

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТА ИНДЕНТОРА С ПОКРЫТИЕМ НА ИЗОТРОПНОМ ОСНОВАНИИ

С. В. КИРГИНЦЕВА, В. В. МОЖАРОВСКИЙ, Д. С. КУЗЬМЕНКОВ

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

Для успешного развития машиностроения необходимо проводить фундаментальные исследования в области создания новых конструкционных материалов на основе современных технологий [1]. Одним из наиболее перспективных путей решения указанной проблемы является создание материалов с модифицированными поверхностными слоями, обладающими повышенными физико-механическими свойствами и стойкостью к разрушению в процессе фрикционного взаимодействия, работающих в сложных эксплуатационных условиях. При этом требуется создавать современные математические модели и методики расчета тел качения и скольжения применительно к процессам фрикционного взаимодействия материалов, таких как покрытия из композитов. Для инженерной оценки расчета параметров контакта индентора с покрытием создаются асимптотические методики, которые значительно облегчают нахождение параметров контакта [2–4]. При этом необходимо оценивать применимость этих методик на практике [5].

В ранее проведенных исследованиях [3] представлен алгоритм и программа реализации расчетов индентирования (коническим, шаровым индентором) покрытий на упругом основании. Для решения этой задачи составлен алгоритм решения интегрального уравнения и проведено численное решение уравнения методом разложения по многочленам Чебышева. В данном исследовании предлагается алгоритм реализации расчета интегрального уравнения, ядро которого раскладывалось в

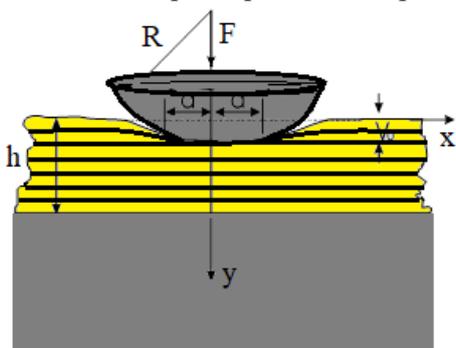


Рисунок 1 – Схема взаимодействия шарового индентора с волокнистым покрытием на упругом основании

степенной ряд по параметру отношения модулей упругости покрытия и основания.

Используя интегральное уравнение, представленное в работе [2], строят алгоритм реализации математической модели расчета асимптотических зависимостей, полученных при разложении подынтегральных функций в степенной ряд, параметров контакта (площади контакта, давлений, деформативности) при взаимодействии конического и шарового инденторов с покрытием (рисунок 1).

Ядро интегрального уравнения Фредгольма [2] представлено в виде несобственных интегралов типа

$$K(u) = \frac{a}{t} \int_0^{\infty} f_1(w) \cos\left(uw \frac{a}{t}\right) dw, \quad (1)$$

$$\text{где } f_1(w) = 1 - \frac{A_1(2w) + B_1 \cosh(2w) + C_1 \sinh(2w)}{D_1 + C_1 \cosh(2w) + B_1 \sinh(2w) - A_1(2w^2)}, \quad (2)$$

$$A_1 = (1 - \beta)(4\beta v_2 - 3\beta - 1); \quad B_1 = 8\beta(v_1 - 1)(v_2 - 1);$$

$$C_1 = 3 - 4v_1 + \beta(2 + 3\beta - 4v_1 - 4v_2(1 + \beta - 2v_1)); \quad D_1 = \beta^2(4v_2 - 3) - 2\beta(2v_2 - 1)(2v_1 - 1) + 4v_1(2v_1 - 3) + 5;$$

$$\beta = \mu_1 / \mu_2.$$

Задача заключалась в исследовании интегрального уравнения, разложение ядра в виде степенного ряда по параметру $\beta < 1$, т. е. отношения модулей упругости сдвига покрытия и основания, и вычисление интегралов, входящих в ядро. Представив вторую зависимость, входящую в функцию $f_1(w)$, в виде отношения квадратичных многочленов

$$f_1(w) = 1 - \frac{(-A_2(w) - D_2(w))\beta^2 + (-B_2(w) - E_2(w))\beta - C_2(w) - F_2(w)}{D_2(w)\beta^2 + E_2(w)\beta + F_2(w)} = 1 - f_2(w),$$

$$\text{где } A_2 = (4v_2 - 3)(1 - \cosh(2w) + \sinh(2w) + 2w(w + 1));$$

$$B_2 = 2(2v_2 - 1)(2v_1 - 1)(\cosh(2w) - \sinh(2w) - 1) + 8(v_2 - 1)(v_1 - 1)(\sinh(2w) - \cosh(2w)) - 4w(2v_2 - 1)(w + 1);$$

$$C_2 = (3 - 4v_1)(\cosh(2w) - \sinh(2w)) + 4v_1(2v_1 - 3) + 2w(w + 1) + 5; \quad D_2 = (4v_2 - 3)(1 - \cosh(2w) + 2w^2);$$

$$E_2 = 2(2v_2 - 1)(2v_1 - 1)(\cosh(2w) - 1) + 8(v_1 - 1)(v_2 - 1)\sinh(2w) - 4w^2(2v_2 - 1);$$

$$F_2 = (3 - 4\nu_1) \cosh(2w) + 4\nu_1(2\nu_1 - 3) + 2w^2 + 5,$$

разложим её в степенной ряд $f_2(w) \approx a_0 + a_1\beta + a_2\beta^2 + a_3\beta^3 + a_4\beta^4 + a_5\beta^5 + \dots$, сходящийся при $\beta < 1$ (для заданной точности ограничимся несколькими членами ряда),

$$\text{где } a_0 = C_2(w) / F_2(w); a_1 = [B_2(w) - C_2(w)E_2(w) / F_2(w)] / F_2(w);$$

$$a_2 = [A_2(w) - C_2(w)D_2(w) / F_2(w) + (-B_2(w)F_2(w) + C_2(w)E_2(w))E_2(w) / F_2(w)^2] / F_2(w);$$

$$a_3 = \left[\begin{aligned} & \left(\begin{aligned} & -B_2(w)F_2(w) + \\ & + C_2(w)E_2(w) \end{aligned} \right) D_2(w) / F_2(w)^2 - \left(\begin{aligned} & A_2(w)F_2(w)^2 - C_2(w)D_2(w)F_2(w) - \\ & - E_2(w)B_2(w)F_2(w) + C_2(w)E_2(w)^2 \end{aligned} \right) E_2(w) / F_2(w)^3 \end{aligned} \right] / F_2(w);$$

$$a_4 = \left[\begin{aligned} & - \left(A_2(w)F_2(w)^2 - C_2(w)D_2(w)F_2(w) - E_2(w)B_2(w)F_2(w) + C_2(w)E_2(w)^2 \right) D_2(w) / F_2(w)^3 + \\ & + \left(\begin{aligned} & D_2(w)F_2(w)^2 B_2(w) - 2D_2(w)F_2(w)C_2(w)E_2(w) + E_2(w)A_2(w)F_2(w)^2 - \\ & - E_2(w)^2 B_2(w)F_2(w) + C_2(w)E_2(w)^3 \end{aligned} \right) E(w) / F_2(w)^4 \end{aligned} \right] / F_2(w);$$

$$a_5 = \left[\begin{aligned} & \left(\begin{aligned} & D_2(w)F_2(w)^2 B_2(w) - 2C_2(w)D_2(w)F_2(w)E_2(w) + E_2(w)A_2(w)F_2(w)^2 - \\ & - B_2(w)E_2(w)^2 F_2(w) + C_2(w)E_2(w)^3 \end{aligned} \right) D_2(w) / F_2(w)^4 + \\ & + \left(\begin{aligned} & -D_2(w)F_2(w)^3 A_2(w) + D_2(w)^2 F_2(w)^2 C_2(w) + 2D_2(w)F_2(w)^2 E_2(w)B_2(w) - \\ & - 3E_2(w)^2 D_2(w)F_2(w)C_2(w) + A_2(w)E_2(w)^2 F_2(w)^2 - \\ & - E_2(w)^3 F_2(w)B_2(w) + C_2(w)E_2(w)^4 \end{aligned} \right) E(w) / F_2(w)^5 \end{aligned} \right] / F_2(w).$$

Вследствие произведенных вычислений и оценки полученных результатов асимптотические зависимости можно использовать для оценки применимости данной методики с точностью 5 % для $\beta \leq 0,5$.

Список литературы

- 1 **Можаровский, В. В.** Прикладная механика слоистых тел из композитов / В. В. Можаровский, В. Е. Старжинский. – Минск : Наука и техника, 1988. – 280 с.
- 2 **Han, S. M.** Determining hardness of thin films in elastically mismatched film-on-substrate systems using nanoindentation / S. M. Han, R. Saha, W. D. Nix // Acta Materialia. – 2006. – No. 54. – P. 1571–1581.
- 3 **Можаровский, В. В.** Реализация расчета индентирования покрытий на упругом основании / В. В. Можаровский, Д. С. Кузьменков, М. В. Кулагина // Актуальные вопросы и перспективы развития транспортного и строительного комплексов : IV Междунар. науч.-практ. конф., посвященная 65-летию БИИЖТа–БелГУТа. Ч. 2. ; под общ. ред. Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2018. – С. 174–175.
- 4 **Джонсон, К.** Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.
- 5 **Mozharovsky, V. V.** Calculation of the contact interaction of gear teeth from composite materials / V. V. Mozharovsky, D. S. Kuzmenkov, S. V. Kirhintsava // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. – February 2022. – Vol. 9, is. 2. – P. 18921–18928.

УДК 539.3

ТЕРМОУПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ ТРЕХСЛОЙНОЙ КРУГОВОЙ ПЛАСТИНЫ НА ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ОСНОВАНИИ

А. Г. КОЗЕЛ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В транспортном машиностроении и строительстве получили распространение трехслойные конструкции. Квазистатическое и динамическое нагружение трехслойных элементов конструкций исследовалось в монографиях [1, 2]. Вопросу расчета напряженно-деформированного состояния упругих круговых трехслойных пластин, связанных с упругим основанием, посвящены статьи [3, 4], в том числе и с учетом температуры. Постановка задачи и ее решение о физически нелинейном изгибе подобных пластин выполнены в работах [5, 6].

Здесь рассмотрен упругопластический изгиб подобной пластины при термосиловом воздействии. Для внешних несущих слоев приняты гипотезы Кирхгофа, для толстого заполнителя – мо-