

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**

**Кафедра «Строительство и эксплуатация дорог»**  
**Кафедра «Прикладная математика»**

**В. И. ИНИУТИН, Д. Н. ШЕВЧЕНКО, Н. В. БАНДЮК**

# **УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ И СЕРТИФИКАЦИЯ**

**Учебно-методическое пособие**

**Гомель 2015**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Строительство и эксплуатация дорог»  
Кафедра «Прикладная математика»

В. И. ИНЮТИН, Д. Н. ШЕВЧЕНКО, Н. В. БАНДЮК

## УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ И СЕРТИФИКАЦИЯ

*Одобрено методической комиссией заочного факультета  
в качестве учебно-методического пособия для студентов  
специальностей «Строительство железных дорог, путь  
и путевое хозяйство» и «Автомобильные дороги»*

Гомель 2015

УДК 658.562(075.8)  
ББК 65.9-80  
И69

Рецензенты: начальник отдела пути Гомельского отделения Белорусской железной дороги *Ю. В. Мицук*;  
заведующий кафедрой «Автоматизированные системы обработки информации» учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» канд. техн. наук, доцент *В. Д. Левчук*

### **Инютин, В. И.**

И69 Управление качеством и сертификация: учеб.-метод. пособие / В. И. Инютин, Д. Н. Шевченко, Н. В. Бандюк; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель: БелГУТ, 2015. – 78 с.  
ISBN 978-985-554-181-4

Изложены основы дисциплины «Управление качеством и сертификация», приведены методы обработки результатов измерений и примеры выполнения контрольной работы.

Предназначено для студентов заочной формы обучения специальностей 1-37 02 05 «Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство», 1-70 03 01 «Автомобильные дороги».

**УДК 658.562(075.8)**  
**ББК 65.9-80**

**ISBN 978-985-554-181-4**

© Инютин В. И., Шевченко Д. Н., Бандюк Н. В., 2015  
© Оформление. УО «БелГУТ», 2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	4
<b>1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ</b> .....	5
1.1 Основные положения .....	5
1.2 Виды и методы измерений .....	6
1.3 Математическая обработка измерений .....	11
1.3.1 Статистическая обработка исправленных результатов прямых измерений	12
1.3.2 Статистическая обработка результатов косвенных измерений	14
1.4 Методы выявления и исключения погрешностей .....	15
1.5 Формы представления результатов измерений .....	29
<b>2 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ</b> .....	30
2.1 Задачи по специальности «Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство» .....	31
2.2 Задачи по специальности «Автомобильные дороги» .....	38
Список использованной и рекомендованной литературы	46
ПРИЛОЖЕНИЕ А Исходные данные для контрольной работы студентам специальности «Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство»	48
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Исходные данные для контрольной работы студентам специальности «Автомобильные дороги»	63
ПРИЛОЖЕНИЕ В Квантили распределения Стьюдента	77
ПРИЛОЖЕНИЕ Г Значения функции Лапласа	78
ПРИЛОЖЕНИЕ Д Содержание рабочей программы	79
ПРИЛОЖЕНИЕ Е Контрольные вопросы по дисциплине «Управление качеством и сертификация»	80

## ВВЕДЕНИЕ

Современная рыночная экономика предъявляет высокие требования к качеству продукции, а острая конкурентная борьба обуславливает во всех странах мира необходимость подтверждения производителем своей способности выпускать продукцию стабильного качества. По этой причине не только за рубежом, но и в отечественной практике сертификацию продукции относят к числу наиболее эффективных средств повышения качества и конкурентоспособности, а также экспортных возможностей производителей.

Целью данного пособия является ознакомление студентов с основами дисциплины «Управление качеством и сертификация», а также методами обработки результатов измерений при контроле качества и сертификации продукции.

Учебно-методическое пособие предназначено для самостоятельного изучения основ метрологии, квалиметрии, стандартизации, управления качеством и сертификации, которые в дальнейшем углубляются в рамках специальных дисциплин для применения знаний в практической деятельности с целью повышения качества выпускаемой продукции.

Учебный процесс предусматривает:

- посещение обзорных лекций в период установочной и экзаменационной сессий;
- самостоятельное изучение рекомендованной литературы по программе курса «Управление качеством и сертификация»;
- выполнение контрольной работы с использованием исходных данных приведенных в приложении А для студентов специальности «Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство» и приложении Б для студентов специальности «Автомобильные дороги»;
- защиту контрольной работы после ее проверки и положительной оценки преподавателем кафедры;
- выполнение цикла лабораторных работ;
- защиту лабораторных работ и сдачу зачета в объеме программы курса.

Содержание рабочей программы приведено в приложении Д, контрольные вопросы по дисциплине – приложении Е.

# 1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ

## 1.1 Основные положения

Дисциплина «Управление качеством и сертификация» состоит из следующих разделов: метрология, квалиметрия, стандартизация, управление качеством и сертификация, которые неразрывно связаны в одном учебном курсе.

Сущность и задачи **метрологии**, виды и методы измерений, виды средств измерений, а также основные метрологические характеристики средств измерений изложены в литературе [1]. Наиболее полно погрешности измерений, их классификация и методы ликвидации погрешностей приведены в книгах [1–4]. Эталоны, их классификация в зависимости от метрологического назначения, поверка средств измерений и метрологическая аттестация средств измерений даны в изданиях [5–8].

**Квалиметрия** – научная область о количественных методах оценки качества, используемых для обоснования решений, принимаемых при управлении качеством продукции и стандартизации [13–15].

**Стандартизация** – деятельность, направленная на достижение оптимальной степени упорядочения в определенной области посредством установления положений для всеобщего и многократного применения в отношении реально существующих или потенциальных задач. Основные принципы стандартизации отражены в литературе [9–11]. Государственная система стандартизации, категория и виды нормативных документов, порядок разработки стандартов изложены в книгах [12–14].

Основные понятия, определения, этапы формирования понятия **качества**, качество как объект управления, разработка системного подхода к менеджменту качества продукции, системы менеджмента качества представлены в пособиях [14–15]. Менеджмент качества в соответствии требованиями ИСО 9001-2009 рассмотрен в стандарте [16].

Технология контроля основных параметров железнодорожного пути путевыми шаблонами, путеизмерительными тележками и вагонами путеизмерителями рассматривается в лабораторных практикумах [21–27]. Мониторинг транспортно-эксплуатационного состояния автомобильных дорог и контроль качества основных характеристик с помощью универсальных трехметровых реек, установок динамического нагружения и специализированных передвижных лабораторий описан в нормативных документах [19–20, 28–31].

**Сертификация** – это комплекс действий, в результате которых посредством специального документа – сертификата – подтверждается соответствие продукции требованиям стандартов. Сущность и назначение сертификации, виды и схемы сертификации, национальная система

сертификации РБ приведены в учебной литературе [7–12]. Виды сертификатов, обязательная и добровольная сертификация, способы информирования о соответствии, а также сертификация услуг на транспорте отражены в книгах [17–20, 32].

## 1.2 Виды и методы измерений

Метрология как наука охватывает круг проблем, связанных с измерениями. В дословном переводе с древнегреческого μέτρον – мера, λόγος – речь, слово, учение или наука. Таким образом, **метрология** – наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности.

Основные задачи метрологии – это развитие общей теории измерений, установление единиц физических величин, разработка методов и средств измерений, обеспечение единства и единообразия средств измерений, установление эталонов и образцовых средств измерений, разработка методов передачи размеров единиц от эталонов и образцовых средств рабочим средствам измерений.

**Измерение** – нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств (ГОСТ 16263–70).

Измерения различают по способу получения информации, характеру изменений измеряемой величины в процессе измерений, количеству измерительной информации.

В зависимости от способа получения информации измерения разделяют на прямые, косвенные, совокупные и совместные.

*Прямые измерения* – это непосредственное сравнение физической величины с ее мерой. Например, при определении длины предмета линейкой происходит сравнение искомой величины (количественного выражения значения длины) с мерой, т. е. линейкой.

*Косвенные измерения* отличаются от прямых тем, что искомое значение величины устанавливают по результатам прямых измерений таких величин, которые связаны с искомой определенной зависимостью. Так, если измерить силу тока амперметром, а напряжение – вольтметром, то по известной функциональной взаимосвязи всех трех названных величин можно рассчитать мощность электрической цепи.

*Совокупные измерения* сопряжены с решением системы уравнений, составляемых по результатам одновременных измерений нескольких однородных величин. Решение системы уравнений позволяет вычислить значение искомой величины.

*Совместные измерения* – это измерения двух или более неоднородных физических величин для определения зависимости между ними.

Совокупные и совместные измерения часто применяют в измерениях различных параметров и характеристик в области электротехники.

По характеру изменения измеряемой величины в процессе измерений различают статические и динамические измерения.

*Статические измерения* имеют место тогда, когда измеряемая величина практически постоянна.

*Динамические измерения* связаны с явлениями, которые в процессе измерений подвержены изменениям.

По количеству измерительной информации различают однократные и многократные измерения.

*Однократные измерения* – это единственное измерение одной величины, т. е. число измерений равно числу измеряемых величин. Практическое применение такого вида измерений всегда сопряжено с большими погрешностями, поэтому следует проводить не менее трех однократных измерений и находить конечный результат как среднее арифметическое значение.

*Многократные измерения* характеризуются превышением числа измерений количества измеряемых величин. Обычно минимальное число измерений равно трем. Преимущество многократных измерений – в значительном снижении влияния случайных факторов на погрешность измерения.

В зависимости от планируемой точности измерения делят на *технические* и *метрологические*, а от реализованной точности – на *равноточные* и *неравноточные*. Технические измерения выполняют с заранее установленной точностью, иными словами, при таких измерениях погрешность не должна превышать заранее заданного значения. Метрологические измерения выполняют с максимально достижимой точностью, добиваясь минимальной (при имеющихся ограничениях) погрешности измерения.

В зависимости от степени рассеяния результатов при многократном повторении измерений некоторой величины различают *равнорассеянные* и *неравнорассеянные* измерения.

С измерениями связано такое понятие, как "шкала измерений". Шкала измерений – это упорядоченная совокупность значений физической величины, которая служит основой для ее измерения. В метрологической практике известны несколько разновидностей шкал: шкала наименований, шкала порядка, шкала интервалов, шкала отношений и др.

*Шкала наименований* – это качественная, а не количественная шкала, она не содержит нуля и единиц измерений. Примером может служить атлас (шкала) цветов, где процесс измерения заключается в визуальном сравнении окрашенного предмета с образцами цветов.

*Шкала порядка* характеризует значение измеряемой величины в условных единицах, упорядоченных между собой. При этом интервалы между значениями шкалы порядка могут быть точно не определены. Например, шкала возраста: дошкольный, младший школьный, средний школьный и т.д.; шкала землетрясений, силы ветра, твердости физических тел в баллах и т. п.

*Шкала интервалов* (разностей) имеет условное нулевое значение, а интервалы устанавливаются по согласованию. Примерами таких шкал являются шкалы времени и температуры.

*Шкала отношений* имеет строго определенное нулевое значение, а единица измерений устанавливается по согласованию. Например, шкала массы или шкала длины, начинаясь от нуля, может быть проградуирована по-разному в зависимости от требуемой точности и единиц взвешивания.

По ГОСТ 16263–70\* точность измерений – качество измерений, отражающее близость их результатов к истинному значению измеряемой величины. Точность многократных измерений можно охарактеризовать такими свойствами, как правильность, сходимость и воспроизводимость (ГОСТ 16263–70).

*Правильность измерений* – качество измерений, отражающее близость к нулю систематических погрешностей в их результатах.

*Сходимость измерений* – качество измерений, отражающее близость друг к другу результатов измерений, выполняемых в одинаковых условиях.

*Воспроизводимость измерений* – качество измерений, отражающее близость друг к другу результатов измерений, выполняемых в различных условиях (в различное время, в разных местах, разными методами и средствами).

Для обеспечения сопоставимости результатов измерений в рамках страны или в международном масштабе необходимо обеспечить единство измерений. Единство измерений – состояние измерений, при котором их результаты выражены в узаконенных единицах и погрешности измерений известны с заданной вероятностью. Одним из необходимых условий обеспечения единства измерений является единообразие средств измерений – состояние средств измерений, характеризующееся тем, что они проградуированы в узаконенных единицах и их метрологические свойства соответствуют нормам.

Различают два основных метода измерений: метод непосредственной оценки и метод сравнения с мерой.

---

\* В настоящее время в Республике Беларусь наряду с указанным стандартом действует стандарт СТБ ИСО 5725-2002 «Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений», который предлагает несколько иные формулировки основных понятий.

При использовании *метода непосредственной оценки* значение измеряемой физической величины определяют непосредственно по отсчетному устройству прибора прямого действия. Например, измерение напряжения вольтметром.

*Метод сравнения с мерой* характеризуется тем, что измеряемая величина сравнивается с известной величиной, которая воспроизводится мерой (например, гири, эталонные резисторы и т. д.).

В зависимости от наличия или отсутствия при сравнении разности между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, методы сравнения подразделяют на дифференциальный и нулевой.

*Дифференциальный метод измерений* – метод сравнения с мерой, в котором на измерительный прибор воздействует разность измеряемой величины и известной величины, воспроизводимой мерой. Например, измерение отклонения контролируемого диаметра детали на оптиметре после его настройки на нуль по блоку концевых мер длины.

*Нулевой метод измерений* – метод сравнения с мерой, в котором результирующий эффект воздействия величин на прибор сравнения доводят до нуля. Например, измерение электрического сопротивления по схеме моста, когда напряжения на исследуемом резисторе уравниваются напряжением на резисторе известного сопротивления.

Дифференциальный и нулевой методы реализуются в нескольких разновидностях, среди которых различают:

- метод совпадений,
- метод замещения и противопоставления.

*Метод совпадений* – метод сравнения с мерой, в котором значение измеряемой величины оценивают, используя совпадение ее с величиной, воспроизводимой мерой (т. е. с фиксированной отметкой на шкале физической величины). Для оценки совпадения используют прибор сравнения или органолептику, фиксируя появление определенного физического эффекта (стробоскопический эффект, совпадение резонансных частот, плавление или застывание индикаторного вещества при достижении определенной температуры и другие физические эффекты). Например, при измерении штангенциркулем используют совпадение отметок основной и нониусной шкал.

В зависимости от одновременности или неодновременности воздействия на прибор сравнения измеряемой величины и величины, воспроизводимой мерой, различают методы противопоставления и замещения.

*Метод противопоставления* – метод сравнения с мерой, в котором измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, одновременно воздействуют на прибор сравнения, с помощью которого устанавливается соотношение между этими величинами. Например, измерение массы с помощью рычажных весов и набора гирь.

*Метод замещения* – метод сравнения с мерой, в котором измеряемую величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой, то есть эти величины воздействуют на прибор последовательно. Например, измерение массы с поочередным помещением на одну чашу весов исследуемого тела и эталонных гирь, добиваясь одинакового показания стрелки прибора.

### 1.3 Математическая обработка измерений

В ходе решения различных измерительных задач часто встречается необходимость математической обработки результатов измерений и решения следующих типовых задач:

- оценка результатов косвенных измерений одной физической величины, в том числе при многократных прямых измерениях каждой из величин, входящих в формулу для расчета результатов косвенных измерений;
- обработка одной или нескольких серий результатов прямых многократных измерений одной и той же физической величины;
- обработка результатов измерений массива номинально одинаковых величин;
- обработка результатов измерений разных величин или изменяющейся физической величины.

Третий и четвертый случаи выходят за рамки чистой метрологии, поскольку относятся к более широкому классу задач, решаемых в ходе проведения исследований.

В метрологии для повышения надежности и достоверности результатов достаточно часто прибегают к многократным повторениям операции измерений одной и той же физической величины. При этом каждый единичный результат называют наблюдением при измерении, а результат измерений получают как интегральную оценку всей совокупности наблюдений. Поэтому в метрологии под **математической обработкой результатов измерений** традиционно понимают *обработку результатов многократных прямых или косвенных измерений одной и той же физической величины.*

Математическая обработка включает два принципиально разных направления: **детерминированную обработку** результатов измерений и **статистическую обработку**. Детерминированная математическая обработка результатов измерений в обязательном порядке применяется при получении результатов косвенных измерений. Например, для определения плотности некоторого вещества измеряют массу и объем одного и того же образца, после чего рассчитывают его плотность. В линейно-угловых измерениях часто рассчитывают угол по результатам измерений длин, межосевые расстояния отверстий по их координатам и т.д.

При наличии систематических тенденций изменения результатов многократных измерений одной и той же величины также можно применить детерминированную математическую обработку результатов. В итоге получают аналитическое описание систематической составляющей погрешности измерений. Такое описание позволяет *исключить из дальнейшего рассмотрения систематические погрешности результатов*

*измерений*, после чего данные можно считать подготовленными для статистической обработки. Результаты измерений, из которых исключены систематические погрешности, в метрологии называют "исправленными".

Задача обработки совокупности результатов измерений номинально одинаковых величин возникает в ходе контроля неидеального объекта с множеством однородных физических величин, заданных одним параметром. Если расхождения результатов в предыдущих группах задач были обусловлены только погрешностями измерений, то в рассматриваемой задаче сами измеряемые величины могут существенно различаться. Например, шарик для подшипника качения не является идеальной сферой и имеет бесконечное число толщин, которые нормированы как один диаметральный размер.

Еще более сложные задачи возникают при контроле партии однородной продукции по одному из параметров, при измерениях номинально одинаковых физических величин, многократно воспроизводимых в ходе экспериментальных исследований. Последняя задача – обработка результатов измерений разных величин или изменяющейся физической величины – характерна для экспериментальных исследований, связанных с выявлением характера изменения исследуемой величины (параметра) при контролируемом изменении одного или нескольких аргументов. В метрологии такие задачи характерны для проверки средств измерений, метрологической аттестации средств измерений и методик выполнения измерений.

### **1.3.1 Статистическая обработка исправленных результатов прямых измерений**

Подготовка совокупности результатов многократных измерений к статистической обработке заключается в "исправлении результатов измерений". Задача-максимум состоит в исключении из результатов измерений всех систематических составляющих, задача минимум – в исключении изменяющихся систематических составляющих.

Рассмотрим **порядок статистической обработки исправленных результатов прямых равнорассеянных измерений** одной и той же физической величины.

1 Расчет среднего значения результата многократного измерения:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1)$$

где  $x_i$  – результат  $i$ -го наблюдения;  
 $n$  – количество наблюдений.

2 Расчет отклонений:

$$\Delta_i = \bar{x} - x_i. \quad (2)$$

3 Оценка стандартного (среднеквадратического) отклонения результатов наблюдений:

$$s = \bar{\sigma}[x] = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \Delta_i^2}. \quad (3)$$

4 Проверка гипотезы о сходимости эмпирического и теоретического распределений по критериям согласия.

При  $n > 50$  для проверки принадлежности эмпирического распределения к нормальному распределению предпочтительно использование критериев Пирсона или Колмогорова ( $n > 100$ ), или Мизеса-Смирнова ( $n > 50$ ).

При  $50 > n > 15$  для проверки принадлежности распределения к нормальному распределению предпочтительным является составной критерий  $W$ .

Проверки по критериям согласия проводят для уровней значимости  $\alpha$  от 0,01 до 0,1.

При  $n < 15$  проверку принадлежности распределения к нормальному не проводят, а качественную оценку формируют на основе априорной информации о виде закона распределения случайной величины, что позволяет затем перейти к соответствующей количественной оценке.

5 Статистическая проверка наличия выбросов – результатов наблюдений со значительными погрешностями – по критериям Кохрена, Граббса и др.

Упрощенная процедура отбраковывания экстремальных отклонений при нормальном распределении погрешностей, например, по критерию « $3\sigma$ », заключается в исключении результатов наблюдений  $x_i$ , удовлетворяющих неравенству

$$\frac{|x_i - \bar{x}|}{s} > 3. \quad (4)$$

Если отбракован хотя бы один выброс, то обработка повторяется с п.1.

6 Расчет стандартной неопределенности результата измерения (оценки стандартного отклонения среднего арифметического значения [33]):

$$u = \frac{s}{\sqrt{n}}. \quad (5)$$

При наличии известных оценок частных неисключенных систематических составляющих погрешностей  $\Theta_i$  рассчитывают границы неисключенной систематической составляющей погрешности

$$\Theta = k \sqrt{\sum_{i=1}^n \Theta_i^2}, \quad (6)$$

причем  $k$  принимают равным 1,1 при доверительной вероятности  $P=0,95$  или 1,4 при  $P=0,99$ , если  $n > 4$ ; при  $n < 4$   $k = f(n, l)$  (см. таблицу 1 или графики в ГОСТ 8.207-76);

$$l = \frac{\Theta_1}{\Theta_2}, \quad (7)$$

где  $\Theta_1$  – максимальная неисключенная систематическая составляющая погрешности,  
 $\Theta_2$  – ближайшая к максимальной систематическая составляющая погрешности.

Таблица 1 – Значения  $k$  для различных  $l$  и  $n$

$l$	$n$		
	1	2	3
1,0	1,28	1,37	1,42
2,0-4,0	1,18	1,25	1,28
5,0-7,0	1,06	1,12	1,15

Пренебрежимо малыми систематическими погрешностями считают, если  $\Theta < 1/8u$ . Случайной составляющей пренебрегают при  $\Theta > 8u$ .

7 Запись результата измерения в установленной форме:

$$\Theta = \bar{x} \pm \Delta, P, \quad (8)$$

где  $\Delta = t u$  – расширенная неопределенность результата измерения;  
 $t$  – квантиль распределения Стьюдента уровня  $(1-P)/2$  с  $(n-1)$ -й степенью свободы, определяемая по таблице В.1 приложения В.  
 Доверительную вероятность  $P$  в инженерной практике принимают  $P=0,95$  или  $0,99$ .

### 1.3.2 Статистическая обработка результатов косвенных измерений

Порядок обработки результатов косвенных измерений следующий.

1 Статистическая обработка результатов прямых измерений и нахождение  $\bar{x}_i$  и  $u[X_i]$  для каждого  $i$ -го влияющего фактора  $X_i$ .

2 Расчет точечной оценки результата косвенных измерений:

$$\hat{\Theta} = f(X_1, X_2, \dots, X_m) \Big|_{X_1=\bar{x}_1, X_2=\bar{x}_2, \dots, X_m=\bar{x}_m}, \quad (9)$$

где  $f(X_1, X_2, \dots, X_m)$  – функция косвенного измерения.

3 Определение коэффициента чувствительности каждого фактора  $X_i$ , влияющего на результат косвенного измерения:

$$k_i = \frac{\partial f(X_1, X_2, \dots, X_m)}{\partial X_i} \Big|_{X_i = \bar{x}_i} \cdot \quad (10)$$

4 Определение суммарной стандартной неопределенности  $u$  результата измерения с учетом коэффициентов чувствительности.

При значимой статистической взаимной связи влияющих факторов  $X_i$  оценка суммарной стандартной неопределенности определяется с учетом коэффициента корреляции влияющих факторов  $R_{ij}$ :

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^m (k_i u[x_i])^2 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m k_i k_j u[x_i] u[x_j] R_{ij}}, \quad (11)$$

где  $R_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^n [(x_{il} - \bar{x}_i)(x_{jl} - \bar{x}_j)]}{\sqrt{\sum_{l=1}^n (x_{il} - \bar{x}_i)^2 \sum_{l=1}^n (x_{jl} - \bar{x}_j)^2}}$ ;  $x_{il}$  – значение  $i$ -го влияющего

фактора, полученное в  $l$ -м испытании,  $l = \overline{1, n}$ .

При практическом отсутствии корреляции между влияющими факторами, получаемыми в результате прямых измерений, что имеет место, например, в независимых измерениях длин для определения объема или длин и массы для расчета плотности,

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^m (k_i u[x_i])^2}. \quad (12)$$

5 Запись результата измерения в установленной форме:

$$\Theta = \hat{\Theta} + \Delta, P, \quad (13)$$

где  $\Delta = tu$ ;

$t$  – квантиль распределения Стьюдента уровня  $(1-P)/2$  с  $(n-1)$ -й степенью свободы, определяемая по таблице В.1 приложения В.

#### 1.4 Методы выявления и исключения погрешностей

Выявление и оценка погрешности измерения физической величины ("суммарной погрешности") и ее составляющих являются традиционными

задачами метрологии. Все **методы выявления и оценки погрешностей** можно разделить на *аналитические* (теоретические), *экспериментальные* и *смешанные*. Кроме того, в ряде случаев успешно используют оценки погрешностей, взятые из литературных источников.

Нахождение значения погрешности в информационных источниках применимо как к погрешности измерения в целом, так и к отдельным составляющим. Инструментальные погрешности средств измерений приведены в документации (стандарты, паспорта) и в справочниках. Источниками информации о погрешностях измерений могут быть такие документы, как стандартизованные или аттестованные методики выполнения измерений. Можно использовать в качестве информационных источников также отчеты о научно-исследовательских работах, монографии и другую техническую литературу при достаточной степени доверия к ее авторам.

Аналитические методы выявления и оценки погрешностей базируются на функциональном анализе методики выполнения измерений. Как правило, эти методы используют для расчета составляющих (инструментальных и методических погрешностей, а также погрешностей из-за несоответствия условий измерений нормальным). Возможно также моделирование некоторых субъективных составляющих погрешности. Для расчетов строят специальные аналитические модели.

Аналитические расчеты на *точность средств измерений* (расчет инструментальных погрешностей) могут проводиться для оценки теоретических погрешностей схем преобразования измерительной информации, нахождения допустимых технологических погрешностей изготовления и сборки деталей. При проектировании средств измерений такие расчеты обязательны.

*Погрешности из-за отличия условий измерений от номинальных* в общем случае должны учитывать воздействие влияющих величин и на средства измерений, и на измеряемые объекты. Рассмотрим, например, температурные погрешности. Для расчета воздействия влияющей величины  $\psi$  на объект измерения нужно знать функцию  $f(\psi)$  изменения измеряемой физической величины при изменении аргумента (влияющей величины  $\psi$ ) и значение аргумента  $\psi$ . Изменение линейного размера (длины, толщины, диаметра, высоты измеряемой детали) под воздействием температуры обычно связывают с так называемой "стержневой моделью" и рассчитывают с использованием элементарной зависимости

$$\Delta_l = \alpha (t_i - 20), \quad (14)$$

где  $\Delta_l$  – приращение длины (положительное или отрицательное);  
 $\alpha$  – температурный коэффициент линейного расширения;

$t_i$  – температура при измерении.

Для оценки влияния температуры на инструментальную составляющую погрешности необходимо проанализировать действие температуры на измерительную цепь средства измерения. Следует выявить те элементы, воздействие на которые приведет к искажению функции измерительного преобразования, и определить характер искажения. Затем, используя измененные аргументы, можно рассчитать изменившееся значение результата измерения. Этот длинный и сложный путь часто оказывается непродуктивным потому, что для построения аналитической модели приходится задаваться множеством допущений. Для получения достоверного результата допущения должны быть достаточно строгими, что в рассматриваемых случаях не всегда возможно. Например, трудно моделировать температурную деформацию точек детали сложной ("статически неопределимой") конструкции, а именно к таким можно отнести большинство корпусных и других базовых деталей средств измерений.

Оценку *методической погрешности* можно рассмотреть на примере измерения массы объекта взвешиванием (метод сравнения с мерой) на двухчашечных весах. Для этого следует построить модель уравнивания с учетом архимедовых сил, которые обусловлены вытеснением воздуха и объектом измерения, и гириями.

Для оценки *погрешностей отсчитывания* результатов с аналоговых приборов (часть субъективной составляющей погрешности измерения) можно построить модель образования погрешности из-за несовпадения плоскости шкалы и указателя, а также модели округления результата или интерполирования дольной части деления.

Элементарная модель округления отсчета при положении указателя между отметками шкалы показывает, что в наихудшем случае (положение указателя точно посередине) погрешность округления не превысит половины цены деления ( $j$ ) шкалы аналогового прибора. Следовательно, погрешность отсчитывания с округлением составит не более  $0,5j$ , а при интерполировании дольной части деления "на глаз" будет еще меньше. Однако в последнем случае более строгая аналитическая оценка невозможна, поэтому прибегают к экспериментальным методам или к заимствованию данных из информационных источников, которые утверждают, что погрешность интерполирования не превышает  $(0,1-0,2)j$ .

Уровень полноты выявления и оценки составляющих погрешностей зависит от получаемой информации и может колебаться от оценки по шкале наименований до оценки по шкале отношений. Примерами качественных оценок погрешностей по шкале наименований могут быть утверждение о наличии погрешности, возникающей из-за определенных причин, заключение о характере погрешности (скажем, систематическая постоянная

погрешность длины объекта при отличии его температуры от нормальной или прогрессирующая температурная погрешность при монотонном изменении температуры). Использование шкалы порядка может выражаться, например, в оценках значимости составляющих погрешности. Наивысшим уровнем оценок погрешностей будет получение их числовых значений. Возможные **уровни полноты оценки погрешностей** определяются в ходе исследований на следующих этапах:

- обоснование (фиксация) наличия погрешности от некоторого источника;
- оценка характера погрешности;
- получение оценок порядка и/или числовых значений погрешностей.

Задачей первого (чисто аналитического) этапа является определение составляющих погрешностей, происходящих от любого источника. Анализ проводится с целью констатации наличия или отсутствия погрешностей от конкретных источников, определяемых методикой выполнения измерений. Например, если измерения осуществляются методом сравнения с мерой, в *инструментальные погрешности* входят не только погрешности прибора, но и погрешности используемых мер или ансамблей (композиций) мер. Возможно ли возникновение значимых инструментальных составляющих погрешности от вспомогательных устройств, таких как стойка или штатив средства линейных измерений, присоединительные провода электрических приборов и других необходимо выяснить в ходе анализа.

При анализе *условий измерения* выявляют влияющие величины. Наряду с такими очевидными воздействиями на объект и/или средства измерений, как влияние температуры при линейных измерениях, влияние электромагнитных полей на электрические средства измерений приходится оценивать более тонкие воздействия, например, влияние атмосферного давления и влажности воздуха на пневматические и емкостные средства измерений.

Обязательными элементами анализа являются также исследование возможности возникновения *методических погрешностей* из-за идеализации используемого измерительного преобразования и принятой модели объекта измерений, а также выявление составляющих *субъективной погрешности*.

Второй этап (оценка характера погрешности) может основываться как на аналитическом подходе, так и на экспериментальных данных. Уровень подробностей здесь также может быть различным, например, можно только констатировать систематический характер выявленной составляющей погрешности или дополнить описание более конкретными данными, например: "*постоянная систематическая погрешность используемой меры*", "*прогрессирующая систематическая погрешность из-за повышения температуры в цехе*", "*периодическая систематическая погрешность* отсчетного устройства прибора из-за эксцентриситета указателя и шкалы". Для случайной погрешности кроме констатации факта

ее стохастического характера важно определить вид распределения (нормальное, равномерное, трапецеидальное и т.д.).

На третьем этапе определяют числовые оценки значения (значений) погрешности. Здесь, как и на втором этапе, можно основываться как на аналитическом подходе, так и на экспериментальных данных. При недостаточной информации приходится ограничиваться оценкой, выраженной в порядковой шкале или граничных значениях рассматриваемой погрешности; более полная информация позволяет получать оценки конкретных значений систематической составляющей, функцию ее изменения или некоторые вероятностные характеристики случайной составляющей погрешности.

В метрологии достаточно часто применяют **методы оценки комплексной погрешности измерения физической величины**. Общие методы, пригодные для выявления и оценки погрешностей измерения, независимо от их характера и источников возникновения, базируются на решении уравнения

$$\Delta = X - \Theta, \quad (15)$$

где  $\Delta$  – абсолютное значение погрешности;

$X$  – результат измерения;

$\Theta$  – истинное значение измеряемой величины.

Это уравнение содержит два неизвестных и в строгом математическом смысле неразрешимо, следовательно, для получения удовлетворительного решения необходимо заменить одно из неизвестных его приближенным значением. Получение таких значений и составляет суть общих методов выявления и оценки погрешностей.

*Экспериментальные методы* оценки погрешностей измерений основаны на замене истинного значения измеряемой величины  $\Theta$  действительным значением  $X_d$  настолько близким к нему, что разность между ними (погрешность  $\Delta_d$ ) может рассматриваться как пренебрежимо малая по сравнению с искомой (исследуемой) погрешностью, то есть  $\Theta \approx X_d$ , или  $\Delta_d \approx 0$ , что подразумевает  $\Delta_d \ll \Delta$ .

Экспериментальные методы оценки погрешностей измерений можно разделить на три группы:

- измерение известной физической величины;
- повторное измерение одной и той же физической величины с заведомо более высокой точностью;
- анализ массивов результатов многократных измерений одной и той же физической величины.

Первую группу экспериментальных методов чаще всего реализуют путем измерения физической величины, воспроизводимой "точной" мерой, вторую

– с помощью "точных" измерений одной и той же величины с использованием новой методики выполнения измерений. В любом из этих случаев получают количественную оценку погрешности за счет использования заведомо более точной информации об измеряемой физической величине. Различие между методами заключается в том, что первый обеспечивает необходимую точность информации за счет аттестованного размера физической величины, воспроизводимого мерой, а при втором аттестуется сама измеряемая физическая величина.

*Метод определения значения погрешности по результатам измерения точной меры* применяют для оценки всей реализуемой погрешности измерений или для оценки инструментальной составляющей, если погрешности от остальных источников удастся свести к пренебрежимо малым значениям. Определение значения погрешности измерения или средства измерения возможно только в том случае, когда погрешность измеряемой "точной" меры  $\Delta_m$  пренебрежимо мала по сравнению с искомой погрешностью  $\Delta$ .

Искомая погрешность  $\Delta$  в этом случае определяется из зависимости

$$\Delta = X - X_m, \quad (16)$$

где  $X$  – результат измерения меры;

$X_m$  – "точное" значение меры (номинальное значение меры или значение меры с поправкой по аттестату), для которого можно записать  $\Delta_m \ll \Delta$ .

Примеры применения такого метода в быту, как правило, связаны с использованием точных гирь для проверки домашних весов.

К разновидностям этого метода можно отнести так называемые "Метод замещения" и "Метод противопоставления", которые в метрологической литературе обычно относят к методам оценки систематических составляющих погрешностей. Некорректные наименования методов, полностью совпадающие со стандартными терминами методов измерений (разновидности метода сравнения с мерой), не должны мешать пониманию сути методов. Фактически эти методы сводятся или к замещению измеряемой величины "точной" мерой, или к противопоставлению "точной" меры и измеряемой величины.

Метод определения значения погрешности по результатам повторного измерения той же физической величины с использованием заведомо более точной методики выполнения измерений (МВИ), как правило, применяют для оценки погрешности измерений, а не отдельных ее составляющих. Метод основан на том, что погрешность измерения при использовании "точной" МВИ ( $\Delta_{\text{МВИ2}}$ ) пренебрежимо мала по сравнению с искомой погрешностью  $\Delta$ , то есть  $\Delta_{\text{МВИ2}} \ll \Delta$ .

Искомая погрешность в этом случае определяется из зависимости

$$\Delta = X_{\text{МВИ1}} - X_{\text{МВИ2}}, \quad (17)$$

где  $X_{\text{МВИ1}}$  – результат измерения при использовании исследуемой МВИ;

$X_{\text{МВИ2}}$  – результат измерения при использовании "точной" МВИ.

Примером «точной» методики выполнения измерений является МВИ отрезков времени в виде сигналов точного времени, которые передают по радио каждый час. Точность этой МВИ гарантирована, поскольку сигналы получают с использованием вторичного эталона времени и частоты, с заведомо большей точностью, чем у бытовых приборов контроля времени.

Еще одна специфическая группа экспериментальных методов оценки погрешностей измерений основана на *анализе совокупности результатов многократных измерений одной и той же физической величины*. При математической обработке результатов многократных измерений одной и той же физической величины можно получать такие характеристики, как среднее значение, оценка стандартного отклонения. При наличии двух серий измерений можно сравнивать оценки, полученные для разных серий. Если с помощью одной МВИ был получен один сравнительно большой массив из  $N$  результатов, из него можно искусственно сформировать две серии, например разбиением полного массива результатов измерений на ограниченные последовательности данных в порядке их получения. Новые "серии" могут быть автономными (с номерами от 1 до  $n$  и от  $n + 1$  до  $N$ ) или частично перекрывающимися друг друга [с номерами от 1 до  $m$  и от  $(m - k)$  до  $N$ ]. Можно проводить сравнение двух и более серий результатов измерений, полученных с некоторым разрывом во времени, и серий, полученных разными операторами, либо отличающихся использованием разных экземпляров СИ или разных МВИ.

Заключение о совпадении или несовпадении сравниваемых оценок при неочевидном их различии может носить субъективный характер или обосновываться с помощью специальных статистических критериев, например, критерия Аббе. При использовании критерия Аббе считают, что в результатах есть систематическая составляющая погрешности измерений, если

$$q^2/s^2 < r', \quad (18)$$

где  $q = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_{i+1} - x_i)^2$ ;

$r'$  – критическое значение критерия Аббе.

*Анализ точечных диаграмм* является сравнительно простым и достаточно эффективным средством, позволяющим не только выявлять и оценивать переменные систематические и случайные составляющие погрешности

измерений, но и отбраковывать результаты с явно выраженными грубыми погрешностями.

Точечную диаграмму строят в координатах "результат измерения  $X$  – номер измерения  $n$ ". При построении диаграммы из технических соображений по оси ординат обычно предпочитают откладывать не результаты измерений, а отклонения результатов от некоторого условного значения.

Идеальная точечная диаграмма должна состоять из точек, располагающихся на одинаковой высоте, которая соответствует истинному значению измеряемой физической величины  $\Theta$  (рисунок 1).

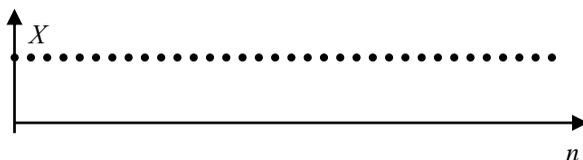


Рисунок 1 – Пример точечной диаграммы результатов измерений без случайной погрешности

Тенденции изменения результатов на точечной диаграмме (наклон, мода, гармонические изменения) свидетельствуют о наличии переменных систематических погрешностей и дают возможность провести соответствующую аппроксимирующую линию. Вид используемой аппроксимации соответствует характеру систематических погрешностей. Отклонения результатов от аппроксимирующей линии могут рассматриваться как случайные составляющие погрешности измерения.

Следует помнить, что точечная диаграмма фактически не является графиком результатов измерений, поскольку по оси абсцисс не откладывают аргумент какой-либо функции. Любая возможная тенденция изменения результатов свидетельствует только об изменении во времени аргументов, вызывающих переменные систематические погрешности измерений. Проведение аппроксимирующей линии и оценка тенденции осуществляются на основе предположения о равномерном изменении аргумента от измерения к измерению, причем сам аргумент по точечной диаграмме выявить невозможно.

Многочисленные измерения одной и той же физической величины с использованием одной методики выполнения измерений позволяют численно оценить сходимость измерений, которая при отсутствии переменных систематических составляющих определяется значениями случайных погрешностей. В качестве первичной оценки сходимости

измерений может быть использован такой параметр, как размах результатов многократных измерений

$$R' = X_{\max} - X_{\min}. \quad (19)$$

Геометрическое представление размаха  $R'$  на точечной диаграмме результатов многократных измерений можно получить, проведя через самую верхнюю и самую нижнюю точки прямые, параллельные оси абсцисс. Размах  $R'$  включает в себя как рассеяние результатов из-за случайной составляющей погрешности измерений, так и переменную систематическую составляющую погрешности, вызывающую закономерное изменение результатов во времени.

Следует различать размахи "неисправленных"  $R'$  и "исправленных"  $R$  результатов измерений. Частичное "исправление" результатов измерений с использованием точечной диаграммы можно осуществить переходом к оценке случайных составляющих погрешности по отклонениям результатов от построенной тенденции их изменения, представленной аппроксимирующей линией, "средней" по отношению к экспериментальным точкам. Предложенный прием позволяет наглядно разделить систематические и случайные составляющие погрешности измерений. Числовые оценки отклонений определяют по точечной диаграмме с учетом ее масштаба.

Точечная диаграмма в определенных случаях позволяет высказать некоторые суждения и о правильности измерений, поскольку устойчивая тенденция изменения результатов измерений свидетельствует о наличии в них переменной систематической погрешности.

Выполнение нескольких серий многократных измерений одной и той же физической величины с использованием разных методик выполнения измерений позволяет оценить воспроизводимость измерений и получить предварительную оценку систематических постоянных погрешностей, присущих заведомо менее точным МВИ. Это хорошо видно на точечной диаграмме с двумя сериями измерений, оформленными в одном масштабе.

Сравнительный анализ результатов нескольких серий измерений одной физической величины включает оценку и сопоставление размахов  $R_i$  и оценку наличия тенденций изменения результатов измерений по каждой из серий.

Оценка случайной составляющей погрешности в каждой из серий характеризуется размахом результатов после исключения влияния тенденции их изменения (если она обнаружена), воспроизводимость измерений – по степени совпадения аппроксимирующих линий и близости размахов. О сравнительной правильности измерений можно судить по

значениям  $R_i$  и по числовым характеристикам тенденций изменения результатов. Можно также использовать априорные данные, характеризующие погрешности выбранных МВИ.

При наличии тенденции изменения результатов делают заключение о наличии систематической переменной погрешности определенного вида, по возможности дополняя его числовыми оценками. Отклонения результатов от аппроксимирующей линии оценивают размахом, предельными значениями или средними квадратическими отклонениями.

*Функциональный анализ* методики выполнения измерений применяют для аналитического определения погрешности измерений по ее составляющим. Функциональный анализ МВИ может проводиться на двух уровнях:

а) качественном (выявление возможных причин возникновения погрешностей, характера их изменения, оценка аргументов систематических составляющих погрешностей и предполагаемых видов функции, априорная оценка предполагаемого вида распределения случайных составляющих).

б) количественном (проводится после качественного и включает оценку порядка, предельных или конкретных значений – в зависимости от вида погрешности и полноты имеющейся информации).

*Метод определения значения погрешности измерений по ее составляющим* базируется на объединении известных значений всех значимых составляющих. Он может использоваться для оценки погрешности измерения в целом, либо для оценки погрешностей отдельного источника или интегральной погрешности от нескольких источников (инструментальной погрешности при измерении методом сравнения с мерой, погрешности "условий" при воздействии влияющих величин на объект измерений и средства измерений и т.д.).

В метрологической литературе широко описываются и **методы исключения погрешностей**, которые в основном предназначены для "борьбы" с систематическими составляющими. К этим методам можно отнести профилактику погрешностей, введение поправок и компенсацию погрешностей.

Профилактика погрешностей включает применение исправных, стабильных и помехоустойчивых средств измерений; выявление теоретических погрешностей метода или средств измерений и их исключение или учет до начала измерений; стабилизацию условий измерений и защиту от нежелательных воздействий влияющих величин (и физических полей) на средства и объекты измерений; строгое соблюдение правил использования средств измерений и методик выполнения измерений; обучение операторов и контроль их квалификации.

Методы компенсации погрешностей достаточно разнообразны и включают такие частные случаи, как компенсация погрешности по знаку, измерение четное число раз через полупериоды, введение корректирующих

устройств для компенсации теоретических погрешностей, автоматических корректирующих устройств для компенсации систематических инструментальных составляющих, автоматическая подстройка или коррекция "нуля" после выполнения серии измерений, применение автоматических компенсаторов для учета воздействия на средство измерений влияющих величин и ряд других.

Введение поправок в процессе измерений или по их окончании является весьма эффективным методом исключения систематических погрешностей, следует только отметить, что для его реализации *необходимо предварительно выявить и оценить погрешность*, которая при изменении знака на противоположный и будет использоваться в качестве поправки.

**К специфическим методам выявления и оценки систематических погрешностей** можно отнести рандомизацию результатов измерений с последующим определением вида и параметров рассеяния систематических погрешностей, которые будут случайно распределенными в ансамбле данных (на множестве номинально одинаковых объектов). Для рандомизации необходимо соответствующим образом организовать получение массива результатов измерений, например, многократно воспроизводя измерения одной и той же величины с помощью одной МВИ, при использовании каждый раз нового экземпляра средства измерений одного типоразмера. В таком случае систематические составляющие каждого из применяемых средств измерений будут случайными для группы однородных СИ.

При многокоординатных измерениях некоторых параметров одной и той же детали рандомизация систематических погрешностей, возникающих при ориентировании детали в системе координат средства измерений, может достигаться за счет нового ориентирования детали перед каждым из многократно повторяемых измерений тех же параметров.

Рандомизация систематических погрешностей требует квалифицированного анализа и четкой организации измерений. Эффективность описанной рандомизации будет нулевой, если систематические погрешности СИ перекрываются любыми случайными составляющими погрешностями, присущими данной методике выполнения измерений.

Проанализируем некоторые из традиционно предлагаемых в литературе методов выявления и исключения систематических погрешностей.

Например, *метод симметричных наблюдений*, суть которого состоит в анализе трех сопряженных результатов из серии многократных измерений. В предположении одинакового изменения аргумента, вызывающего монотонно изменяющуюся систематическую погрешность, результат измерения под номером  $N = i - 1$  будет на столько же меньше результата с номером  $i$ , на сколько этот результат будет меньше "симметрично

расположенного" относительно него следующего результата с номером  $i + 1$ . Очевидно, такой метод может быть эффективным только в том случае, когда соблюдаются приведенные допущения, а случайные составляющие погрешности результатов будут значительно меньше их систематического изменения. Фактически "метод симметричных наблюдений" представляет собой анализ усеченной до трех результатов точечной диаграммы с присутствующими такому сокращению недостатками.

*Метод проверки средства измерений в рабочих условиях* основан на "самопроверке" СИ по точной мере или набору мер в перерывах между измерениями. Наиболее эффективным такой метод будет при автоматическом переключении на измерение меры (мер) и автоматическом внесении поправки в результаты последующих измерений или автоматической поднастройке СИ. Поскольку предусмотрено определение значения погрешности в рабочих условиях и в ограниченном числе точек, строгое соответствие такого метода проверке СИ не гарантировано. Такой метод, скорее, следует рассматривать как автоматизированную подстройку СИ или автоматизированный метод получения поправки и внесения ее в результаты измерений. С точки зрения общих методов выявления погрешностей он базируется на измерении точной меры.

*Метод образцовых сигналов* заключается в проверке искажения известной измерительной информации в процессе ее преобразования. Образцовый сигнал может подаваться на первичный измерительный преобразователь, например, задаваться точной мерой. В таком случае этот метод ничем не отличается от метода измерения точной меры. Если образцовый сигнал подается на промежуточный измерительный преобразователь, проверяется только часть преобразующей цепи применяемого СИ в фиксированных условиях. Использование такого метода рекомендуется при наличии в СИ промежуточного измерительного преобразователя, дающего доминирующую часть систематической составляющей и подверженного изменению коэффициента преобразования под действием влияющих факторов. Метод может дать хороший эффект при автоматизации СИ и процесса подачи образцового сигнала, точность которого гарантирована.

*Тестовый метод* можно рассматривать как расширенный вариант предыдущего, отличающийся использованием переменных образцовых сигналов. Метод наилучшим образом реализуется путем измерений испытуемым СИ ряда физических величин с разными номинальными значениями, воспроизводимых "точными" мерами.

*Метод вспомогательных измерений* (измерений влияющих величин, выходящих за нормальные области значений) используется для определения значений поправок, компенсирующих погрешности из-за воздействия влияющих физических величин. Для учета такого воздействия на результаты

измерений (для определения значений поправок) необходимо знать не только значения аргументов, которые получают с помощью "вспомогательных измерений", но и функции влияния на результаты измерений влияющих физических величин.

В метрологической литературе, как правило, описываются не только методы выявления и исключения систематических погрешностей, но и методы обнаружения грубых погрешностей и отбраковывания результатов с такими погрешностями. Отдельно рассматривают применение аппарата теории вероятностей и математической статистики для получения вероятностной оценки случайных погрешностей.

В итоге представление о поиске и оценке погрешностей, составленное на базе нескольких источников, может получиться довольно запутанным из-за несовпадения терминологии и отсутствия обобщенного подхода. Многочисленные частные методы выявления, оценки и исключения систематических погрешностей окончательно запутывают картину.

Методы выявления и оценки систематических погрешностей в ряде случаев могут распространяться и на случайные погрешности, о чем обычно не говорят, поскольку случайные погрешности индивидуально непредсказуемы. Следует иметь в виду, что в полученных конкретных результатах измерений погрешности и их составляющие имеют фиксированные значения и поддаются экспериментальной оценке.

Поскольку для любых физических величин, как правило, может быть разработана методика выполнения измерений, более точная, чем применяемая, следует признать, что при наличии методов выявления и количественной оценки погрешности измерений и ее систематических составляющих появляется принципиальная возможность выявления и количественной оценки "a posteriori" случайных погрешностей измерений. Это нисколько не противоречит определению случайной погрешности как случайной величины в части невозможности предсказания ее конкретного значения.

Для получения достоверных вероятностных численных оценок случайной составляющей погрешности необходимо набрать представительный массив случайных величин (результатов наблюдений при равномерных измерениях) и произвести его статистическую обработку. Результаты наблюдений получают при многократном воспроизведении измерительного эксперимента в некоторых фиксированных условиях. Здесь под "условиями" подразумевается соблюдение единообразия не только собственно условий измерений, но и использование одной и той же методики выполнения измерений с применением одних и тех же средств измерений одним и тем же оператором. Любое изменение указанных условий многократных измерений не должно приводить к существенным

искажениям массива результатов из-за появления систематической погрешности или нарушения условия равномерности результатов.

Статистическая обработка номинально одинаковых результатов, полученных при многократных измерениях одной и той же физической величины и имеющих некоторое рассеяние, позволяет оценить случайную погрешность измерения, причем *корректность оценки зависит от того, насколько тщательно были исключены систематические погрешности.*

Результаты многократных измерений одной и той же физической величины могут быть объектом анализа для выявления систематической составляющей погрешности измерений. Систематические погрешности могут иметь место и при измерении разных или изменяющихся физических величин. Анализ базируется на оценке тенденции изменения результатов измерений. Сравнение полученной тенденции с идеальной дает возможность судить о наличии систематической погрешности и характере ее изменения. Например, возрастающие (убывающие) результаты при повторных измерениях одной и той же величины свидетельствуют о наличии прогрессирующей систематической составляющей погрешности измерений. Линейное или другое закономерное изменение градуировочной характеристики прибора с равномерной шкалой позволяет выявить прогрессирующую или периодическую составляющие погрешности либо систематическую погрешность прибора, описываемую более сложными функциями.

Постоянная систематическая погрешность вызывает только эквидистантное смещение экспериментальной тенденции относительно идеальной, а характер тенденции при этом не меняется. Поэтому делать какие-либо выводы о постоянной составляющей по характеру экспериментальной тенденции нельзя, можно только высказать предположение о наличии такой погрешности на основании обязательного наличия систематической составляющей в погрешности измерения.

Более полную количественную оценку систематической погрешности можно получить только при наличии заведомо более точной информации об измеряемой физической величине.

Анализ характерных особенностей методов выявления и оценки погрешностей позволяет сделать вывод о наличии общих подходов к выявлению и оценке значений погрешностей. *Общие методы выявления и оценки погрешностей* в принципе позволяют выявлять любые погрешности измерений независимо от их характера, т.е. равным образом распространяются на систематические, случайные и грубые погрешности.

Очевидно, что результаты с грубыми погрешностями следует исключать из рассмотрения, поскольку они могут существенно исказить итоговые результаты измерений, а также качественные и количественные оценки систематических и случайных погрешностей.

## 1.5 Формы представления результатов измерений

**Общая форма представления результата измерения включает:**

- точечную оценку результата измерения;
- характеристики погрешности результата измерения (или их статистические оценки);
- указание условий измерений, для которых действительны приведенные оценки результата и погрешностей. Условия указываются непосредственно или путем ссылки на документ, удостоверяющий приведенные характеристики погрешностей.

В качестве точечной оценки результата измерения принимают среднее арифметическое значение результатов рассматриваемой серии измерений.

Характеристики погрешности измерений можно указывать в единицах измеряемой величины (абсолютные погрешности) или в относительных единицах (относительные погрешности). Характеристики погрешностей измерений по нормативным документам, или статистические оценки:

- стандартное (среднее квадратическое) отклонение погрешности;
- стандартное отклонение случайной погрешности;
- стандартное отклонение систематической погрешности;
- нижняя граница интервала погрешности измерений;
- верхняя граница интервала погрешности измерений;
- нижняя граница интервала систематической погрешности измерений;
- верхняя граница интервала систематической погрешности измерений;
- вероятность попадания погрешности в указанный интервал.

Рекомендуемое значение доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

Возможные характеристики погрешностей включают аппроксимации функции плотностей распределения вероятностей, или статистические описания этих распределений.

Функцию плотности распределения погрешности измерений считают соответствующей нормальному распределению, если есть основания полагать, что реальное распределение симметрично, унимодально и другая информация о плотности распределения отсутствует.

Если есть основания полагать, что реальное распределение погрешностей отлично от нормального, следует принимать какую-либо другую аппроксимацию функции плотностей распределения вероятностей. В таком случае принятая аппроксимация функции указывается в описании результата измерений, например: "трап." (при трапецеидальном распределении) или "равн." (при равномерном распределении).

В состав условий измерений могут входить: диапазон значений измеряемой величины, частотные спектры измеряемой величины или

диапазон скоростей ее изменений; диапазоны значений всех величин, существенно влияющих на погрешность измерений, а также, при необходимости, и другие факторы.

**Требования к оформлению результата измерений:**

- наименьшие разряды должны быть одинаковы у точечной оценки результата и у характеристик погрешностей;

- характеристики погрешностей (или их статистические оценки) выражают числом, содержащим не более двух значащих цифр, при этом для статистических оценок цифра второго разряда округляется в большую сторону;

- допускается характеристики погрешностей (или их статистические оценки) выражать числом, содержащим одну значащую цифру, при этом для статистических оценок второй разряд округляют по правилам математики.

## 2 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

### 2.1 Задачи по специальности «Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство»

#### Задача № 1

Найти стандартную неопределенность результатов измерений предела прочности на сжатие изолятора рельсового скрепления СБ-3 на железобетонных шпалах.

Исходные данные  $X_i$ : 49,1; 51,6; 52,9; 44,1; 50,4; 47,0; 45,4; 45,6; 50,0; 44,7; 50,4; 47,3; 53,0; 53,9; 52,2.

#### Решение

1 Среднее значение определяемого показателя вычисляют по формуле (1). При существующих исходных данных

$$\bar{x} = \frac{49,1 + 51,6 + 52,9 + \dots + 53,0 + 53,9 + 52,2}{15} = \frac{737,85}{15} = 49,2 \text{ МПа.}$$

2 Стандартное отклонение оценивают по формуле (3). При существующих исходных данных

$$s = \sqrt{\frac{(49,1 - 49,2)^2 + (51,6 - 49,2)^2 + \dots + (53,9 - 49,2)^2 + (52,2 - 49,2)^2}{15 - 1}} = \\ = \sqrt{\frac{150,86}{14}} = 3,28 \text{ МПа.}$$

3 Величину стандартной неопределенности результата измерения вычисляют по формуле (5). При существующих исходных данных

$$u = \frac{3,28}{\sqrt{15}} = 0,85 \text{ МПа.}$$

#### Задача № 2

Определить относительную ошибку измерения износа рельсов типа Р65. Результаты измерения износа (в мм): 5,4; 6,1; 7,0; 7,6; 4,0; 6,5; 5,2; 4,6; 4,6; 6,4; 4,3; 6,6; 5,3; 7,6; 8,0. Доверительную вероятность принять равной 0,95.

#### Решение

1 Находим среднее арифметическое значение износа рельсов по формуле (1):

$$\bar{x} = \frac{5,4 + 6,1 + 7,0 + \dots + 8,0}{15} = 5,95 \text{ мм.}$$

2 Определяем оценку стандартного отклонения износа рельсов по формуле (3):

$$s = \sqrt{\frac{(5,4 - 5,95)^2 + (6,1 - 5,95)^2 + \dots + (8,0 - 5,95)^2}{15 - 1}} = 1,59 \text{ мм.}$$

3 Для доверительной вероятности  $P = 0,95$  определяем расширенную неопределенность результата измерения износа рельса по формулам (8) и (5):

$$\Delta = \frac{ts}{\sqrt{n}} = \frac{2,145 \cdot 1,59}{\sqrt{15}} = 0,8806 \approx 0,88 \text{ мм.}$$

Здесь  $t$  – квантиль распределения Стьюдента уровня  $(1 - P)/2 = 0,025$  с  $n - 1 = 14$  степенями свободы, определяемая по таблице В.1 приложения В, равная 2,145.

4 Определяем относительную ошибку измерения износа рельса на основании соотношения

$$\Delta_{\text{отн}} = \frac{\Delta}{\bar{x}} \cdot 100 \% . \quad (20)$$

Таким образом,

$$\Delta_{\text{отн}} = \frac{\Delta}{\bar{x}} \cdot 100 \% = \frac{0,88}{5,95} \cdot 100 \% = 14,8 \% .$$

### Задача № 3

Определить коэффициент вариации износа деревянных шпал с рельсами типа Р65. Данные 15 испытаний, мм: 8,4; 7,7; 10,6; 11,7; 9,1; 12,8; 9,0; 11,8; 9,6; 7,8; 10,6; 11,5; 9,0; 11,2; 9,1.

Решение

1 Определяем среднее арифметическое значение износа деревянных шпал по формуле (1):

$$\bar{x} = \frac{8,4 + 7,7 + 10,6 + \dots + 9,0 + 11,2 + 9,1}{15} = 10 \text{ мм.}$$

2 Оцениваем стандартное отклонение износа шпал по формуле (3):

$$s = \frac{(8,4 - 10,0)^2 + (7,7 - 10,0)^2 + \dots + (11,2 - 10,0)^2 + (9,1 - 10,0)^2}{15 - 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{13,61}{14}} = 1,57 \text{ мм.}$$

3 Оцениваем коэффициент вариации случайной величины

$$V = \frac{s}{\bar{x}}. \quad (21)$$

Для рассматриваемой величины износа шпал

$$V = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{1,57}{10} = 0,157 = 15,7 \text{ \%}.$$

#### Задача № 4

Найти вероятность получения нормативной ширины колеи при сборке новой путевой решетки с рельсами типа Р65 железобетонными шпалами при допуске  $1520 \pm 2$  мм. Исходные данные: 1520, 1521, 1520, 1522, 1521, 1518, 1520, 1519, 1522, 1519, 1520, 1520 мм. Распределение вероятностей фактической ширины колеи считать нормальным.

Решение

1 Определяем среднее арифметическое значение ширины колеи по формуле (1):

$$\bar{x} = \frac{1520 + 1521 + 1520 + \dots + 1519 + 1520 + 1520}{12} = 1520,5 \text{ мм.}$$

2 Оцениваем стандартное отклонение ширины колеи по формуле (3):

$$s = \sqrt{\frac{(1520 - 1520,5)^2 + (1521 - 1520,5)^2 + \dots + (1520 - 1520,5)^2}{15 - 1}} =$$

$$= 1,087 \text{ мм.}$$

3 В предположении, что величина  $X$  фактической ширины колеи имеет нормальный закон распределения с математическим ожиданием  $\mu = \bar{x} = 1520,5$  мм и стандартным отклонением  $\sigma = s = 1,087$  мм, определим вероятность того, что данная величина будет принадлежать интервалу допустимых значений (1518; 1522):

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \mu}{\sigma}\right), \quad (22)$$

где  $\Phi(x)$  – функция Лапласа, определяемая приложением Г.

$$P(1518 < X < 1522) = \Phi\left(\frac{1522 - 1520,5}{1,087}\right) - \Phi\left(\frac{1518 - 1520,5}{1,087}\right) = \\ = \Phi(1,380) - \Phi(-2,30) = \Phi(1,380) + \Phi(2,3) = 0,4162 + 0,4893 = 0,9055.$$

Таким образом, вероятность того, что фактическая ширина колеи при сборке путевой решетки соответствует нормативному допуску, равна 0,9055.

### Задача № 5

При  $n$ -кратном независимом измерении сопротивления изоляции путевого шаблона ПШ-1520 на цифровом измерительном приборе в случайном порядке  $m_i$  раз появились числа  $x_i$ , МОм (см. колонки 1 и 2 таблицы 2). Построить распределение вероятностей значений отсчетов цифрового измерительного прибора.

Таблица 2 – Исходные данные и промежуточные результаты

$x_i$	$m_i$	$P(x_i)$	$F(x_i)$	$x_i$	$m_i$	$P(x_i)$	$F(x_i)$
19,8	1	1 / 100 = 0,01	0,01	20,5	21	0,21	0,90
19,9	3	0,03	0,01 + 0,03 = 0,04	20,6	4	0,04	0,94
20,0	9	0,09	0,04 + 0,09 = 0,13	20,7	0	0,00	0,94
20,1	5	0,05	0,13 + 0,05 = 0,18	20,8	6	0,06	1,00
20,2	14	0,14	0,32	20,9	0	0,00	1,00
20,3	19	0,19	0,51	21,0	0	0,00	1,00
20,4	18	0,18	0,69	21,1	0	0,00	1,00

### Решение

Каждый отсчет характеризуется значением  $x_i$  и частотой его появления  $m_i$ . Принимая относительную частоту  $m_i/n$  каждого  $i$ -го значения за вероятность его появления  $P(x_i)$ , заполним третью колонку таблицы 1. В совокупности с первой колонкой она даст нам распределение вероятностей отсчета, представленное в виде таблицы. Его же можно представить графически в виде столбцовой диаграммы (рисунок 2, а).

В четвертой колонке таблицы проставим оценку вероятности того, что на табло измерительного прибора появится число, меньшее или равное тому, которое значится в первой колонке. В совокупности с первой колонкой это даст нам представленную таблично эмпирическую функцию распределения вероятностей отсчета. Графически изобразим ее на рисунке 2, б.

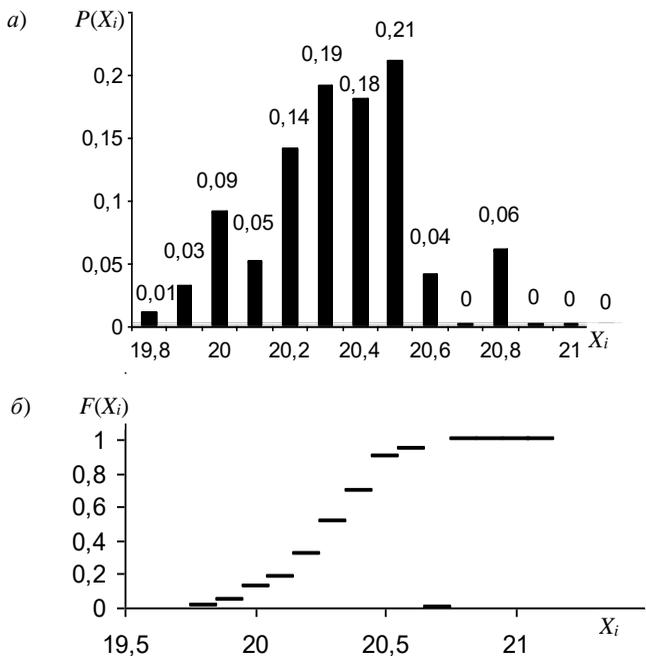


Рисунок 2 – Столбцовая диаграмма (а) и эмпирическая функция распределения (б) отсчетов цифрового измерительного прибора

### Задача № 6

При  $n$ -кратном измерении сопротивления изоляции путевого шаблона ЦУП-2 стрелка мегомметра  $m_i$  раз останавливалась между следующими делениями шкалы (колонка 2 таблицы 3).

Таблица 3 – Исходные данные

№ п/п	$x$	$m_i$	№ п/п	$x$	$m_i$	№ п/п	$x$	$m_i$
1	10,8–10,9	1	6	11,3–11,4	20	11	11,8–11,9	5
2	10,9–11,0	2	7	11,4–11,5	15	12	11,9–12,0	3
3	11,0–11,1	5	8	11,5–11,6	10	13	12,0–12,1	3
4	11,1–11,2	7	9	11,6–11,7	8	14	12,1–12,2	2
5	11,2–11,3	12	10	11,7–11,8	6	15	12,2–12,3	1

Представить эмпирическое описание отсчета у стрелочного прибора в виде гистограммы и полигона относительных частот результатов измерения сопротивления.

## Решение

Принимая деления шкалы за основания, построим из них прямоугольники с высотами, равными отношению относительных частот  $m_i/n$  к цене деления шкалы  $\Delta x$ . Здесь  $n=100$ ,  $\Delta x=0,1$ . Полученное на рисунке 3, а изображение называется гистограммой относительных частот сопротивления изоляции. Соединив на рисунке 3, а середины верхних граней прямоугольников линиями, получим полигон относительных частот сопротивления изоляции путевого шаблона ЦУП-2 (рисунок 3, б).

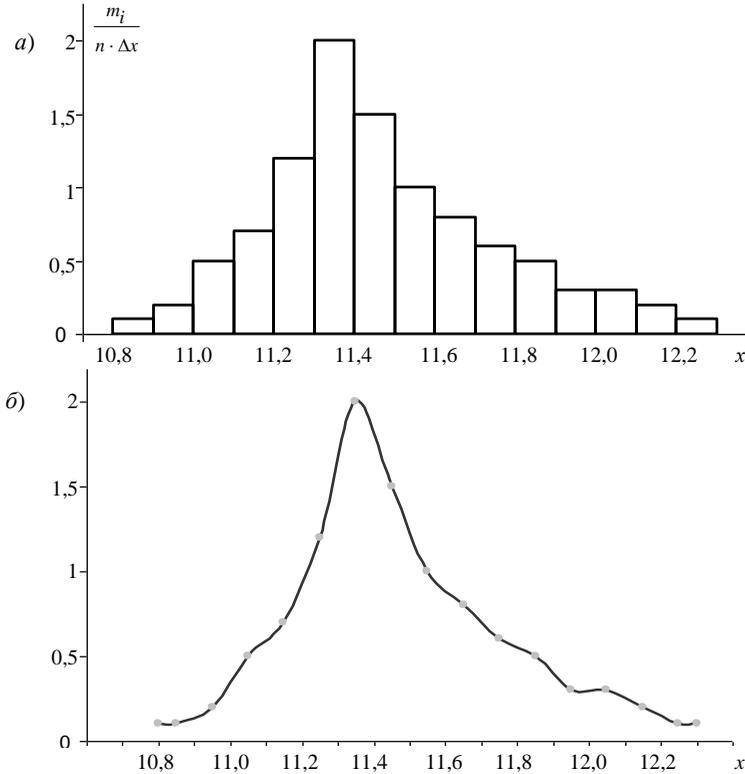


Рисунок 3 – Гистограмма (а) и полигон (б) относительных частот сопротивления изоляции путевого шаблона ЦУП-2

### Задача № 7

Для доверительной вероятности 0,95 определить с учетом расширенной неопределенности значение прочности на сжатие  $n=15$  изолирующих

втулок ЦП-142 для рельсового скрепления КБ на железобетонные шпалы. Результаты испытаний предварительно проверить на наличие выбросов по критерию «3 сигма».

Результаты измерений  $x_i$ , МПа: 84,5; 89,7; 99,1; 53,8; 103,6; 102,2; 88,2; 94,6; 105,3; 90,7; 87,3; 91; 98,7; 106,1; 94,3.

#### Решение

1 Среднее значение прочности втулок вычисляем по формуле (1). Для существующих исходных данных

$$\bar{x} = \frac{84,5 + 89,7 + 99,1 + 53,8 + \dots + 94,3}{15} = \frac{1389,1}{15} = 92,61 \text{ МПа.}$$

2 Стандартное отклонение результатов измерений оцениваем по формуле (3):

$$s = \sqrt{\frac{(84,5 - 92,61)^2 + (89,7 - 92,61)^2 + \dots + (94,3 - 92,61)^2}{15 - 1}} = 12,75 \text{ МПа.}$$

3 Проверяем результаты измерений на наличие выбросов по критерию «3 сигма». Из  $n = 15$  имеющихся результатов измерений неравенство (4) выполняется лишь для четвертого измерения:

$$\frac{|x_4 - \bar{x}|}{s} = \frac{|53,8 - 92,61|}{12,75} = 3,04 > 3,$$

что указывает на «выброс» результата измерений, обусловленный наличием дефектов изготовления данного изолятора или нарушением условий проведения испытания на сжатие.

Исключаем ошибочный результат измерений из начальной совокупности и повторяем расчеты по формулам (1), (3) и (4) для  $n = 14$ .

1 Уточненное среднее значение прочности:

$$\bar{x} = \frac{84,5 + 89,7 + 99,1 + 103,6 + \dots + 94,3}{14} = \frac{1335,3}{14} = 95,38 \text{ МПа.}$$

2 Оценка уточненного стандартного отклонения:

$$s = \sqrt{\frac{(84,5 - 95,38)^2 + (89,7 - 95,38)^2 + \dots + (94,3 - 95,38)^2}{14 - 1}} = 7,14 \text{ МПа.}$$

3 Несложно убедиться, что все неисключенные результаты 14 измерений прочности изолирующих втулок не являются выбросами по критерию «3 сигма» (4).

4 Величину стандартной неопределенности результатов измерения вычислим по формуле (5). При существующих исходных данных

$$u = \frac{7,14}{\sqrt{14}} = 1,91 \text{ МПа.}$$

5 Для доверительной вероятности  $P=0,95$  определяем расширенную неопределенность результата измерения предела прочности втулок по формуле (8):

$$\Delta = tu = 2,160 \cdot 1,91 = 4,13 \text{ МПа.}$$

Здесь  $t$  – квантиль распределения Стьюдента уровня  $(1-P)/2=0,025$  с  $n-1=13$  степенями свободы, определяемая по таблице В.1 приложения В, равная 2,160.

6 Полный результат измерений записываем в виде (8):

$$\Theta = 95,38 \pm 4,13 \text{ МПа, } P=0,95.$$

## 2.2 Задачи по специальности «Автомобильные дороги»

### Задача № 1

Найти стандартную неопределенность результатов измерений модуля упругости при испытании на сжатие асфальтобетона для автомобильной дороги III-категории.

Исходные данные:  $X_i$ , МПа: 188,0; 186,1; 202,8; 173,0; 168,5; 198,6; 221,8; 187,6; 201,3; 190,1; 183,1; 184,3; 190,1; 183,1; 184,3; 190,2; 192,0; 193,6.

#### Решение

1 Среднее значение определяемого показателя вычисляем по формуле (1). При существующих исходных данных

$$\bar{x} = \frac{188,0 + 186,1 + \dots + 193,6}{15} = \frac{2861,0}{15} = 190,73 \text{ МПа.}$$

2 Стандартное отклонение оцениваем по формуле (3). При существующих исходных данных

$$s = \sqrt{(188,0 - 190,73)^2 + (186,1 - 190,73)^2 + \dots + (193,6 - 190,73)^2} = \\ = 12,66 \text{ МПа.}$$

3 Величину стандартной неопределенности результата измерения модуля упругости определяем по формуле (5).

При существующих исходных данных

$$u = \frac{12,66}{\sqrt{15}} = 3,27 \text{ МПа.}$$

### Задача № 2

Определить относительную ошибку измерения износа асфальтобетона. Результаты измерения износа (в мм): 6,5; 14,4; 10,2; 10,7; 5,7; 15,0; 7,8; 11,9; 13,6; 11,8; 11,3; 11,7; 14,3; 13,5; 9,1. Доверительную вероятность принять равной 0,95.

#### Решение

1 Находим среднее арифметическое значение износа асфальтобетона по формуле (1):

$$\bar{x} = \frac{6,5 + 14,4 + \dots + 9,1}{15} = 11,16 \text{ мм.}$$

2 Определяем оценку стандартного отклонения износа асфальтобетона по формуле (3):

$$s = \sqrt{\frac{(6,5 - 11,16)^2 + (14,4 - 11,16)^2 + \dots + (9,1 - 11,16)^2}{15 - 1}} = 2,88 \text{ мм.}$$

3 Для доверительной вероятности  $P = 0,95$  определяем расширенную неопределенность результата измерения износа асфальтобетона по формулам (8) и (5):

$$\Delta = \frac{ts}{\sqrt{n}} = \frac{2,145 \cdot 2,88}{\sqrt{15}} = 1,595 \text{ мм.}$$

Здесь  $t$  – квантиль распределения Стьюдента уровня  $(1 - P)/2 = 0,025$  с  $n - 1 = 14$  степенями свободы, определяемая по таблице В.1 приложения В, равная 2,145.

4 Определяем относительную ошибку измерения износа асфальтобетонного покрытия на основании соотношения (20):

$$\frac{\Delta}{\bar{x}} \cdot 100 \% = \frac{1,595}{11,16} \cdot 100 \% = 14,29 \% .$$

Таким образом, относительная ошибка измерения износа асфальтобетонного покрытия, составляет 14,29 %.

### Задача № 3

Определить коэффициент вариации износа щебня в барабане. Данные 15 испытаний составили, %: 41,8; 36,3; 35,9; 39,4; 30,7; 43,3; 31,8; 41,8; 32,8; 40,6; 32,7; 38,7; 35,4; 31,1; 25,9.

#### Решение

1 Определяем среднее арифметическое значение износа щебня по формуле (1):

$$\bar{x} = \frac{41,8 + 36,3 + 35,9 + \dots + 25,9}{15} = 35,9 \text{ \%}.$$

2 Оцениваем стандартное отклонение износа щебня по формуле (3):

$$s = \sqrt{\frac{(41,8 - 35,9)^2 + (36,3 - 35,9)^2 + \dots + (25,9 - 35,9)^2}{15 - 1}} = 5,02 \text{ \%}.$$

3 Оцениваем коэффициент вариации случайной величины по выражению (21). Для рассматриваемой величины

$$V = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{5,02}{35,9} = 0,14 = 14 \text{ \%}.$$

Таким образом, оценка коэффициента вариации износа щебня в барабане составляет 14 %.

### Задача № 4

Найти вероятность получения образцов стандартного размера для испытания асфальтобетона, если допустимые размеры образцов находятся в диапазоне от 49,5 до 51,5 мм. Фактические размеры 12 изготовленных образцов составили, мм: 50,8; 50,0; 50,3; 50,7; 50,4; 51,1; 50,7; 50,6; 50,3; 50,4; 51,0; 50,4. Распределение вероятностей фактического размера образца считать нормальным.

#### Решение

1 Определяем среднее арифметическое значение фактического размера образцов по формуле (1):

$$\bar{x} = \frac{50,8 + 50,0 + 50,3 + \dots + 50,4}{12} = \frac{606,5}{12} = 50,54 \text{ мм}.$$

2 Оцениваем стандартное отклонение фактического размера образцов по формуле (3):

$$s = \sqrt{\frac{(50,8 - 50,54)^2 + (50,0 - 50,54)^2 + \dots + (50,4 - 50,54)^2}{12 - 1}} = 0,322 \text{ мм.}$$

3 В предположении, что величина  $X$  фактического размера образцов имеет нормальный закон распределения с математическим ожиданием  $\mu = \bar{x} = 50,54$  мм и стандартным отклонением  $\sigma = s = 0,322$  мм, определяем вероятность того, что данная величина будет принадлежать интервалу (49,5; 51,5) по формуле (22):

$$P(49,5 < X < 51,5) = \Phi\left(\frac{51,5 - 50,54}{0,322}\right) - \Phi\left(\frac{49,5 - 50,54}{0,322}\right) = \Phi(2,98) - \Phi(-3,23) = \Phi(2,98) + \Phi(3,23) = 0,4986 + 0,49935 = 0,99795.$$

Таким образом, вероятность изготовления стандартного образца, удовлетворяющего допуску (49,5 мм; 51,5 мм), равна 0,99795.

### Задача № 5

При  $n$ -кратном независимом измерении массы щебня на цифровом измерительном приборе в случайном порядке  $m_i$  раз появились числа  $x_i$ , г (см. колонки 1 и 2 таблицы 4). Построить распределение вероятностей значений отсчетов цифрового измерительного прибора.

Таблица 4 – Исходные данные и промежуточные результаты

$x_i$	$m_i$	$P(x_i)$	$F(x_i)$	$x_i$	$m_i$	$P(x_i)$	$F(x_i)$
5880	1	1 / 100 = 0,01	0,01	6020	14	0,14	0,65
5900	2	0,02	0,01 + 0,02 = 0,03	6040	11	0,11	0,76
5920	3	0,03	0,06	6060	9	0,09	0,85
5940	5	0,05	0,11	6080	7	0,07	0,92
5960	10	0,10	0,21	6100	5	0,05	0,97
5980	12	0,12	0,33	6120	2	0,02	0,99
6000	18	0,18	0,51	6140	1	0,01	1,00

### Решение

Каждый отсчет характеризуется значением  $x_i$  и частотой его появления  $m_i$ . Принимая относительную частоту  $m_i/n$  каждого  $i$ -го значения за вероятность его появления  $P(x_i)$ , заполним третью колонку таблицы 3. В совокупности с первой колонкой она даст нам распределение вероятностей отсчета, представленное в виде таблицы. Его же можно представить графически в виде столбцовой диаграммы (рисунок 4, а).

В четвертой колонке таблицы 3 проставим оценку вероятности того, что на табло измерительного прибора появится число, меньшее или равное тому, которое значится в первой колонке. В совокупности с первой колонкой это

даст нам представленную таблично эмпирическую функцию распределения вероятностей отсчета. Графически изобразим ее на рисунке 4, б.

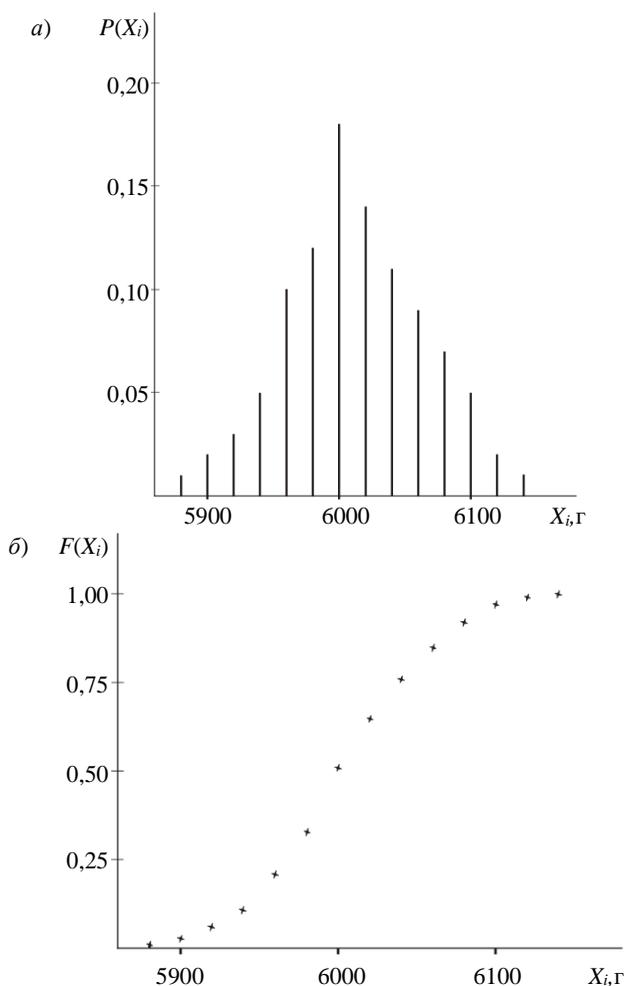


Рисунок 4 – Столбцовая диаграмма (а) и эмпирическая функция распределения (б) отсчетов цифрового измерительного прибора

### Задача № 6

При  $n$ -кратном измерении температуры асфальтобетонной смеси в кузове автомобиля стрелка термометра  $m_i$  раз останавливалась между следующими делениями шкалы (колонка 2 таблицы 5).

Таблица 5 – Исходные данные

№ п/п	$x$	$m_i$	№ п/п	$x$	$m_i$	№ п/п	$x$	$m_i$
1	141–142	1	6	146–147	8	11	151–152	10
2	142–143	2	7	147–148	9	12	152–153	8
3	143–144	3	8	148–149	16	13	143–154	5
4	144–145	4	9	149–150	13	14	154–155	2
5	145–146	6	10	150–151	11	15	145–156	1

Представить эмпирическое описание отчета у стрелочного прибора в виде гистограммы и полигона относительных частот результатов измерения.

Решение

Принимая деления шкалы за основания, построим из них прямоугольники с высотами, равными отношению относительных частот  $m_i/n$  к цене деления шкалы  $\Delta x$ . Здесь  $n = 100$ ,  $\Delta x = 1^\circ\text{C}$ . Полученное на рисунке 5, а изображение называется гистограммой относительных частот температуры.

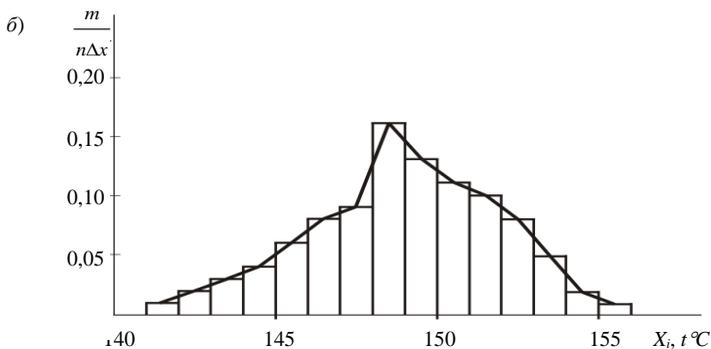
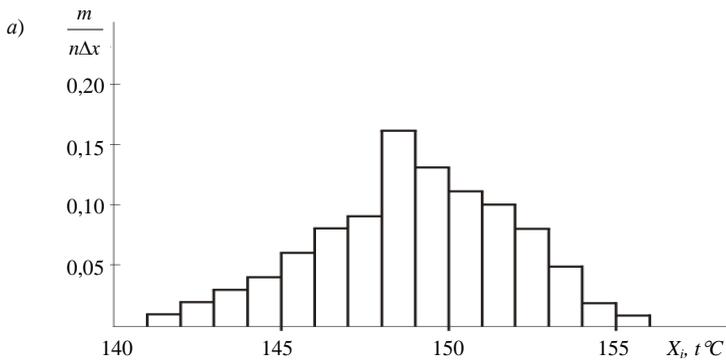


Рисунок 5 – Гистограмма (а) и полигон (б) относительных частот температуры асфальтобетонной смеси

Соединив на рисунке 5, а середины верхних граней прямоугольников линией, получим полигон относительных частот температуры асфальтобетонной смеси (рисунок 5. б).

### Задача № 7

Для доверительной вероятности 0,95 определить с учетом расширенной неопределенности значение значения модуля упругости асфальтобетонного покрытия для автомобильной дороги II категории. Результаты испытаний предварительно проверить на наличие выбросов по критерию «3 сигма».

Результаты измерений  $x_i$ , МПа: 253,5; 268,50; 297,3; 306,60; 310,8; 239,10; 264,60; 283,80; 415,70; 272,10; 261,90; 273,00; 296,10; 315,90; 282,9.

#### Решение

1 Среднее значение модуля упругости асфальтобетонного покрытия для автомобильной дороги II-категории вычисляем по формуле (1). Для существующих исходных данных

$$\bar{x} = \frac{253,5 + 268,5 + \dots + 415,7 + \dots + 282,9}{15} = 289,453 \text{ МПа.}$$

2 Стандартное отклонение результатов измерений оцениваем по формуле (3):

$$s = \sqrt{\frac{(253,5 - 289,453)^2 + (268,5 - 289,453)^2 + \dots + (282,9 - 289,453)^2}{15 - 1}} = 41,217 \text{ МПа.}$$

3 Проверяем результаты измерений на наличие выбросов по критерию «3 сигма». Из  $n = 15$  имеющихся результатов измерений неравенство (4) выполняется лишь для девятого измерения:

$$\frac{|x_9 - \bar{x}|}{s} = \frac{|415,7 - 289,453|}{41,217} = 3,063 > 3,$$

что указывает на «выброс» результата измерений, обусловленный наличием дефектов изготовления образца асфальтобетона или нарушением условий проведения испытания.

Исключаем ошибочный результат измерений из начальной совокупности и повторяем расчеты по формулам (1), (3) и (4) для  $n = 14$ .

1 Уточненное среднее значение модуля упругости

$$\bar{x} = \frac{253,5 + 268,5 + \dots + 282,9}{14} = 280,436 \text{ МПа.}$$

2 Оценка уточненного стандартного отклонения:

$$s = \sqrt{\frac{(253,5 - 280,436)^2 + (268,5 - 280,436)^2 + \dots + (282,9 - 280,436)^2}{14 - 1}} = \\ = 22,714 \text{ МПа.}$$

3 Несложно убедиться, что все неисключенные результаты 14 измерений модуля упругости асфальта не являются выбросами по критерию «3 сигма» (4).

4 Величину стандартной неопределенности результатов измерения вычисляем по формуле (5). При существующих исходных данных

$$u = \frac{22,714}{\sqrt{14}} = 6,071 \text{ МПа.}$$

5 Для доверительной вероятности  $P = 0,95$  определяем расширенную неопределенность результата измерения модуля упругости асфальтобетонного покрытия по формуле (8):

$$\Delta = t u = 2,160 \cdot 6,071 = 13,113 \text{ МПа.}$$

Здесь  $t$  – квантиль распределения Стьюдента уровня  $(1 - P)/2 = 0,025$  с  $n - 1 = 13$  степенями свободы, определяемая по таблице В.1 приложения В, равная 2,160.

6 Полный результат измерений запишем в виде (8):

$$\Theta = 280,436 \pm 13,133 \text{ МПа, } P = 0,95.$$

## Список использованной и рекомендуемой литературы

- 1 **Володарский, В. Я.** Метрология. Теория и практика / В. Я. Володарский. – М. : ВНИИМС, 2000. – 256 с.
- 2 **Гончаров, А. А.** Метрология, стандартизация и сертификация : учеб. для студентов высш. учеб. заведений / А. А. Гончаров, В. Д. Копылов. – М. : Издательский центр «Академия», 2004. – 240 с.
- 3 **Исаев, И. И.** Метрология и стандартизация в сертификации / И. И. Исаев, В. Д. Малинский. – М. : ИПК «Изд-во стандартов», 1996. – 396 с.
- 4 **Иванов, И. А.** Основы метрологии, стандартизации, взаимозаменяемости и сертификации : учеб. пособие для вузов ж.-д. транспорта / И. А. Иванов, С. В. Урушев. – М. : ГОУ «Учеб.-метод. центр по образованию на ж.-д. трансп.», 2008. – 287 с.
- 5 **Сергеев, А. Г.** Метрология / А. Г. Сергеев, В. В. Крохин. – М. : Логос, 2002. – 406 с.
- 6 **Сергеев, А. Г.** Метрология, стандартизация, сертификация : учеб. пособие / А. Г. Сергеев, М. В. Латышев, В. В. Терегера. – М. : Логос, 2004. – 536 с.
- 7 **Димов, Ю. В.** Метрология, стандартизация и сертификация : учеб. для вузов / Ю. В. Димов. – СПб. : Питер, 2006. – 256 с.
- 8 Метрология, стандартизация и сертификация / под ред. А. С. Сигова. – М. : ФОРУМ: ИНФРА – М, 2005. – 336 с.
- 9 **Лифиц, И. М.** Стандартизация, метрология и сертификация / И. М. Лифиц. – М. : Изд-во ЮРАЙТ, 2004. – 335 с.
- 10 **Дайлидко, А. А.** Стандартизация, метрология и сертификация на железнодорожном транспорте / А. А. Дайлидко, А. А., Ю. А. Юрченко. – М. : Желдориздат, 2002. – 262 с.
- 11 **Яблонский, О. П.** Основы стандартизации, метрологии и сертификации: учебник / О. П. Яблонский, В. А. Иванов. – Ростов н/Д. : Феникс, 2004. – 448 с.
- 12 **Крылова, Г. Д.** Основы стандартизации, сертификации, метрологии / Г. Д. Крылова. – М. : Изд. объединение «ЮНИТИ», 2005. – 479 с.
- 13 **Лифиц, И. М.** Основы стандартизации метрологии и управления качеством товаров / И. М. Лифиц. – М. : Изд-во стандартов, 1994. – 330 с.
- 14 **Швандар, В. А.** Стандартизация и управление качеством продукции / В. А. Швандар. – М. : ЮНИТИ, 2000. – 487 с.
- 15 **Мазур, И. И.** Управление качеством : учеб. пособие / И. И. Мазур, В. Д. Шапиро. – М. : Высшая школа, 2003. – 334 с.
- 16 ISO 9001-2009. Система менеджмента качества. Требования – Минск : Госстандарт. – 2009, – 32 с.
- 17 **Сергеев, А. Г.** Сертификация / А. Г. Сергеев, М. В. Латышев. – М. : Логос, 1999. – 346 с.
- 18 **Попов, К. В.** Оценка качества строительных материалов / К. В. Попов, М. Б. Каддо, О. В. Кульков. – М. : АСВ, 2001. – 301 с.
- 19 ТКП 45-3.03.19-2006 (02250). Автомобильные дороги. Нормы проектирования – Минск : Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 2006. – 42 с.

- 20 СТБ 1115-2004. Смеси асфальтобетонные дорожные аэродромные и асфальтобетон. Методы испытаний – Минск : Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 2004. – 36 с.
- 21 **Инютин, В. И.** Метрология, стандартизация, управление качеством и сертификация : лаб. практи. / В. И. Инютин, В. Г. Цыганков, Е. В. Никитин. – Гомель : БелГУТ, 2003. – 22 с.
- 22 **Инютин, В. И.** Управление качеством и сертификация : лаб. практикум / В. И. Инютин, В. Г. Цыганков, Е. В. Никитин. – Гомель : БелГУТ, 2003. – 55 с.
- 23 **Инютин, В. И.** Приборы для оценки эксплуатационных качеств автомобильных дорог : лаб. практи. для студентов ФБО / В. И. Инютин, Н. А. Нечитайло, В. В. Воробьев. – Гомель : БелГУТ, 2005. – 22 с.
- 24 **Инютин, В. И.** Путьевые средства измерений : пособие по выполнению лаб. работ / В. И. Инютин, П. В. Ковтун, Е. В. Никитин. – Гомель : БелГУТ, 2005. – 68 с.
- 25 **Инютин, В. И.** Приборы для контроля качества дорожных одежд : учеб.-метод. пособие по выполнению лаб. работ / В. И. Инютин, Н. В. Бандюк, Н. А. Железняков. – Гомель : БелГУТ, 2008. – 42 с.
- 26 **Инютин, В. И.** Управление качеством и сертификация : лаб. практи. / В. И. Инютин, Н. В. Бандюк, Н. А. Железняков. – Гомель : БелГУТ, 2008. – 39 с.
- 27 **Кебиков, А. А.** Техническая эксплуатация железнодорожного пути. Ч. 1. Нормы устройства и допуски содержания рельсовой колеи, стрелочных переводов и глухих пересечений / А. А. Кебиков. – Гомель: БелГУТ, 2011. – 55 с.
- 28 ТКП 035-2006. Приемка в эксплуатацию автомобильных дорог и искусственных сооружений, законченных строительством, реконструкцией и капитальным ремонтом – Минск : Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 2006. – 41 с.
- 29 ТКП 059-2012. Автомобильные дороги. Правила устройства – Минск : Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 2012. – 86 с.
- 30 ТКП 234-2009. Автомобильные дороги. Порядок проведения операционного контроля при строительстве, ремонте и содержании – Минск : Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 2009. – 167 с.
- 31 ТКП 094-2012. Автомобильные дороги. Правила устройства асфальтобетонных покрытий и защитных слоев – Минск : Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 2006. – 61 с.
- 32 ТКП 5.1.02-2012. Национальная система подтверждения соответствия Республики Беларусь. Сертификация продукции. Основные положения – Минск : Госстандарт, 2012. – 95 с.
- 33 **Шевченко, Д. Н.** Теория вероятностей и математическая статистика : учеб.-метод. пособие для студентов электротехнических специальностей / Д. Н. Шевченко – Гомель : БелГУТ, 2006. – 318 с.

*ПРИЛОЖЕНИЕ А*  
*(справочное)*

**Исходные данные для контрольной работы студентам специальности  
«Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство»**

*Таблица А.1 – Исходные данные к задаче 1*

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
45,3	40,2	45,4	52,0	45,4	47,6	43,3	41,7	48,9	48,1
43,5	52,1	48,5	51,1	44,0	44,4	48,7	45,8	49,1	51,4
47,5	45,9	49,9	49,0	47,9	46,4	40,6	44,0	48,2	47,2
41,7	46,5	50,0	44,7	46,1	49,1	40,7	42,3	51,6	44,4
45,8	39,0	49,4	51,0	50,0	49,9	45,1	39,6	47,7	53,9
45,2	52,9	52,1	51,4	41,0	45,7	47,8	44,0	47,4	47,2
42,7	42,2	48,7	51,5	46,1	49,1	43,7	48,2	40,8	47,3
44,9	48,3	47,8	48,8	45,0	44,1	46,4	46,9	46,0	48,8
44,5	50,9	55,4	50,2	43,1	42,6	42,7	50,5	47,9	42,6
42,0	48,2	49,4	44,6	45,4	44,0	43,4	44,9	45,2	46,3
43,6	47,5	52,1	44,6	46,7	42,8	45,1	43,8	44,3	44,3
47,2	48,0	45,4	46,3	44,5	47,6	46,1	42,5	47,9	48,7
50,0	52,0	49,7	49,7	44,2	48,3	47,0	43,9	48,0	45,5
44,9	50,7	46,2	53,4	45,4	44,0	44,6	37,4	46,6	56,9
53,8	44,2	43,2	45,6	46,3	43,9	46,5	46,6	49,1	43,1

*Продолжение таблицы А.1*

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
48,8	44,2	37,8	44,7	47,0	48,1	47,6	48,1	46,1	44,4
48,8	46,7	44,7	41,2	46,0	48,2	53,1	50,6	45,9	48,2
46,2	44,4	44,9	44,4	44,6	44,4	45,0	51,9	46,8	46,5
43,6	47,6	44,6	45,3	45,4	44,7	43,8	43,1	51,2	47,0
48,7	43,9	45,0	43,4	41,1	44,7	49,2	49,4	44,4	46,5
46,7	48,1	46,2	44,0	47,3	45,9	39,7	46,1	48,9	48,1
44,9	46,7	48,3	42,8	46,9	41,8	52,3	44,4	47,3	48,5
45,4	45,7	41,1	41,8	47,8	48,0	46,2	44,6	39,6	47,7
53,0	44,5	42,3	45,9	44,0	49,1	46,4	49,1	47,6	48,5

*Продолжение таблицы А.1*

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
43,2	46,0	48,4	42,8	45,7	44,4	48,2	43,8	43,8	44,4
48,7	49,9	44,1	42,2	45,5	47,0	50,0	49,4	45,6	42,6
53,9	48,2	44,0	38,1	44,9	46,4	46,9	46,3	48,4	41,9
50,5	51,1	46,4	43,7	45,1	51,4	45,7	52,0	42,8	45,8
46,6	40,9	42,3	39,4	43,9	42,5	44,3	52,9	48,3	41,7
46,5	49,0	41,0	45,7	42,2	41,1	50,2	51,2	48,0	42,6

*Окончание таблицы А.1*

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
40,6	45,3	50,2	52,4	51,3	46,5	44,8	42,2	48,2	39,6
44,2	46,8	57,1	47,2	47,0	43,3	46,4	43,9	44,2	43,4
50,2	44,3	46,9	54,6	48,0	44,8	48,3	46,8	50,6	45,0
47,7	52,2	51,0	47,1	48,3	47,0	48,4	47,7	43,6	49,3
46,1	48,4	47,6	52,7	48,3	42,5	48,3	48,2	44,6	50,8
49,0	41,3	45,5	48,2	47,2	48,5	41,7	42,0	47,2	41,0
44,7	43,7	45,9	44,6	49,5	46,1	45,0	43,4	49,0	41,6
44,7	47,8	47,7	50,2	48,9	49,4	45,6	45,4	43,0	45,1
39,6	45,6	48,2	52,1	47,2	46,1	47,0	48,7	42,8	39,6
41,8	41,2	48,7	46,9	48,8	50,0	44,3	44,2	46,9	45,6
41,3	43,1	43,3	48,7	47,1	48,4	47,8	43,1	43,1	46,2
40,5	46,2	49,4	46,8	49,4	46,7	49,3	44,2	42,6	46,0
45,2	44,8	47,2	46,0	47,5	50,3	48,6	46,7	44,8	41,6
46,8	50,4	53,2	52,4	48,6	44,6	44,2	49,0	51,6	43,9
44,8	42,5	53,0	50,5	50,1	47,2	43,8	45,3	43,5	49,6

**Таблица А.2 – Исходные данные к задаче 2**

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11,6	5,9	12,8	8,5	5,3	10,1	7,4	8,1	6,7	14,8
13,5	6,6	14,8	12,4	3,2	10,4	9,2	13,2	7,0	11,3
9,9	5,1	13,7	5,7	4,9	8,2	8,7	9,8	4,3	15,1
8,4	3,9	9,0	10,1	8,3	5,9	7,4	10,8	7,2	9,6

Продолжение таблицы А.2

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7,4	7,3	12,7	8,6	6,6	16,2	8,7	8,6	4,5	15,3
11,2	8,6	13,7	10,4	6,2	9,7	7,3	6,3	3,7	13,0
10,4	9,1	9,6	11,4	9,4	11,1	9,1	5,0	9,4	9,1
11,0	6,1	12,8	8,7	6,1	10,3	7,6	10,4	6,9	9,0
14,0	4,6	18,5	8,4	3,7	6,6	8,5	8,5	4,0	13,7
10,3	4,1	9,9	7,9	5,3	3,9	9,6	4,4	3,6	18,1
8,5	9,3	20,1	6,1	4,7	9,1	7,5	6,4	2,7	10,9
8,2	6,6	11,8	7,6	5,9	5,1	6,4	8,0	7,6	10,2
12,2	7,9	11,4	11,9	5,7	12,3	9,5	6,7	8,9	8,7
8,6	7,3	17,3	10,1	5,3	8,6	8,1	7,9	8,1	16,4
10,5	6,8	12,8	5,5	4,7	5,3	11,2	6,5	4,1	14,5

Продолжение таблицы А.2

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
7,4	11,9	6,0	5,3	11,6	10,8	7,2	8,3	9,3	4,4
8,5	13,5	9,8	8,0	10,0	13,8	4,6	11,5	8,8	4,9
10,1	8,2	7,4	8,5	11,8	12,1	4,1	12,1	7,2	3,1
12,8	8,7	7,6	9,6	9,9	11,8	5,4	9,4	5,8	8,5
9,1	5,4	7,9	7,4	10,8	13,8	7,6	9,8	11,8	7,2
8,3	9,6	4,4	10,2	12,5	12,0	8,8	12,5	9,5	7,8
9,2	13,0	5,6	11,4	11,4	13,0	8,1	9,0	10,9	5,0
11,1	11,5	0,2	10,9	13,6	11,4	5,9	8,8	9,5	7,7
13,0	8,6	8,4	7,4	12,2	11,1	6,0	11,2	8,7	5,1
10,0	13,9	8,6	7,0	11,2	9,9	4,2	15,6	5,2	8,9
7,9	12,2	8,6	7,4	14,5	10,9	3,8	13,5	8,9	6,5
8,2	11,7	10,3	11,8	7,7	12,8	8,9	11,5	8,5	6,5
7,5	9,8	8,5	5,3	13,4	9,8	7,0	14,0	10,0	2,8
10,1	10,9	12,3	5,4	10,5	13,1	4,4	8,9	12,4	4,1
8,9	8,8	7,9	8,9	11,6	8,6	4,6	11,3	9,5	5,5

Окончание таблицы А.2

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
7,5	4,0	6,9	6,8	10,2	12,0	12,2	9,6	11,1	15,2
8,4	8,0	13,4	1,4	8,1	9,3	9,0	7,8	7,8	9,8
6,8	7,2	9,5	6,8	14,9	9,9	9,8	5,4	9,9	10,5
7,3	5,7	9,2	4,7	17,8	13,0	8,1	11,6	6,9	11,4
14,1	7,5	9,5	5,8	13,9	7,7	12,6	1,8	7,5	6,9
8,3	8,6	10,4	5,4	17,6	7,9	12,3	5,6	8,9	9,7
9,0	6,8	6,8	3,3	17,1	7,0	11,2	12,4	9,7	10,8
4,2	6,6	6,3	4,8	13,8	8,1	13,2	10,1	10,4	11,7
13,6	7,5	12,7	8,8	14,7	8,8	14,4	7,4	8,5	9,7
10,1	8,2	11,5	5,9	18,0	9,6	12,7	7,4	10,0	12,3
6,4	6,5	8,6	6,2	12,1	10,9	11,4	8,4	8,5	9,5
9,5	8,5	6,1	10,7	15,8	9,5	8,7	9,2	5,7	11,5
5,9	6,8	7,1	4,9	9,5	9,4	10,9	1,6	8,3	14,8
6,7	9,3	9,4	6,5	7,2	8,8	12,0	4,5	9,0	12,9
10,4	6,3	9,5	5,2	14,0	10,0	12,9	13,5	7,5	11,2

Таблица А.3 – Исходные данные к задаче 3

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9,2	10,2	8,8	8,0	10,6	11,3	6,8	5,5	10,1	7,9
8,0	11,2	8,8	9,1	10,3	9,6	9,5	13,4	14,8	9,7
10,7	9,5	6,3	7,7	9,4	10,0	8,4	9,2	7,9	7,0
6,8	14,8	6,5	6,8	7,7	10,1	7,2	9,7	10,7	6,6
9,6	12,3	6,5	10,0	10,2	10,1	5,4	4,7	8,4	8,4
9,1	7,5	7,2	7,7	10,3	9,7	8,3	14,0	7,0	5,2
7,5	9,1	4,5	7,8	10,4	10,6	11,1	6,8	7,3	9,4
8,9	11,9	8,7	8,3	9,3	10,3	10,2	10,9	8,4	7,4
8,6	10,4	9,4	6,2	9,9	9,7	12,7	12,6	8,8	7,5
7,0	7,5	6,2	7,4	7,6	10,3	8,9	10,8	9,1	8,1
8,1	8,7	8,0	6,8	7,7	9,6	8,2	10,3	5,5	8,7
10,5	10,8	7,6	8,2	8,3	10,6	7,3	10,7	9,6	7,6
12,4	9,9	11,0	7,2	9,7	9,8	8,3	13,3	8,1	7,2
9,0	13,6	5,0	11,0	11,2	10,2	3,9	12,5	12,1	6,8

Продолжение таблицы А.3

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
14,8	8,3	4,1	6,4	8,0	10,8	10,1	8,1	12,0	8,7

Продолжение таблицы А.3

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
9,3	9,7	10,3	11,2	6,3	9,5	9,1	9,3	8,1	9,1
9,3	9,2	9,7	11,4	8,3	7,7	10,0	10,3	7,2	9,9
8,3	10,8	8,7	10,8	9,3	10,2	10,6	9,4	9,3	8,6
7,2	10,1	9,3	13,1	9,3	7,7	7,0	10,6	6,3	12,6
9,3	11,6	6,4	10,5	8,9	9,6	9,5	9,1	8,4	10,7
8,5	8,0	10,6	10,3	10,7	8,1	8,2	10,8	8,1	7,2
7,8	10,0	10,3	5,9	8,5	6,9	7,6	10,3	6,9	8,3
8,0	9,6	10,9	9,3	7,9	8,7	7,6	9,9	7,9	10,4
11,0	8,8	8,3	10,6	12,9	9,4	9,4	9,4	7,7	9,3
7,1	9,7	9,5	8,8	8,9	7,6	7,3	10,0	6,5	7,1
9,3	10,3	9,3	8,2	10,8	8,2	9,6	11,6	7,3	8,0
11,4	9,4	8,9	10,6	6,3	7,6	8,3	10,9	9,1	9,6
10,0	9,3	9,1	10,6	9,1	7,3	10,6	12,0	10,5	8,9
8,4	9,7	8,3	9,7	6,8	9,5	11,0	8,0	8,0	11,7
8,4	10,1	7,1	11,4	4,8	8,8	10,3	11,2	12,4	7,7

Продолжение таблицы А.3

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
10,6	9,5	6,3	5,6	11,59	9,28	8,99	9,9	8,7	11,7
10,6	11,2	8,4	11,6	15,07	12,05	8,50	10,0	10,2	9,1
8,7	9,1	7,5	8,4	9,94	7,98	7,81	9,6	11,0	12,8
8,8	7,7	6,6	8,8	11,99	7,42	8,19	11,3	11,0	9,0
8,8	12,4	5,3	5,0	10,31	10,09	6,05	9,4	10,7	11,8
9,4	9,1	7,5	12,0	9,26	5,33	9,17	9,2	12,1	9,6
7,4	9,1	9,6	6,6	9,45	11,65	8,96	5,9	10,4	7,8
10,5	9,9	8,9	9,6	10,33	8,62	9,39	8,5	9,9	10,6
11,0	6,8	10,8	10,9	10,60	8,69	7,51	9,5	13,7	11,5

Окончание таблицы А.3

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
8,7	8,7	8,0	9,6	10,84	9,62	8,37	8,1	10,7	9,0
10,0	7,7	7,4	9,2	8,15	10,49	8,26	7,7	12,1	9,9
9,7	9,9	6,7	9,5	11,22	8,96	7,96	9,4	8,7	8,9
12,2	8,3	7,5	11,5	10,10	8,35	8,06	9,5	10,8	8,5
7,7	13,9	4,2	10,9	13,11	7,67	7,46	8,8	9,1	11,7
7,1	7,0	8,8	7,6	13,02	10,61	6,61	10,0	7,6	10,8

Таблица А.4 – Исходные данные к задаче 4

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1520	1518	1519	1520	1524	1520	1521	1523	1521	1518
1519	1520	1518	1525	1520	1523	1521	1520	1519	1519
1522	1522	1522	1518	1526	1523	1519	1526	1516	1520
1518	1522	1520	1518	1520	1519	1520	1518	1520	1518
1521	1521	1525	1522	1521	1523	1518	1521	1523	1521
1520	1523	1514	1524	1523	1522	1521	1519	1519	1518
1518	1521	1520	1521	1525	1521	1518	1518	1517	1522
1520	1520	1519	1523	1519	1521	1519	1516	1525	1517
1520	1526	1517	1520	1519	1524	1518	1519	1519	1523
1518	1521	1519	1521	1523	1521	1521	1522	1519	1521
1519	1523	1521	1522	1519	1522	1521	1521	1521	1520
1521	1518	1518	1523	1519	1520	1520	1524	1516	1518

Продолжение таблицы А.4

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1523	1521	1519	1522	1520	1519	1520	1520	1522	1520
1521	1527	1523	1523	1519	1517	1525	1520	1522	1522
1523	1520	1520	1521	1518	1521	1523	1516	1522	1523
1522	1516	1519	1520	1519	1518	1526	1521	1518	1524
1519	1519	1524	1518	1515	1527	1514	1517	1520	1520
1521	1521	1524	1520	1521	1516	1524	1522	1525	1523
1522	1525	1521	1521	1521	1520	1520	1518	1524	1520

Продолжение таблицы А.4

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1521	1526	1522	1521	1521	1524	1520	1521	1520	1522
1521	1517	1523	1519	1520	1517	1521	1526	1524	1521
1520	1518	1522	1518	1520	1517	1526	1524	1521	1522
1519	1521	1522	1519	1517	1521	1518	1523	1524	1524
1523	1516	1521	1522	1522	1513	1523	1525	1522	1520

Окончание таблицы А.4

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1520	1521	1524	1522	1522	1522	1521	1519	1525	1519
1520	1522	1519	1512	1522	1525	1520	1518	1522	1524
1523	1519	1519	1522	1517	1523	1521	1522	1518	1520
1520	1520	1520	1517	1519	1521	1522	1521	1519	1517
1518	1520	1522	1519	1519	1522	1522	1521	1522	1522
1520	1520	1519	1523	1518	1522	1522	1519	1520	1523
1519	1520	1518	1516	1522	1520	1524	1521	1517	1519
1520	1519	1517	1523	1523	1521	1522	1519	1519	1521
1520	1518	1522	1522	1522	1523	1521	1522	1521	1519
1519	1520	1524	1521	1520	1521	1521	1520	1520	1518
1519	1521	1519	1517	1521	1518	1518	1520	1524	1524
1519	1520	1525	1519	1523	1518	1522	1518	1518	1522

Таблица А.5 – Исходные данные к задаче 5

$x_i$ , МОм	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
19,8	1	3	0	0	2	3	1	3	1	1
19,9	1	1	1	2	5	4	1	2	1	2
20,0	8	5	4	8	4	5	3	7	7	5
20,1	12	12	14	13	13	13	17	15	7	16
20,2	15	20	13	12	18	16	9	20	15	15
20,3	18	23	25	20	16	20	20	19	24	19
20,4	23	15	16	18	11	22	20	12	21	11
20,5	8	7	14	13	14	9	10	11	9	14

Продолжение таблицы А.5

$x_i$ , МОм	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20,6	5	4	7	3	8	3	5	4	7	7
20,7	1	1	1	5	3	2	6	2	3	3
20,8	0	1	0	0	1	1	2	0	0	1
20,9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Продолжение таблицы А.5

$x_i$ , МОм	Варианты									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
19,8	1	4	0	2	2	0	0	3	0	1
19,9	1	3	4	2	2	2	1	1	3	3
20,0	6	4	6	4	4	7	7	5	6	11
20,1	13	8	13	14	10	9	14	9	15	9
20,2	21	16	16	14	19	21	16	11	12	9
20,3	14	15	19	17	19	21	19	20	20	18
20,4	13	16	15	17	13	16	12	22	20	19
20,5	14	16	11	17	14	7	15	13	10	13
20,6	9	10	6	2	6	8	8	10	6	4
20,7	3	2	5	4	6	4	3	2	2	3
20,8	2	1	0	1	0	0	2	0	1	2
20,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Продолжение таблицы А.5

$x_i$ , МОм	Варианты									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
19,8	0	0	0	2	1	2	0	3	0	0
19,9	1	1	3	2	3	1	2	5	2	2
20,0	2	10	6	13	5	5	8	3	6	5
20,1	9	20	14	16	13	11	9	16	13	8
20,2	21	16	13	14	20	18	18	20	13	12

Окончание таблицы А.5

$x_i$ , МОМ	Варианты									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
20,3	22	21	19	13	21	19	22	16	16	23
20,4	18	9	19	10	17	9	14	14	16	14
20,5	8	9	12	15	8	14	12	12	16	16
20,6	8	4	5	5	3	8	6	5	8	12
20,7	3	4	3	4	3	8	1	1	1	2
20,8	3	1	1	0	0	0	2	1	1	1
20,9	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0
21,0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
21,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица А.6 – Исходные данные к задаче 6

Варианты							
1		2		3		4	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
10,2–10,3	2	13,1–13,2	1	12,0–12,1	1	10,8–10,9	1
10,3–10,4	2	13,2–13,3	0	12,1–12,2	1	10,9–11,0	1
10,4–10,5	5	13,3–13,4	0	12,2–12,3	7	11,0–11,1	2
10,5–10,6	11	13,4–13,5	6	12,3–12,4	12	11,1–11,2	11
10,6–10,7	20	13,5–13,6	10	12,4–12,5	22	11,2–11,3	17
10,7–10,8	20	13,6–13,7	12	12,5–12,6	30	11,3–11,4	25
10,8–10,9	13	13,7–13,8	14	12,6–12,7	15	11,4–11,5	17
10,9–11,0	14	13,8–13,9	21	12,7–12,8	8	11,5–11,6	21
11,0–11,1	9	13,9–14,0	11	12,8–12,9	4	11,6–11,7	4
11,1–11,2	3	14,0–14,1	14	12,9–13,0	0	11,7–11,8	1
11,2–11,3	1	14,1–14,2	4	13,0–13,1	0	11,8–11,9	0
11,3–11,4	0	14,2–14,3	5	13,1–13,2	0	11,9–12,0	0
11,4–11,5	0	14,3–14,4	1	13,2–13,3	0	12,0–12,1	0
11,5–11,6	0	14,4–14,5	1	13,3–13,4	0	12,1–12,2	0
11,6–11,7	0	14,5–14,6	0	13,4–13,5	0	12,2–12,3	0

Продолжение таблицы А.6

Варианты							
5		6		7		8	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
12,4–12,5	3	11,2–11,3	1	12,3–12,4	1	11,7–11,8	1
12,5–12,6	4	11,3–11,4	1	12,4–12,5	2	11,8–11,9	1
12,6–12,7	12	11,4–11,5	3	12,5–12,6	5	11,9–12,0	0
12,7–12,8	30	11,5–11,6	15	12,6–12,7	6	12,0–12,1	6
12,8–12,9	24	11,6–11,7	8	12,7–12,8	16	12,1–12,2	13
12,9–13,0	11	11,7–11,8	18	12,8–12,9	22	12,2–12,3	20
13,0–13,1	13	11,8–11,9	28	12,9–13,0	20	12,3–12,4	22
13,1–13,2	3	11,9–12,0	10	13,0–13,1	16	12,4–12,5	20
13,2–13,3	0	12,0–12,1	12	13,1–13,2	9	12,5–12,6	10
13,3–13,4	0	12,1–12,2	4	13,2–13,3	3	12,6–12,7	5
13,4–13,5	0	12,2–12,3	0	13,3–13,4	0	12,7–12,8	2
13,5–13,6	0	12,3–12,4	0	13,4–13,5	0	12,8–12,9	0
13,6–13,7	0	12,4–12,5	0	13,5–13,6	0	12,9–13,0	0
13,7–13,8	0	12,5–12,6	0	13,6–13,7	0	13,0–13,1	0
13,8–13,9	0	12,6–12,7	0	13,7–13,8	0	13,1–13,2	0

Продолжение таблицы А.6

Варианты							
9		10		11		12	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
12,5–12,6	1	13,7–13,8	1	12,7–12,8	1	11,1–11,2	1
12,6–12,7	1	13,8–13,9	1	12,8–12,9	0	11,2–11,3	0
12,7–12,8	4	13,9–14,0	8	12,9–13,0	2	11,3–11,4	1
12,8–12,9	12	14,0–14,1	14	13,0–13,1	3	11,4–11,5	5
12,9–13,0	21	14,1–14,2	17	13,1–13,2	9	11,5–11,6	21
13,0–13,1	17	14,2–14,3	31	13,2–13,3	18	11,6–11,7	14
13,1–13,2	20	14,3–14,4	18	13,3–13,4	28	11,7–11,8	24
13,2–13,3	8	14,4–14,5	6	13,4–13,5	22	11,8–11,9	18
13,3–13,4	12	14,5–14,6	3	13,5–13,6	10	11,9–12,0	8
13,4–13,5	2	14,6–14,7	0	13,6–13,7	6	12,0–12,1	6
13,5–13,6	2	14,7–14,8	1	13,7–13,8	1	12,1–12,2	2
13,6–13,7	0	14,8–14,9	0	13,8–13,9	0	12,2–12,3	0
13,7–13,8	0	14,9–15,0	0	13,9–14,0	0	12,3–12,4	0

Продолжение таблицы А.6

Варианты							
9		10		11		12	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
13,8–13,9	0	15,0–15,1	0	14,0–14,1	0	12,4–12,5	0
13,9–14,0	0	15,1–15,2	0	14,1–14,2	0	12,5–12,6	0

Продолжение таблицы А.6

Варианты							
13		14		15		16	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
10,0–10,1	1	11,5–11,6	1	10,6–10,7	2	13,3–13,4	1
10,1–10,2	0	11,6–11,7	1	10,7–10,8	8	13,4–13,5	0
10,2–10,3	0	11,7–11,8	13	10,8–10,9	19	13,5–13,6	3
10,3–10,4	3	11,8–11,9	19	10,9–11,0	18	13,6–13,7	15
10,4–10,5	6	11,9–12,0	19	11,0–11,1	25	13,7–13,8	17
10,5–10,6	7	12,0–12,1	18	11,1–11,2	9	13,8–13,9	25
10,6–10,7	18	12,1–12,2	18	11,2–11,3	12	13,9–14,0	19
10,7–10,8	18	12,2–12,3	8	11,3–11,4	4	14,0–14,1	15
10,8–10,9	18	12,3–12,4	1	11,4–11,5	3	14,1–14,2	3
10,9–11,0	18	12,4–12,5	2	11,5–11,6	0	14,2–14,3	2
11,0–11,1	9	12,5–12,6	0	11,6–11,7	0	14,3–14,4	0
11,1–11,2	2	12,6–12,7	0	11,7–11,8	0	14,4–14,5	0
11,2–11,3	0	12,7–12,8	0	11,8–11,9	0	14,5–14,6	0
11,3–11,4	0	12,8–12,9	0	11,9–12,0	0	14,6–14,7	0
11,4–11,5	0	12,9–13,0	0	12,0–12,1	0	14,7–14,8	0

Продолжение таблицы А.6

Варианты							
17		18		19		20	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
12,5–12,6	1	11,3–11,4	1	13,5–13,6	1	10,4–10,5	1
12,6–12,7	3	11,4–11,5	2	13,6–13,7	3	10,5–10,6	2
12,7–12,8	1	11,5–11,6	7	13,7–13,8	0	10,6–10,7	5
12,8–12,9	14	11,6–11,7	14	13,8–13,9	8	10,7–10,8	15
12,9–13,0	17	11,7–11,8	19	13,9–14,0	13	10,8–10,9	15
13,0–13,1	25	11,8–11,9	19	14,0–14,1	19	10,9–11,0	21
13,1–13,2	17	11,9–12,0	18	14,1–14,2	23	11,0–11,1	23

Продолжение таблицы А.6

Варианты							
17		18		19		20	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
13,2–13,3	14	12,0–12,1	11	14,2–14,3	19	11,1–11,2	10
13,3–13,4	4	12,1–12,2	7	14,3–14,4	10	11,2–11,3	4
13,4–13,5	3	12,2–12,3	2	14,4–14,5	4	11,3–11,4	4
13,5–13,6	1	12,3–12,4	0	14,5–14,6	0	11,4–11,5	0
13,6–13,7	0	12,4–12,5	0	14,6–14,7	0	11,5–11,6	0
13,7–13,8	0	12,5–12,6	0	14,7–14,8	0	11,6–11,7	0
13,8–13,9	0	12,6–12,7	0	14,8–14,9	0	11,7–11,8	0
13,9–14,0	0	12,7–12,8	0	14,9–15,0	0	11,8–11,9	0

Продолжение таблицы А.6

Варианты							
21		22		23		24	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
11,0–11,1	1	12,1–12,2	1	11,4–11,5	1	12,6–12,7	1
11,1–11,2	4	12,2–12,3	0	11,6–11,7	0	12,7–12,8	1
11,2–11,3	11	12,3–12,4	0	11,7–11,8	0	12,8–12,9	7
11,3–11,4	14	12,4–12,5	0	11,8–11,9	6	12,9–13,0	7
11,4–11,5	15	12,5–12,6	0	11,9–12,0	7	13,0–13,1	16
11,5–11,6	22	12,6–12,7	3	12,0–12,1	9	13,1–13,2	28
11,6–11,7	23	12,7–12,8	2	12,1–12,2	22	13,2–13,3	24
11,7–11,8	5	12,8–12,9	6	12,2–12,3	18	13,3–13,4	7
11,8–11,9	4	12,9–13,0	13	12,3–12,4	18	13,4–13,5	8
11,9–12,0	1	13,0–13,1	25	12,4–12,5	10	13,5–13,6	1
12,0–12,1	0	13,1–13,2	16	12,5–12,6	7	13,6–13,7	0
12,1–12,2	0	13,2–13,3	13	12,6–12,7	2	13,7–13,8	0
12,2–12,3	0	13,3–13,4	15	12,7–12,8	0	13,8–13,9	0
12,3–12,4	0	13,4–13,5	5	12,8–12,9	0	13,9–14,0	0
12,4–12,5	0	13,5–13,6	1	12,9–13,0	0	14,0–14,1	0

Продолжение таблицы А.6

Варианты							
25		26		27		28	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
11,6–11,7	2	12,8–12,9	1	11,9–12,0	1	13,9–14,0	1

Продолжение таблицы А.6

Варианты							
25		26		27		28	
$x_i$ , МОМ	$m_i$						
11,7–11,8	1	12,9–13,0	2	12,0–12,1	3	14,0–14,1	1
11,8–11,9	3	13,0–13,1	10	12,1–12,2	4	14,1–14,2	5
11,9–12,0	6	13,1–13,2	11	12,2–12,3	13	14,2–14,3	6
12,0–12,1	10	13,2–13,3	12	12,3–12,4	19	14,3–14,4	10
12,1–12,2	21	13,3–13,4	20	12,4–12,5	17	14,4–14,5	10
12,2–12,3	17	13,4–13,5	16	12,5–12,6	23	14,5–14,6	19
12,3–12,4	23	13,5–13,6	20	12,6–12,7	10	14,6–14,7	17
12,4–12,5	12	13,6–13,7	5	12,7–12,8	8	14,7–14,8	13
12,5–12,6	3	13,7–13,8	2	12,8–12,9	2	14,8–14,9	11
12,6–12,7	2	13,8–13,9	0	12,9–13,0	0	14,9–15,0	4
12,7–12,8	0	13,9–14,0	1	13,0–13,1	0	15,0–15,1	2
12,8–12,9	0	14,0–14,1	0	13,1–13,2	0	15,1–15,2	1
12,9–13,0	0	14,1–14,2	0	13,2–13,3	0	15,2–15,3	0
13,0–13,1	0	14,2–14,3	0	13,3–13,4	0	15,3–15,4	0

Окончание таблицы А.6

Варианты			
29		30	
$x_i$ , МОМ	$m_i$	$x_i$ , МОМ	$m_i$
12,0–12,1	1	12,8–12,9	2
12,1–12,2	1	12,9–13,0	3
12,2–12,3	3	13,0–13,1	1
12,3–12,4	10	13,1–13,2	7
12,4–12,5	18	13,2–13,3	8
12,5–12,6	16	13,3–13,4	8
12,6–12,7	24	13,4–13,5	18
12,7–12,8	11	13,5–13,6	23
12,8–12,9	9	13,6–13,7	15
12,9–13,0	3	13,7–13,8	10
13,0–13,1	3	13,8–13,9	3
13,1–13,2	1	13,9–14,0	1
13,2–13,3	0	14,0–14,1	0
13,3–13,4	0	14,1–14,2	1
13,4–13,5	0	14,2–14,3	0

Таблица А.7 – Исходные данные к задаче 7

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
81,0	94,8	118,0	98,2	96,2	92,5	100,2	107,4	94,8	72,8
96,8	100,9	115,0	94,5	88,6	92,8	106,8	107,6	101,9	89,4
88,5	103,9	108,3	105,3	93,5	91,6	98,4	99,2	95,6	89,7
89,4	104,0	94,4	100,4	99,9	96,2	92,7	90,9	104,5	89,1
79,4	102,7	114,6	111,3	101,8	91,0	111,7	107,4	94,0	90,0
97,9	108,2	115,7	86,1	91,6	90,5	98,5	101,0	105,9	92,8
83,6	101,5	116,1	100,1	99,9	81,8	98,6	95,2	101,9	98,0
91,7	99,6	107,7	97,3	87,8	88,7	101,7	96,8	99,2	80,6
95,2	114,7	112,0	91,9	84,3	91,3	89,2	121,1	95,8	83,5
91,7	102,7	94,1	98,2	87,5	87,6	96,7	89,6	100,1	98,2
90,6	108,3	94,2	102,0	84,8	86,4	92,6	107,2	111,0	87,9
91,3	94,9	99,6	95,8	96,3	91,2	101,4	123,9	106,2	87,6
96,6	103,3	110,4	94,9	97,9	91,3	95,1	113,1	114,2	93,5
94,9	96,4	122,4	98,2	87,6	89,5	117,7	100,4	85,7	83,5
86,2	90,5	97,4	100,7	87,4	92,7	90,1	100,2	108,4	80,4

Продолжение таблицы А.7

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
91,5	99,1	105,4	100,4	88,5	94,3	108,8	115,6	101,4	89,4
91,7	110,2	113,4	99,6	97,6	103,5	98,4	101,7	92,5	93,4
86,6	93,9	117,6	102,3	93,6	89,8	113,2	105,0	96,6	97,9
86,9	91,7	89,4	114,6	94,7	95,3	98,1	105,8	102,8	98,2
86,9	102,3	109,4	95,5	93,6	90,8	109,3	105,9	90,3	97,8
88,5	83,3	98,8	108,1	97,3	88,0	100,4	102,5	107,0	82,0
83,1	108,6	93,4	103,6	98,5	88,5	93,3	109,8	100,2	89,9
91,3	96,5	94,0	82,0	96,4	90,9	104,4	107,8	109,4	91,5
92,8	96,7	108,4	104,4	98,5	91,6	108,1	102,5	100,2	94,7
86,5	100,5	91,4	93,9	88,7	92,2	97,8	107,6	111,1	88,3
90,0	104,0	109,5	98,8	84,1	85,1	101,4	102,1	106,7	96,7
89,3	97,8	99,5	106,8	82,6	93,2	97,5	109,5	101,9	100,3
95,9	95,4	117,9	91,2	92,0	90,3	96,1	103,3	112,0	98,7
84,0	92,7	120,7	106,5	82,1	98,3	108,8	106,9	96,0	88,2
82,2	104,4	115,3	105,6	84,4	98,0	105,1	111,6	103,4	87,1

Окончание таблицы А.7

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
87,7	84,9	95,3	79,2	88,5	90,1	92,2	79,0	84,7	84,3
105,2	84,3	87,9	90,6	84,1	85,4	80,9	83,2	87,9	89,5
79,0	86,5	95,0	109,7	91,2	84,9	91,3	85,0	85,5	98,9
79,4	90,2	90,5	102,0	83,4	90,8	94,2	89,7	87,7	102,0
93,4	85,8	95,5	96,7	84,5	87,4	88,1	91,4	85,0	103,4
102,3	87,0	91,5	105,9	87,4	88,2	89,9	80,6	85,9	83,5
89,1	81,1	91,9	92,3	89,5	98,5	86,1	81,2	98,9	88,0
97,6	83,2	96,4	92,3	82,7	91,7	83,1	85,2	91,0	94,4
85,8	86,6	92,8	76,0	82,5	93,7	96,2	79,0	90,4	105,1
88,0	84,5	90,3	82,9	87,1	89,2	86,3	85,6	91,0	90,5
93,4	89,4	92,0	81,4	82,9	84,6	84,1	86,3	92,8	87,1
96,8	86,7	92,0	78,9	82,3	82,0	71,1	86,1	85,7	90,8
99,5	85,6	88,6	93,7	84,8	92,8	89,1	81,2	84,7	98,5
91,9	83,1	89,2	99,1	92,3	89,0	75,2	83,8	97,3	105,9
98,1	84,1	93,1	92,7	83,4	80,8	95,4	90,1	95,0	94,1

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**  
(справочное)

**Исходные данные для контрольной работы студентам  
специальности «Автомобильные дороги»**

*Таблица Б.1 – Исходные данные к задаче 1*

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
200,16	253,52	201,83	228,33	239,73	211,20	238,7	199,6	202,1	215,4
208,13	200,12	174,44	230,90	206,89	209,48	276,4	223,4	262,0	200,9
186,73	266,03	216,37	265,05	203,35	193,17	172,1	238,3	238,1	192,6
170,11	254,53	186,26	204,90	210,13	218,22	275,9	194,4	224,6	229,7
194,71	271,97	219,21	271,00	195,53	191,47	219,3	188,3	256,3	215,2
218,72	217,40	162,21	231,08	202,02	183,24	255,7	242,5	208,5	205,3
188,47	218,69	154,87	219,42	179,21	180,05	274,3	205,9	212,7	227,4
207,80	246,99	197,30	255,97	204,04	178,37	238,7	258,6	250,8	196,6
196,33	261,60	237,04	266,44	209,47	215,45	251,4	191,0	245,9	188,4
207,53	226,86	206,82	224,73	203,02	203,04	247,1	220,4	234,7	226,2
162,55	243,13	225,16	198,78	216,19	195,04	276,4	226,8	239,8	201,9
185,79	253,67	181,56	261,29	186,29	219,92	211,7	259,3	204,6	199,0
193,05	259,25	268,31	246,37	211,68	218,98	316,3	215,7	191,6	214,4
188,30	202,42	180,55	253,52	201,83	211,24	250,5	196,1	225,9	195,4
189,93	243,38	226,77	220,04	163,36	206,00	264,9	213,7	244,1	182,0

*Продолжение таблицы Б.1*

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
221,9	216,0	242,7	248,0	219,3	250,5	237,5	222,8	209,0	263,4
240,5	196,1	241,3	224,7	248,5	213,4	251,5	225,7	202,9	247,6
235,3	184,4	213,7	193,2	223,0	194,4	224,2	207,7	193,6	255,1
241,8	196,7	226,1	191,4	244,5	229,9	192,4	170,4	202,6	212,5
233,9	249,2	188,1	174,7	239,8	209,0	218,4	250,1	221,9	245,5
257,4	278,9	217,4	195,3	259,0	212,8	183,8	237,1	236,7	249,1
268,9	212,2	237,0	175,9	235,6	218,1	214,1	154,2	183,1	217,1
282,6	182,7	248,3	237,3	292,6	246,3	234,8	185,0	200,3	255,6
244,9	211,2	239,2	172,3	254,4	241,3	222,7	196,4	189,1	220,4
239,5	188,1	250,2	138,8	245,1	245,5	230,1	204,8	192,4	271,9

Продолжение таблицы Б.1

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
242,7	192,0	218,7	232,8	236,4	218,6	206,1	169,0	188,5	246,8
251,8	214,9	242,9	172,7	244,9	249,1	235,1	221,8	183,6	281,9
226,6	196,9	207,3	179,2	280,1	231,2	233,5	201,6	198,9	258,5
225,3	221,0	269,8	170,0	205,0	239,3	206,2	166,2	213,3	262,0
257,4	181,5	212,7	212,5	230,3	220,7	164,7	180,4	183,4	226,5

Продолжение таблицы Б.1

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
163,5	210,7	196,7	232,6	276,86	198,20	226,14	242,8	240,1	246,2
201,6	203,5	211,1	269,7	228,60	210,44	196,61	270,6	255,9	217,7
216,5	227,7	191,3	283,7	229,12	244,14	242,94	245,0	212,2	243,8
194,2	242,1	178,2	235,1	229,63	202,20	210,20	221,2	206,4	221,1
220,0	217,0	177,8	260,9	180,16	242,89	199,24	238,4	195,8	219,3
206,7	225,8	238,0	249,3	203,69	238,12	235,47	241,4	204,2	231,8
254,1	251,0	202,8	239,0	226,11	203,92	218,52	204,2	220,8	214,6
198,5	246,9	210,0	224,9	234,01	224,53	214,70	257,2	152,7	217,9
216,8	238,9	192,5	210,5	262,05	231,10	194,12	239,0	224,4	208,3
175,1	221,8	200,1	269,3	261,94	216,62	174,25	234,3	263,3	206,1
184,5	217,3	207,6	255,8	244,74	247,86	232,01	239,4	186,8	215,9
236,6	213,3	219,3	267,2	218,46	216,09	206,00	235,5	219,2	194,5
239,1	224,9	192,1	278,2	192,85	227,34	171,00	232,5	213,3	235,0
184,6	198,9	212,1	248,1	193,12	213,82	156,37	203,3	176,8	210,2
213,9	223,2	191,2	224,1	224,68	247,54	250,49	230,6	205,2	235,3

Таблица Б.2 – Исходные данные к задаче 2

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11,63	0,94	12,82	8,49	5,27	10,10	7,4	8,1	6,7	14,8
13,55	6,56	14,83	12,39	3,20	10,44	9,2	13,2	7,0	11,3
9,93	5,11	13,66	5,73	4,94	8,15	8,7	9,8	4,3	15,1
8,43	3,88	8,99	10,10	8,26	5,94	7,4	10,8	7,2	9,6
7,44	7,25	12,69	8,62	6,58	16,18	8,7	8,6	4,5	15,3

Продолжение таблицы Б.2

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11,18	8,57	13,67	10,36	6,16	9,70	7,3	6,3	3,7	13,0
10,42	9,09	9,61	11,43	9,36	11,06	9,1	5,0	9,4	9,1
10,99	6,12	12,85	8,70	6,09	10,32	7,6	10,4	6,9	9,0
14,01	4,61	18,47	8,43	3,72	6,64	8,5	8,5	4,0	13,7
10,27	4,08	9,90	7,90	5,35	3,85	9,6	4,4	3,6	18,1
8,53	9,30	20,13	6,08	4,72	9,14	7,5	6,4	2,7	10,9
8,18	6,57	11,82	7,57	5,88	5,11	6,4	8,0	7,6	10,2
12,21	7,93	11,38	11,87	5,71	12,32	9,5	6,7	8,9	8,7
8,62	7,32	17,27	10,13	5,31	8,63	8,1	7,9	8,1	16,4
10,50	6,81	12,80	5,53	4,67	5,33	11,2	6,5	4,1	14,5

Продолжение таблицы Б.2

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
7,4	11,9	6,0	5,3	11,6	10,8	7,2	8,3	9,3	4,4
8,5	13,5	9,8	8,0	10,0	13,8	4,6	11,5	8,8	4,9
10,1	8,2	7,4	8,5	11,8	12,1	4,1	12,1	7,2	3,1
12,8	8,7	7,6	9,6	9,9	11,8	5,4	9,4	5,8	8,5
9,1	5,4	7,9	7,4	10,8	13,8	7,6	9,8	11,8	7,2
8,3	9,6	4,4	10,2	12,5	12,0	8,8	12,5	9,5	7,8
9,2	13,0	5,6	11,4	11,4	13,0	8,1	9,0	10,9	5,0
11,1	11,5	0,2	10,9	13,6	11,4	5,9	8,8	9,5	7,7
13,0	8,6	8,4	7,4	12,2	11,1	6,0	11,2	8,7	5,1
10,0	13,9	8,6	7,0	11,2	9,9	4,2	15,6	5,2	8,9
7,9	12,2	8,6	7,4	14,5	10,9	3,8	13,5	8,9	6,5
8,2	11,7	10,3	11,8	7,7	12,8	8,9	11,5	8,5	6,5
7,5	9,8	8,5	5,3	13,4	9,8	7,0	14,0	10,0	2,8
10,1	10,9	12,3	5,4	10,5	13,1	4,4	8,9	12,4	4,1
8,9	8,8	7,9	8,9	11,6	8,6	4,6	11,3	9,5	5,5

Окончание таблицы Б.2

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
7,5	4,0	6,9	6,8	10,17	11,95	12,16	9,6	11,1	15,2
8,4	8,0	13,4	1,4	8,05	9,33	8,98	7,8	7,8	9,8
6,8	7,2	9,5	6,8	14,90	9,93	9,81	5,4	9,9	10,5
7,3	5,7	9,2	4,7	17,77	12,95	8,05	11,6	6,9	11,4
14,1	7,5	9,5	5,8	13,91	7,67	12,58	1,8	7,5	6,9
8,3	8,6	10,4	5,4	17,62	7,87	12,32	5,6	8,9	9,7
9,0	6,8	6,8	3,3	17,13	6,98	11,19	12,4	9,7	10,8
4,2	6,6	6,3	4,8	13,78	8,07	13,23	10,1	10,4	11,7
13,6	7,5	12,7	8,8	14,67	8,83	14,36	7,4	8,5	9,7
10,1	8,2	11,5	5,9	17,99	9,64	12,66	7,4	10,0	12,3
6,4	6,5	8,6	6,2	12,10	10,86	11,35	8,4	8,5	9,5
9,5	8,5	6,1	10,7	15,76	9,52	8,72	9,2	5,7	11,5
5,9	6,8	7,1	4,9	9,46	9,40	10,92	1,6	8,3	14,8
6,7	9,3	9,4	6,5	7,23	8,80	11,98	4,5	9,0	12,9
10,4	6,3	9,5	5,2	14,01	9,99	12,91	13,5	7,5	11,2

Таблица Б.3 – Исходные данные к задаче 3

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
36,26	40,09	42,54	46,70	44,72	35,62	39,1	42,0	40,0	45,5
36,45	38,32	43,91	45,04	46,98	36,57	37,4	42,1	43,0	47,8
37,33	41,11	43,52	47,29	47,44	37,93	36,9	40,5	42,4	44,4
37,60	42,03	42,53	45,04	48,33	40,20	40,7	41,3	41,3	43,4
37,84	39,45	43,49	47,71	46,52	37,11	37,7	37,9	42,6	44,3
35,15	40,35	42,45	46,63	48,89	36,38	39,1	38,0	43,4	43,5
38,22	39,38	43,84	45,46	49,92	37,16	35,7	39,0	42,1	46,8
37,10	39,02	42,69	47,92	49,45	38,81	37,8	41,0	41,9	47,2
40,11	42,21	43,36	44,04	46,48	40,39	36,1	43,3	42,6	44,3
40,02	41,27	44,24	45,83	46,19	37,88	34,6	38,6	43,2	44,3
35,71	42,43	42,62	46,76	46,52	36,09	37,0	40,5	41,9	40,1
37,23	41,88	41,83	44,61	50,23	36,35	38,7	40,5	43,4	44,8
37,97	40,62	44,13	45,98	44,67	35,71	36,6	38,9	42,1	44,9
38,01	38,02	43,09	47,80	44,75	37,91	35,2	37,4	44,0	44,7
37,68	41,80	45,43	48,33	47,73	36,89	39,9	40,4	41,7	45,0

Продолжение таблицы Б.3

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
49,6	39,5	36,6	39,2	44,3	45,8	47,0	36,6	32,8	38,8
46,8	37,3	36,6	38,2	43,4	47,3	46,2	39,9	39,2	37,8
48,6	37,8	37,4	38,5	42,8	42,3	45,5	34,2	36,1	37,9
46,1	40,4	34,3	43,0	42,1	43,2	48,3	37,9	36,2	40,6
46,6	35,9	36,2	37,1	43,0	47,3	46,2	36,7	37,1	37,5
47,7	36,0	35,2	40,4	45,4	44,4	45,8	38,2	38,0	40,8
48,4	35,3	37,4	43,5	44,3	44,3	43,0	39,1	36,5	39,0
49,0	36,2	35,8	41,5	46,0	46,0	46,8	36,7	35,9	42,4
47,4	36,9	41,4	39,1	39,9	43,2	43,9	36,5	35,2	42,9
48,7	37,5	34,5	39,1	44,8	42,3	48,1	36,1	38,1	41,9
47,5	38,6	36,8	40,1	43,1	44,6	44,7	34,5	39,2	42,0
45,1	37,4	39,6	41,6	42,9	47,2	47,1	35,8	36,6	39,4
47,3	37,3	35,5	42,4	43,5	46,0	51,2	39,4	40,3	40,0
47,9	36,8	34,9	37,1	46,1	46,3	49,5	38,0	36,5	40,2
46,6	37,8	37,6	40,8	42,0	46,0	48,4	34,1	39,3	40,2

Окончание таблицы Б.3

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
44,7	47,1	50,4	37,3	41,32	41,49	41,77	40,2	47,2	43,1
43,8	47,4	47,5	36,8	40,66	49,42	41,83	41,2	47,4	47,8
39,1	46,8	47,5	35,5	39,74	45,25	39,30	39,5	46,8	40,9
43,9	47,4	44,0	34,3	40,26	45,69	39,46	44,8	49,1	43,7
41,7	44,6	45,5	39,4	37,41	40,68	39,45	42,3	46,5	41,4
42,7	43,3	45,2	37,4	41,56	49,96	40,24	37,5	46,3	40,0
44,5	42,9	44,6	38,6	41,28	42,79	37,54	39,1	41,9	40,3
41,1	45,6	47,8	37,4	41,85	46,86	41,65	41,9	45,3	41,4
44,4	42,8	48,9	36,8	39,35	48,58	42,38	40,4	46,6	41,8
44,2	43,4	47,6	33,8	40,49	46,83	39,25	37,5	44,8	42,1
43,3	44,8	45,8	36,9	40,35	46,32	41,00	38,7	44,2	38,5
41,4	46,0	46,9	36,6	39,95	46,66	40,63	40,8	46,6	42,6
42,3	47,2	48,9	37,9	40,08	49,31	43,96	39,9	46,6	41,1
43,6	47,3	49,5	39,9	39,28	48,47	37,99	43,6	45,7	45,1
40,9	47,2	49,8	37,4	38,15	44,12	37,09	38,3	47,4	45,0

Таблица Б.4 – Исходные данные к задаче 4

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
49,9	71,1	101,1	50,2	70,7	102,0	50,3	71,9	101,5	50,2
50,3	71,1	99,7	50,4	71,4	101,0	50,4	71,9	99,4	50,7
51,0	71,6	101,9	50,7	71,5	102,3	49,2	71,7	102,4	50,5
50,6	71,7	102,6	51,3	71,8	101,0	51,5	72,4	102,6	51,1
49,9	71,8	100,6	50,5	71,3	102,6	49,7	71,6	102,7	50,6
50,2	70,5	101,3	50,4	72,0	102,0	50,7	71,4	101,4	50,7
50,7	72,0	100,5	50,5	72,3	101,3	51,1	73,1	102,1	51,3
50,5	71,4	100,2	50,9	72,1	102,7	50,7	71,7	99,4	50,2
51,4	72,8	102,8	51,3	71,2	100,4	50,6	72,4	99,4	50,3
50,1	72,8	102,0	50,7	71,2	101,5	50,7	70,8	100,2	50,1
49,4	70,8	102,9	50,3	71,3	102,0	51,3	71,8	101,8	50,3
51,4	71,5	102,5	50,3	72,3	100,8	51,1	71,0	103,6	50,5
Норматив									
50,5±1	71,4±1,5	101±2	50,5±1	71,4±1,5	101±2	50,5±1	71,4±1,5	101±2	50,5±1

Продолжение таблицы Б.4

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
70,7	101,6	50,0	70,3	99,9	50,6	71,9	100,6	50,6	71,6
70,7	102,6	50,8	71,4	101,4	50,9	71,5	98,1	50,7	70,8
71,6	103,0	50,8	72,2	101,4	50,6	70,8	100,9	50,4	73,5
72,2	101,3	50,7	71,2	100,1	50,6	71,5	101,0	50,8	70,2
71,3	102,7	51,3	70,6	98,9	50,5	71,7	100,8	50,7	71,3
71,9	100,6	50,6	72,8	101,4	50,7	71,3	101,0	50,7	72,6
71,1	100,1	50,6	71,2	100,4	50,4	71,4	101,5	50,1	70,7
71,3	100,6	49,5	71,2	99,5	51,2	71,2	102,3	50,1	70,4
71,6	100,1	50,3	71,6	99,8	49,8	71,0	99,4	50,1	71,7
71,8	102,1	50,7	70,1	103,4	50,7	71,8	99,9	50,3	69,5
72,0	102,3	50,2	71,0	98,7	50,4	71,2	102,4	49,6	72,4
71,5	100,6	50,1	70,5	101,3	50,8	71,0	100,7	50,7	71,0
Норматив									
71,5±1,5	100±2	50±1	70±1,5	100±2	50±1	71,4±1,5	101±2	50±1	70±1,5

Продолжение таблицы Б.4

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
103,8	51,0	70,2	100,6	50,8	71,0	101,5	49,9	70,5	102,4
102,2	50,4	71,3	101,6	50,1	71,5	99,0	51,1	71,0	100,8

Окончание таблицы Б.4

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
100,3	50,4	70,5	99,9	50,5	71,9	101,7	50,6	70,9	100,0
100,3	50,3	71,7	99,4	50,4	71,1	100,2	50,9	70,7	99,8
103,8	51,0	70,2	100,6	50,8	71,0	101,5	49,9	70,5	102,4
102,2	50,4	71,3	101,6	50,1	71,5	99,0	51,1	71,0	100,8
100,3	50,4	70,5	99,9	50,5	71,9	101,7	50,6	70,9	100,0
100,3	50,3	71,7	99,4	50,4	71,1	100,2	50,9	70,7	99,8
101,1	49,9	70,7	100,8	51,2	70,9	102,9	50,6	71,6	101,3
102,3	50,2	71,4	102,3	49,7	70,5	103,4	50,4	72,0	99,7
102,9	51,1	72,6	101,6	49,5	71,9	102,5	49,7	71,6	100,1
98,7	50,7	72,1	101,8	51,0	72,4	102,6	50,5	71,0	100,9
101,7	49,8	71,8	101,6	52,2	71,2	100,5	50,4	71,4	101,6
100,1	50,6	72,4	102,2	50,5	72,9	101,0	50,7	72,0	102,3
99,3	50,5	71,5	102,4	51,2	71,2	101,1	51,2	72,1	102,4
99,3	50,1	71,5	102,1	50,6	72,5	101,1	50,6	72,2	102,3
Норматив									
100±2	50±1	71±1,5	101±2	50±1	71,5±1,5	101±2	50±1	71±1,5	100±2

Таблица Б.5 – Исходные данные к задаче 5

$x_i$	Варианты									
$R_{\text{Мом}}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5880	3	1	3	1	1	1	3	0	0	2
5900	4	1	2	1	2	1	1	1	2	5
5920	5	3	7	7	5	8	5	4	8	4
5940	13	17	15	7	16	12	12	14	13	13
5960	16	9	20	15	15	15	20	13	12	18
5980	20	20	19	24	19	18	23	25	20	16
6000	22	20	12	21	11	23	15	16	18	11
6020	9	10	11	9	14	8	7	14	13	14
6040	3	5	4	7	7	5	4	7	3	8
6060	2	6	2	3	3	1	1	1	5	3
6080	1	2	0	0	1	0	1	0	0	1
6100	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6140	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Продолжение таблицы Б.5

$x_i$	Варианты									
$R_{\text{Мом}}$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
5880	0	0	3	0	1	1	4	0	2	2
5900	2	1	1	3	3	1	3	4	2	2
5920	7	7	5	6	11	6	4	6	4	4
5940	9	14	9	15	9	13	8	13	14	10
5960	21	16	11	12	9	21	16	16	14	19
5980	21	19	20	20	18	14	15	19	17	19
6000	16	12	22	20	19	13	16	15	17	13
6020	7	15	13	10	13	14	16	11	17	14
6040	8	8	10	6	4	9	10	6	2	6
6060	4	3	2	2	3	3	2	5	4	6
6080	0	2	0	1	2	2	1	0	1	0
6100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6140	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Окончание таблицы Б.5

$x_i$	Варианты									
$R_{\text{Мом}}$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
5880	2	0	3	0	0	0	0	0	2	1
5900	1	2	5	2	2	1	1	3	2	3
5920	5	8	3	6	5	2	10	6	13	5
5940	11	9	16	13	8	9	20	14	16	13
5960	18	18	20	13	12	21	16	13	14	20
5980	19	22	16	16	23	22	21	19	13	21
6000	9	14	14	16	14	18	9	19	10	17
6020	14	12	12	16	16	8	9	12	15	8
6040	8	6	5	8	12	8	4	5	5	3
6060	8	1	1	1	2	3	4	3	4	3
6080	0	2	1	1	1	3	1	1	0	0
6100	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0
6120	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6140	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица Б.6 – Исходные данные к таблице 6

Варианты							
1		2		3		4	
$x_i, t, ^\circ\text{C}$	$m_i$						
140–141	3	138–139	1	142–143	1	146–147	2
141–142	7	139–140	1	143–144	1	147–148	4
142–143	3	140–141	2	144–145	4	148–149	9
143–144	4	141–142	3	145–146	1	149–150	8
144–145	11	142–143	6	146–147	6	150–151	8
145–146	10	143–144	10	147–148	12	151–152	11
146–147	4	144–145	9	148–149	12	152–153	11
147–148	8	145–146	8	149–150	10	153–154	7
148–149	13	146–147	9	150–151	16	154–155	6
149–150	10	147–148	12	151–152	11	155–156	9
150–151	8	148–149	15	152–153	13	156–157	9
151–152	10	149–150	11	153–154	6	157–158	4
152–153	4	150–151	2	154–155	5	158–159	6
153–154	1	151–152	8	155–156	0	159–160	0
154–155	4	152–153	3	156–157	2	160–161	6

Продолжение таблицы Б.6

Варианты							
5		6		7		8	
$x_i, t, ^\circ\text{C}$	$m_i$						
143–144	3	139–140	1	141–142	1	145–146	2
144–145	7	140–141	1	142–143	1	146–147	4
145–146	3	141–142	2	143–144	4	147–148	9
146–147	4	142–143	3	144–145	1	148–149	8
147–148	11	143–144	6	145–146	6	149–150	8
148–149	10	144–145	10	146–147	12	150–151	11
149–150	4	145–146	9	147–148	12	151–152	11
150–151	8	146–147	8	148–149	10	152–153	7
151–152	13	147–148	9	149–150	16	153–154	6
152–153	10	148–149	12	150–151	11	154–155	9
153–154	8	149–150	15	151–152	13	155–156	9
154–155	10	150–151	11	152–153	6	156–157	4
155–156	4	151–152	2	153–154	5	157–158	6
156–157	1	152–153	8	154–155	0	158–159	0
157–158	4	153–154	3	155–156	2	159–160	6

Продолжение таблицы Б.6

Варианты							
9		10		11		12	
$x_i, t, ^\circ\text{C}$	$m_i$						
137–138	3	144–145	1	146–147	1	140–141	2
138–139	7	145–146	1	147–148	1	141–142	4
139–140	3	146–147	2	148–149	4	142–143	9
140–141	4	147–148	3	149–150	1	143–144	8
141–142	11	148–149	6	150–151	6	144–145	8
142–143	10	149–150	10	151–152	12	145–146	11
143–144	4	150–151	9	152–153	12	146–147	11
144–145	8	151–152	8	153–154	10	147–148	7
145–146	13	152–153	9	154–155	16	148–149	6
146–147	10	153–154	12	155–156	11	149–150	9
147–148	8	154–155	15	156–157	13	150–151	9
148–149	10	155–156	11	157–158	6	151–152	4
149–150	4	156–157	2	158–159	5	152–153	6
150–151	1	157–158	8	159–160	0	153–154	0
151–152	4	158–159	3	160–161	2	154–155	6

Продолжение таблицы Б.6

Варианты							
13		14		15		16	
$x_i, t, ^\circ\text{C}$	$m_i$						
138–139	3	143–144	1	137–138	1	144–145	2
139–140	7	144–145	1	138–139	1	145–146	4
140–141	3	145–146	2	139–140	4	146–147	9
141–142	4	146–147	3	140–141	1	147–148	8
142–143	11	147–148	6	141–142	6	148–149	8
143–144	10	148–149	10	142–143	12	149–150	11
144–145	4	149–150	9	143–144	12	150–151	11
145–146	8	150–151	8	144–145	10	151–152	7
146–147	13	151–152	9	145–146	16	152–153	6
147–148	10	152–153	12	146–147	11	153–154	9
148–149	8	153–154	15	147–148	13	154–155	9
149–150	10	154–155	11	148–149	6	155–156	4
150–151	4	155–156	2	149–150	5	156–157	6
151–152	1	156–157	8	150–151	0	157–158	0
11,4–11,5	0	12,9–13,0	0	12,0–12,1	0	14,7–14,8	0

Продолжение таблицы Б.6

Варианты							
17		18		19		20	
$x_i, t, ^\circ\text{C}$	$m_i$						
139–140	3	141–142	1	145–146	1	142–143	2
140–141	7	142–143	1	146–147	1	143–144	4
141–142	3	143–144	2	147–148	4	144–145	9
142–143	4	144–145	3	148–149	1	145–146	8
143–144	11	145–146	6	149–150	6	146–147	8
144–145	10	146–147	10	150–151	12	147–148	11
145–146	4	147–148	9	151–152	12	148–149	11
146–147	8	148–149	8	152–153	10	149–150	7
147–148	13	149–150	9	153–154	16	150–151	6
148–149	10	150–151	12	154–155	11	151–152	9
149–150	8	151–152	15	155–156	13	152–153	9
150–151	10	152–153	11	156–157	6	153–154	4
151–152	4	153–154	2	157–158	5	154–155	6
152–153	1	154–155	8	158–159	0	155–156	0
153–154	4	155–156	3	159–160	2	156–157	6

Продолжение таблицы Б.6

Варианты							
21		22		23		24	
$x_i, t, ^\circ\text{C}$	$m_i$						
143–144	3	141–142	1	139–140	1	145–146	2
144–145	7	142–143	1	140–141	1	146–147	4
145–146	3	143–144	2	141–142	4	147–148	9
146–147	4	144–145	3	142–143	1	148–149	8
147–148	11	145–146	6	143–144	6	149–150	8
148–149	10	146–147	10	144–145	12	150–151	11
149–150	4	147–148	9	145–146	12	151–152	11
150–151	8	148–149	8	146–147	10	152–153	7
151–152	13	149–150	9	147–148	16	153–154	6
152–153	10	150–151	12	148–149	11	154–155	9
153–154	8	151–152	15	149–150	13	155–156	9
154–155	10	152–153	11	150–151	6	156–157	4
155–156	4	153–154	2	151–152	5	157–158	6
156–157	1	154–155	8	152–153	0	158–159	0
157–158	4	155–156	3	153–154	2	159–160	6

Продолжение таблицы Б.6

Варианты							
25		26		27		28	
$x_i, t, ^\circ\text{C}$	$m_i$						
142–143	3	137–138	1	146–147	1	144–145	2
143–144	7	138–139	1	147–148	1	145–146	4
144–145	3	139–140	2	148–149	4	146–147	9
145–146	4	140 – 141	3	149– 150	1	147–148	8
146–147	11	141 – 142	6	150–151	6	148–149	8
147–148	10	142 – 143	10	151–152	12	149–150	11
148–149	4	143 – 144	9	152–153	12	150–151	11
149–150	8	144 –145	8	153–154	10	151–152	7
150–151	13	145 – 146	9	154–155	16	152–153	6
151–152	10	146 – 147	12	155–156	11	153–154	9
152–153	8	147 – 148	15	156–157	13	154–155	9
153–154	10	148 – 149	11	157–158	6	155–156	4
154–155	4	149 – 150	2	158–159	5	156–157	6
155–156	1	150 –151	8	159–160	0	157–158	0
156–157	4	151 – 152	3	160–161	2	158–159	6

Окончание таблицы Б.6

Варианты			
29		30	
$x_i, t, ^\circ\text{C}$	$m_i$	$x_i, t, ^\circ\text{C}$	$m_i$
140–141	3	138–139	1
141–142	7	139–140	1
142–143	3	140–141	2
143–144	4	141–142	3
144–145	11	142–143	6
145–146	10	143–144	10
146–147	4	144–145	9
147–148	8	145–146	8
148–149	13	146–147	9
149–150	10	147–148	12
150–151	8	148–149	15
151–152	10	149–150	11
152–153	4	150–151	2
153–154	1	151–152	8
154–155	4	152–153	3

Таблица Б.7 – Исходные данные к задаче 7

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
253,8	280,6	297,7	326,9	313,1	249,4	273,4	294,1	280,1	318,2
255,1	268,2	307,3	315,3	328,9	256,0	261,5	294,6	301,2	334,7
261,3	287,7	304,6	331,0	332,0	265,5	258,4	283,5	296,9	310,7
263,2	294,2	297,7	315,3	338,3	281,4	284,8	289,2	288,8	303,8
264,9	276,2	304,4	334,0	325,6	259,7	263,8	265,6	298,3	310,1
246,0	282,5	297,2	326,4	342,3	254,6	273,5	265,9	304,0	304,7
267,5	275,6	306,9	318,2	349,4	260,1	250,0	272,9	294,8	327,6
259,7	273,1	298,8	335,4	346,2	271,7	264,8	287,1	293,4	330,6
280,7	295,5	303,5	308,3	325,4	282,7	252,7	302,8	298,3	310,2
280,1	288,9	309,7	320,8	323,3	265,1	242,3	270,0	302,1	309,9
250,0	297,0	298,3	327,4	325,6	252,7	259,3	283,2	293,3	280,9
260,6	293,2	292,8	312,3	351,6	254,5	270,8	283,4	303,8	313,8
265,8	284,4	308,9	321,9	312,7	250,0	256,3	272,4	294,5	314,5
266,1	266,1	301,6	334,6	313,3	265,3	246,3	261,5	307,8	313,2
263,7	292,6	318,0	338,3	334,1	258,2	279,5	283,1	292,0	314,9

Продолжение таблицы Б.7

Варианты									
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
347,2	276,6	256,3	274,7	309,9	320,6	328,9	256,0	229,8	271,8
327,7	261,0	256,5	267,1	303,9	330,8	323,3	279,2	274,1	264,8
340,3	264,5	261,9	269,3	299,8	296,3	318,7	239,6	252,8	265,6
322,7	282,5	240,1	301,1	294,7	302,2	338,2	265,6	253,3	284,5
326,1	251,1	253,1	259,9	301,1	331,4	323,5	256,7	259,8	262,2
334,1	252,3	246,1	282,9	317,5	310,9	320,3	267,1	265,9	285,9
339,1	247,0	261,5	304,8	310,3	310,3	301,0	273,5	255,2	272,8
343,1	253,5	250,4	290,7	322,3	321,8	327,6	257,2	251,0	296,9
331,8	258,0	290,0	274,0	279,5	302,1	307,0	255,6	246,2	300,6
341,1	262,8	241,7	273,7	313,6	295,9	337,0	252,5	266,7	293,5
332,2	270,1	257,4	280,5	301,5	312,1	312,9	241,6	274,3	293,9
315,5	262,1	276,9	291,0	300,4	330,2	330,0	250,5	256,2	275,7
331,0	261,4	248,4	296,6	304,5	322,2	358,3	276,1	282,1	279,9
335,2	257,8	244,4	259,5	322,9	324,4	346,8	265,7	255,7	281,1
326,2	264,9	263,1	285,7	294,3	322,1	339,0	238,4	275,3	281,2

Окончание таблицы Б.7

Варианты									
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
313,2	329,6	352,6	260,9	289,2	290,4	292,4	281,3	330,6	301,9
306,4	331,8	332,5	257,9	284,6	346,0	292,8	288,6	331,7	334,3
274,0	327,7	332,4	248,5	278,2	316,7	275,1	276,6	327,8	286,5
307,6	331,8	308,1	239,8	281,8	319,8	276,2	313,7	343,7	305,6
291,9	312,3	318,5	275,8	261,8	284,7	276,2	295,9	325,4	289,9
299,2	303,3	316,1	262,1	290,9	349,7	281,7	262,8	323,9	280,1
311,2	300,3	312,4	270,4	289,0	299,5	262,8	273,7	293,3	281,8
287,7	319,0	334,5	262,0	293,0	328,0	291,6	293,2	317,3	290,1
310,7	299,3	342,5	257,4	275,4	340,0	296,7	282,8	326,4	292,6
309,4	303,8	333,0	236,4	283,5	327,8	274,7	262,3	313,6	294,9
303,1	313,9	320,5	258,4	282,4	324,3	287,0	271,0	309,5	269,7
289,7	321,8	328,3	256,2	279,6	326,6	284,4	285,8	326,1	298,4
295,9	330,7	342,3	265,0	280,6	345,2	307,7	279,0	326,5	287,9
305,2	331,3	346,8	279,5	275,0	339,3	266,0	305,4	320,2	316,0
286,5	330,5	348,9	262,0	267,0	308,8	259,6	268,3	331,6	315,2

**ПРИЛОЖЕНИЕ В**  
(справочное)  
**Квантили распределения Стьюдента**

Число степеней свободы	Уровень квантили							
	0,2	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
1	1,376	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656	318,29	636,58
2	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,328	31,600
3	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,214	12,924
4	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,894	6,869
6	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
8	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922
19	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850
21	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,768
24	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,689
28	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,660
30	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
50	0,849	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261	3,496
60	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
70	0,847	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,211	3,435
80	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,416
90	0,846	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	ИĒ	3,402
100	0,845	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174	3,390
150	0,844	1,287	1,655	1,976	2,351	2,609	3,145	3,357
200	0,843	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131	3,340
500	0,842	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	3,107	3,310
∞	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,290

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г**  
(справочное)

**Значения функции Лапласа**

x	Сотые доли x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,49865									
3,1	0,49903									
3,2	0,49931									
3,3	0,49952									
3,4	0,49966									
3,6	0,499841									
3,8	0,499928									
4,0	0,499968									
4,5	0,499997									
5,0	0,4999997									
∞	0,5									

*ПРИЛОЖЕНИЕ Д*  
*(справочное)*

**Содержание рабочей программы**

Введение.

1 Общие сведения о метрологии, квалитметрии, стандартизации, управлении качеством и сертификации.

2 Основы технических измерений.

2.1 Виды и методы измерений.

2.2 Средства измерения.

2.3 Метрологические характеристики средств измерений.

2.4 Эталоны, их классификация и виды.

2.5 Поверка средств измерений..

3 Квалитметрия.

3.1 Показатели качества.

3.2 Измерение качества.

3.3 Экспертный метод.

4 Основы стандартизации.

4.1 Сущность стандартизации.

4.2 Основные принципы стандартизации.

4.3 Нормативные документы по стандартизации и виды стандартов.

4.4 Порядок разработки стандартов.

4.5 Система организации работ по стандартизации на транспорте.

5 Управление качеством работ.

5.1 Понятие об управлении качеством работ.

5.2 Международные стандарты на системы качества продукции.

5.3 Контроль качества работ по содержанию и ремонту железнодорожного пути.

5.4 Виды контроля качества производства автодорожных работ.

5.5 Контроль качества устройства дорожных одежд.

6 Основы сертификации.

6.1 Основные термины и понятия.

6.2 Испытательная лаборатория.

6.3 Способы информирования о соответствии.

6.4 Обязательная и добровольная сертификация.

6.5 Система сертификации РБ.

6.6 Сертификация систем обеспечения качества.

6.7 Сертификация продукции и услуг на транспорте.

*ПРИЛОЖЕНИЕ Е*  
*(справочное)*

**Контрольные вопросы по дисциплине  
«Управление качеством и сертификация»**

- 1 Общие понятия метрологии.
- 2 Основные задачи метрологии.
- 3 Основные этапы развития метрологии.
- 4 Виды измерений.
- 5 Качественные и количественные характеристики измерений.
- 6 Шкалы измерений.
- 7 Единицы измерений.
- 8 Принципы образования систем единиц.
- 9 Система СИ. Основные и производные единицы.
- 10 Средства измерений.
- 11 Метрологические характеристики средств измерений.
- 12 Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.
- 13 Ненормируемые метрологические характеристики средств измерений.
- 14 Погрешность измерений.
- 15 Эталоны, их классификация и виды.
- 16 Основной постулат метрологии.
- 17 Учет влияющих факторов.
- 18 Способы исключения влияющих факторов.
- 19 Кривая распределения случайных погрешностей.
- 20 Методы измерений.
- 21 Сущность стандартизации.
- 22 Основные принципы стандартизации.
- 23 Виды и системы стандартов. Обозначение стандартов.
- 24 Порядок разработки стандартов.
- 25 Система организации работ по стандартизации на транспорте.
- 26 Сущность квалиметрии.
- 27 Показатели качества.
- 28 Измерение качества.
- 29 Экспертный метод.
- 30 Понятие об управлении качеством работ.
- 31 Международные стандарты на системы качества продукции.
- 32 Контроль качества работ по содержанию и ремонту железнодорожного пути.
- 33 Виды контроля качества производства автодорожных работ.
- 34 Контроль качества устройства дорожных одежд.
- 35 Петля качества.
- 36 Основные термины и понятия сертификации.
- 37 Требования к испытательной лаборатории при проведении сертификации.
- 38 Способы информирования о соответствии.
- 39 Обязательная и добровольная сертификация.
- 40 Система сертификации Республики Беларусь.
- 41 Сертификация продукции и услуг на транспорте.