

## Список литературы

- 1 Журавков, М. А. Математические модели механики твердого тела // М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2021 – 535 с.
- 2 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Л. Н. Рабинский. – М. : МАИ, 2016. – 184 с.
- 3 Kuznetsova, E. L. Methods of diagnostic of pipe mechanical damage using functional analysis, neural networks and method of finite elements / E. L. Kuznetsova, G. V. Fedotenkov, E. I. Starovoitov // INCAS Bulletin. – Vol. 12, Spec. is. – 2020. – P. 79–90.
- 4 Starovoitov, É. I. Vibrations of round three-layer plates under the action of distributed local loads / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // Strength of materials. – 2002. – Vol. 34, no. 5. – P. 474–481.
- 5 Gorshkov, A. G. Harmonic Vibrations of a Viscoelastoplastic Sandwich Cylindrical Shell / A. G. Gorshkov, É. I. Starovoitov, A. V. Yarovaya // International applied mechanics. – 2001. – Vol. 37, no 9. – P. 1196–1203.
- 6 Горшков, А. Г. Колебания трехслойных стержней под действием локальных нагрузок различных форм / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Экологический вестник научных центров черноморского экономического сотрудничества. – 2004. – № 1. – С. 45–52.
- 7 Fedotenkov, G. V. Identification of non-stationary load upon Timoshenko beam / G. V. Fedotenkov, D. V. Tarlakovsky, Y. A. Vahterova // Lobachevskii journal of mathematics. – 2019. – Vol. 40, no 4. – P. 439–447.
- 8 Вестяк, В. А. Распространение нестационарных объемных возмущений в упругой полуплоскости / В. А. Вестяк, А. С. Садков, Д. В. Тарлаковский // Изв. РАН. МТТ. – 2011. – Т. 46, № 2. – С. 130–140.
- 9 Tarlakovskii, D. V. Nonstationary 3D motion of an elastic spherical shell / D. V. Tarlakovskii, G. V. Fedotenkov // Mechanics of Solids. – 2015. – Vol. 46, no. 5. – P. 779–787.
- 10 Старовойтов, Э. И. Термосиловое нагружение трехслойных пологих оболочек / Э. И. Старовойтов // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1989. – № 5. – С. 114–119.
- 11 Захарчук, Ю. В. Перемещения в круговой трехслойной пластине со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2017. – № 10. – С. 55–66.
- 12 Захарчук, Ю. В. Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – № 11. – С. 80–87.
- 13 Козел, А. Г. Деформирование круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2017. – Вып. 32. – С. 235–240.
- 14 Козел, А. Г. Решение задачи об изгибе упругопластической круговой пластины на основании пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2019. – Вып. 34. – С. 165–171.
- 15 Нестерович, А. В. Радиальное и тангенциальное неосесимметричное нагружение круговой трехслойной пластины / А. В. Нестерович // Механика. Исследования и инновации. – 2020. – № 13. – С. 116–121.
- 16 Нестерович, А. В. Неосесимметричное нагружение трехслойной круговой пластины в своей плоскости / А. В. Нестерович // Теоретическая и прикладная механика. – 2020. – Вып. 35. – С. 246–252.
- 17 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / É. I. Starovoitov [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no 4. – P. 1023–1029.

УДК 539.3

## ТЕПЛОВОЕ НАГРУЖЕНИЕ КРУГОВОЙ СЭНДВИЧ-ПЛАСТИНЫ СТУПЕНЧАТО-ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

*Д. В. ЛЕОНЕНКО*

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

Многослойные стержни, пластины и оболочки широко применяются в транспортном машиностроении, строительстве, авиа- и ракетостроении. Исследованию поведения этих конструкций посвящено множество научных работ. Достаточно хорошо исследовано поведение гладких конструкций. Ранее в статье [1] решена задача о колебаниях круговых пластин на двухпараметрическом основании. Задачи термоупругости однослойных элементов конструкций рассмотрены А. Д. Коваленко в монографии [2]. Статическое нагружение трехслойного стержня исследовано в [3], при действии температурного поля – в [4, 5] В работе [6] исследована сэндвич-пластина с нерегулярной границей при отсутствии температурного воздействия. Здесь рассмотрена подобная пластина при действии термосилового нагрузки.

Пластина круглой формы состоит из трех слоев. Несущие слои равной толщины ( $h_{1l} = h_{2l} = h_l$ ) могут изменяться вдоль радиуса пластины ступенчато. На внешнюю поверхность пластины перпендикулярно первому несущему слою действует тепловой поток интенсивностью  $q_l$  и внешняя силовая нагрузка  $q_l$ . За искомые величины принимаются прогиб пластины  $w_l(r)$  и относительный сдвиг в наполнителе  $\psi_l(r)$  на каждом участке  $l$ , которые не зависят от окружной координаты  $\varphi$ .

Деформации в слоях связаны с напряжениями термоупругими соотношениями закона Гука [7]:

$$s_{\alpha}^{(k)} = 2G_k \varepsilon_{\alpha}^{(k)}, \quad \sigma^{(k)} = 3K_k (\varepsilon^{(k)} - \alpha_{0k} \Delta T) \quad (k = 1, 2, 3),$$
$$s_{rz}^{(3)} = 2G_k \varepsilon_{rz}^{(3)} \quad (\alpha = r, \varphi),$$

где  $s_{\alpha}^{(k)}$ ,  $\varepsilon_{\alpha}^{(k)}$  – девиаторы,  $\sigma^{(k)}$ ,  $\varepsilon^{(k)}$  – шаровые части тензоров напряжений и деформаций;  $G_k$ ,  $K_k$  – модули сдвига и объемного деформирования;  $\Delta T$  – приращение температуры, отсчитывание от некоторого начального значения;  $\alpha_{0k}$  – коэффициент линейного температурного расширения материала  $k$ -го слоя.

Уравнения равновесия в усилиях и перемещениях выводятся из вариационного принципа Лагранжа.

Получены аналитические решения и проведен численный параметрический анализ.

#### Список литературы

- 1 **Леоненко, Д. В.** Колебания круговых трехслойных пластин на упругом основании Пастернака / Д. В. Леоненко // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2014. – № 1. – С. 59–63.
- 2 **Коваленко, А. Д.** Термоупругость : [монография] / А. Д. Коваленко. – Киев : Вища школа, 1975. – 216 с.
- 3 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Л. Н. Рабинский. – М. : МАИ, 2016. – 184 с.
- 4 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойного стержня в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. – 2013. – № 1 (22). – С. 31–35.
- 5 Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field / É. I. Starovoitov [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Vol. 88, no. 4. – P. 1023–1029.
- 6 **Леоненко, Д. В.** Поперечный изгиб круговой сэндвич-пластины ступенчатой толщины / Д. В. Леоненко // Известия Гомельского государственного университета. Естественные науки. – 2020. – № 6 (123). – С. 151–155.
- 7 **Старовойтов, Э. И.** Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2001. – 344 с.

УДК 539.31

## МЕТОД КОМПЕНСИРУЮЩИХ НАГРУЗОК ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В АНИЗОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ С ЛОКАЛЬНЫМИ ШАРНИРНЫМИ ОПОРАМИ

*Н. А. ЛОКТЕВА*

*Московский авиационный институт (НИИ); НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова,  
г. Москва, Российская Федерация*

*Д. О. СЕРДЮК, П. Д. СКОПИНЦЕВ*

*Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация*

Тонкостенные конструкции, в частности оболочки, являются типовым элементом конструкций и широко применяются в железнодорожной, судостроительной, авиационной и ракетно-космической промышленности. Развитие аддитивных технологий, фотополимерной трехмерной печати, технологий изготовления полимерных композитов с пространственным армированием дает возможность проектирования тонкостенных конструкций не только из изотропных материалов, но и из материалов, обладающих общей анизотропией свойств. Такие конструкционные материалы требуют разработки новых математических моделей, методов и алгоритмов прочностных и динамических расчетов, применяемых при проектировании новых перспективных сооружений и аппаратов, соответствующих высоким нормам безопасности. Наиболее трудоёмкими являются расчеты в случае действия нестационарных нагрузок, поскольку в таком случае искомое решение существенно неоднородно по пространственным координатам и времени.

Вопросы нестационарной динамики изотропных оболочек и пластин разобраны в работах [1] и [2]. В данной работе описывается подход к нахождению параметра дискретизации по времени для построения функции нормальных перемещений для тонкой упругой анизотропной цилиндрической оболочки с локальными шарнирными опорами при воздействии сосредоточенной нестационарной нагрузки.