

контактной пары «ролик – проводник», позволяющая находить опасные с точки зрения возникновения резонанса режимы движения скипа. Полученные в рамках исследований результаты могут быть использованы для обеспечения безопасной эксплуатации шахтных подъемных комплексов, а также оценки возможности повышения скорости движения скипов, что, в свою очередь, обеспечит повышение экономических показателей добычи полезного ископаемого.

Список литературы

- 1 **Zhuravkov, M. A.** Analytical model of skip motion taking into account influence of head and balancing ropes / M. A. Zhuravkov, V. P. Savchuk, M. A. Nikolaitchik // Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics. – 2021. – Vol. 2 – P. 105–113.
- 2 **Nikolaitchik, M. A.** Determination of the skip force effect on guides in mine shaft / M. A. Nikolaitchik // E3S Web of Conferences. – Vol. 201. – 01007.
- 3 Моделирование динамического воздействия подъемного сосуда на направляющие в шахтном стволе с использованием данных системы мониторинга плавности движения / М. А. Журавков [и др.] // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. – 2019. – Т. 6, № 2. – С. 97–103.
- 4 Определение силового взаимодействия скипа с направляющими по данным профилировки проводников / М. А. Журавков [и др.] // Актуальные вопросы машиноведения. – Минск, 2020. – Вып. 9. – С. 38–41.
- 5 Моделирование контактного взаимодействия между элементами подъемного шахтного комплекса при оценках безопасности / М. А. Журавков [и др.] // Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций. Научный информационный сборник. – 2021. – № 4. – С. 9–25.
- 6 **Журавков, М. А.** Контактная задача взаимодействия направляющего ролика с шахтным проводником / М. А. Журавков, М. А. Николайчик, П. С. Маевский // Механика машин, механизмов и материалов. – 2021. – № 3 (56). – С. 82–88.

УДК 656.21:004.8

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СКАТЫВАНИЯ ПРОСТЕЙШИХ ИМИТАЦИЙ ВАГОНОВ С ПОВЕРХНОСТИ СОРТИРОВОЧНОЙ ГОРКИ

С. П. НОВИКОВ, А. К. ГОЛОВНИЧ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

При расформировании составов на станции вагоны после прохождения горба сортировочной горки скатываются под воздействием силы тяжести и тормозящего или ускоряющего влияний сил сопротивления, ветровой нагрузки в зависимости от массы вагонов, характера продольного профиля, состояния пути, длины скатывающихся отцепов, наличия дефектов подвижного состава и др. Поэтому динамическая модель, конструирующая данные процессы, оказывается достаточно сложной и требует задания большого количества исходных данных по всем путям головы сортировочного парка, структуре расформировываемого вагонопотока, техническому состоянию путей скатывания вагонов [1, 2]. Кроме того, динамику движения отцепов на горке определяют режимы торможения, корректирующие интервалы между смежными отцепами для безопасного перевода стрелок по маршрутам следования вагонов в сортировочный парк.

В качестве наиболее простой имитации движущегося по сортировочной горке одиночного вагона рассматривается его идеализированный образ в виде металлического шара постоянной плотности массой M , скатывающегося с некоторой наклонной поверхности, профиль которой описывается уравнением $y = f(x)$ (рисунок 1).

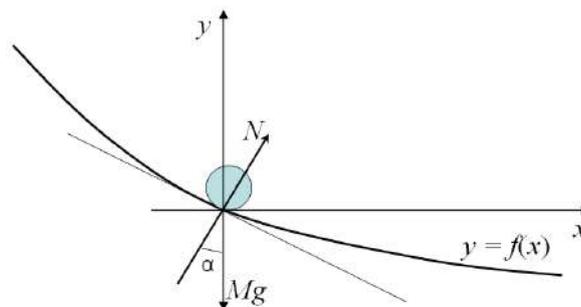


Рисунок 1 – Расчетная схема движения шара по наклонной поверхности

Известны также начальная скорость движения шара, коэффициенты трения качения и скольжения. Необходимо найти его скорость в любой момент времени. Поскольку поверхность скатывания не является прямолинейной, то шар будет подвержен действию центростремительного ускорения. Его значение находится по известной формуле

$$a_{ц} = \frac{v^2}{R(x)},$$

где

$$R(x) = \frac{\sqrt{(1 + y'(x)^2)^3}}{|y''(x)|}.$$

Так как сумма всех сил, действующих вдоль направления нормали, должна быть скомпенсирована, то в проекции на направление нормали получаем уравнение

$$Ma_{ц} = N - Mg \cos \alpha(x).$$

Выразим из него реакцию опоры N . Очевидно, $N = M(a_{ц} + g \cos \alpha(x))$. Следовательно,

$$F_{тр.кач} = k_1 N = k_1 M(a_{ц} + g \cos \alpha(x)),$$

где k_1 – коэффициент силы трения качения. Таким образом,

$$F_{тр.кач} = k_1 M \left(\frac{v^2}{R(x)} + g \cos \alpha(x) \right).$$

Рассмотрим теперь движение по направлению касательной, угол между которой и осью абсцисс обозначим $\alpha(x)$. В проекции на касательную уравнение движения имеет вид

$$M \frac{dv}{dt} = Mg \sin \alpha(x) - F_{тр.кач} - F_{тр.ск},$$

где $F_{тр.ск}$ – сила трения скольжения. Будем считать, что $F_{тр.ск} = k_2 v^2$. Тогда уравнение движения примет вид

$$M \frac{dv}{dt} = Mg \sin \alpha(x) - k_1 M \left(\frac{v^2}{R(x)} + g \cos \alpha(x) \right) - k_2 v^2.$$

Получаем уравнение

$$\frac{dv}{dt} = g \sin \alpha(x) - k_1 \left(\frac{v^2}{R(x)} + g \cos \alpha(x) \right) - k_2 \frac{v^2}{M} = g(\sin \alpha(x) - k_1 \cos \alpha(x)) - v^2 \left(\frac{k_1}{R(x)} + \frac{k_2}{M} \right).$$

Так как

$$\sin \alpha(x) = \frac{dy}{ds} = \frac{|y'(x)| dx}{\sqrt{1 + y'(x)^2} dx} = \frac{|y'(x)|}{\sqrt{1 + y'(x)^2}}, \quad \cos \alpha(x) = \frac{dx}{ds} = \frac{dx}{\sqrt{1 + y'(x)^2} dx} = \frac{1}{\sqrt{1 + y'(x)^2}},$$

то

$$\frac{dv}{dt} = g \frac{|y'(x)| - k_1}{\sqrt{1 + y'(x)^2}} - v^2 \left(\frac{k_1 |y''(x)|}{\sqrt{(1 + y'(x)^2)^3}} + \frac{k_2}{M} \right).$$

Поскольку $v = \frac{ds}{dt} = \frac{\sqrt{1 + y'(x)^2} dx}{dt}$, то $\frac{dx}{dt} = \frac{v}{\sqrt{1 + y'(x)^2}}$.

Таким образом, получаем систему двух дифференциальных уравнений первого порядка

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv}{dt} = g \frac{|y'(x)| - k_1}{\sqrt{1 + y'(x)^2}} - v^2 \left(\frac{k_1 |y''(x)|}{\sqrt{(1 + y'(x)^2)^3}} + \frac{k_2}{M} \right) \\ \frac{dx}{dt} = \frac{v}{\sqrt{1 + y'(x)^2}} \end{array} \right.$$

Точное решение системы в общем случае получить не удастся. Однако для каждого конкретного вида профиля горки можно получить приближенное решение различными численными методами.

Список литературы

1 Головнич, А. К. Моделирование процесса роспуска вагонов на адекватной трехмерной компьютерной реконструкции сортировочной горки / А. К. Головнич, С. П. Новиков, С. Ю. Чапский // Проблемы безопасности на транспорте : материалы X Междунар. науч.-практ. конф. В 5 ч. Ч. 3. – Гомель : БелГУТ, 2020. – С. 15–16.

2 Головнич, А. К. Исходная математическая модель и визуализация процесса интервального скатывания объектов с упругой поверхностью имитации сортировочной горки / А. К. Головнич, С. П. Новиков // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф. В 2 ч. Ч. 1. – Гомель : БелГУТ, 2021. – С. 15–16.

УДК 539.3

О ВЛИЯНИИ АДГЕЗИИ НА НЕСТАЦИОНАРНЫЙ КОНТАКТ ЖЕСТКОГО ШТАМПА С МЕМБРАНОЙ

А. С. ОКОНЕЧНИКОВ

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Г. В. ФЕДОТЕНКОВ

Московский авиационный институт (НИУ);

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Е. С. ФЕОКТИСТОВА

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

В данной работе проведено исследование взаимодействия мембраны и жесткого штампа, форма которого задается некоторой функцией; задача рассматривается с учетом сил адгезионного давления. Постановка задачи предполагает решение в два этапа: до наступления контакта и с наступления контакта рассматриваемых тел. Для описания модели адгезионного взаимодействия за основу была взята модель Можи, описываемая следующим выражением:

$$p_a(h) = \begin{cases} -p_0, & 0 < h \leq h_{\max}, \\ 0, & h > h_{\max}, \\ 0, & x \neq W(x, t). \end{cases}$$

На этапе бесконтактного взаимодействия был разработан численно-аналитический метод определения нормального перемещения границы мембраны, а также носителя адгезионного взаимодействия. Завершение данного этапа взаимодействия наступит в момент наступления механического контакта между мембраной и штампом

Второй этап предполагает не только нахождение перемещения границ мембраны и носителя адгезионного взаимодействия, но и определение контактных напряжений, возникающих в момент контакта штампа и мембраны. Для нахождения искомых напряжений относительно их записывается интегральное уравнение. Проведя дискретизацию по времени и пространственной координате, интегральное уравнение приводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно контактных напряжений. В настоящее время ведется работа над реализацией алгоритмов определения контактных напряжений на компьютере. Получены результаты для бесконтактного этапа взаимодействия, представлены графические результаты.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект 20-08-01042 А.