] исследовались колебания упругозакрепленных стенок узкого плоского канала, взаимодействующего с вязкой несжимаемой жидкостью, его заполняющей. Однако в указанных работах не рассматривается случай кольцевого канала, заполненного пульсирующей вязкой жидкостью, и наличия торцевого уплотнения, имеющего упругий подвес.

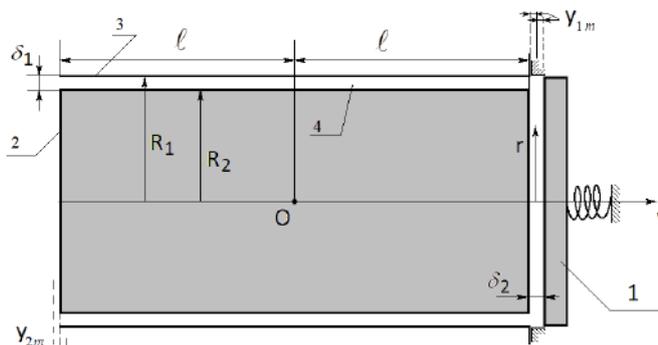


Рисунок 1 – Вид кольцевого канала с торцевым уплотнением, имеющим упругий подвес

Рассмотрим узкий кольцевой канал (рисунок 1). Радиус внутреннего сплошного цилиндра 2 R_2 , а внешнего 3 R_1 . Длина канала $2l$. Размер кольцевого зазора $\delta_1 = R_1 - R_2$ и $\delta_1 \ll R_2$. На правом конце канала имеется торцевое уплотнение в виде диска 1 радиуса R_2 . Узкий торцевой зазор δ_2 . Полагаем, что $\delta_1 / \delta_2 = O(1)$. Торцевой диск имеет упругий подвес и может колебаться вдоль оси канала. Амплитуда его колебаний $y_{1m} \ll \delta_2$. Канал заполнен вязкой несжимаемой жидкостью 4. Левый конец канала примыкает к полости, заполненной той же жидко-

стью с постоянным давлением, которое далее полагаем равным нулю. Изучаем осесимметричную задачу и вводим цилиндрическую систему координат $Oy_r\theta$, начало которой в центре оси симметрии канала. Рассмотрим установившиеся вынужденные колебания торцевой стенки, обусловленные гармоническим законом вибрации внутреннего цилиндра.

В узких зазорах движение вязкой жидкости ползучее и уравнения ее динамики имеют вид [10]

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \nu \left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial y^2} - \frac{V_r}{r^2} \right), \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_y}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \right), \quad \frac{\partial V_y}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

граничные условия (1) для кольцевой щели имеют вид

$$V_r = 0, \quad V_y = 0 \quad \text{при} \quad r = R_2, \quad V_r = 0, \quad V_y = 0 \quad \text{при} \quad r = R_1 = R_2 + \delta_1, \quad (2)$$

$$p = 0 \quad \text{при} \quad y = -\ell, \quad \int_{R_2}^{R_2 + \delta_1} \int_0^{2\pi} V_y r d\theta dr = \pi R_2^2 \frac{dy_1}{dt} \quad \text{при} \quad y = \ell, \quad (3)$$

граничные условия (1) для торцевой щели имеют вид

$$V_r = 0, \quad V_y = y_{2m} \frac{df_2(\omega t)}{dt} \quad \text{при} \quad y = \ell, \quad V_r = 0, \quad V_y = y_{1m} \frac{df_1(\omega t)}{dt} \quad \text{при} \quad y = \ell + \delta_2 + y_m f_y(\omega t), \quad (4)$$

$$p = p^T \quad \text{при} \quad r = R_2, \quad r \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad \text{при} \quad r = 0, \quad (5)$$

где V_y, V_r – проекции скорости движения жидкости; ρ – плотность жидкости; ν – кинематическая вязкость жидкости; p – давление; $y_1 = y_{1m} f_1(\omega t), y_2 = y_{2m} f_2(\omega t)$ – законы движения торцевого уплотнения и внутреннего цилиндра; p^T – давление в сечении при переходе от кольцевого зазора к торцевому.

Уравнение движения торцевого диска имеет вид

$$m d^2 y / dt^2 + ny = 2\pi \int_0^{R_2} p|_{y=\ell+\delta_2} r dr. \quad (6)$$

Представленная выше модель (1)–(6) исследовалась методом возмущений. Вначале рассматривалась задача гидромеханики для кольцевой щели и определялся закон изменения давления жидкости в ней. Затем определено распределение давления жидкости в торцевой щели. На последнем этапе решалось уравнение (6) для режима установившихся гармонических колебаний и на основе его решения была построена амплитудная частотная характеристика (АЧХ) торцевого уплотнения. Данная характеристика позволяет исследовать колебания торцевого уплотнения кольцевого канала и, в частности, определять его резонансные частоты колебаний и соответствующие им амплитуды колебаний торцевого уплотнения.

Список литературы

- 1 Païdoussis, M. P. Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow / M. P. Païdoussis. – Vol. 2. – London : Elsevier Academic Press, 2004. – 1040 p.
- 2 Amabili, M. Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates / M. Amabili. – New York : Cambridge University Press, 2008. – 392 p.
- 3 Morozov, D. Added mass study of plane structures at their various motions / D. Morozov, D. Indeitsev, A. Michailov // Materials Physics and Mechanics. – 2019. – Vol. 41, no. 1. – P.116–124.
- 4 Indeitsev, D. A., Osipova E.V. Nonlinear effects in trapped modes of standing waves on the surface of shallow water / D. A. Indeitsev, E. V. Osipova // Technical Physics. – 2000. – Vol. 45, no. 12. – P.1513–1517.
- 5 Bochkarev, S. A. Experimental investigation of natural and harmonic vibrations of plates interacting with air and fluid / S. A. Bochkarev, A. O. Kamenskikh, S.V. Lekontsev // Ocean Engineering. – 2020. – Vol. 206. – 10734.
- 6 Faria, C. T. Modeling energy transport in a cantilevered Euler-Bernoulli beam actively vibrating in Newtonian fluid / C. T. Faria, D. J. Inman // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2014. – Vol. 45, no. 2. – P. 317–329.
- 7 Могилевич, Л. И. Продольные и поперечные колебания упругозакрепленной стенки клиновидного канала, установленного на вибрирующем основании / Л. И. Могилевич, В. С. Попов, А. А. Попова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2018. – № 3. – С. 28–36.
- 8 Попов, В. С. Моделирование взаимодействия стенки канала с упругозакрепленным торцевым уплотнением / В. С. Попов, А. А. Попова // Компьютерные исследования и моделирование. – 2020. – Т. 12, № 2. – С. 387–400.
- 9 Попов, В. С. Моделирование гидроупругих колебаний стенки канала, имеющей нелинейно-упругую опору / В. С. Попов, А. А. Попова // Компьютерные исследования и моделирование. – 2022. – Т. 14, № 1. – С. 79–92.
- 10 Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа : учеб. для вузов / Л. Г. Лойцянский. – 7-е изд., испр. – М. : Дрофа, 2003. – 840 с.