Список литературы

1 **Бельтюков, Н. Л.** О механизме проявления эффекта Кайзера в осадочных горных породах / Н. Л. Бельтюков // Стратегия и процессы освоения георесурсов : сб. науч. тр. – Пермь : ГИ УрО РАН, 2015. – Вып. 13. – С. 102–104.

2 Волновая динамика неоднородных и нелинейных структур с приложением к геомеханике и биомеханике : монография / А. В. Борисов [и др.] ; общ. ред. А. В. Чигарева. – Смоленск : Универсум, 2015. – 431 с.

3 **Журавков, М. А.** Математические модели механики твердого тела / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2021. – 535 с.

4 **Журавков, М. А.** Численное моделирование реологических процессов при недостаточном количестве реологических констант / М. А. Журавков, С. Н. Лопатин // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. – 2021. – Т. 8, № 1. – С. 79–85.

5 **Казикаев, Д. М.** Диагностика и мониторинг напряженного состояния крепи вертикальных стволов / Д. М. Казикаев, С. В. Сергеев. – М. : Горная книга, 2011. – 244 с.

6 **Ко́зел, А. М.** Геомеханические вопросы проектирования и поддержания шахтных стволов. Книга 1. Условия поддержания, состояние, виды и причины деформаций вертикальных стволов / А. М. Ко́зел. – СПб. : Недра, 2001. – 216 с.

7 **Потапова, О. А.** Несущая способность тоннельных обделок при случайном расположении заобделочных пустот : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.15 / О. А. Потапова. – М. : 2000. – 210 с.

8 **Чигарев, А. В.** Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред / А. В. Чигарев. – Минск : Технопринт, 2000. – 425 с.

9 **Шашенко, А. Н.** Некоторые задачи статистической геомеханики / А. Н. Шашенко, С. Б. Тулуб, Е. А. Сдвижкова. – Киев : Пульсари, 2002. – 302 с.

10 **Auld, F. A.** Design and construction of deep shaft concrete linings in the UK / F. A. Auld // Shaft Design and Construction 4th International Conference. – 2019. – Vol. 20, no. 12. – P. 1–11.

11 **Hou, Z.** Untersuchungen zum Nachweis der Standsicherheit für Untertagedeponien im Salzgebirge : Dissertation ... Doktoringenieurs / Z. Hou. – TU Clausthal, 1998. – 387 p.

12 **Jia, Y. D.** Numerical modelling of shaft lining stability at deep mine / Y. D. Jia, R. Stace, A. Williams // Mining Technology. – 2013. – Vol. 122, no. 1. – P. 8–19.

13 **Kazlouski, J.** Study of sylvinite heterogeneous creep characteristics and their influence on the shaft stability / J. Kazlouski, M. A. Zhuravkov, S. I. Bogdan / // The Mechanical Behavior of Salt X. – Utrecht : CRC Press/Balkema, 2022. – P. 519–529.

14 **Phoon, K.-K.** Characterization of geotechnical variability / K.-K. Phoon, F. H. Kulhawy // Canadian Geotechnical Journal. – 1999. – Vol. 36, no. 4. – P. 612–624.

15 Probabilistic Analysis of a Rock Salt Cavern with Application to Energy Storage Systems / E. Mahmoudi [et al.] // Rock Mechanics and Rock Engineering. – 2017. – Vol. 50. – P. 139–157.

16 Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering : International Centre for Mechanical Sciences, Courses and Lectures / ed. by D. V. Griffiths, G. A. Fenton. – Springer Vienna, 2007. – Vol. 491. – 346 p.

УДК 539.3

ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ ВЫСОКОЭЛАСТИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ КАНОНИЧЕСКИХ ФОРМ МЕРИДИАНА ПРИ СТАТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Е. А. КОРОВАЙЦЕВА
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова,
г. Москва, Российская Федерация

Постановка задачи статического деформирования мягкой оболочки вращения описывается системами квазилинейных дифференциальных и нелинейных алгебраических уравнений, в векторно-матричной форме имеющих вид

$$\frac{d\mathbf{y}}{dx} = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q}), \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{\varphi}(x, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q}) = \mathbf{0}. \qquad (2)$$

где $\mathbf{y}$ – вектор разрешающих переменных задачи; $\mathbf{f}$ – вектор-функция из n компонент правых частей разрешающей системы уравнений; $\boldsymbol{\varphi}$ – вектор-функция нелинейных дополнительных алгебраических соотношений; z – вектор дополнительных переменных, т. е. переменных, которые не входят под знак производной в дифференциальных уравнениях задачи, а рассчитываются по алгебраическим соотношениям; $\boldsymbol{\mu}$ - вектор-функция исходных значений параметров задачи; $\mathbf{q}$ – вектор-функция заданных обобщенных распределенных нагрузок.

Соотношения (1), (2) дополняются граничными условиями,

$$\boldsymbol{\psi}_1(x_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1, \boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{q}_1) = \mathbf{0}, \quad 1 \rightleftarrows 2, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\psi}_1$, $\boldsymbol{\psi}_2$ – вектор-функции заданных граничных условий.

Необходимо отметить, что задача деформирования мягких оболочек из высокоэластичных материалов является и геометрически, и физически нелинейной. При этом физическая нелинейность определяется видом упругого потенциала материала, из которого изготовлена оболочка.

Традиционно при расчете мягких оболочек используются уравнения безмоментной теории [1]. Однако в данной работе проведен сравнительный анализ результатов расчета мягких оболочек из высокоэластичных материалов, основанных на использовании соотношений как безмоментной, так и моментной теории. При этом в первом случае за основу взята система разрешающих соотношений, сформулированная в [2], а во втором случае использованы уравнения неквадратичного варианта моментной теории оболочек [3]. Тогда состав векторов разрешающих переменных y имеет вид $\mathbf{y} = \{T_{1x};\ T_{1z};\ u;\ w\}^T$, где T_{1x}, T_{1z} – проекции равнодействующих истинных усилий оси x, z системы координат, связанной с недеформированной оболочкой; u, w – проекции вектора перемещения точки поверхности оболочки на указанные оси. Для системы уравнений моментной теории оболочек $\mathbf{y} = \{F_{11};\ N_{11};\ M_1;\ u;\ w;\ \Phi_{11}\}^T$, где F_{11}, N_{11} – проекции истинных усилий оси x, z системы координат, связанной с недеформированной оболочкой; M_1 – меридиональный изгибающий момент; Φ_{11} – угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки.

Решение задачи (1)–(3) строится методом дифференцирования по параметру [4]. При этом введем параметр нагрузки α, считая, что система внешних нагрузок с заданным распределением $\mathbf{q}$, $\mathbf{q}_1$, $\mathbf{q}_2$ изменяется в процессе расчета пропорционально α. После дифференцирования соотношений (1)–(3) по некоторому заранее выбранному параметру продолжения решения T и выражения скорости вектора дополнительных переменных по параметру $\dot{z} = dz/dT$ из продифференцированных соотношений (2) получим квазилинейную краевую задачу

$$\frac{d\dot{\mathbf{y}}}{dx} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{b}\dot{\alpha} \tag{4}$$

с граничными условиями

$$\mathbf{B}_1\dot{\mathbf{y}}_1 + \mathbf{c}_1\dot{\alpha} = \mathbf{0}, \quad 1 \rightleftarrows 2 \tag{5}$$

и нелинейную начальную задачу

$$\begin{aligned} &\frac{d\dot{\mathbf{y}}_i}{dT} = \dot{\mathbf{y}}_i(\mathbf{y}_i, x_i, T), \quad i \in [1, N] \\ &\frac{d\alpha}{dT} = \dot{\alpha}(\mathbf{y}_i, T). \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $\dot{\mathbf{y}}_i$, $\dot{\alpha}$ – производные по параметру T от соответствующих величин; N – число точек дискретизации меридиана оболочки при решении краевой задачи (4), (5). Параметр T в общем случае выбирается в виде некоторой функции, связывающей параметр нагрузки α со значениями компонент вектора разрешающих переменных $\mathbf{y}_i$ в одной или нескольких точках интервала интегрирования рассматриваемой краевой задачи.

Решение взаимосвязанных квазилинейной краевой (4), (5) и нелинейной начальной (6) задач проводится последовательно по такому итерационному алгоритму:

1) расчет скоростей изменения переменных $\dot{\mathbf{y}}^{(K,0)}$, $\dot{\mathbf{z}}^{(K,0)}$ и параметра нагрузки $\dot{\alpha}^{(K,0)}$ при прогнозированных значениях самих переменных и параметра нагрузки $\mathbf{y}^{(K,0)}$, $\mathbf{z}^{(K,0)}$, $\alpha^{(K,0)}$ (K – номер шага по параметру; 0 – номер итерации);

2) расчет переменных задачи и параметра нагрузки путем решения задач Коши (6) для использования полученных значений $\mathbf{y}^{(K,1)}$, $\mathbf{z}^{(K,1)}$, $\alpha^{(K,1)}$ как скорректированных при последующем расчете скоростей $\dot{\mathbf{y}}^{(K,1)}$, $\dot{\mathbf{z}}^{(K,1)}$, $\dot{\alpha}^{(K,1)}$ на следующей итерации;

3) расчет переменных $\mathbf{y}^{(K,M)}$, $\mathbf{z}^{(K,M)}$ и параметра нагрузки $\alpha^{(K,M)}$ на текущем K-м шаге по параметру T_K продолжается до достижения необходимой близости переменных $\mathbf{y}^{(K,M)}$ на M-й и $(M-1)$-й итерациях.

В работе сравнивается поведение мягких оболочек вращения различных канонических форм меридиана (полусфера, цилиндр, тор, конус) из неогуковского материала при больших деформациях под воздействием равномерно распределенного по меридиану давления. Размеры оболочек подбираются из условия равенства геометрических размеров в плане и площадей недеформированной поверхности оболочек.

Установлен ряд особенностей решения рассматриваемой задачи. В частности, при решении задачи с использованием соотношений безмоментной теории для полусферической оболочки полученное решение можно считать достоверным лишь до достижения некоторой минимальной величины давления в закритическом состоянии, однако с вычислительной точки зрения данная задача обладает наивысшей скоростью сходимости. Для конической оболочки характерно минимальное значение критической нагрузки среди всех рассмотренных вариантов формы меридиана.

При решении задач деформирования мягких оболочек из высокоэластичных материалов с использованием соотношений моментной теории отмечены нехарактерные для случая использования уравнений безмоментной теории вычислительные сложности. Для их преодоления предложено введение в разрешающие соотношения ряда упрощений, соответствующих особенностям напряженно-деформированного состояния.

Список литературы

1 **Усюкин, В. И.** Об уравнениях теории больших деформаций мягких оболочек / В. И. Усюкин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1976. – № 1. – С. 70–75.

2 **Коровайцева, Е. А.** Смешанные уравнения теории мягких оболочек / Е. А. Коровайцева // Труды МАИ. – 2019. – № 108. – URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=109235.

3 **Шаповалов, Л. А.** Уравнения эластики тонкой оболочки при неосесимметричной деформации / Л. А. Шаповалов // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1976. – № 3. – С. 62–72.

4 **Давиденко, Д. Ф.** Об одном новом методе численного решения систем нелинейных уравнений / Д. Ф. Давиденко // Доклады АН СССР. – 1953. – Т. 88, № 4. – С. 601–602.

УДК 539.3

АНАЛИЗ ДЕМПФИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ВИСКЕРИЗОВАННОГО СЛОЯ В ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ

Г. И. КРИВЕНЬ, А. А. ОРЕХОВ
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

В аэрокосмической промышленности к материалам предъявляются высокие требования по прочности, жесткости и демпфированию, поскольку со временим всё больше конструктивных элементов самолетов конструируется из композитных материалов. Механические свойства волокнистых композитов контролируются условиями контакта между волокном и матрицей, поэтому для более эффективной передачи нагрузок между волокнами и матрицей разрабатываются различные способы, направленные на улучшение межфазных адгезионных свойств композита и на увеличение эффективной площади поверхности волокна. Одним из таких способов является выращивание специальных наноструктур – вискерсов (нанопроволок и углеродных нанотрубок) на поверхности волокна. Для полученного модифицированного композиционного материала в результате образования специальной наноструктуры на поверхности волокон одновременно могут быть улучшены различные свойства: прочность, жесткость, усталость, а также электро- и теплопроводность. Значительную роль в таких композитах играет вискеризованный слой, вводимый первоначально для улучшения трансверсальных характеристик.

Вискеризованный слой на поверхности волокон может играть существенную роль в реализации высоких демпфирующих характеристик модифицированного волокнистого композита в целом. В связи с этим в данной работе изучаются эффективные динамические свойства вискеризованного