

- допускается уменьшать размер сегмента вследствие геометрических размеров конструкции;
- допускается устанавливать больше опор, чем минимально необходимое количество.

Получается искомая конструкция с множеством дополнительных опор. Для нее в программном комплексе Ansys выполняется верификация и проверочный расчет граничных условий, условия жесткости конструкции в целом при произвольном приложении сосредоточенной нагрузки. Численный пример показывает удовлетворение всем требуемым условиям. Также результат незначительно отличается от полученного ранее при использовании пластины Кирхгофа.

Список литературы

- 1 Лизин, В. Т. Проектирование тонкостенных конструкций : учеб. пособие для студентов вузов / В. Т. Лизин, В. А. Пяткин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1994. – 384 с.
- 2 Боршевецкий, С. А. Определение нормальных перемещений шарнирно опертой пластины с дополнительными опорами под воздействием сосредоточенной силы / С. А. Боршевецкий, Н. А. Локтева // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVII Междунар. симп. им. А. Г. Горшкова. – Т. 2. – ООО ТРП, М. : 2021. – С. 19–20.
- 3 Боршевецкий С. А. Определение положения опор для прямоугольной пластины под воздействием гармонической сосредоточенной нагрузки / С. А. Боршевецкий, Н. А. Локтева // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф. В 2 ч. Ч. 1. – Гомель : БелГУТ, 2021. – С. 256–257.
- 4 Боршевецкий С. А. Определение положения дополнительных опор для прямоугольной шарнирно опертой пластины при нестационарном воздействии на нее / С. А. Боршевецкий, Н. А. Локтева // XXV ТУПОЛЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ (школа молодых ученых) : материалы междунар. молодежной науч. конф. : Т. 2. – Казань : Изд-во ИП Сагиева А. Р., 2021. – С. 395–400.
- 5 Горшков А. Г. Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
- 6 Чернина, В. С. Статика тонкостенных оболочек вращения / В. С. Чернина. – М. : Наука, 1968. – 456 с.
- 7 Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1974. – 832 с.

УДК 539.3

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ СТЕРЖНЕЙ

Я. А. ВАХТЕРОВА, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ

*Московский авиационный институт (НИИУ); НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова,
г. Москва, Российская Федерация*

Обратные задачи относятся к специальному типу задач, которые часто возникают во многих разделах науки. Их целью является определение значений геометрических или физических параметров модели, восстановление воздействующих на неё внешних нагрузок, идентификация начальных или граничных условий и другие задачи идентификации с использованием наблюдаемых данных.

Нестационарные обратные задачи чрезвычайно актуальны и в настоящее время являются наименее исследованными. Постановка и методы решений нестационарных обратных задач могут послужить основой создания комплексов мониторинга конструкций реального времени. Они позволят непосредственно во время эксплуатации следить и вовремя предотвращать возникновение и развитие повреждений, отслеживать различные структурные превращения, восстанавливать пространственно-временные законы воздействующих на конструкцию внешних нагрузок. В связи с бурным развитием компьютерной техники, автоматизации и робототехники задачи этого класса становятся приоритетными в современной науке.

Нестационарные обратные задачи для твёрдых деформируемых тел, в том числе для стержней, можно разделить на несколько характерных типов.

1 Коэффициентные обратные задачи. В этих задачах коэффициенты уравнения нестационарных колебаний (плотность, модуль Юнга, площадь поперечного сечения) не заданы полностью. Задача состоит в восстановлении неизвестных коэффициентов при известных начальных и граничных условиях, а также по некоторой дополнительной информации, например, информации о поведении решения в некоторых определенных точках стержня в зависимости от времени.

2 Граничные обратные задачи. В этих задачах неизвестными являются граничные условия (условия закрепления).

3 Эволюционные обратные задачи. Они связаны с необходимостью определения незаданных начальных условий.

4 Ретроспективные обратные задачи. В этих задачах требуется восстановить неизвестную нагрузку (её зависимость от времени, характер распределения по стержню), т. е. в этом случае не заданной является правая часть уравнения колебаний.

5 Геометрические обратные задачи, в которых требуется определить наличие и характер повреждений. В определенном смысле эти задачи родственны обратным коэффициентным задачам, поскольку повреждение в стержне связано с локальным изменением площади его поперечного сечения, или/и физических характеристик стержня.

Решение обратных задач для стержня, базируется на методе функций влияния [1–4]. Его суть состоит в использовании интегральной связи между нестационарными перемещениями исследуемого деформируемого тела и воздействующими на него нагрузками, которая приводит к разрешающим интегральным уравнениям Вольтерра. При этом ядрами соответствующих интегральных операторов являются функции влияния для исследуемых объектов. Разрешающие интегральные уравнения кроме внешних нагрузок содержат также и все параметры модели: плотность материала, упругие константы, геометрические параметры. В различных постановках часть параметров модели или внешние нагрузки являются искомыми неизвестными, которые требуется определить из решения обратной задачи, сводящейся к указанным разрешающим уравнениям. При использовании этого подхода основополагающими являются решения прямых задач о построении функций влияния для деформируемых тел, в данной работе – для упругих стержней. Эти функции по сути представляют собой перемещения в ответ на воздействия сосредоточенных нагрузок. При этом они разделяются на граничные функции влияния (в случае, когда сосредоточенная нагрузка приложена к одному из концов стержня) и погонные функции влияния (когда сосредоточенная нагрузка соответствует воздействию распределенного усилия). Для математического описания таких нагрузок используется аппарат обобщенных функций. Эти задачи решены аналитическими методами с получением соответствующих решений в явной форме. Функции влияния также являются обобщенными и, в отличие от обычных функций перемещений, могут иметь разрывы и даже более сильные особенности. Для построения решений задач о функциях влияния использованы интегральные преобразования Лапласа по времени и Фурье по пространственным переменным, в случае протяженных стержней, когда влияние границ может не учитываться. В случае стержней конечных размеров дополнительно использован аппарат разложений в ряды по собственным функциям соответствующих задач. Для решения обратных задач описанным выше методом используется метод механических квадратур в сочетании с алгоритмом регуляризации Тихонова.

В работе построены методы и алгоритмы и получены решения новых нестационарных ретроспективных задач для упругого стержня и балки Тимошенко. В обратных задачах предполагается, что перемещения или прогиб некоторого участка стержня можно измерить. На практике эта информация может поступать с датчиков перемещений или прогиба, установленных на этом участке стержня. Требуется по данным, полученным с датчиков, восстановить нестационарную распределенную нагрузку: определить носитель нагрузки (множество точек оси стержня, в которых она отлична от нуля), закон ее распределения вдоль носителя и закон изменения нагрузки по времени.

Решение этих задач сведено к системам интегральных уравнений Вольтерра I-го рода. Для построения решений этих систем разработан численный алгоритм, основанный на дискретизации по времени. При этом задача сводится к системе алгебраических уравнений с плохо обусловленной матрицей. Вследствие этого задача является некорректной по Ж. Адамару. Для преодоления сложностей, связанных с обеспечением устойчивости алгоритма решения, применен метод регуляризации Тихонова. Малый параметр сглаживающего функционала разыскивается из условия минимизации невязки, представляющей собой норму разности образа вектора квазирешения и вектора правых частей исходной системы уравнений. Исследована устойчивость построенного алгоритма по отношению к малым возмущениям правой части системы уравнения. В результате построен устойчивый алгоритм решения, позволяющий реконструировать все параметры нагрузки по данным измерений, поступающих с датчиков в реальном времени. Приведены примеры расчетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ, проект 20-19-00217.

Список литературы

1 Timoshenko beam and plate non-stationary vibrations / G. V. Fedotenkov [et al.] // INCAS Bulletin. – 13(Special Is.). – P. 41–56. – DOI:10.13111/2066-8201.2021.13.S.5.

2 The inverse transient problem of identifying the law of change in the cross-sectional area of an elastic bar / G. Fedotenkov, E. Starovoirov, Y. Vahterova // 9th edition of the International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering (COUPLED PROBLEMS 2021). – 2021. – DOI: 10.23967/coupled.2021.054

3 **Vahterova Y. A.** The inverse problem of recovering an unsteady linear load for an elastic rod of finite length / Y. A. Vahterova, G. V. Fedotenkov // Journal of Applied Engineering Science. – 2020. – Vol. 18, no. 4. – P. 687–692.

4 **Fedotenkov, G. V.** Identification of non-stationary load upon timoshenko beam / G. V. Fedotenkov, D. V. Tarlakovsky, Y. A. Vahterova // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2019. – Vol. 40, no. 4. – P. 439–447.

УДК 539.31

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОДНОРОДНОЙ ПРЕГРАДЫ, ЗАКРЕПЛЕННОЙ ПРОИЗВОЛЬНЫМ ОБРАЗОМ, С ПЛОСКОЙ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ВОЛНОЙ В ГРУНТЕ

ВО ВАН ДАЙ

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Н. А. ЛОКТЕВА

*Московский авиационный институт (НИУ); НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова,
г. Москва, Российская Федерация*

Негативное влияние вибраций как непосредственно на человека, так и на здания и сооружения, давно доказано и сомнению не подлежит. Однако расширение, в первую очередь, транспортной инфраструктуры, а в рамках рассматриваемой проблемы – метрополитена, в зоне уже существующей застройки в современных городах не позволяет расположить тоннели и железнодорожные полотна на таком расстоянии от жилых домов и офисных зданий, чтобы отрицательное влияние вибраций от движущегося транспорта было минимальным. Проблеме вибраций различной степени интенсивности, возникающих как по естественным, так и по техногенным причинам, уже достаточно давно уделяется внимание. И на данный момент существуют различные способы понижения уровня вибраций в грунте разной степени эффективности.

В данной работе внимание будет сосредоточено на снижении уровня вибраций с помощью организации пассивной виброзащиты в виде вибропоглощающих препятствий, моделями которых выступают однородные преграды, помещенные в упругую среду, имитирующую грунт.

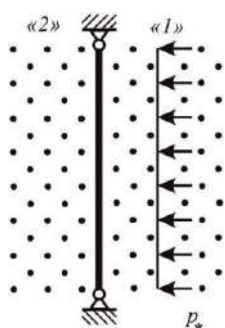


Рисунок 1 – Пример взаимодействия гармонической плоской волны с шарнирно закрепленной преградой в грунте

Движение вибропоглощающей преграды описывается уравнениями Кирхгофа [1]. Помещенная в упругую среду, данная преграда взаимодействует с гармонической волной. На рисунке 1 в качестве примера изображена шарнирно опертая пластина. Также будет рассматриваться жесткое защемление краев преграды, что в большей степени соответствует реальным способам закрепления таких вибропоглощающих экранов. На пластину, выполняющую роль вибропоглощающего экрана, действует плоская гармоническая волна со стороны первого полупространства. Как известно, решение подобных задач строится на разложении всех функций в ряды Фурье, удовлетворяющие граничным условиям, единственным поддающимся решению вариантом которых является шарнирное закрепление. Однако такой вид закрепления не соответствует используемым на практике способам крепежа вибропоглощающих преград. Для произвольных граничных условий определить собственные функции, позволяющие решать задачу в коэффициентах рядов, невозможно.

В работе рассмотрены два вида закрепления преграды: шарнирное, которое верифицируется известными методами решения подобных задач с помощью разложения в ряды Фурье, и жесткая заделка. Соответствующие шарнирному закреплению условия приведены в формуле (1), жесткому закреплению – в формуле (2):

$$w|_{x=0,l} = 0, w''|_{x=0,l} = 0. \quad (1)$$

$$w|_{x=0,l} = 0, w'|_{x=0,l} = 0. \quad (2)$$

Решение будет строиться как

$$w(x, \omega) = w^\infty(\omega) + \sum_{n=1}^4 G_w * P_n, \quad (3)$$