

В представленной работе рассматриваются плоские трехслойные панели с сотовым наполнителем двух типов, имеющих повреждения ударного характера. Форма панели прямоугольная, размеры заданы. Панели представляют собой конструкцию, состоящую из двух прочных тонких внешних слоев: обшивок, связанных между собой слоем наполнителя. В качестве материала обшивок используется клеевой препрег КМКС-2м.120.Т10 (стеклоткань Т-10-80 и клеевая композиция). Используемый клеевой препрег имеет повышенную трещиностойкость, прочность при межслоевом сдвиге, усталостную и длительную прочность. В качестве материалов наполнителей используются: в первой панели – полимеросотопласт ПСП-1-2,5-48, во второй панели – стеклосотопласт ССП-1-2,5. Форма ячеек гексагональная. Высота сотового наполнителя задана. Все физико-механические характеристики материалов паспортные от их производителей.

В центре панелей присутствуют повреждения эллиптической формы с заданными осями, первое повреждение – между слоями верхней обшивки, второе – между обшивкой и сотовым наполнителем.

Задача решалась численно, использовался метод конечных элементов (МКЭ). Создание конечно-элементной модели панелей осуществлялось в программном комплексе Simcenter Femap. Каждый монослой обшивок сотовых панелей моделировался отдельным набором объемных конечных элементов (КЭ). Сотовые наполнители моделировались отдельным набором оболочечных КЭ. Затем модели импортировались в программный комплекс LS-DYNA, где задавались условия закрепления, нагружения и контакта.

В качестве нагрузки рассматривалось ударное воздействие на панели абсолютно жёсткого бойка с полусферическим наконечником. Удар направлен перпендикулярно плоскости панелей в центр повреждений. В качестве граничных условий рассматривалось жесткое защемление коротких торцов панелей.

В результате проведенного исследования получено распределение полей напряжений и деформаций в слоях обшивок панелей в различные моменты времени. На основе полей напряжений и деформаций определено распределение индексов разрушений (разрушение наступает, когда этот индекс становится равным 1) по критериям разрушения для композитов Hoffman, DeAlia и Puro-Evensen. Проведено сравнение результатов для различных вариантов сотовых наполнителей. Проанализированы графики зависимости прогибов от времени в поврежденных и неповрежденных панелях, а также графики изменения кинетической энергии бойка в зависимости от времени в панелях с повреждениями и без таковых.

УДК 539.3, 539.8

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНОДИФфуЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

*Н. А. ЗВЕРЕВ*

*Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация*

*А. В. ЗЕМСКОВ*

*Московский авиационный институт (НИИ); НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова,  
г. Москва, Российская Федерация*

В данной работе рассматривается полярно-симметричная задача механо-диффузии для многокомпонентного ортотропного полого цилиндра, находящегося под действием нестационарных объемных возмущений (рисунок 1).

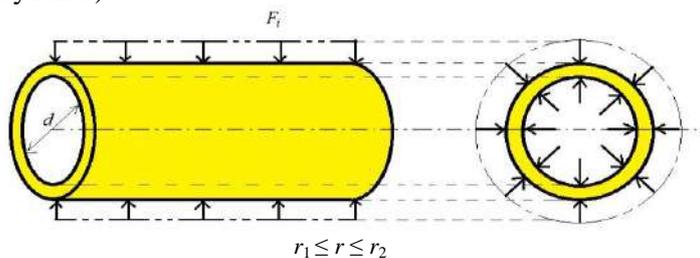


Рисунок 1 – Иллюстрация к постановке задачи

Математическая постановка задачи включает в себя линейризованное дифференциальное уравнение движения цилиндра, закон сохранения массы в локальной форме, а также  $N$  линейризованных дифференциальных уравнений массопереноса с учетом релаксации диффузионных потоков [1–3]. Замыкают математическую постановку задачи граничные условия. Начальные условия принимаются равными нулю, поскольку изначально цилиндрическое тело находилось в состоянии покоя:

$$\ddot{u} = u'' + \frac{u'}{r} - \frac{u}{r^2} - \sum_{j=1}^N \alpha_1^{(j)} \eta'_j + F_i, \quad \eta^{(N+1)} = -\sum_{q=1}^N \eta^{(q)},$$

$$\dot{\eta}_q + \tau_q \ddot{\eta}_q = -\Lambda_{11}^{(q)} \left( u''' + \frac{2u''}{r} - \frac{u'}{r^2} + \frac{u}{r^3} \right) + D_1^{(q)} \left( \eta''_q + \frac{\eta'_q}{r} \right) + F_q; \quad (1)$$

$$\left( u' + c_{12} \frac{u}{r} - \sum_{j=1}^N \alpha_j \eta_j \right) \Big|_{r=R_1} = 0, \quad \left( u' + c_{12} \frac{u}{r} - \sum_{j=1}^N \alpha_j \eta_j \right) \Big|_{r=1} = 0, \quad \eta_q \Big|_{r=R_1} = \eta_q \Big|_{r=1} = 0. \quad (2)$$

Безразмерные величины в (1) и (2) связаны с размерными следующим образом:

$$u = \frac{u_r}{r_2}, \quad \tau = \frac{Ct}{r_2}, \quad C^2 = \frac{C_{1111}}{\rho}, \quad t_q = \frac{C\tau^{(q)}}{r_2}, \quad c_{12} = \frac{C_{1122}}{C_{1111}},$$

$$R_1 = \frac{r_1}{r_2}, \quad r = \frac{r}{r_2}, \quad \alpha_q = \frac{\alpha_{11}^{(q)}}{c_{11}}, \quad D_q = \frac{D_{11}^{(q)}}{Cr_2}, \quad \Lambda_q = \frac{m^{(q)} \alpha_{11}^{(q)} D_{11}^{(q)} n_0^{(q)}}{\rho Cr_2 RT_0},$$

В приведенных формулах  $t$  – время;  $u_r$  – радиальная компонента вектора механических перемещений;  $r^*$  – радиальная координата;  $\rho$  – плотность сплошной среды;  $T_0$  – температура сплошной среды;  $D_{11}^{(q)}$  – коэффициент диффузии;  $m^q$  – молярная масса  $q$ -го вещества в составе многокомпонентной сплошной среды;  $C_{ijkl}$  – компоненты тензора упругих постоянных;  $\eta_q$  – приращение концентрации  $q$ -го вещества в составе многокомпонентной сплошной среды,  $\eta_q = n^{(q)} - n_0^{(q)}$ ;  $\alpha_{11}^q$  – коэффициент, характеризующий деформации, возникающие вследствие диффузии;  $\tau^{(q)}$  – время релаксации диффузионных процессов;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $F_1$  – удельная плотность объёмных сил,  $F_{q+1}$  – объёмная плотность источников массопереноса;  $r_1$  и  $r_2$  – внутренний и внешний радиусы полого цилиндра.

Поставленная задача решается методом эквивалентных граничных условий [4], согласно которому вначале рассматривается вспомогательная задача, состоящая из исходной системы дифференциальных уравнений и новых граничных условий вида

$$\left( u' + \frac{u}{r} - \sum_{j=1}^N \alpha_j \eta_j \right) \Big|_{r=R_1} = f_{11}^*(\tau), \quad \left( u' + \frac{u}{r} - \sum_{j=1}^N \alpha_j \eta_j \right) \Big|_{r=1} = f_{12}^*(\tau), \quad \eta_q \Big|_{r=1} = \eta_q \Big|_{r=R_1} = 0. \quad (3)$$

Решение задачи (1), (3) было получено в работе [3]:

$$u(r, \tau) = \sum_{k=1}^{N+1} \int_{R_1}^1 \int_0^\tau G_{1k}(r, \xi, \tau-t) F_k(\xi, t) d\xi dt + \int_0^\tau \left[ G_{111}(r, \tau-t) f_{11}^*(t) + G_{112}(r, \tau-t) f_{12}^*(t) \right] dt,$$

$$\eta_q(r, \tau) = \sum_{k=1}^{N+1} \int_{R_1}^1 \int_0^\tau G_{2k}(r, \xi, \tau-t) F_k(\xi, t) d\xi dt + \int_0^\tau \left[ G_{211}(r, \tau-t) f_{11}^*(t) + G_{212}(r, \tau-t) f_{12}^*(t) \right] dt. \quad (4)$$

Здесь  $G_{kml}(r, \tau)$  – поверхностные, а  $G_{km}(r, \xi, \tau)$  – объёмные функции Грина задачи (1), (3).

Функции, стоящие в правых частях граничных условий (3), подлежат определению. Для этого подставляем решение задачи (1), (3) в граничные условия (2). Получаем уравнения относительно искомых функций  $f_{1k}^*(\tau)$ . Эти уравнения записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
& \int_0^\tau [1 + A_{11}(\tau-t)] \frac{\partial f_{11}^*(t)}{\partial t} dt + \int_0^\tau A_{12}(\tau-t) \frac{\partial f_{12}^*(t)}{\partial t} dt = F_1(\tau), \\
& \int_0^\tau A_{21}(\tau-t) \frac{\partial f_{11}^*(t)}{\partial t} dt + \int_0^\tau [1 + A_{22}(\tau-t)] \frac{\partial f_{12}^*(t)}{\partial t} dt = F_2(\tau), \\
& a_{11}(\tau-t) = \frac{2}{R_1}(c_{12}-1)G_{111}(R_1, \tau-t) + 1, \quad a_{12}(\tau-t) = \frac{2}{R_1}(c_{12}-1)G_{112}(R_1, \tau-t), \\
& a_{21}(\tau-t) = 2(c_{12}-1)G_{111}(R_1, \tau-t), \quad a_{22}(\tau-t) = 2(c_{12}-1)G_{112}(R_1, \tau-t) + 1. \\
& F_1(\tau) = -\frac{2}{R_1}(c_{12}-1) \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^{N+1} \int_0^\tau \int_{R_1}^1 G_{1m}(R_1, \xi, t) F_m(\xi, \tau-t) dt d\xi, \quad \forall R_1 \leq \xi \leq 1, \\
& F_2(\tau) = -2(c_{12}-1) \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^{N+1} \int_0^\tau \int_{R_1}^1 G_{q+1,m}(1, \xi, t) F_m(\xi, \tau-t) dt d\xi, \quad A_{ij}(\tau) = \int_0^\tau a_{ij}(\zeta) d\zeta, \quad (i, j=1,2), \quad (5)
\end{aligned}$$

Соотношения (5) представляют собой систему интегральных уравнений Вольтерры первого рода, решение которой ищется численно с помощью квадратурных формул средних прямоугольников. Подставляя решение системы (5) в соотношения (4), получаем решение исходной задачи.

#### Список литературы

- 1 **Deswal, S.** Axi-symmetric generalized thermoelastic diffusion problem with two-temperature and initial stress under fractional order heat conduction / S. Deswal, K. K. Kalkal, S. S. Sheoran // *Physica B: Condensed Matter*. – 2016. – Vol. 496. – P. 57–68.
- 2 **Aouadi M.** A problem for an infinite elastic body with a spherical cavity in the theory of generalized thermoelastic diffusion / M. Aouadi // *International Journal of Solids and Structures*. – 2007. – Vol. 44. – P. 5711–5722.
- 3 **Зверев Н. А.** Моделирование нестационарных связанных механо-диффузионных процессов в изотропном сплошном цилиндре / Н. А. Зверев, А. В. Земсков, Д. В. Тарлаковский // *Проблемы прочности и пластичности*. – 2020. – Т. 82, № 2. – С. 156–167.
- 4 **Zemskov, A.V.** Method of the equivalent boundary conditions in the unsteady problem for elastic diffusion layer / A.V. Zemskov, D. V. Tarlakovskii // *Materials Physics and Mechanics*. – 2015. – Vol. 23, no 1. – P. 36–41.

УДК 539.3, 539.8

## НЕСТАЦИОНАРНАЯ МЕХАНОДИФФУЗИЯ ПЛАСТИНЫ ТИМОШЕНКО ПОД ДЕЙСТВИЕМ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ НАГРУЗКИ

*А. В. ЗЕМСКОВ*

*Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация*

*Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ*

*Московский авиационный институт (НИИ); НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*

Рассматривается задача о нестационарных упругодиффузионных колебаниях прямоугольной ортотропной пластины Тимошенко, находящейся под действием распределенного по поверхности механического давления (рисунок 1).

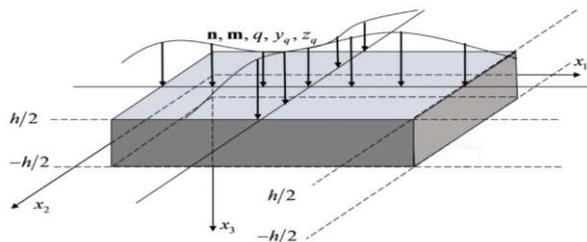


Рисунок 1 – Иллюстрация к постановке задачи