

$$\delta_2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon^{1/2}} \frac{1}{c_2}, \quad \delta_3 = k_1 \frac{\mu_0^2}{2\sqrt{1-\mu_0^2}} \frac{c_1}{c_2}.$$

В результате получим обобщенное уравнения Шамеля

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + 6\varphi^{1/2} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial \eta^3} + \delta_0 \varphi - \delta_1 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + \delta_2 \varphi + \delta_3 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0. \quad (3)$$

При отсутствии жидкости в оболочке ($\delta_0 = 0$, $\delta_1 = 0$), отсутствии окружающей среды ($\delta = 0$) и конструкционного демпфирования ($\delta_2 = 0$) из (3) получаем известное уравнение Шамеля [3]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + 6\varphi^{1/2} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial \eta^3} = 0 \quad (4)$$

с точными решениями [4]

$$\varphi = 25k^4 ch^{-4} k[\eta - 16k^2 t]$$

Здесь волновое число k является произвольной величиной. Решение (4) описывает волну, скорость которой сверхзвуковая.

Численное решение (3) реализовано с использованием современного подхода, основанного на универсальном алгоритме коммутативной алгебры, для интегро-интерполяционного метода. В результате построения разностного базиса Грёбнера сгенерированы разностные схемы типа Кранка – Николсона [5], полученные с использованием базовых интегральных разностных соотношений, аппроксимирующих исходную систему уравнений. Вычислительный эксперимент показал, что из-за влияния жидкости происходит затухание амплитуды волны и уменьшение её скорости (скорость волны дозвуковая).

Список литературы

- 1 Ерофеев, В. И. Неупругое взаимодействие и расщепление солитонов деформации, распространяющихся в стержне / В. И. Ерофеев, В. В. Кажаяев // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10, № 2. – С. 127–137.
- 2 Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа : учеб. для вузов / Л. Г. Лойцянский. – 7-е изд., испр. – М. : Дрофа, 2003. – 840 с.
- 3 The generalized Schamel equation in nonlinear wave dynamics of cylindrical shells / A. Zemlyanukhin [et al.] // Nonlinear Dynamics. – 2019. – Vol. 98, no. 1. – P.185–194.
- 4 Дагхан, Д. Аналитическое решение уравнения Шамеля, описывающее распространение инно-звуковых волн в плазме двух типов, и их параметрическое исследование / Д. Дагхан, О. Донмец // Прикладная математика и техническая физика. – 2018. – Т. 59, № 3. – С. 5–13.
- 5 Блинкова, А. Ю. Нелинейные волны в соосных цилиндрических оболочках, содержащих вязкую жидкость между ними, с учетом рассеяния энергии / А. Ю. Блинкова, Ю. А. Блинков, Л. И. Могилевич // Вычислительная механика сплошных сред. – 2013. – Т. 6, № 3. – С. 336–345.

УДК 539.3

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОГРАММЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ХАРАКТЕРНЫХ ТОЧЕК ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЗУБЬЕВ ИЗ КОМПОЗИТОВ В ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧЕ

М. В. МОСКАЛЕВА

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

Для моделирования работы систем, например, «взаимодействия зубьев зубчатых передач», необходимо создавать методы и решать новые контактные задачи о сопряжении упругих тел с учетом их деформативности. Зубчатые колеса являются важными силовыми компонентами, которые используются в передачах различных механических и автомобильных систем. Поэтому исследование их деформативности является актуальной областью технического поиска на компьютере с целью повышения эффективности зубчатых систем передачи механической энергии для обеспечения её работоспособности [1, 2].

Описание механического поведения зубьев из композитов является сложной задачей из-за несплошности и неоднородности физических свойств материалов и особенности в характере внешнего нагружения, в том числе и силовых воздействий. Возникает необходимость создавать новые математические и механические модели с учетом анизотропии и вязкоупругих эффектов. Для решения этих задач нужно создать компьютерную программу, которая значительно облегчает расчеты и выбор материалов для зубчатых колёс из композитов.

Определение координат точек зацепления представляет интерес с точки зрения использования полученных данных для расчета упругих деформаций зубьев, жесткости зацепления и фактических значений коэффициента перекрытия в металлополимерной зубчатой передаче.

Определим радиусы кривизны эвольвентных профилей зубьев в характерных точках профиля, углы профиля в этих точках и соответствующие этим углам радиусы [1].

В работе находятся характерные точки для однопарного зацепления.

Рассчитываются координаты характерных точек зуба: вершины, начала и конца однопарного зацепления, полюса, конца активного участка линии зацепления:

$$\begin{aligned} x_k &= R_k \cos \beta_k, & \beta_k &= \frac{\pi}{2z_2} + \text{inv}\alpha_0 - \text{inv}\alpha_k; \\ y_k &= R_k \sin \beta_k \end{aligned}$$

– в вершине зуба (точка 1) при $R_{k1} = \frac{z_2}{2} + f_0$, $\alpha_{k1} = \arccos \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2R_{k1}}$;

– в начале однопарного зацепления (точка 2) при

$$R_{k2} = \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2 \cos \alpha_{k2}}, \quad \alpha_{k2} = \arctg \left[\frac{2\pi}{z_2} + \left(\frac{z_1}{z_2} + 1 \right) \text{tg}\alpha_0 - \frac{z_1}{z_2} \text{tg}\alpha_{e1} \right];$$

$$\alpha_{e1} = \arccos \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2R_{e1}}, \quad R_{e1} = \frac{z_1}{2} + f_0;$$

– в полюсе (точка 3) при

$$R_{k3} = \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2 \cos \alpha_{k3}}, \quad \alpha_{k3} = \alpha_0;$$

– в конце однопарного зацепления (точка 4) при

$$R_{k4} = \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2 \cos \alpha_{k4}}, \quad \alpha_{k4} = \arctg \left[\text{tg}\alpha_{e2} - \frac{2\pi}{z_2} \right];$$

$$\alpha_{e2} = \arccos \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2R_{e2}}, \quad R_{e2} = \frac{z_2}{2} + f_0;$$

– в конце активного участка линии зацепления (точка 5) при

$$R_{k5} = \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2 \cos \alpha_{k5}}, \quad \alpha_{k5} = \arctg \left[\left(\frac{z_1}{z_2} + 1 \right) \text{tg}\alpha_0 - \frac{z_1}{z_2} \text{tg}\alpha_{e1} \right];$$

$$\alpha_{e1} = \arccos \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2R_{e1}}, \quad R_{e1} = \frac{z_1}{2} + f_0,$$

где f_0 – коэффициент высоты головки зуба; α_0 – профильный угол, c_0 – коэффициент радиального зазора исходного контура инструмента; ρ_0 – радиус округления исходного контура инструмента; α – угол профиля зуба в произвольной точке профиля; α_s – угол между начальной прямой рейкой и общей нормалью к галтели ($20^\circ \leq \alpha_s \leq 90^\circ$).

Была разработана программа (рисунок 1), вычисляющая координаты точек однопарного зацепления, с графической интерпретацией. Входными данными программы являются коэффициент высоты головки зуба, профильный угол, коэффициент радиального зазора исходного контура инструмента, радиус округления исходного контура инструмента, количество зубьев в одном и втором колесе, m – модуль, z_2, z_1 – число зубьев колеса и шестерни соответственно.

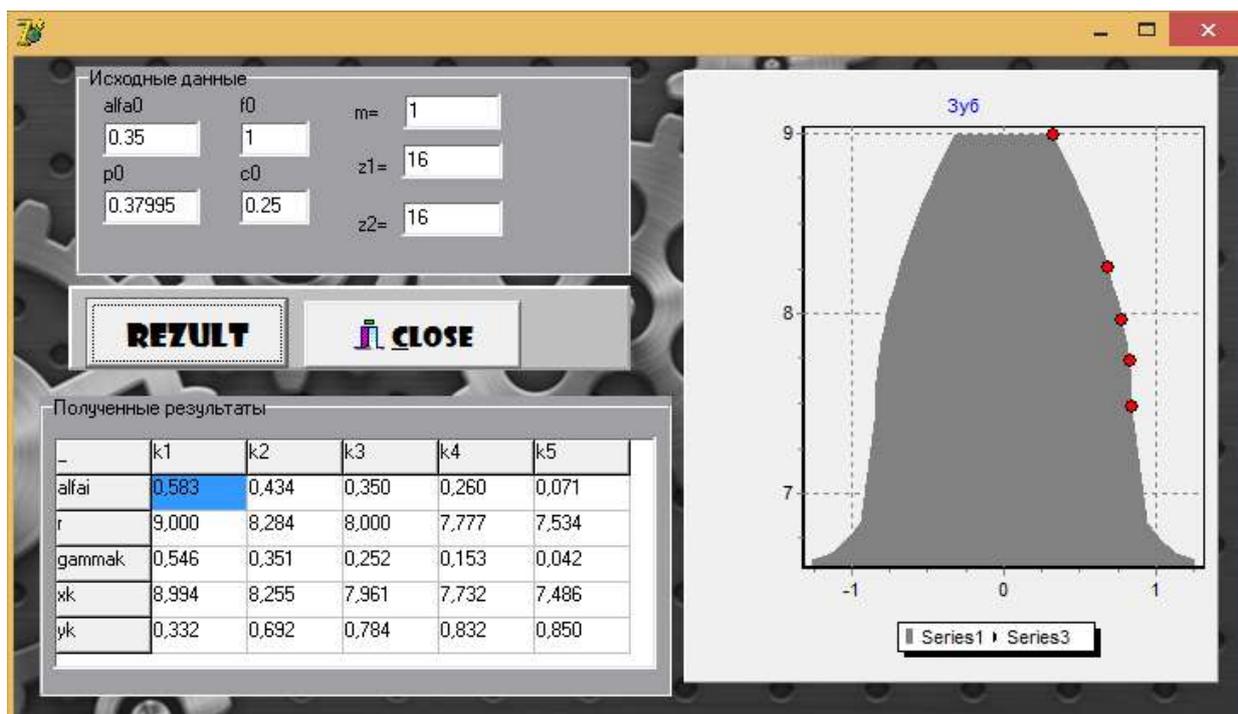


Рисунок 1 – Главное окно программы

Таким образом, была разработана программа для нахождения характерных точек при однопарном зацеплении зубчатых колес. В дальнейшем планируется рассматривать деформативность в найденных точках с учетом композиционных материалов, из которых может состоять как зуб, так и шестерня.

Список литературы

- 1 **Можаровский, В. В.** О влиянии формы зуба на изгибную деформацию зубьев эвольвентных цилиндрических зубчатых колес / В. В. Можаровский, В. Е. Старжинский // Известия АН БССР. Сер. физ.-техн. – 1974. – № 4. – С. 118–123.
- 2 **Можаровский, В. В.** Расчет изгибных перемещений зубьев зубчатых колес из композитов / В. В. Можаровский, М. В. Москалева, Д. С. Кузьменков // Проблемы физики, математики и техники. – 2019. – № 4 (41). – С. 81–86.

УДК 539.3

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМИРОВАНИЯ КРУГЛОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ НАГРУЗОК В СВОЕЙ ПЛОСКОСТИ

А. В. НЕСТЕРОВИЧ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Многослойные пластины, в частности трехслойные, имеют достаточно широкий диапазон применимости в различных областях промышленности и транспортном машиностроении. Модели деформирования трехслойных элементов конструкций при различных видах нагружений рассмотрены в монографии [1]. Статьи [2, 3] посвящены исследованию квазистатического деформирования трехслойных круглых пластин под действием осесимметричных и неосесимметричных нагрузок.

Рассматривается осесимметричное растяжение-сжатие трехслойной круглой пластины силами $p_r(r)$ с постоянной, линейно и квадратично зависящими от радиальной координаты, приложенными в срединной плоскости заполнителя. Предполагалось, что контур пластины свободно оперт.

Проведен сравнительный анализ влияния осесимметричных нагрузок, распределенных по срединной плоскости заполнителя, на радиальные перемещения. Температурное поле принималось стационарным. Слои пластины выполнены из Д16-Т-фторопласт-4–Д16-Т. Радиус пластины $r_0 = 1$ м, толщины слоев $h_1 = h_2 = 0,02$ м, $h_3 = 0,4$ м. На рисунке 1, а показаны радиальные перемещения $u_r(r)$