как может показаться. Процесс, скорее всего, будет ограничен большой бутылкой из-под газировки с гладкими внешними поверхностями, чтобы толщина и ширина ленты были максимально одинаковыми [4].

В качестве испытуемых образцов были подготовлены ленты пластика из ПЭТ-бутылок голубого цвета, отличающиеся между собой шириной испытуемых образцов (таблица 1).

Таблица 1 – **Зависимости нагрузки при разрыве от размера образцов**

Размеры образцов, мм	Нагрузка при разрыве, кг·с/см^2			
	1	2	3	Средняя
150×10	4,16	4,12	4,20	4,16
150×3	0,92	0,82	0,93	0,89
150×9 (жгут из лент по 3 мм)	2,30	1,20	1,00	1,50

Пластик голубых ПЭТ-бутылок один из самых жёстких, однако в расплавленном виде является наиболее текучим из всех.

Анализируя данные, полученные в ходе проведения эксперимента, следует отметить, что наибольшей прочностью обладают образцы размером 150×10 мм со средней нагрузкой при разрыве, равной 4,15 кг·с/см^2. Далее следуют образцы размером 150×3 мм (жгут из 3 лент размером 150×3 мм) со средней нагрузкой при разрыве, равной 1,50 кг·с/см^2. Самой низкой прочностью характеризуются образцы наименьшего размера 150×3 мм, средняя нагрузка которых при разрыве составляет всего 0,89 кг·с/см^2.

Следует отметить, что при непосредственном производстве филамента, включающем этапы роспуска на ленты и нагревания материала до температуры стеклования, прочность может значительно увеличиться ввиду изменения структуры и плотности исходного материала. Аддитивное производство при переработке полимеров может протекать с одновременным улучшением тепловых, механических и трибологических свойств материалов путем формирования композитов, представляющих собой полимерную матрицу, армированную волокном, керамикой и другими типами усилителей.

Список литературы

1 Нить 3D-печати как вторая жизнь отходов пластмасс [Электронный ресурс] / К. Микула [и др.]. – Режим доступа : https://doi.org/10.1007/s11356-020-10657-8. – Дата доступа : 20.04.2022.

2 Experimental determination of the tensile strength of fused deposition modeling parts / K. Savvakis [et al.] // American Society of Mechanical Engineers-International Mechanical Engineering Congress & Exposition, At Montreal : conference. – 2014. – P. 1–6.

3 The Latest Flashforge Software, Firmware, and User Manual Download [Electronic resource]. – Mode of acess : http://www.flashforge.com. hk/downloads.html. – Date of acess : 20.04.2022.

4 Evaluation of dimensional accuracy and material properties of the MakerBot 3D-desktop printer / G. W. Melenka // Rapid Prototyping Journal. – 2015. – No. 21 (5). –P. 618–627.

УДК 517.958

ВОЛНЫ В УПРУГОЙ ОБОЛОЧКЕ С ДРОБНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ, ОКРУЖЕННОЙ УПРУГОЙ СРЕДОЙ И СОДЕРЖАЩЕЙ ВЯЗКУЮ НЕСЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ

Л. И. МОГИЛЕВИЧ, Е. В. ПОПОВА

Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А., Российская Федерация

Проведено исследование, целью которого является развитие метода возмущений для задач нелинейной волновой динамики при моделировании волн деформаций в упругой физически нелинейной цилиндрической оболочке, содержащей вязкую несжимаемую жидкость с учетом инерции ее движения. Данный класс задач имеет важное теоретическое и практическое значение [1] для развития методов неразрушающей волновой диагностики состояния упругих конструкций, заполненных жидкостью, что особенно актуально для проблем обеспечения безопасности на транспорте. Динамика вязкой жидкости, находящейся внутри оболочки, исследуется без учета ее сжимаемости и описывается уравнениями Навье – Стокса совместно с уравнением неразрывности [2]. Данные уравнения дополняются граничными условиями непроскальзывания жидкости на ограничивающих ее стенках. Рассмотрена оболочка с дробной физической нелинейностью и конструкционным демпфированием, и на основе постановки и решения задачи гидроупругости показано, что данная задача может быть сведена к исследованию дифференциального уравнения с нелинейностью Шамеля [3, 4]. Для решения было выполнено прямое разложение искомых функций по малому параметру задачи гидроупругости. В результате осуществлено упрощение уравнений гидродинамики, выражающееся в сведении их к уравнениям гидродинамической теории смазки, но с учетом локальных членов инерции, решение которых выполнено с использованием метода итерации. Полученное таким образом решение позволило найти выражения для напряжения, действующего со стороны вязкой жидкости на оболочки как в нормальном, так и в продольном направлениях. Показано, что учет наличия в оболочке жидкости приводит к появлению в нелинейных уравнениях продольных волн деформации стенок оболочки члена, не позволяющего найти точное его решение. Другими словами, для рассматриваемого случая требуется проведение численного решения.

Уравнение, описывающее нелинейный волновой процесс в оболочке во введенных безразмерных переменных после проведения метода возмущения, представлено в виде

$$\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial\xi\partial\tau}+\frac{1}{2}\frac{m}{E}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{1/2}\sqrt{1-\mu_0^2}\,(\mu_1+\mu_2\mu_0+\mu_1\mu_0^2)^{1/4}\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\frac{\partial u_{10}}{\partial\xi}\right]^{3/2}+\frac{\mu_0^2\sqrt{1-\mu_0^2}}{2}\frac{\partial^4 u_{10}}{\partial\xi^4}+$$
$$+\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon^{1/2}}\frac{1}{2}\frac{\partial u_{10}}{\partial\xi}+k_1\frac{\mu_0^2}{2\sqrt{1-\mu_0^2}}\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial\xi^2}- \tag{1}$$
$$-\frac{\rho}{\varepsilon^{3/2}\rho_0}\frac{\sqrt{1-\mu_0^2}}{12}[(1-2\mu_0)^2+3(2\mu_0)^2]\frac{\partial^2 u_{10}}{\partial\xi^2}+\frac{\rho}{\varepsilon^{3/2}\rho_0}\frac{\nu}{\varepsilon^{1/4}c_0R}2(1-2\mu_0)^2\frac{\partial u_{10}}{\partial\xi}=0\,.$$

где $\mu_1=\frac{1}{3}\left[1+\frac{\mu_0(2\mu_0-1)}{(1-\mu_0)^2}\right]$; $\mu_2=\frac{1}{3}\left[1-\frac{2\mu_0(2\mu_0-1)}{(1-\mu_0)^2}\right]$; E – модуль Юнга материала оболочки; m – постоянная материала, определяемая из эксперимента; μ_0 – коэффициент Пуассона; ρ_0 – плотность материала оболочки; ρ – плотность жидкости; c_0 – скорость звука в материале оболочки; R – радиус срединной поверхности оболочки; ν – кинематических коэффициент вязкости жидкости; ε_1 – коэффициент конструкционного демпфирования материала оболочки; k_1 – коэффициент постели, окружающей оболочку упругой среды; $\varepsilon = h_0 / R$, h_0 – толщина оболочки; u_{10} – продольное перемещение оболочки; ξ – бегущая переменная; τ – медленное время.

Введем обозначения $\frac{\partial u_{10}}{\partial\xi}=\varphi,\quad \eta=c_1\xi,\quad t=c_2\tau$ и, подставляя их в (1), получим

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{m}{E}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{1/2}\sqrt{1-\mu_0^2}\,(\mu_1+\mu_2\mu_0+\mu_1\mu_0^2)^{1/4}\frac{c_1}{c_2}\frac{\partial}{\partial\eta}(\varphi^{3/2})+\frac{\mu_0^2\sqrt{1-\mu_0^2}}{2}\frac{c_1^3}{c_2}\frac{\partial^3\varphi}{\partial\eta^3}+ \tag{2}$$
$$+\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon^{1/2}}\frac{1}{c_2}\varphi+k_1\frac{\mu_0^2}{2\sqrt{1-\mu_0^2}}\frac{c_1}{c_2}\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}-$$
$$-\frac{\rho}{\varepsilon^{3/2}\rho_0}\frac{\sqrt{1-\mu_0^2}}{12}[(1-2\mu_0)^2+3(2\mu_0)^2]\frac{c_1}{c_2}\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}+\frac{\rho}{\varepsilon^{3/2}\rho_0}\frac{\nu}{\varepsilon^{1/4}c_0R}2(1-2\mu_0)^2\frac{1}{c_2}\varphi=0.$$

Потребуем $\frac{1}{2}\frac{m}{E}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{1/2}\sqrt{1-\mu_0^2}\,(\mu_1+\mu_2\mu_0+\mu_1\mu_0^2)^{1/4}\frac{c_1}{c_2}\cdot\frac{3}{2}=6,\ \frac{\mu_0^2\sqrt{1-\mu_0^2}}{2}\frac{c_1^3}{c_2}=1$, что дает

$$c_1=\left[\frac{m}{E}\frac{1}{4}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{1/2}(\mu_1+\mu_2\mu_0+\mu_1\mu_0^2)^{1/4}\frac{1}{\mu_0^2}\right]^{1/2},\ c_2=c_1^3\frac{\mu_0^2\sqrt{1-\mu_0^2}}{2}\,.$$

Обозначим $\delta_0=\frac{\rho}{\varepsilon^{3/2}\rho_0}\frac{\nu}{\varepsilon^{1/4}c_0R}2(1-2\mu_0)^2\frac{1}{c_2}$, $\delta_1=\frac{\rho}{\varepsilon^{3/2}\rho_0}\frac{\sqrt{1-\mu_0^2}}{12}[(1-2\mu_0)^2+3(2\mu_0)^2]\frac{c_1}{c_2}$

$$\delta_2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon^{1/2}}\frac{1}{c_2}\,,\ \delta_3 = k_1\frac{\mu_0^2}{2\sqrt{1-\mu_0^2}}\frac{c_1}{c_2}\,.$$

В результате получим обобщенное уравнения Шамеля

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + 6\varphi^{1/2}\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} + \frac{\partial^3\phi}{\partial\eta^3} + \delta_0\varphi - \delta_1\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} + \delta_2\varphi + \delta_3\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} = 0. \quad (3)$$

При отсутствии жидкости в оболочке (δ_0 = 0, (δ_1 = 0), отсутствии окружающей среды (δ = 0) и конструкционного демпфирования (δ_2 = 0) из (3) получаем известное уравнение Шамеля [3]

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + 6\varphi^{1/2}\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} + \frac{\partial^3\varphi}{\partial\eta^3} = 0 \quad (4)$$

с точными решениями [4]

$$\varphi = 25k^4 ch^{-4}k[\eta - 16k^2 t]$$

Здесь волновое число k является произвольной величиной. Решение (4) описывает волну, скорость которой сверхзвуковая.

Численное решение (3) реализовано с использованием современного подхода, основанного на универсальном алгоритме коммутативной алгебры, для интегро-интерполяционного метода. В результате построения разностного базиса Грёбнера сгенерированы разностные схемы типа Кранка – Николсона [5], полученные с использованием базовых интегральных разностных соотношений, аппроксимирующих исходную систему уравнений. Вычислительный эксперимент показал, что из-за влияния жидкости происходит затухание амплитуды волны и уменьшение её скорости (скорость волны дозвуковая).

Список литературы

1 **Ерофеев, В. И.** Неупругое взаимодействие и расщепление солитонов деформации, распространяющихся в стержне / В. И. Ерофеев, В. В. Кажаев // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10, № 2. – С. 127–137.

2 **Лойцянский, Л. Г.** Механика жидкости и газа : учеб. для вузов / Л. Г. Лойцянский. – 7-е изд., испр. – М. : Дрофа, 2003. – 840 с.

3 The generalized Schamel equation in nonlinear wave dynamics of cylindrical shells / A. Zemlyanukhin [et al.] // Nonlinear Dynamics. – 2019. – Vol. 98, no. 1. – P.185–194.

4 **Дагхан, Д.** Аналитическое решение уравнения Шамеля, описывающее распространение инно-звуковых волн в плазме двух типов, и их параметричекое исследование / Д. Дагхан, О. Донмец // Прикладная математика и техническая физика. – 2018. – Т. 59, № 3. – С. 5–13.

5 **Блинкова, А. Ю.** Нелинейные волны в соосных цилиндрических оболочках, содержащих вязкую жидкость между ними, с учетом рассеяния энергии / А. Ю. Блинкова, Ю. А. Блинков, Л. И. Могилевич // Вычислительная механика сплошных сред. – 2013. – Т. 6, № 3. – С. 336–345.

УДК 539.3

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОГРАММЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ХАРАКТЕРНЫХ ТОЧЕК ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЗУБЬЕВ ИЗ КОМПОЗИТОВ В ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧЕ

М. В. МОСКАЛЕВА
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

Для моделирования работы систем, например, «взаимодействия зубьев зубчатых передач», необходимо создавать методы и решать новые контактные задачи о сопряжении упругих тел с учетом их деформативности. Зубчатые колеса являются важными силовыми компонентами, которые используются в передачах различных механических и автомобильных систем. Поэтому исследование их деформативности является актуальной областью технического поиска на компьютере с целью повышения эффективности зубчатых систем передачи механической энергии для обеспечения её работоспособности [1, 2].