

Деформации в слоях связаны с напряжениями термоупругими соотношениями закона Гука [7]:

$$s_{\alpha}^{(k)} = 2G_k \varepsilon_{\alpha}^{(k)}, \quad \sigma^{(k)} = 3K_k (\varepsilon^{(k)} - \alpha_{0k} \Delta T) \quad (k = 1, 2, 3),$$
$$s_{rz}^{(3)} = 2G_k \varepsilon_{rz}^{(3)} \quad (\alpha = r, \varphi),$$

где $s_{\alpha}^{(k)}$, $\varepsilon_{\alpha}^{(k)}$ – девиаторы, $\sigma^{(k)}$, $\varepsilon^{(k)}$ – шаровые части тензоров напряжений и деформаций; G_k , K_k – модули сдвига и объемного деформирования; ΔT – приращение температуры, отсчитывание от некоторого начального значения; α_{0k} – коэффициент линейного температурного расширения материала k -го слоя.

Уравнения равновесия в усилиях и перемещениях выводятся из вариационного принципа Лагранжа.

Получены аналитические решения и проведен численный параметрический анализ.

Список литературы

- 1 **Леоненко, Д. В.** Колебания круговых трехслойных пластин на упругом основании Пастернака / Д. В. Леоненко // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2014. – № 1. – С. 59–63.
- 2 **Коваленко, А. Д.** Термоупругость : [монография] / А. Д. Коваленко. – Киев : Вища школа, 1975. – 216 с.
- 3 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Л. Н. Рабинский. – М. : МАИ, 2016. – 184 с.
- 4 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойного стержня в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. – 2013. – № 1 (22). – С. 31–35.
- 5 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / É. I. Starovoitov [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no. 4. – P. 1023–1029.
- 6 **Леоненко, Д. В.** Поперечный изгиб круговой сэндвич-пластины ступенчатой толщины / Д. В. Леоненко // Известия Гомельского государственного университета. Естественные науки. – 2020. – № 6 (123). – С. 151–155.
- 7 **Старовойтов, Э. И.** Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2001. – 344 с.

УДК 539.31

МЕТОД КОМПЕНСИРУЮЩИХ НАГРУЗОК ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В АНИЗОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ С ЛОКАЛЬНЫМИ ШАРНИРНЫМИ ОПОРАМИ

Н. А. ЛОКТЕВА

*Московский авиационный институт (НИИ); НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова,
г. Москва, Российская Федерация*

Д. О. СЕРДЮК, П. Д. СКОПИНЦЕВ

Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация

Тонкостенные конструкции, в частности оболочки, являются типовым элементом конструкций и широко применяются в железнодорожной, судостроительной, авиационной и ракетно-космической промышленности. Развитие аддитивных технологий, фотополимерной трехмерной печати, технологий изготовления полимерных композитов с пространственным армированием дает возможность проектирования тонкостенных конструкций не только из изотропных материалов, но и из материалов, обладающих общей анизотропией свойств. Такие конструкционные материалы требуют разработки новых математических моделей, методов и алгоритмов прочностных и динамических расчетов, применяемых при проектировании новых перспективных сооружений и аппаратов, соответствующих высоким нормам безопасности. Наиболее трудоёмкими являются расчеты в случае действия нестационарных нагрузок, поскольку в таком случае искомое решение существенно неоднородно по пространственным координатам и времени.

Вопросы нестационарной динамики изотропных оболочек и пластин разобраны в работах [1] и [2]. В данной работе описывается подход к нахождению параметра дискретизации по времени для построения функции нормальных перемещений для тонкой упругой анизотропной цилиндрической оболочки с локальными шарнирными опорами при воздействии сосредоточенной нестационарной нагрузки.

Оболочка имеет радиус R и толщину h . Материал цилиндрической оболочки упругий и анизотропный – упругая среда имеет одну поверхность симметрии, которой в рассматриваемом случае является срединная поверхность оболочки. Для тонкой оболочки Кирхгофа – Лява рассматриваемый материал характеризуется шестью независимыми упругими постоянными: $c_{11} = C^{1111}$, $c_{12} = C^{1122}$, $c_{16} = C^{1112}$, $c_{22} = C^{2222}$, $c_{26} = C^{1222}$, $c_{66} = C^{1212}$.

В начальный момент времени оболочка находится в невозмущенном состоянии, а затем на нее воздействует сосредоточенная нестационарная нагрузка $p(z, \alpha, \tau)$. Движение оболочки рассматривается в цилиндрической системе координат $ORz\alpha$. Оболочка имеет две последовательности локальных шарнирных опор в окружном направлении, математически описываемых точечными граничными условиями. Областью исследования характера распространения нестационарных возмущений является зона цилиндрической оболочки, ограниченная данными последовательностями.

Постановка задачи включает в себя уравнения движения упругой оболочки Кирхгофа – Лява, соответствующие геометрические и физические соотношения с учетом симметрии свойств материала исследуемой оболочки, а также начальные и граничные условия. Целью исследования является построение функции нормальных перемещений.

Функция нормальных перемещений строится с помощью функции Грина для нормального перемещения неограниченной оболочки и представлена в виде сумм интегральных операторов типа сверток функции Грина для неограниченной оболочки с функциями внешней нестационарной нагрузки и с компенсирующими нагрузками [3, 4]. Для построения функции Грина применяются разложения в экспоненциальные ряды Фурье по углу α , а также интегральные преобразования Фурье по координате z и Лапласа по времени τ . Оригинал функции Грина по Лапласу найден аналитически при помощи таблиц операционного исчисления с предварительным применением формулы Кардано и использованием второй теоремы разложения, а для нахождения оригинала по Фурье применён численный метод интегрирования быстро осциллирующих функций. Амплитуды компенсирующих нагрузок должны удовлетворять граничным условиям и определяются из системы интегральных уравнений Вольтерра 1-го рода с разностным ядром относительно неизвестных компенсирующих нагрузок. Дискретизация амплитуд компенсирующих нагрузок по времени τ на k равных временных отрезков Δ_τ дает результирующий вид системы уравнений для определения компенсирующих нагрузок, решение которой методом Гаусса с предварительным взятием входящих в нее интегралов методом средних прямоугольников дает k -е значение амплитуд компенсирующих нагрузок в $k\Delta_\tau$ моменте времени с учетом найденных значений амплитуд компенсирующих нагрузок, полученных на всех предыдущих временных интервалах.

Функция нормальных перемещений для цилиндрической оболочки с двумя последовательно локальных шарнирных опор в окружном направлении имеет вид

$$w(z, \alpha, \tau) \approx \int_0^\tau G_w(z, \alpha, \tau - t)p(t)dt + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \left[q_{ui}^j \int_{(j-1)\Delta_\tau}^{j\Delta_\tau} G_w(z - a_u, \alpha - c_i, k\Delta_\tau - t)dt + f_{ui}^j \int_{(j-1)\Delta_\tau}^{j\Delta_\tau} G_w(z - b_u, \alpha - c_i, k\Delta_\tau - t)dt \right], u=1,2, \Delta_\tau = \frac{\tau}{k}. \quad (1)$$

Выбор параметра дискретизации по времени k осуществляется на основе анализа сходимости функции нестационарных нормальных перемещений по непрерывной норме с заданной точностью.

Для численного исследования нестационарного перемещения рассмотрена анизотропная оболочка толщиной $h = 0,01$ м, радиусом $R = 0,5$ м, и имеющая 6 локальных шарниров в координатах $z = -3$, $z = 3$ с шагом по углу 120 градусов при действии сосредоточенной нестационарной нагрузки с амплитудой, меняющейся по закону $p(\tau) = -50\sin(\tau)e^{-2\tau}$. Материал оболочки – углепластик, имеющий следующий тензор упругих постоянных (упругие постоянные в ГПа) [5]:

$$C = \begin{pmatrix} 95,5 & 28,9 & 4,03 & 0 & 0 & 44,7 \\ 28,9 & 25,9 & 4,65 & 0 & 0 & 15,6 \\ 4,03 & 4,65 & 16,3 & 0 & 0 & 0,54 \\ 0 & 0 & 0 & 4,4 & -1,78 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,78 & 6,45 & 0 \\ 44,7 & 15,6 & 0,54 & 0 & 0 & 32,7 \end{pmatrix}.$$

На рисунке 1 представлены зависимости безразмерного нормального перемещения цилиндрической оболочки вдоль оси z при $\alpha = 0$, в момент времени $\tau = 2$ при различных параметрах дискретизации по времени k из (1):

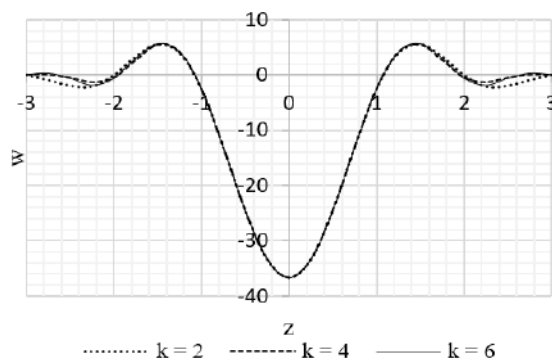


Рисунок 1 – Безразмерный прогиб анизотропной цилиндрической оболочки в момент времени $\tau = 2$

Из представленных на рисунке 1 результатов видно, что с ростом числа k наблюдается сходимость функции нормальных перемещений, при этом нормы составили:

$$\left\| w(z, 0, 2) \Big|_{k=2} - w(z, 0, 2) \Big|_{k=4} \right\| = \max_{-3 \leq z \leq 3} \left| w(z, 0, 2) \Big|_{k=2} - w(z, 0, 2) \Big|_{k=4} \right| = 1,45,$$

$$\left\| w(z, 0, 2) \Big|_{k=4} - w(z, 0, 2) \Big|_{k=6} \right\| = \max_{-3 \leq z \leq 3} \left| w(z, 0, 2) \Big|_{k=4} - w(z, 0, 2) \Big|_{k=6} \right| = 0,61.$$

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-19-00217).

Список литературы

- 1 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков. – М. : Физматлит, 2004. – 472 с.
- 2 **Вахтерова, Я. А.** Нестационарная динамика балок и пластин : учеб. пособие / Я. А. Вахтерова, Д. О. Сердюк, Г. В. Федотенков. – М. : МАИ, 2021. – 104 с.: ил.
- 3 Метод компенсирующих нагрузок в задачах теории тонких пластинок и оболочек / Э. С. Венцель [и др.]. – Харьков, 1992. – 92 с.
- 4 **Koreneva, E. V.** Method of compensating loads for solving of anisotropic medium problems // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2018. – no 14 (1). – P. 71–77. – URL: <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2018-14-1-71-77>.
- 5 **Игумнов, Л. А.** Гранично-элементное решение краевых задач трехмерной анизотропной теории упругости / Л. А. Игумнов, И. П. Марков, В. А. Пазин // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Сер.: Механика. – 2013. – № 1 (3). – С. 115–129.

УДК 519.246.8; 656.222.6

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ НЕРАВНОМЕРНОСТЕЙ НА ПЕРЕВОЗОЧНЫЙ ПРОЦЕСС

Е. В. МАЛОВЕЦКАЯ, А. К. МОЗАЛЕВСКАЯ

Иркутский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация

Учет колебаний вагонопотоков имеет большое значение при формировании долгосрочных прогнозов изменения объемов грузопотоков, перевозимых железнодорожным транспортом. В транспортной отрасли одной из важных производственных проблем является сезонная неравномерность перевозок. Данная проблема негативно сказывается на работе железнодорожной отрасли [1–3]. Актуальными также (в связи с нахождением большого количества вагонов в собственности частных компаний) остаются вопросы транзитности вагонопотоков. Всё это требует введения новых инновационных методов прогнозирования, особенно в управленческом аппарате, с возможностью построения прогноза на период года, месяца, суток и т. д. [4]. При этом необходимо уменьшить влияние человеческого фактора на точность принятия управленческих решений. Процесс приема и сдачи вагонопотоков и поездопотоков по пунктам стыкования железных дорог по своей сути является