

### Список литературы

- 1 Москвитин, В. В. Циклические нагрузки элементов конструкций / В. В. Москвитин. – М. : URSS, 2019. – 344 с.
- 2 Старовойтов, Э.И. Деформирование трехслойных элементов конструкций на упругом основании / Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая, Д. В. Леоненко. – М. : Физматлит, 2006. – 379 с.
- 3 Власов, В. З. Тонкостенные упругие стержни / В. З. Власов. – М. : Физматгиз, 1959. – 568 с.
- 4 Кабулов, В. К. Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности / В. К. Кабулов. – Ташкент : Фан, 1966. – 394 с.
- 5 Рашидов, Т. Р. Сейсмостойкость подземных трубопроводов / Т. Р. Рашидов, Г. Х. Хожметов. – Ташкент : Фан, 1985. – 152 с.
- 6 Рузиева, Н. Б. Нелинейное деформирование подземных трубопроводов при циклическом нагружении / Н. Б. Рузиева, А. Абдусаттаров // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XI Междунар. науч.-практ. конф. В 2 ч. Ч. 2. – Гомель, БелГУТ, 2021. – С. 181–183.
- 7 Абдусаттаров, А. О модели взаимодействия подземного трубопровода с грунтом / А. Абдусаттаров, Н. Б. Рузиева // Современные методы и технологии геотехники и фундаментастроения в решении проблем прочности, устойчивости и сейсмостойкости сооружений : материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Ташкент : ТАСИ, 2021. – С. 214–216.
- 8 Колтунов, М. А. Ползучесть и релаксация / М. А. Колтунов. – М. : Высш. шк., 1979. – 272 с.

УДК.539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСЧЕТА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ НАГРУЖЕНИЙ

А. АБДУСАТТАРОВ, Н. Х. САБИРОВ

*Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан*

Приводятся на основе разработанные моментной теории оболочек и вариационного принципа уточненные расчетные модели деформирования цилиндрических оболочечных конструкций. Получена система дифференциальных уравнений с граничными и начальными условиями. Для решения краевых задач применены численные методы.

Приведены геометрические и физические соотношения для цилиндрической оболочки. Предположено, что срединная поверхность оболочки отнесена к криволинейной ортогональной системе координат  $\alpha = z / L$ ,  $\beta = s / R$ . Следуя теории оболочек [1,2], перемещения произвольной точки тела оболочки представим в виде

$$U_{\alpha} = (1 + k_1\gamma)U - \frac{\gamma}{A} \cdot \frac{\partial W}{\partial \alpha}, U_{\beta} = (1 + k_2\gamma)V - \frac{\gamma}{B} \cdot \frac{\partial W}{\partial \beta}, U_{\gamma} = W(\alpha, \beta). \quad (1)$$

Коэффициенты Ламе и их отношений представим в виде рядов по переменной  $\gamma$  с точностью  $(\gamma k_i)^2$ :

$$\frac{1}{H_2} = \frac{1}{B}(1 - k_2\gamma + k_2^2\gamma^2), \quad \frac{H_2}{H_1} = \frac{B}{A}(1 + k_2\gamma), \quad \frac{H_1}{B} = \frac{A}{B}(1 - k_2\gamma + k_2^2\gamma^2),$$

для определения деформаций получены следующие уточненные формулы:

$$e_{\alpha\alpha} = \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \alpha} - \frac{\gamma}{R^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \alpha^2}, \quad e_{\beta\beta} = \frac{\partial V}{R \partial \beta} - (\gamma - k_2\gamma^2) \frac{\partial^2 W}{R^2 \partial \beta^2} + (1 - k_2\gamma + k_2^2\gamma^2) k_2 W,$$

$$e_{\alpha\beta} = (1 - k_2\gamma + k_2^2\gamma^2) \frac{\partial U}{B \partial \beta} - (\gamma - k_2\gamma^2) \frac{\partial^2 W}{AB \partial \alpha \partial \beta} + (1 + k_2\gamma) \frac{\partial V}{A \partial \alpha} - \frac{\gamma}{AB} \frac{\partial^2 W}{\partial \alpha \partial \beta}. \quad (2)$$

Считается, что цилиндрическая оболочка деформируется в пределах упругости. Тогда компоненты напряжений определяются по обобщенному закону Гука:

$$\sigma_{\alpha} = (\lambda + 2\mu)\Delta - 2\mu(e_{\beta\beta} + e_{\gamma\gamma}), \quad \sigma_{\beta} = (\lambda + 2\mu)\Delta - 2\mu(e_{\alpha\alpha} + e_{\gamma\gamma}), \quad \tau_{\alpha\beta} = \mu e_{\alpha\beta}. \quad (3)$$

Для получения уравнения движения цилиндрических оболочечных конструкций воспользовались вариационным принципом Гамильтона – Остроградского. Учитывая выражения перемещений (1), деформаций (2) и обобщенного закона Гука (3), а также выполняя интегрирование по частям, вводя некоторые обозначения из вариационного уравнения, получили системы диф-

ференциальных уравнений движения с граничными и начальными условиями. Для решения краевых задач применяется метод Бубнова – Галеркина [3]:

$$U = \sum_n U_n(\alpha, t) \cos \frac{n\pi\beta}{\beta_1}, \quad V = \sum_n V_n(\alpha, t) \sin \frac{n\pi\beta}{\beta_1}, \quad W = \sum_n W_n(\alpha, t) \cos \frac{n\pi\beta}{\beta_1}. \quad (4)$$

После некоторых преобразований получена уточненная система дифференциальных уравнений для цилиндрических оболочек с учетом граничных и начальных условий:

$$\begin{aligned} -\alpha_1^{(1)} \frac{\partial^2 W_n}{\partial t^2} + \alpha_2^{(1)} \frac{\partial^4 W_n}{\partial t^2 \partial \alpha^2} - \alpha_3^{(1)} \frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2} - \alpha_4^{(1)} \frac{\partial^4 W_n}{\partial \alpha^4} + \alpha_5^{(1)} \frac{\partial^2 W_n}{\partial \alpha^2} - \alpha_6^{(1)} \frac{\partial U_n}{\partial \alpha} - \alpha_7^{(1)} W_n - \alpha_8^{(1)} V_n + Z_n = 0; \\ -\alpha_1^{(2)} \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} + \alpha_2^{(2)} \frac{\partial^2 U_n}{\partial \alpha^2} + \alpha_4^{(2)} \frac{\partial V_n}{\partial \alpha} + \alpha_3^{(2)} \frac{\partial W_n}{\partial \alpha} - \alpha_5^{(2)} U_n + X_n = 0; \\ -\alpha_2^{(3)} \frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2} + \alpha_1^{(3)} \frac{\partial^2 W_n}{\partial t^2} - \alpha_4^{(3)} \frac{\partial U_n}{\partial \alpha} + \alpha_3^{(3)} \frac{\partial^2 V_n}{\partial \alpha^2} + \alpha_5^{(3)} W_n - \alpha_6^{(3)} V_n + Y_n = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Систему дифференциальных уравнений (5) можно записать в векторной форме

$$A_1 \ddot{U}_n + A_2 \dot{U}_n + A_3 U_n^{IV} + A_4 U_n^{II} + A_5 U_n^I + A_6 U_n + F_n = 0, \quad (6)$$

где  $U_k = (W_k, U_k, V_k)^T$ ,  $F_k = (Z_k, X_k, Y_k)^T$ ,  $A_i$  – матрица третьего порядка.

Для решения краевых задач применяется метод конечных разностей второго порядка точности [4]. На основе использования центрально разностных формул получена следующая система алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} B_n U_{n,i-1}^{k+1} + C_n U_{n,i}^{k+1} + B_n U_{n,i+1}^{k+1} + \bar{A}_n U_{n,i+1}^{k+1} + \bar{B}_n U_{n,i-1}^k + \bar{C}_n U_{n,i}^k + \bar{D}_n U_{n,i+1}^k + \bar{A}_n U_{n,i+2}^k + B_n U_{n,i-1}^{k-1} + \\ + C_n U_{n,i}^{k-1} + B_n U_{n,i+1}^{k-1} + \tau^2 F_{n,i}^k = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

После аппроксимации начальное условие (7) примет следующий вид:

$$\left[ \bar{M}_1 U_{n,i-1}^{k+1} + \bar{M}_2 U_{n,i}^{k+1} + \bar{M}_3 U_{n,i+1}^{k+1} - \bar{M}_1 U_{n,i+1}^{k+1} - \bar{M}_1 U_{n,i-1}^{k-1} - \bar{M}_2 U_{n,i}^{k-1} - \bar{M}_3 U_{n,i+1}^{k-1} \right] \cdot t_0 h \delta U_{n,i+1}^{k-1} = 0. \quad (8)$$

Считается, что цилиндрическая оболочка закреплена при  $\alpha = 0$  и  $\alpha = 1$ . В векторном виде граничные условия выражаются следующим образом:

$$U_{n,0}^j = 0; A' U_{n,-1}^j = A' U_{n,1}^j; U_{n,N}^j = 0; A' U_{n,N+1}^j = A' U_{n,N-1}^j. \quad (9)$$

Решение разностной краевой задачи (7)–(9) осуществляется методом прогонки [3, 5, 6].

В качестве примера приведен расчет цилиндрических оболочечных конструкций – котла цистерны по полубезмоментной теории В. З. Власова. Решение задачи представляется в виде ряда

$$V = \sum_{n=2}^{\infty} V_n(\alpha) \sin n\beta; \quad W_n(\alpha) = \sum_{n=2}^{\infty} V_n(\alpha) n \cos n\beta; \quad U_n(\beta) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\partial V_n(\alpha)}{\partial \alpha} \cdot \frac{1}{n} \cos n\beta. \quad (10)$$

Рассмотрена процедура расчета цилиндрической оболочки, усиленной в опорных сечениях  $z = 0$  и  $z = 1$  жесткими кольцами. Считается, что оболочка заполнена до некоторого уровня  $H$  жидкостью, создающей нормальные давления  $p_n = p_n(s)$  на её стенки. Давление жидкости  $P_n$  определяется по формуле [1]

$$p_n = -\tilde{\gamma} R (\cos \beta - \cos \beta_0), \quad (11)$$

где  $\tilde{\gamma}$  – объемный вес жидкости;  $\beta_0$  – центральный угол, характеризующий степень заполнения оболочки.

В таблице 1 приведены численные результаты расчета цилиндрической оболочки котла цистерны (для сечения  $z = l/2$ ) при следующих сходных данных:  $R = 150$  см;  $l = 1120$  см;  $h = 0,6$  см;  $\beta_0 = 33^\circ$ ;  $\tilde{\gamma} = 0,001$  кг/см<sup>2</sup> для различных  $\beta$ .

Таблица 1

Значения $n$	$\beta$	$U(z, s) \cdot 10^2$	$V(z, s)$	$W(z, s)$	$M(z, s)$	$\sigma(z, s)$
$n = 2$	0	0,41391	0	-0,06221	-0,29862	36,74160
	$\pi/6$	0,20680	-0,02695	-0,03108	-0,14920	18,35741
	$\pi/3$	-0,20726	-0,02693	0,03115	0,14953	-18,39760
	$\pi/2$	-0,41391	0,00039	0,06221	0,29863	-36,74162
	$2\pi/3$	-0,20635	0,02697	0,03102	0,14888	-18,31710
	$5\pi/6$	0,20771	0,02691	-0,03122	-0,14986	18,43781
	$\pi$	0,41391	-0,00079	-0,06221	-0,29862	36,74152
$n = 3$	0	0,64392	0	-0,21777	-2,78742	57,15900
	$\pi/6$	-0,00041	-0,07259	0,00014	0,00176	-0,03614
	$\pi/3$	-0,64392	0,00092	0,21777	2,78742	-57,15901
	$\pi/2$	0,00012	0,07259	-0,00042	-0,00529	0,10842
	$2\pi/3$	0,64392	-0,00018	-0,21777	-2,78741	57,15880
	$5\pi/6$	-1,00804	-0,07259	0,00069	0,00881	-0,18070
	$\pi$	-0,64392	0,00028	0,21777	2,78740	-57,15860

На рисунке 1 представлены эпюры нормальных напряжений для сечения  $z = l/2$  при различных значениях  $n = 1, 2, 3, 4$ .

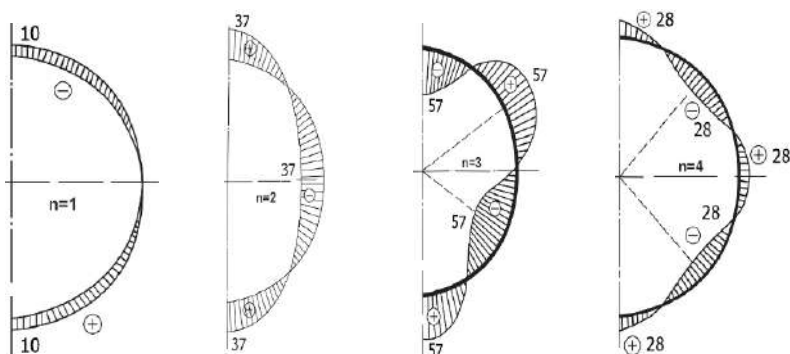


Рисунок 1

Из рисунка 1 видно, что распределение напряжений в оболочке котла цистерны существенно отличается для различных  $n$ . Для сравнительного анализа произведен расчет НДС оболочечной конструкции – котла цистерны с применением комплекса ANSYS [7].

#### Список литературы

- 1 Власов, В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике / В. З. Власов. – М. : Гостехиздат, 1949. – 761 с.
- 2 Старовойтов, Э. И. Вязкоупругопластические слоистые пластины и оболочки / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2002. – 344 с.
- 3 Буриев, Т. Алгоритмизация расчета несущих элементов тонкостенных конструкций / Т. Буриев. – Ташкент : Фан, 1986. – 244 с.
- 4 Годунов, С. К. Разностные схемы / С. К. Годунов, В. С. Рябенкий. – М. : Наука, 1973. – 400 с.
- 5 Абдусаттаров, А. К решению разностных краевых задач составных оболочечных конструкций типа цистерны / А. Абдусаттаров, Н. Х. Сабилов // Проблемы механики. – Ташкент, 2018. – № 1. – С. 6–12.
- 6 Абдусаттаров, А. К построению разностной схемы расчета магистральных трубопроводов при динамическом нагружении / А. Абдусаттаров, Н. Х. Сабилов, Н. Б. Рузиева // Роль в современном обществе информационных систем и технологии : материалы Респ. науч.-практ. конф. : НамИСИ. – 2021. – С. 43–44.
- 7 Сабилов, Н. Х. Компьютерная реализация решения задачи составных оболочечных конструкций котла цистерны / Н. Х. Сабилов // Вестник ТашИИТ. – 2018. – № 4. – С. 47–54.