МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИИ

РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра физики и энергоэффективных технологий

И. О. ДЕЛИКАТНАЯ, Е. И. ДОЦЕНКО

ФИЗИКА.
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ
И ПРИМЕРЫ

Пособие

Гомель 2022

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИИ

РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра физики и энергоэффективных технологий

И. О. ДЕЛИКАТНАЯ, Е. И. ДОЦЕНКО

ФИЗИКА.
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ
И ПРИМЕРЫ

Рекомендовано учебно-методическим объединением по военному образованию для курсантов учреждений высшего образования по специальности 1-95 01 13 «Управление подразделениями транспортных войск (по направлениям)» в качестве пособия

Гомель 2022

УДК 531(075.8)
ББК 22.3
Д29

Р е ц е н з е н т ы : кафедра общей физики ГГУ им. Ф. Скорины (заведующий кафедрой – канд. техн. наук, доцент *Е. Б. Шершнев*); профессор кафедры вагонов д-р техн. наук, профессор *О. В. Холодилов* (БелГУТ)

Деликатная, И. О.

Д29 Физика. Контрольные задачи и примеры : пособие / И. О. Деликатная, Е. И. Доценко ; М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2022. – 114 с.

ISBN 978-985-554-984-1

Приведены основные сведения из теории, примеры решения задач, задачи для контрольных работ, общие методические указания к решению задач, вопросы для изучения теоретического материала по разделам программы курса физики, рекомендуемая литература и справочные таблицы.

Предназначено для методического обеспечения практических занятий и самостоятельной работы по физике курсантов специальности 1-95 01 13 «Управление подразделениями транспортных войск (по направлениям)». Может быть использована для выполнения самостоятельной работы по физике студентами специальности 1-27 02 01 «Транспортная логистика (по направлениям)».

УДК 531(075.8)
ББК 22.3

ISBN 978-985-554-984-1

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных условий успешного освоения курса физики является систематическое решение задач, которое помогает уяснить физический смысл явлений, закрепить законы и формулы, выработать навыки практического применения теоретических знаний.

Цель практических занятий – обобщение и закрепление имеющихся у студентов знаний по изучаемым темам.

Задачи практических занятий:

– контроль уровня усвоения студентами основных понятий и закономерностей по рассматриваемой теме;

– формирование умения применять полученные теоретические знания для решения задач;

– формирование умения составлять таблицы при систематизации и обобщении знаний;

– формирование понимания, что моделирование и описание выступают как методы изучения фактов при обобщении явлений на разных уровнях;

– формирование умения выделять признаки сходства в описании изучаемых явлений.

При подготовке к практическим занятиям по изучаемой теме следует воспользоваться лекционным материалом, учебниками и методическими пособиями из списка рекомендуемой литературы.

Контроль за подготовкой к практическим занятиям осуществляется устным и (или) письменным ответом на вопросы, а также выполнением тестовых заданий.

Дисциплина «Физика» делится на шесть разделов. Изучение курса физики сопровождается выполнением двух контрольных работ по темам:

1 Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика.

2 Электричество и магнетизм. Колебания и волны. Оптика. Физика атома и ядра.

Варианты задач контрольных работ выдаются преподавателем в ходе проведения практических занятий.

1 СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

1.1 Механика

Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором $\vec{r}$:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z ,$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы направлений (орты); *x, y, z* – координаты точки.

Кинематические уравнения движения (в координатной форме)

$$x = f_1(t);\ y = f_2(t);\ z = f_3(t),$$

где t – время.

Средняя скорость движения

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta \vec{r} = \left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right)$ – перемещение материальной точки в интервале времени $\Delta t = \left(t_2 - t_1\right)$.

Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt.

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}\, v_x + \vec{j} v_y + \vec{k} v_z ,$$

где $v_x = dx/dt$, $v_y = dy/dt$, $v_z = dz/dt$ – проекции скорости $\vec{v}$ на оси координат.

Абсолютная величина скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} .$$

Ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z ,$$

где $a_x = dv_x/dt$, $a_y = dv_y/dt$, $a_z = dv_z/dt$ – проекции ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

Абсолютная величина ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\ .$$

При произвольном (криволинейном) движении ускорение можно представить как сумму нормального $\vec{a}_n$ и тангенциального $\vec{a}_\tau$ ускорений

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

Абсолютная величина этих ускорений

$$a_n = v^2 / R\ ,\quad a_\tau = dv/dt\ ,\ a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\,,$$

где R – радиус кривизны в данной точке траектории.

Кинематические уравнения движения материальной точки вдоль оси X:

– при равномерном движении

$$x = x_0 + v_x t,\quad v = \text{const},\quad a_x = 0;$$

– равнопеременном движении

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},\quad v_x = v_{0x} + a_x t,\quad a_x = \text{const}.$$

При вращательном движении положение твердого тела определяется углом поворота (угловым перемещением) φ. Кинематическое уравнение вращательного движения в общем виде

$$\varphi = f(t).$$

Средняя угловая скорость

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

где $\Delta\varphi$ – изменение угла поворота за интервал времени Δt.

Мгновенная угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Кинематическое уравнение вращения тела:

– при равномерном вращении

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,\quad \omega = \text{const},\quad \varepsilon = 0;$$

– равнопеременном вращении

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad \varepsilon = \text{const}.$$

Частота вращения

$$T = \frac{t}{N} = \frac{2\pi}{\omega}, \; n = \frac{1}{T},$$

где N – число оборотов, совершаемых телом за время t; T – период вращения (время одного полного оборота).

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение материальной точки, принадлежащей вращающемуся телу:

– длина пути, пройденного точкой по дуге окружности радиусом R при повороте тела на угол φ,

$$s = \varphi R;$$

– линейная скорость точки

$$\vec{v} = \left[\vec{\omega}\vec{R}\right], \; v = \omega R;$$

– тангенциальное ускорение точки

$$\vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon}\vec{R}\right], \; a_\tau = \varepsilon R;$$

– нормальное ускорение точки

$$\vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}, \; a_n = \omega^2 R.$$

Уравнение динамики материальной точки (второй закон Ньютона) в векторной форме

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \quad \text{или} \quad m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i,$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс; $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m – масса; $\vec{a}$ – ускорение.

В координатной (скалярной) форме

$$ma_x = \sum F_{x,i}, \quad ma_y = \sum F_{y,i}, \quad ma_z = \sum F_{z,i}.$$

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \text{const или } \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где n – число материальных точек (тел), входящих в систему.

Напряжение при упругой деформации тела

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

где F – растягивающая (сжимающая) сила; S – площадь поперечного сечения тела.

Относительное удлинение (продольная деформация)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl – абсолютное удлинение (деформация); l – длина тела до деформации.

Закон Гука для упругой деформации растяжения (сжатия)

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta l,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость); Δl – абсолютное удлинение (деформация). Или в другой форме

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – модуль Юнга.

Сила гравитационного взаимодействия

$$F_{\text{гр}} = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, рассматриваемых как материальные точки; r – расстояние между ними.

Сила тяжести

$$F = mg.$$

Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

Сила трения качения

$$F_{\text{тр}} = \mu_{\text{к}}\frac{N}{R},$$

где $\mu_{\text{к}}$ – коэффициент трения качения; N – сила нормального давления; R – радиус катящегося тела.

Работа силы:

а) постоянной – $A = \vec{F}\Delta\vec{r} = F\Delta r\cos\alpha$;

б) переменной – $A = \int \vec{F}(r)d\vec{r} = \int F(r)\cos\alpha\, dr$,

где $d\vec{r}$ – элементарное перемещение, $\Delta\vec{r}$ – перемещение, α – угол между направлениями силы и перемещением.

Мощность средняя $\langle N \rangle = \dfrac{A}{\Delta t}$.

Мгновенная мощность $N = \dfrac{dA}{dt}$, или $N = Fv\cos\alpha$.

Кинетическая энергия материальной точки (или тела, движущегося поступательно)

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$\Pi = \frac{k(\Delta l)^2}{2}.$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия

$$\Pi = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$\Pi = mgh,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым на нулевой для отсчета потенциальной энергии. Эта формула справедлива при $h << R_з$ ($R_з$ – радиус Земли).

Закон сохранения энергии в механике (для замкнутых консервативных систем)

$$T + \Pi = \mathrm{const}.$$

Момент инерции материальной точки

$$I = mr^2,$$

где m – масса точки; r – ее расстояние от оси вращения.

Момент инерции системы n материальных точек

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2.$$

Момент инерции твердого тела

$$I = \int r^2 dm.$$

Теорема Штейнера. Момент инерции тела относительно произвольной оси

$$I = I_0 + ma^2,$$

где I_0 – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр инерции тела параллельно заданной оси; m – масса тела; a – расстояние между осями.

Момент силы, действующей на тело, относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\,\vec{F}\right],\ M = rF\sin\alpha,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из данной точки к точке приложения силы $\vec{F}$; α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

Момент импульса вращающейся точки относительно неподвижной оси

$$\vec{L} = \left[\vec{r}\,\vec{p}\right],\ M = rp\sin\alpha,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс точки, α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$.

Момент импульса вращающегося тела относительно оси

$$L = I\omega,$$

где I – момент инерции тела; ω – угловая скорость вращения тела.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt}.$$

Если I = const, то $M = I\varepsilon$, где ε – угловое ускорение тела.

Закон сохранения момента импульса

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{L}_i = \text{const},\ \text{или}\ \sum_{i=1}^{n} I_i\vec{\omega}_i = \text{const},$$

где L_i – момент импульса тела с номером i, входящего в состав замкнутой системы тел.

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = I_1'\omega_1' + I_2'\omega_2',$$

где $I_1, I_2, \omega_1, \omega_2$ – момент инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; $I_1', I_2', \omega_1', \omega_2'$ – те же величины после взаимодействия.

Работа постоянного момента силы M, действующего на вращающееся тело,

$$A = M\varphi,$$

где φ – угол поворота тела.

Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела,

$$N = M\omega.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$\mathrm{T} = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$\mathrm{T} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

где первое слагаемое – кинетическая энергия поступательного движения тела; второе – кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр инерции.

1.2 Молекулярная физика и термодинамика

Количество однородного вещества (в молях)

$$\nu = \frac{N}{N_A} \quad \text{или} \quad \nu = \frac{m}{\mu},$$

где N – число молекул; $N_{\text{А}}$ – постоянная Авогадро; m – масса; μ – молярная масса вещества.

Если система представляет собой смесь нескольких газов, то количество вещества системы

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \ldots + \frac{N_n}{N_A} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{m_n}{\mu_n},$$

где ν_i, N_i, m_i, μ_i – соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i-й компоненты смеси.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона)

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT,$$

где p – давление; V – объем; m – масса; μ – молярная масса газа; R – универсальная газовая постоянная; ν – количество вещества; T – термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения состояния для изопроцессов:

а) закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс – $T = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$pV = \text{const},$$

или для двух состояний газа:

$$p_1V_1 = p_2V_2;$$

б) закон Гей-Люссака (изобарный процесс – $p = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

в) закон Шарля (изохорный процесс – $V = \text{const}$, $m = \text{const}$):

$$\frac{p}{T} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2};$$

г) объединённый газовый закон ($m = \text{const}$):

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2},$$

где p_1, V_1, T_1 – давление, объём и температура газа в начальном состоянии; p_2, V_2, T_2 – те же величины в конечном состоянии.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси n идеальных газов,

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n,$$

где p_i – парциальное давление i-й компоненты смеси. Парциальным называется давление, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси n газов

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n},$$

где m_i и ν_i – масса и количество вещества 1-го компонента смеси.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho}{\mu} N_A,$$

где N – число молекул в системе; V – объем системы; ρ – плотность вещества; N_A – число Авогадро.

Формула справедлива для любого состояния вещества.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT,$$

где k – постоянная Больцмана.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle \quad \text{или} \quad pV = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{2}{3} E,$$

где n – концентрация молекул; m_0 – масса одной молекулы; m – масса газа в объёме V; $<v_{\text{кв}}>$ – средняя квадратичная скорость молекул; $<\varepsilon>$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул; E – суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул.

Скорость молекул (m_0 – масса молекулы):

а) наиболее вероятная – $v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$;

б) средняя квадратичная – $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$;

в) средняя арифметическая – $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Барометрическая формула

$$p_h = p_0 \exp\left[-\frac{\mu g (h - h_0)}{RT} \right],$$

где p_h и p_0 – давление газа на высоте h и h_0.

Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{U}{kT}\right),$$

где n – концентрация частиц; n_0 – концентрация частиц в точках, где $U = 0$; U – их потенциальная энергия.

Среднее число соударений, испытываемых молекулой газа за 1 с,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v \rangle,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекулы.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}.$$

Импульс, переносимый молекулами из одного слоя газа в другой через элемент поверхности площадью ΔS за время dt,

$$dp = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S dt,$$

где η – динамическая вязкость газа; $\mathrm{d}v / \mathrm{d}z$ – поперечный градиент скорости течения его слоев.

Динамическая вязкость газа (жидкости) плотностью ρ

$$\eta = \frac{1}{3}\rho \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

Закон Ньютона для силы внутреннего трения (вязкости) между слоями площадью ΔS

$$F = -\eta \frac{dv}{dz} \Delta S.$$

Закон теплопроводности Фурье

$$\Delta Q = -\lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} S \Delta t,$$

где ΔQ – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через площадку S за время Δt; $\mathrm{d}T / \mathrm{d}x$ – градиент температуры; λ – теплопроводность, для газов

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

c_V – удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме; ρ – плотность газа; $\langle v \rangle$ и $\langle l \rangle$ – средняя арифметическая скорость и средняя длина свободного пробега молекул.

Закон диффузии Фика

$$\Delta m = -D\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x} S\,\Delta t,$$

где Δm – масса вещества, переносимая в результате диффузии через поверхность площадью S за время Δt; D – коэффициент диффузии; $\mathrm{d}\rho$ / $\mathrm{d}x$ – градиент плотности.

Для газов

$$D = \frac{1}{3}\langle v\rangle\langle l\rangle.$$

Молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме и постоянном давлении соответственно

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_p = \frac{i+2}{2}R,$$

где i – число степеней свободы; R – универсальная газовая постоянная.

Связь между удельной (c) и молярной (C_μ) теплоёмкостями

$$C_\mu = c\mu,$$

где μ – молярная масса.

Уравнение Майера

$$C_{p\mu} - C_{V\mu} = R.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu}C_V T.$$

Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона)

$$pV^{\gamma} = \mathrm{const},\ TV^{\gamma\text{-}1} = \mathrm{const},\ T^{\gamma}p^{1\text{-}\gamma} = \mathrm{const},$$

где γ – показатель адиабаты,

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

Уравнение политропы

$$pV^{\gamma} = \mathrm{const},$$

где $\gamma = (C - C_p) / (C - C_V)$ – показатель политропы.

Работа, совершаемая газом при изменении его объёма, в общем случае вычисляется по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где V_1 и V_2 – начальный и конечный объемы газа.

Работа при изобарическом процессе (p = const)

$$A = p\,(V_2 - V_1),$$

– при изотермическом (T = const) –

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{V_2}{V_1},$$

– адиабатном (Q = const) –

$$A = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{\mu}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right],$$

– политропном (C = const) –

$$A = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{n - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right),$$

где T_1, T_2, V_1, V_2, p_1, p_2 – соответственно, начальные и конечные температура, объём и давление газа.

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщённое газу; ΔU – изменение его внутренней энергии; A – работа, совершённая газом против внешних сил.

Первое начало термодинамики

– при изобарическом процессе

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T,$$

– изохорном (A = 0) –

$$Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T,$$

– изотермическом (ΔU = 0) –

$$Q = A = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{V_2}{V_1},$$

– адиабатическом (Q = 0) –

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{\mu} C_V \Delta T.$$

Термический коэффициент полезного действия для кругового процесса (цикла)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где A – работа, совершаемая за цикл; Q_1 – количество теплоты, полученное системой; Q_2 – количество теплоты, отданное системой.

КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Холодильный коэффициент машины, работающей по обратному циклу Карно,

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{отв}}}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2},$$

где $Q_{\text{отв}}$ – количество теплоты, отведённое из холодильной камеры; A – совершённая работа; T_2 – температура более холодного тела (холодильной камеры); T_1 – температура более горячего тела (окружающей среды).

Изменение энтропии при равновесном переходе системы из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Изменение энтропии идеального газа

$$\Delta S = \frac{m}{\mu}\left(C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1} \right).$$

Уравнение Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2} \right)\left(V - \frac{m}{\mu}b \right) = \frac{m}{\mu}RT.$$

где p – давление; m – масса; μ – молярная масса; a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса; V – объем; T – термодинамическая температура.

Связь критических параметров – объема, давления и температуры газа – с постоянными Ван-дер-Ваальса:

$$V_{\text{кр}} = 3b\frac{m}{\mu}; \quad p_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2}; \quad T_{\text{кр}} = \frac{8a}{27Rb}.$$

Внутренняя энергия реального газа (ν – количество вещества)

$$U = \nu\left(C_V T - \frac{\nu a}{V} \right).$$

Коэффициент поверхностного натяжения

$$\alpha = F / l,$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур длиной l, ограничивающий поверхность жидкости.

При изотермическом увеличении площади поверхности плёнки жидкости на ΔS совершается работа

$$A = \alpha\,\Delta S.$$

Добавочное давление Δp, вызванное кривизной поверхности жидкости, выражается формулой Лапласа

$$\Delta p = \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости.

В случае сферической поверхности

$$\Delta p = 2\,\alpha / R.$$

Высота поднятия жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho g r},$$

где θ – краевой угол; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; r – радиус трубки.

Высота поднятия жидкости в зазоре между двумя близкими и параллельными плоскостями

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho g d},$$

где d – расстояние между плоскостями.

Уравнение Клапейрона – Клаузиуса

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}p} = \frac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)T}{q_{12}},$$

где υ_1 и υ_2 – удельные объёмы вещества в двух фазовых состояниях; T и p – температура и давление фазового перехода; q_{12} – удельная теплота фазового перехода вещества

1.3 Электричество и магнетизм

Закон Кулона (для однородной изотропной среды)

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{|q_1|\,|q_2|}{r^2},$$

где F – сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2; ε – диэлектрическая проницаемость среды; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; r – расстояние между зарядами.

Закон сохранения электрического заряда

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = \mathrm{const},$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, входящих в электрически изолированную систему; n – число зарядов.

Напряжённость электрического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд q_0, помещённый в данную точку поля.

Поток вектора напряжённости электрического поля:

а) через произвольную поверхность, помещённую в неоднородное поле,

$$\Phi_E = \int_S E\,dS \cos\alpha,$$

где dS – площадь элемента поверхности; α – угол между вектором напряжённости поля и нормалью к элементу поверхности;

б) через плоскую поверхность S, помещённую в однородное электрическое поле,

$$\Phi_E = ES\cos\alpha.$$

Поток вектора напряжённости электрического поля через замкнутую поверхность S

$$\Phi_E = \oint_S E\cos\alpha\,dS,$$

где интегрирование ведётся по всей поверхности.

Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в вакууме. Поток вектора напряжённости через произвольную замкнутую поверхность, охватывающую электрические заряды q_1, q_2, ..., q_n,

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключённых внутри этой замкнутой поверхности; n – число зарядов.

Напряжённость поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от заряда,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r^2}.$$

Электрический диполь – система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов ($+q$, $-q$), расстояние l (*плечо диполя*), между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля.

Электрический момент диполя

$$\vec{p} = |q|\vec{l}.$$

Напряжённость поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R и зарядом q на расстоянии r от центра сферы:

а) внутри сферы ($r < R$)

$$E = 0;$$

б) на поверхности сферы ($r = R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{R^2};$$

в) вне сферы ($r > R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r^2}.$$

Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей, согласно которому напряжённость результирующего поля, созданного двумя и более источниками поля, равна векторной сумме напряжённостей складываемых полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n.$$

В случае двух электрических полей с напряжённостями $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ модуль вектора напряжённости

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2\,E_1E_2\cos\,\alpha},$$

где α– угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

Плотность заряда: линейная, поверхностная, объемная (соответственно)

$$\tau = \frac{d\,q}{d\,l}\,,\ \sigma = \frac{d\,q}{d\,S}\ \ \rho = \frac{d\,q}{d\,V}\,,$$

где l – длина; S – площадь; V – объем.

Напряжённость поля:

а) создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0\,\varepsilon}\,.$$

б) создаваемого двумя параллельными бесконечными равномерно и разноимённо заряженными плоскостями, с одинаковой по модулю поверхностной плотностью заряда (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\,\varepsilon}\,.$$

в) создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром) на расстоянии r от оси:

$$E = \frac{1}{2\,\pi\,\varepsilon_0\,\varepsilon}\frac{\tau}{r}\,.$$

Циркуляция вектора напряжённости электрического поля есть величина, численно равная работе по перемещению единичного точечного положительного заряда вдоль любого замкнутого контура. Циркуляция выражается интегралом и в случае электростатического поля равна нулю:

$$\oint\limits_L \vec{E}\,d\vec{l} = \oint\limits_L E_l\,dl = 0,$$

где E_l – проекция вектора напряжённости в данной точке контура на направление касательной к контуру в той же точке.

Потенциал электрического поля есть величина, равная отношению потенциальной энергии точечного положительного заряда, помещённого в данную точку поля, к этому заряду:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0}\,.$$

Потенциал электрического поля есть величина, равная отношению работы силы по перемещению точечного положительного заряда из данной точки в бесконечность к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}.$$

Потенциал электрического поля в бесконечности от источника поля условно принимается равным нулю.

Потенциал электрического поля, создаваемый точечным зарядом q на расстоянии r от заряда:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r}.$$

Потенциал электрического поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R и зарядом q на расстоянии r от центра сферы:

а) внутри сферы и на ее поверхности ($r \le R$)

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{R};$$

б) вне сферы ($r > R$)

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r}.$$

Во всех приведенных формулах для потенциала сферы ε есть диэлектрическая проницаемость однородного диэлектрика, окружающего сферу.

Потенциал электрического поля, созданного системой зарядов, в данной точке согласно принципу суперпозиции равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых отдельными зарядами $q_1, q_2, ..., q_n$:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n}\varphi_i.$$

Энергия взаимодействия системы точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд q_i, всеми зарядами, кроме i-го.

Работа, совершаемая силами электрического поля при перемещении точечного заряда q из точки 1 в точку 2,

$$A = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right), \text{ или } A = q\int_1^2 E_l\,dl,$$

где E_l – проекция вектора напряжённости на направление перемещения; $\mathrm{d}l$ – модуль перемещения.

В случае однородного поля формула для работы принимает вид

$$A = qEl\cos\alpha\ ,$$

где l – модуль перемещения; α – угол между направлениями векторов напряженности и перемещения.

Напряжённость и потенциал поля диполя в точке, лежащей на оси диполя,

$$E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}, \quad \varphi = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды; r – модуль радиус-вектора, проведённого от центра диполя к рассматриваемой точке поля.

Напряжённость и потенциал поля диполя в точке, лежащей на перпендикуляре к плечу диполя, восстановленном из его середины,

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^3}, \quad \varphi = 0.$$

Механический момент, действующий на диполь в однородном электрическом поле,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}\vec{E}\right], \quad \text{или} \quad M = pE\sin\alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов дипольного момента и напряжённости поля.

Вектор поляризации или поляризованность

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i,$$

где $\vec{p}_i$ – электрический момент i-й молекулы; N – число молекул, содержащихся в объёме ΔV.

Связь поляризованности с напряжённостью поля в диэлектрике

$$P = \chi\varepsilon_0 E,$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость диэлектрика.

Связь диэлектрической проницаемости с диэлектрической восприимчивостью

$$\varepsilon = 1 + \chi\ .$$

Напряжённость среднего макроскопического поля в диэлектрике связана с напряжённостью E_0 внешнего поля соотношениями:

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} \quad \text{или} \quad E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}.$$

Электрическое смещение связано с напряжённостью поля соотношением

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon\, \vec{E}.$$

Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в веществе. Поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность, охватывающую заряды $q_1, q_2, \dots q_n$,

$$\Phi_\text{D} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} q_i ,$$

где D_n – проекция вектора электрического смещения на направление нормали к элементу поверхности; $\sum_{i=1}^{n} q_i$ – алгебраическая сумма свободных зарядов, заключённых внутри замкнутой поверхности; n – число зарядов.

Электрическая ёмкость уединённого проводника или конденсатора

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \varphi},$$

где Δq – заряд, сообщённый проводнику (конденсатору); $\Delta\varphi$ – изменение потенциала, вызванное этим зарядом.

Электрическая ёмкость:

а) плоского конденсатора

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d};$$

б) уединённой проводящей сферы радиусом R, находящейся в среде с диэлектрической проницаемостью ε,

$$C = 4\pi\, \varepsilon_0 \varepsilon R.$$

где S – площадь пластины; d – расстояние между пластинами;

в) сферического конденсатора

$$C = 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

где r_1 и r_2 – радиусы концентрических сфер;

г) цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)},$$

где l – длина обкладок конденсатора, r_1 и r_2 – радиусы полых коаксиальных цилиндров.

Ёмкость батареи конденсаторов при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ \ldots \ + \frac{1}{C_n}.$$

Ёмкость батареи конденсаторов при параллельном соединении

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Энергия электростатического поля плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} S d = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} V,$$

где S – площадь одной пластины; U – разность потенциалов между пластинами; V – объём конденсатора.

Объёмная плотность энергии

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2},$$

где E – напряжённость электрического поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε; D – электрическое смещение.

Сила тока определяется количеством электричества, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени,

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Плотность тока есть векторная величина, измеряемая отношением силы тока к единице площади поперечного сечения проводника,

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS}\vec{k},$$

где $\vec{k}$ – единичный вектор, совпадающий по направлению с направлением движения положительных зарядов.

Плотность тока в проводнике

$$\vec{j} = nq\langle\vec{v}\rangle,$$

где n – концентрация носителей заряда; $\langle\vec{v}\rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике.

Электродвижущая сила есть физическая величина, численно равная отношению работы сторонних сил по перемещению заряда q вдоль цепи к значению этого заряда:

$$\varepsilon = \frac{A_c}{q}.$$

Закон Ома:

– для однородного участка цепи (т. е. не содержащего ЭДС)

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R};$$

– неоднородного участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R + r};$$

– замкнутой цепи, содержащей ЭДС,

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; ε_{12} – ЭДС источников тока, входящих в участок; R – внешнее сопротивление; r − внутреннее сопротивление источника тока; ε – ЭДС всех источников тока цепи.

Закон Ома в дифференциальной форме: плотность тока пропорциональна напряжённости электрического поля в данной точке проводника:

$$\vec{j} = \gamma\vec{E},$$

где $\gamma = 1/\rho$ – удельная проводимость материала проводника.

Сопротивление однородного проводника

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление материала; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения.

Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_0 и ρ – удельные сопротивления, соответственно, при 0 °С и при температуре t (по шкале Цельсия); α – температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление проводников при последовательном соединении

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i.$$

Сопротивление проводников при параллельном соединении

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i},$$

где n – число проводников; R_i – сопротивление i-го проводника.

Правила Кирхгофа для разветвлённых цепей:

1) алгебраическая сумма токов, сходящихся в любом узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

где n – число токов, сходящихся в узле;

2) для любого замкнутого контура алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме всех ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i ,$$

где n – число участков, содержащих активное сопротивление; I_i – сила тока на i-м участке цепи; R_i – сопротивление i-го участка; m – число участков, содержащих источники тока; ε_k – ЭДС источников тока на k-м участке.

Работа, совершаемая электростатическим полем и сторонними силами в участке цепи постоянного тока за время t:

$$A = I U t.$$

Мощность тока

$$P = U I = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля – Ленца определяется соотношением:

$$Q = I^2 R t = U I t = \frac{U^2}{R} t ,$$

где Q – количество теплоты, выделяющееся в участке цепи постоянного тока за время t. Закон Джоуля – Ленца справедлив при условии, что участок неподвижен и в нём не протекают химические реакции.

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

$$w = jE = \gamma E^2,$$

где w – удельная тепловая мощность тока, т. е. количество теплоты, выделяемое в единицу времени в единице объема проводника при протекании в нем тока.

Коэффициент полезного действия (КПД) источника тока показывает, какую часть полной работы A составляет полезная A_1:

$$\eta = \frac{A_1}{A} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R+r},$$

где U − напряжение на зажимах внешней цепи; ε – ЭДС источника; R − внешнее сопротивление; r − внутреннее сопротивление источника тока.

Закон Ома в дифференциальной форме. Плотность тока в металлическом проводнике

$$j = ne\langle v\rangle = \frac{ne^2\langle l\rangle}{2m\langle u\rangle}E.$$

Закон Джоуля − Ленца в дифференциальной форме. К концу свободного пробега электрон под действием поля приобретает дополнительную кинетическую энергию

$$\langle E_k\rangle = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{e^2\langle l\rangle^2}{2m\langle u\rangle^2}E^2.$$

При соударении электрона с ионом эта энергия полностью передается решетке и идет на увеличение внутренней энергии металла, т. е. на его нагревание.

Удельная тепловая мощность тока − энергия, передаваемая решетке в единице объема проводника за единицу времени,

$$w = \frac{ne^2\langle l\rangle}{2m\langle u\rangle}E^2.$$

Закон Видемана – Франца

$$\frac{\lambda}{\gamma} = 3\frac{k^2}{e^2}T,$$

где λ – коэффициент теплопроводности; γ – удельная проводимость материала проводника; k – постоянная Больцмана; e – заряд электрона; T – термодинамическая температура.

Работа выхода электрона из металла:

$$\Delta\varphi = \frac{A}{e}.$$

Плотность тока в газе при отсутствии насыщения

$$j = qn\left(u_+ + u_-\right)E,$$

где q – заряд иона; n – концентрация ионов; u_+, u_- – подвижности положительных и отрицательных ионов.

Механический момент, действующий на контур с током, помещённый в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \vec{B}\right], \qquad M = p_m B \sin\alpha,$$

где $\vec{p}_m$ – магнитный момент контура с током, $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции, являющийся характеристикой магнитного поля; α – угол между векторами $\vec{B}$ и $\vec{p}_m$.

Магнитный момент плоского контура площадью S с током I

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости контура.

Магнитная индукция однородного магнитного поля определяется как отношение максимального вращающего момента, действующего на рамку с током, к величине магнитного момента этой рамки.

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}.$$

Закон Био – Савара – Лапласа**:** элемент $d\vec{l}$ проводника с током I создает в некоторой точке пространства магнитное поле, магнитная индукция $d\vec{B}$ которого определяется формулой

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I\left[d\vec{l}\,\vec{r}\right]}{4\pi r^3},$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведённый от элемента $d\vec{l}$ до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Модуль вектора

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I\,dl \sin\alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $\vec{r}$ и $d\vec{l}$.

Магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i .$$

В частном случае наложение двух полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

а модуль магнитной индукции

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos\alpha},$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ отдельных полей.

Магнитная индукция $\vec{B}$ связана с напряженностью магнитного поля $\vec{H}$ (в случае однородной, изотропной среды) соотношением

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H},$$

или в вакууме

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}.$$

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r},$$

где r – расстояние от оси проводника до рассматриваемой точки поля.

Магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R}.$$

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком прямолинейного проводника (рисунок 1),

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{r_0} \left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right).$$

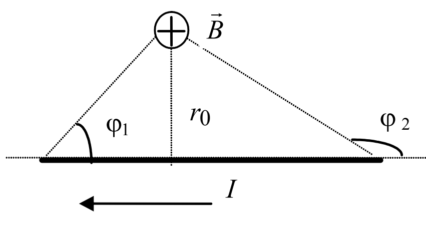


Рисунок 1

Магнитное поле точечного заряда q, свободно движущегося с нерелятивистской скоростью v,

$$B = \frac{\mu\mu_0 q v \sin\alpha}{4\pi r^2},$$

где α – угол между вектором скорости и радиус-вектором; r – модуль радиус-вектора, проведённого от заряда к точке наблюдения.

Закон Ампера: сила, действующая на элемент длины $d\vec{l}$ проводника с током I в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$,

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}\,\vec{B}\right], \quad dF = IBl\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.

Сила взаимодействия двух бесконечно длинных прямолинейных параллельных проводников с токами I_1 и I_2

$$dF = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{4\pi R} dl,$$

где R – расстояние между проводниками; dl – длина отрезка проводника.

Сила Лоренца, действующая на заряд q, движущийся со скоростью v в магнитном поле с индукцией B,

$$\vec{F} = q\left[\vec{v}\vec{B}\right], \qquad F = |q| vB\sin\alpha,$$

где α – угол между вектором скорости и вектором индукции магнитного поля.

Холловская поперечная разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \frac{1}{en}\frac{IB}{d},$$

где I – сила тока; B – магнитная индукция; d – толщина пластинки; n – концентрация носителей заряда.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора магнитной индукции): циркуляция вектора магнитной индукции $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру L равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов ΣI, охватываемых этим контуром,

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k.$$

Магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего N витков и длину l,

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}.$$

Магнитная индукция поля внутри тороида (в вакууме)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}.$$

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через элементарную площадку dS

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS,$$

где B_n – проекция вектора магнитной индукции на направление нормали к площадке dS.

Магнитный поток через плоский контур площадью S в случае:

а) неоднородного поля

$$\Phi_B = \int_S B_n dS;$$

б) однородного поля

$$\Phi_B = B_n S = BS\cos\alpha,$$

где α – угол между вектором нормали к плоскости контура и вектором магнитной индукции; B_n – проекция вектора магнитной индукции на нормаль.

Теорема Остроградского − Гаусса для магнитного поля: поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0.$$

Потокосцепление, т. е. полный магнитный поток, сцепленный со всеми N витками соленоида или тороида,

$$\Psi = N\Phi_B,$$

где Φ_B – магнитный поток через один виток.

Для соленоида

$$\Psi = \mu\mu_0 \frac{N^2 I}{l} S,$$

где μ – магнитная проницаемость среды.

Работа по перемещению проводника с током I в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi_B,$$

где $\Delta\Phi_B$ – магнитный поток, пересечённый движущимся проводником.

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$A = I\Delta\Psi,$$

где I – сила тока в контуре; $\Delta\Psi$ – изменение потокосцепления контура.

Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где ε_i – ЭДС индукции; N – число витков контура.

Потокосцепление контура индуктивностью L с током I

$$\Psi = LI.$$

Индуктивность соленоида (тороида)

$$L = \mu\mu_0\frac{N^2 S}{l},$$

где N – число витков соленоида; S – площадь поперечного сечения; l – длина соленоида.

При вычислениях индуктивности соленоида с ферромагнитным сердечником по приведенной формуле для определения магнитной проницаемости следует предварительно использовать график зависимости магнитной индукции B поля в ферромагнетике от напряженности внешнего магнитного поля H (рисунок 2), а затем воспользоваться формулой

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

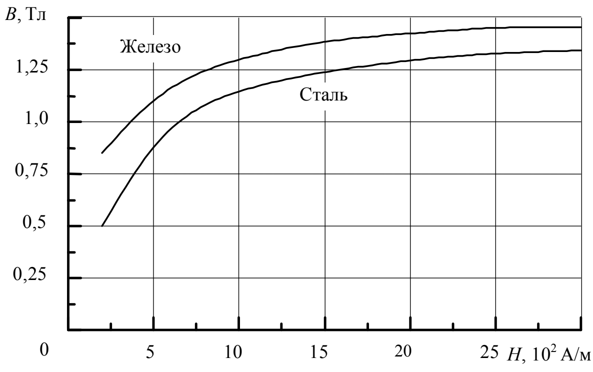


Рисунок 2

Энергия магнитного поля, связанного с контуром индуктивностью L, по которому течёт ток силой I,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объёмная плотность энергии однородного магнитного поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{BH}{2}.$$

Намагниченность

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{1}{V}\sum \vec{p}_m,$$

где $\vec{P}_m$ – магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных молекул в единице объема вещества.

Связь между намагниченностью и напряженностью магнитного поля

$$\vec{J} = \chi\vec{H},$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

Связь между векторами $\vec{B}, \vec{H}, \vec{J}$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H}+\vec{J}),$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Связь между магнитной проницаемостью и магнитной восприимчивостью вещества

$$\mu = 1 + \chi.$$

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля в веществе):

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \sum_{k=1}^{n} I_k,$$

где ΣI – алгебраическая сумма сил токов проводимости, охватываемых контуром L.

1.4 Колебания и волны

Уравнение гармонического колебательного движения

$$s = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad s = A\sin(\omega_0 t + \varphi_1),$$

где s – смещение колеблющейся величины от положения равновесия в момент времени t; A – амплитуда (максимальное значение смещения); $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – собственная круговая (циклическая) частота; t – текущее время; φ_0 – начальная фаза; $\varphi_1 = \varphi_0 + \pi/2$; T – период колебаний; ν – частота колебаний.

Связь между периодом и частотой колебаний (t – время совершения N полных колебаний)

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}.$$

Циклическая частота связана с периодом и частотой следующими выражениями

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Пусть материальная точка массой m совершает прямолинейные гармонические колебания вдоль оси координат x около положения равновесия, принятого за начало координат. Тогда зависимость координаты x от времени t задается уравнением (при $s = x$):

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Скорость v и ускорение a колеблющейся точки:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right),$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = A\omega_0^2 x .$$

Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку,

$$F = ma = -m\omega_0^2 x,$$

она пропорциональна смещению материальной точки из положения равновесия и направлена в противоположную сторону (к положению равновесия).

Кинетическая энергия материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания,

$$\mathrm{T} = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA\omega_0^2}{2}\sin^2\left(\omega_0 t + \varphi_0\right).$$

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы F,

$$\Pi = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA\omega_0^2}{2}\cos^2\left(\omega_0 t + \varphi_0\right).$$

Полная энергия механических колебаний

$$E = \text{Т} + \Pi = \frac{mA\omega_0^2}{2}.$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0.$$

Период колебаний точки, совершающей колебания под действием упругой силы (пружинный маятник),

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl_C}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_{\text{пр}}}{g}},$$

где J – момент инерции маятника относительно его оси вращения; m – масса маятника; l_C – расстояние от оси вращения до центра тяжести; $L_{\text{пр}}$ – приведенная длина физического маятника.

Период колебаний в идеальном колебательном контуре (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность катушки; C – электроемкость конденсатора.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты (рисунок 3) получается гармоническое колебание той же частоты с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$$

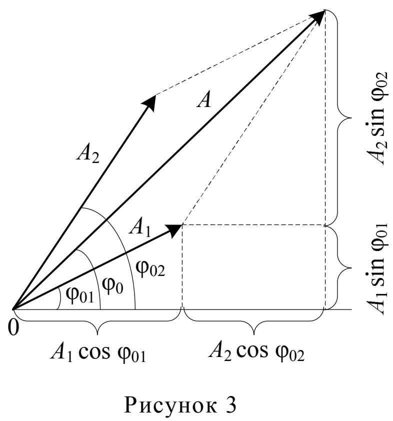


Рисунок 3

и с начальной фазой

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды складывающихся колебаний; φ_{01} и φ_{02} – их начальные фазы.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с близкими частотами получается квазигармоническое колебание, так называемые биения (рисунок 4). Уравнение биений (при равных амплитудах складываемых колебаний)

$$s = 2A\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\cos(\omega t),$$

где $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 << \omega$ – разность частот колебаний;
$\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega$ – частоты складываемых колебаний.

Амплитуда и период биений (период относительно медленного изменения амплитуды квазигармонических колебаний), образующихся при сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами и близкими частотами,

$$A_б = 2A\left|\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\right|,\ T_б = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

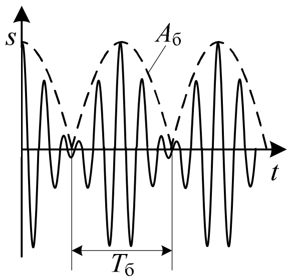


Рисунок 4

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний (вдоль осей x и y) одинакового периода

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_{01}), \quad y = A\cos(\omega t + \varphi_{02}),$$

уравнение траектории результирующего движения имеет вид

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{A\,B}\cos\Delta\varphi = \sin^2\Delta\varphi,$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз складываемых колебаний.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\beta\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0 ,$$

где β – коэффициент затухания. Для колебаний груза на пружине $\beta = \dfrac{r}{2m}$, для электромагнитных колебаний в контуре – $\beta = \dfrac{R}{2L}$, где r – коэффициент сопротивления, R – активное сопротивление контура.

Условие существования затухающих колебаний

$$\beta < \omega_0.$$

Уравнение затухающих колебаний

$$s = A_0 \exp(-\beta t)\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где A_0 – начальное значение амплитуды колебаний; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклическая частота затухающих колебаний.

Амплитуда затухающих колебаний

$$A = A_0 \exp(-\beta t).$$

Логарифмический декремент затухания (определяющее уравнение)

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)}.$$

Связь логарифмического декремента затухания с периодом квазигармонических затухающих колебаний

$$\theta = \beta T .$$

Добротность колебательной системы (определяющее уравнение)

$$Q = 2\pi\frac{W}{\Delta W_1} = 2\pi\frac{W}{\Delta W_T} ,$$

где W – энергия, запасенная в системе в данный момент времени; ΔW_1 – средняя потеря энергии за время, в течение которого фаза колебаний увеличивается на один радиан; ΔW_T – средняя потеря энергии за один период.

Связь добротности с другими параметрами квазигармонических слабозатухающих колебаний:

$$Q \approx \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e ,$$

где N_e – число полных колебаний, соответствующее времени уменьшения амплитуды в e раз.

Для слабозатухающих колебаний груза на пружине

$$\beta = \frac{r}{2m}, \quad Q = \frac{1}{r}\sqrt{km},$$

где r – коэффициент сопротивления; k – жесткость пружины.

Для электрического контура

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}},$$

где R – сопротивление контура; L – индуктивность катушки; C – емкость конденсатора.

Емкостное сопротивление

$$R_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Индуктивное сопротивление

$$R_L = \omega L.$$

Полное сопротивление цепи переменного тока

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Закон Ома для переменного тока

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

где I_m и U_m – амплитудные значения силы тока и напряжения; ω – циклическая частота переменного тока.

Сдвиг фаз между напряжением и силой переменного тока

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Длина волны – расстояние между ближайшими частицами, совершающими колебания в одинаковой фазе

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}.$$

Уравнение плоской (одномерной) бегущей гармонической волны $\Delta x = v_ф \Delta t$ (рисунок 5)

$$s = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

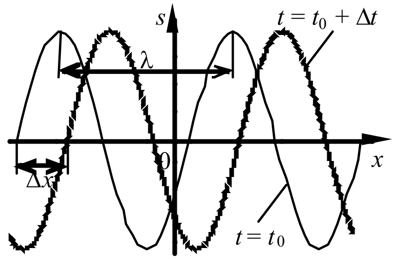


Рисунок 5

где s – смещение колеблющихся точек; A – амплитуда (максимальное значение смещения); ω – круговая частота; t – время; x – координата точки; φ_0 – начальная фаза k – волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

Фазовая скорость волны

$$v_ф = \omega/k = \lambda/T.$$

Уравнение одномерной стоячей волны, образующейся при наложении двух встречных бегущих гармонических волн с одинаковыми амплитудами,

$$y = 2A\cos(\omega t)\cos(kx),$$

где A – амплитуды двух встречных плоских бегущих гармонических волн, при интерференции которых образуется стоячая волна; ω и k – соответственно их круговые частоты и волновые числа.

Амплитуда стоячей волны

$$A_{ст} = 2A\left|\cos(kx)\right|.$$

Расстояние между соседними узлами (расстояние между соседними пучностями)

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}.$$

Скорость звука в газе (при допущении, что процессы, протекающие в газе при распространении упругих волн, являются достаточно быстрыми и поэтому их можно приближенно считать адиабатными)

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

где γ – постоянная адиабаты; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура; μ – молярная масса газа.

Скорость упругих продольных волн в твердом теле

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга; ρ – плотность вещества. Для поперечных волн скорость задается аналогичным выражением с заменой модуля Юнга на модуль сдвига соответствующего материала.

Связь громкости звука с его интенсивностью

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0},$$

где $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2.

Частота, воспринимаемая приемником при относительном движении источника и приемника сигнала (эффект Доплера для упругих волн),

$$\nu = \nu_0 \frac{v_x - u_{\text{пр},x}}{v_x - u_{\text{ист},x}},$$

где ν_0 – частота сигнала, испускаемая источником; v_x, $u_{\text{пр},x}$ и $u_{\text{ист},x}$ – соответственно проекции скоростей распространения сигнала (скорости волны), движения источника и движения приемника на ось, проходящую через источник и приемник (ось x). Все скорости рассматриваются в системе отсчета, связанной с упругой средой, по которой распространяются волны.

Фазовая скорость электромагнитной волны

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n},$$

где ε, μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; ε_0, μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; n – показатель преломления среды.

В плоской электромагнитной волне модули напряженностей связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}\left|\vec{E}\right| = \sqrt{\mu_0\mu}\left|\vec{H}\right|,$$

где $\vec{E}, \vec{H}$ – напряженности электрического и магнитного полей.

Объемная плотность энергии электромагнитной волны

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}\,EH .$$

1.5 Оптика

Оптическая длина пути световой волны

$$L = \int_0^l n(x)\mathrm{d}x ,$$

где l – геометрическая длина пути; $n(x)$ – зависимость показателя преломления от координаты вдоль луча. Для случая $n = \mathrm{const}$ (однородное) вещество $L = nl$.

Разность фаз двух когерентных волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta ,$$

где λ_0 – длина волны в вакууме; $\Delta = L_2 - L_1$ – оптическая разность хода двух световых волн.

Радиус когерентности для удаленного источника

$$r_{\text{ког}} = \frac{\lambda}{\Delta\alpha},$$

где $\Delta\alpha$ – угловой размер источника из точки наблюдения.

Условие максимального усиления света при интерференции:

– для разности фаз

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad (k = 0;\ 1;\ 2;\ \ldots);$$

– оптической разности хода

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0;\ 1;\ 2;\ \ldots),$$

где λ – длина волны света в среде, в которой происходит интерференция.

Условие максимального ослабления света при интерференции:

– для разности фаз

$$\Delta\varphi = \pm(2k + 1)\pi \quad (k = 0;\ 1;\ 2;\ \ldots);$$

– оптической разности хода

$$\Delta = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0;\ 1;\ 2;\ \ldots) .$$

Оптическая разность хода двух световых волн от вторичных источников (щелей) до экрана в опыте Юнга

$$\Delta = \frac{xd}{l},$$

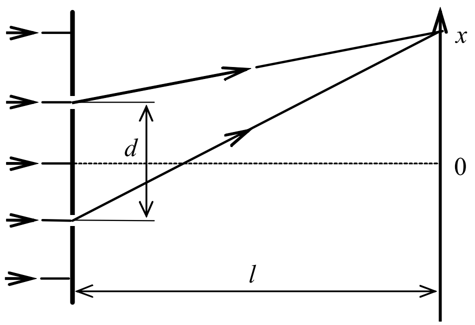


Рисунок 6

где x – координата точки на экране, отсчитываемая от его центра; d – расстояние между щелями; l – расстояние от щелей до экрана (рисунок 6).

Расстояние между соседними светлыми интерференционными полосами на экране (ширина темной полосы) – расстояние между соседними точками, которым соответствуют максимумы освещенности; расстояние между соседними темными интерференционными полосами на экране (ширина светлой полосы) – расстояние между соседними точками, которым соответствуют минимумы освещенности,

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d},$$

где Δx – ширина темной (светлой) полосы.

Показатель преломления просветляющего покрытия

$$n = \sqrt{n_{\text{ст}}},$$

где $n_{\text{ст}}$ – показатель преломления стекла, на которую наносится покрытие.

Минимальная толщина просветляющего покрытия

$$d = \frac{\lambda}{4n}.$$

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых в проходящем)

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad (k = 0; 1; 2; \ldots),$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем)

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}} \qquad (k = 1;\, 2;\, \ldots).$$

Радиус зоны Френеля с номером m

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}\,,$$

где a – расстояние от источника света до волновой поверхности; b – расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения.

Для плоской световой волны ($a \to \infty$)

$$r_m = \sqrt{mb\lambda}\,.$$

При дифракции Фраунгофера на одной щели (нормальное падение) условие минимумов

$$a\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (k = 1;\, 2;\, \ldots),$$

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; k – порядок минимума; λ – длина волны.

Условие максимумов

$$a\sin\varphi' = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (k = 1;\ 2;\ \ldots),$$

где φ' – приближенное значение угла дифракции; k – порядок максимума.

При дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке (нормальное падение) условие главных максимумов

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (k = 0;\, 1;\, 2;\, \ldots),$$

где d – период решетки; φ – угол дифракции; k – порядок максимума (спектра).

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = kN,$$

где k – порядок максимумов.

Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_\varphi = \frac{k}{d\cos\varphi}\,.$$

Формула Вульфа – Брэгга

$$2d\sin\vartheta = k\lambda\,,$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ – угол скольжения (угол между направлением пучка параллельных лучей, падающих на кристалл, и гранью кристалла), определяющий направление, для которого имеет место дифракционный максимум при зеркальном отражении лучей от атомных плоскостей; k – порядок максимума.

Закон Брюстера: луч, отраженный от границы раздела двух диэлектриков, полностью поляризован, если угол падения удовлетворяет условию

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{\text{Бр}} = n_{21},$$

где $n_{21} = n_2/n_1$ – относительный показатель преломления второго диэлектрика относительно первого.

Закон Малюса: интенсивности плоскополяризованных лучей света, соответственно падающего на анализатор (поляризатор) (I_0) и прошедшего через него (I), связаны соотношением

$$I = I_0 \cos^2 \varphi ,$$

где φ – угол между плоскостями пропускания (поляризации) лучей света. Здесь предполагается отсутствие поглощения света в анализаторе.

Следствие закона Малюса для падения на анализатор естественного света

$$I = \frac{1}{2} I_0 .$$

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ – соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, пропускаемого анализатором.

Закон Бугера для поглощения света

$$I = I_0\, \mathrm{e}^{-\alpha x},$$

где I – интенсивность света в точке, находящейся на расстоянии x от границы вещества; I_0 – интенсивность света в точке на границе вещества (падающий свет); α – коэффициент поглощения.

Угол отклонения светового луча призмой (формула справедлива для малых углов)

$$\varphi = \Omega(n-1),$$

где Ω – угол при вершине призмы; n – показатель преломления для падающего света.

Излучательность тела (энергетическая светимость) – энергия электромагнитных волн dE, излучаемая за время dt с поверхности площадью dS

$$R_\text{э} = \frac{dE}{dt \cdot dS}.$$

Связь мощности излучения (потока энергии) с излучательностью при $R_\text{э}$ = const:

$$P = R_\text{э} S,$$

где S – площадь излучающей поверхности тела.

Поглощательная способность (определяющее уравнение)

$$a_\nu = \frac{dE^\text{погл}(\nu)}{dE^\text{пад}(\nu)},$$

где $dE^\text{погл}$ – поглощенная энергия; $dE^\text{пад}$ – энергия падающего излучения (в узком спектральном интервале за малое время на поверхность малой площади).

Связь излучательности (энергетической светимости) абсолютно черного тела с его абсолютной температурой (закон Стефана – Больцмана):

$$R^*_\text{э} = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) – постоянная Стефана – Больцмана.

Следствие закона Стефана – Больцмана для нечерного тела:

$$R_\text{э} = a\sigma T^4,$$

где для серого тела $0 < a_\nu < 1$, для абсолютно черного тела $a_\nu = 1$.

Длина волны, при которой испускательная способность абсолютно черного тела r^*_ν принимает максимальное значение, связана с абсолютной температурой (закон смещения Вина):

$$\lambda_m T = b,$$

где $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К – первая постоянная Вина.

Максимальное значение испускательной способности абсолютно черного тела пропорционально пятой степени абсолютной температуры:

$$\left(r^*_{\lambda, T}\right)_{\max} = CT^5,$$

где $C = 1{,}29 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м^3·К^5) – вторая постоянная Вина.

Энергия, соответствующая кванту излучения,

$$\varepsilon_\nu = h\nu.$$

Энергия фотона

$$\varepsilon_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \hbar\omega,$$

где $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ – величина также называется постоянной Планка; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота излучения.

Импульс фотона

$$p_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Масса фотона

$$m_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}.$$

Связь максимальной скорости вылетающих при внешнем фотоэффекте электронов (фотоэлектронов) с задерживающим напряжением

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_з,$$

где m – масса электрона; $v_{\max}$ – максимальная скорость; e – заряд электрона по абсолютной величине (элементарный заряд); $U_з$ – задерживающее напряжение.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

где A – работа выхода электрона из металла.

Соотношения для красной границы фотоэффекта:

$$\nu_0 = \frac{A}{h}; \ \lambda_0 = \frac{hc}{A},$$

где ν_0 – минимальная частота света; λ_0 – максимальная длина волны света, при которых еще возможен фотоэффект.

Изменение длины волны излучения при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}\left(1 - \cos\theta\right) = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где λ' – длина волны фотона, рассеянного на угол θ после столкновения с электроном; λ – длина волны фотона, налетающего на свободный или слабо связанный электрон; m_0 – масса покоя электрона.

Величина $\Lambda = \dfrac{h}{m_0 c} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м называется комптоновской длиной волны электрона.

Давление света при его нормальном падении на поверхность

$$p = w(1+\rho) = \frac{E_э}{c}(1+\rho),$$

где w – объемная плотность энергии излучения; ρ – коэффициент его отражения от поверхности; c – скорость распространения света в вакууме.

1.6 Физика атома и ядра

Уравнение для круговых стационарных орбит по теории Бора для водородоподобных атомов

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar,$$

где m – масса электрона; v – его скорость на орбите; r – ее радиус; n – ее номер (главное квантовое число).

Связь между кинетической, потенциальной и полной энергиями электрона, движущегося в атоме по орбите с номером n (в состоянии с главным квантовым числом n):

$$E_n^k = -E_n; \quad E_n^p = 2E_n; \quad E_n^k = -\frac{1}{2}E_n^p,$$

где E_n^k – кинетическая энергия электрона; E_n – его полная энергия; E_n^p – его потенциальная энергия.

Уравнение Бора для частоты излучения (поглощения)

$$\hbar\omega = h\nu = E_n - E_m,$$

где n и m – номера орбит электрона (его состояний в атоме).

Радиус n-й стационарной орбиты электрона в водородоподобном атоме

$$r_n = \frac{a_0}{Z}n^2,$$

где $a_0 = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ м – первый боровский радиус (радиус основной, т. е. первой орбиты электрона в атоме водорода); Z – номер элемента в таблице Менделеева.

Полная энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{Z^2 E_i^{\text{H}}}{n^2},$$

где E_i^{H} = 13,6 эВ – энергия ионизации атома водорода.

Зависимость энергии ионизации электрона в водородоподобном атоме от номера элемента:

$$E_i = E_i^{\text{H}} Z^2.$$

Сериальная формула для частоты света:

$$\nu = R'_\infty Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R'_\infty = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ Гц (также называется постоянной Ридберга).

Длина волны, соответствующая коротковолновой границе тормозного рентгеновского спектра,

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}.$$

Длина волны де Бройля частицы, имеющей импульс p,

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Импульс частицы p связан с ее скоростью v и кинетической энергией $E_{\text{к}}$:

– для случая малых скоростей

$$p = m_0 v = \sqrt{2 m_0 E_{\text{к}}};$$

– скоростей, сравнимых по величине со скоростью света, –

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{1}{c}\sqrt{\left(2E_0 + E_{\text{к}}\right) E_{\text{к}}},$$

где m – релятивистская масса частицы; v – ее скорость; m_0 – масса покоя частицы; $E_0 = m_0 c^2$ – ее энергия покоя.

Соотношение неопределенностей для координаты и импульса:

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2},$$

где Δp_x – неопределенность проекции импульса на ось $0X$; Δx – неопределенность соответствующей координаты.

Соотношение неопределенностей для энергии и времени:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии квазистационарного состояния; Δt – время нахождения квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Радиус ядра приближенно определяется соотношением

$$r = r_0 A^{1/3},$$

где $r_0 \approx 1{,}4 \cdot 10^{-15}$ м (коэффициент пропорциональности, который можно считать для всех ядер приближенно постоянным); A – массовое число (число нуклонов в ядре).

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_\text{р} + (A - Z)m_n - m_\text{я} \approx Zm_{{}^1_1\text{H}} + (A - Z)m_n - m_\text{ат},$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре); $m_\text{р}$ – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_\text{я}$ – масса ядра; $m_{{}^1_1\text{H}}$ – масса протия (атома водорода ${}^1_1\text{H}$); $m_\text{ат}$ – масса нейтрального атома, соответствующего рассматриваемому ядру.

Энергия связи ядра

$$E_\text{св} = \Delta m \cdot c^2.$$

Во внесистемных единицах энергия связи ядра

$$E_\text{св} = \Delta m \cdot k,$$

где $E_\text{св}$ выражена в МэВ, Δm – в а.е.м., $k = 931{,}5$ МэВ/а.е.м. [1 а.е.м. (атомная единица массы) соответствует энергии покоя 931,5 МэВ].

Закон радиоактивного распада

$$dN = -\lambda N dt \quad \text{или} \quad N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt; λ – постоянная распада; N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t; N_0 – число ядер в начальный момент ($t = 0$).

Число ядер, распавшихся за время t,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Связь периода полураспада (отрезка времени, за который распадается половина начального числа радиоактивных ядер) с постоянной распада:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0{,}693}{\lambda}.$$

Среднее время жизни радиоактивного ядра τ (совпадает со временем релаксации, т. е. интервалом времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз)

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Связь активности с числом радиоактивных ядер:

$$a = \lambda N.$$

Зависимость активности от времени:

$$a = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\lambda t},$$

где a_0 – активность препарата в начальный момент времени.

Удельная активность (определяющее уравнение)

$$a_{\text{уд}} = \frac{a}{m}.$$

Связь удельной активности с периодом полураспада:

$$a_{\text{уд}} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{N_A}{\mu}.$$

Реакция α-распада урана

$${}^{238}_{92}\mathrm{U} \to {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}.$$

Реакция β-распада радиоуглерода

$${}^{14}_{6}\mathrm{C} \to {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_e.$$

Реакция β-распада нейтрона

$${}^{1}_{0}n \to {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_e.$$

Энергия ядерной реакции также может быть вычислена с помощью энергий покоя или масс покоя соответствующих частиц:

$$Q = c^2\left(\sum_i m_i - \sum_j m_j\right),$$

где $\sum_i m_i, \sum_j m_j$ – суммы масс покоя соответственно исходных частиц и частиц-продуктов.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Уравнение движения математической точки вдоль оси x имеет вид $x = At + Bt^2$, где $A = 4$ м/с, $B = 1{,}5$ м/с^2. Найти скорость v и ускорение a в момент времени $t = 5$ с.

Д а н о:
$x = Bt + Ct^2$,
$A = 4$ м/с,
$B = 1{,}5$ м/с^2,
$t = 5$ с.

v – ? a – ?

Р е ш е н и е. Мгновенная скорость равна первой производной от координаты по времени:

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = A + 2Bt\,.$$

Ускорение точки найдем, как первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 2B\,.$$

В момент времени $t = 5$ с:
– скорость $v = (4 + 2 \cdot 1{,}5 \cdot 5) = 19$ м/с;
– ускорение $a = 2 \cdot 1{,}5 = 3$ м/с^2.

Знак плюс указывает на то, что направление вектора ускорения совпадает с направлением координатной оси.

Размерности искомых величин очевидны.

Ответ: $v = 19$ м/с, $a = 3$ м/с^2.

Пример 2. Камень брошен под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Определить наибольшую высоту подъема и дальность полета, если начальная скорость камня $v_0 = 10$ м/с.

Д а н о:
$\alpha = 45°$,
$v_0 = 10$ м/с.

$x_{\max}$ – ? $y_{\max}$ – ?

Р е ш е н и е. Пренебрегая сопротивлением воздуха, можно считать, что ускорение камня в рассматриваемом движении постоянно и равно ускорению свободного падения $(\vec{a} = \vec{g})$. Так как векторы ускорения $\vec{a}$ и начальной скорости $\vec{v}_0$ направлены под углом не равным нулю, то движение камня криволинейное, траектория которого лежит в плоскости $X0Y$. Это криволинейное движение как результат сложения двух прямолинейных движений: равномерного вдоль оси $0X$ со скоростью $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$; равнопеременного вдоль оси $0Y$.

В точке бросания составляющие скорости:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

В произвольный момент времени t скорости движение камня

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha, \quad v_y = v_{0y} + a_y = v_0 \sin\alpha - gt.$$

В наивысшей точке траектории (в момент времени t_1) $v_{y1} = 0$, тогда

$$v_0 \sin\alpha - gt_1 = 0, \quad t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Наибольшую высоту подъема найдем из уравнения движения камня по оси $0Y$:

$$y_{\max} = y_1; y_1 = v_{0\text{y}} t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Время подъема камня на наибольшую его высоту равно времени падения на землю.

Тогда полное время полета

$$t_{\text{пол}} = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Наибольшая дальность полета

$$x_{\max} = v_x t_{\text{пол}} = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha.$$

Подставив числовые значения, получим

$$y_{\max} = \frac{10^2 \cdot \left(\sin 45^\circ\right)^2}{2 \cdot 9{,}8} = 2{,}55 \text{ м},$$

$$x_{\max} = \frac{10^2}{9{,}8} \sin 90^\circ = 10{,}2 \text{ м}.$$

Проверка размерности искомых величин:

$$\left[x_{\max}\right] = \frac{\left(\text{м}/\text{с}\right)^2}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{м}, \quad \left[y_{\max}\right] = \frac{\left(\text{м}/\text{с}\right)^2}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{м}.$$

Ответ: $x_{\max} = 2{,}55$ м, $y_{\max} = 10{,}2$ м.

Пример 3. Маховик, вращающийся с постоянной частотой $n_0 = 10$ с$^{-1}$, при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика стало снова равномерным, но уже с частотой $n = 5$ с$^{-1}$. Определить угловое ускорение ε маховика и продолжительность t торможения, если за время равнозамедленного вращения маховик сделал $N = 60$ оборотов.

Д а н о:
$n_0 = 10$ с$^{-1}$,
$n = 5$ с$^{-1}$,
$N = 60$.
ε – ?
t – ?

Р е ш е н и е. Угловое ускорение маховика связано с начальной ω_0 и конечной ω угловыми скоростями соотношением

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi,$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}.$$

Но так как $\varphi = 2\pi N$, а $\omega = 2\pi n$, то

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = \frac{\pi(n^2 - n_0^2)}{N}.$$

Определим продолжительность торможения, используя формулу, связывающую угол поворота φ со средней угловой скоростью $\langle\omega\rangle$ вращения и временем t:

$$\varphi = \langle\omega\rangle\, t.$$

По условию задачи угловая скорость линейно зависит от времени, и поэтому можно записать

$$\langle\omega\rangle = \frac{\omega_0 + \omega}{2};$$

тогда
$$\varphi = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2} = \pi(n_0 + n)t,$$

отсюда
$$t = \frac{\varphi}{\pi(n_0 + n)} = \frac{2N}{n_0 + n}.$$

Подставив числовые значения, найдем

$$\varepsilon = \frac{3{,}14(5^2 - 10^2)}{60} = -3{,}93\ \frac{1}{\text{с}^2}.$$

$$t = \frac{2\cdot 60}{10 + 5} = 8\ \text{с}.$$

Знак минус углового ускорения указывает на то, что маховик вращался замедленно.

Проверка размерности искомых величин:

$$[\varepsilon] = \left(\frac{1}{\text{с}}\right)^2 = \frac{1}{\text{с}^2};\quad [t] = \frac{1}{(1/\text{с})} = \text{с}.$$

Ответ: $\varepsilon = 3{,}93$ с$^{-2}$, $t = 8$ с.

Пример 4. Два шара массами m_1 = 5 кг и m_2 = 3 кг движутся навстречу друг другу со скоростями v_1 = 4 м/с и v_2 = 2 м/с. Определить: 1) скорость шаров после удара; 2) кинетические энергии шаров до и после удара. Удар считать прямым, неупругим.

Д а н о:
$m_1 = 5$ кг,
$m_2 = 3$ кг,
$v_1 = 4$ м/с,
$v_2 = 2$ м/с.

u – ?
T_1 – ?
T_2 – ?

Решение. Неупругие шары не восстанавливают после удара свою первоначальную форму. Следовательно, не возникают силы, отталкивающие шары друг от друга, и шары после удара будут двигаться совместно с одной и той же скоростью u. Определим эту скорость по закону сохранения импульса. Так как шары движутся по одной прямой, то этот закон можно записать в скалярной форме

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\, u,$$

откуда

$$u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Направление скорости первого шара принято за положительное.

Кинетические энергии шаров до и после взаимодействия определим по формулам:

$$\mathrm{T}_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}, \qquad \mathrm{T}_2 = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}.$$

Подставим числовые значения и сделаем вычисления:

$$u = \frac{5 \cdot 4 - 3 \cdot 2}{5 + 3} = 1{,}75 \ \text{м/с}, \quad \mathrm{T}_1 = \frac{5 \cdot 4^2}{2} + \frac{3 \cdot 2^2}{2} = 46 \ \text{Дж},$$

$$\mathrm{T}_2 = \frac{(5+3) \cdot \left(1{,}75\right)^2}{2} = 12{,}3 \ \text{Дж}.$$

Размерность искомых величин очевидна.

Ответ: u = 1,75 м/с, T_1 = 46 Дж, T_2 = 12,3 Дж.

Пример 5. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости v_1, сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли ($R_з = 6{,}37 \cdot 10^6$ м)? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Д а н о:
$R_з = 6{,}37 \cdot 10^6$ м.
v_1 – ?

Р е ш е н и е. Минимальную скорость ракеты можно найти, зная ее минимальную кинетическую энергию T_1. Для определения T_1 воспользуемся законом сохранения механической энергии для замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы. Систему ракета – Земля можно считать замкнутой, в которой действует единственная консервативная сила – гравитационного взаимодействия.

В качестве инерциальной системы отсчета выберем систему отсчета, связанную с центром Земли.

Согласно закону сохранения механической энергии

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2 ,$$

где T_1, Π_1 и T_2, Π_2 – кинетическая и потенциальная энергия системы ракета – Земля в начальном (на поверхности Земли) и конечном (на расстоянии, равном $R_з$ от поверхности Земли) состояниях.

В выбранной системе отсчета кинетическая энергия Земли равна нулю. Поэтому T_1 есть просто начальная кинетическая энергия ракеты,

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{2} .$$

Потенциальная энергия системы в начальном состоянии

$$\Pi_1 = -G\frac{mM_з}{R_з} .$$

По мере движения ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия возрастает, а кинетическая убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия $T_2 = 0$, а потенциальная

$$\Pi_2 = -G\frac{mM_з}{2R_з} .$$

Подставляя выражения T_1, Π_1 и T_2, Π_2 в формулу закона сохранения механической энергии, получим

$$\frac{mv_1^2}{2} - G\frac{mM_з}{R_з} = -G\frac{mM_з}{2R_з} , \quad v_1 = \sqrt{GM_з / R_з} .$$

Заметим, что $GM_з / R_з^2 = g_0$ (g_0 – ускорение свободного падения у поверхности Земли). Тогда

$$v_1 = \sqrt{gR_з} = \sqrt{9{,}8 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6} = 7{,}9 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Проверка размерности: $\left[v_1\right] = \left(\dfrac{\text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}\right)^{1/2} = \text{м/с}.$

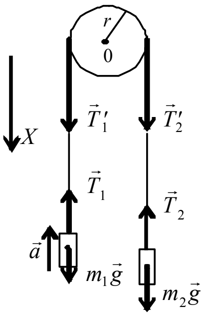
Ответ: $v_1 = 7{,}9 \cdot 10^3$ м/с.

Пример 6. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу $m = 80$ г, перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением и массой нити пренебречь.

Дано:
$m = 80$ г,
$m_1 = 100$ г,
$m_2 = 200$ г.
$a - ?$

Решение. Воспользуемся основным уравнением динамики поступательного и вращательного движений. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. На первый груз действуют две силы: сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила упругости (сила натяжения нити $\vec{T}_1$). Спроецируем эти силы на ось X, которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения (второй закон Ньютона)

$$m_1 g - T_1 = -m_1 a.$$



Уравнение движения для второго груза:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a.$$

Под действием двух моментов сил $M_1 = T_1' r$ и $M_2 = T_2' r$ относительно оси вращения 0 блок приобретает угловое ускорение ε. Согласно уравнению динамики вращательного движения

$$T_2' r - T_1' r = I\varepsilon,$$

где $\varepsilon = a / r$, $I = mr^2 / 2$ – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси 0.

Согласно третьему закону Ньютона

$$T_1' = T_1, \;\; T_2' = T_2.$$

Совместное решение трех уравнений дает

$$(m_2 g - m_2 a)r - (m_1 g + m_1 a)r = mr^2\left(a / 2r\right).$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \left(m / 2\right)} g.$$

Подставим числовые данные и вычислим

$$a=\frac{0,2-0,1}{0,2+0,1+0,08/2}\cdot 9,81=2,88\ \text{м/с}^2.$$

Размерность искомой величины очевидна.

Ответ: a = 2,88 м/с^2.

Пример 7. Платформа в виде сплошного диска радиусом R = 1,5 м и массой m_1 = 180 кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой n = 10 мин$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой m_2 = 60 кг. Какую линейную скорость v относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Дано:
R = 1,5,
m_1 = 180 кг,
n = 10 мин$^{-1}$,
m_2 = 60 кг.
v – ?

Решение. Платформа вращается по инерции. Следовательно, момент внешних сил относительно оси вращения, совпадающей с геометрической осью платформы, равен нулю. При этом условии момент импульса L системы платформа – человек остается постоянным:

$$L = I\omega = \text{const},$$

где I – момент инерции платформы с человеком относительно оси вращения; ω – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому $I = I_1 + I_2$, где I_1 и I_2 – момент инерции платформы и человека.

С учетом этого закон сохранения момента примет вид:

$$(I_1 + I_2)\ \omega = \text{const} \ \text{ или } \ (I_1 + I_2)\ \omega = (I_1' + I_2')\omega',$$

где значение моментов инерции I_1 и I_2 относится к начальному состоянию системы; I_1' и I_2' – к конечному.

Момент инерции платформы при переходе человека не изменится. Момент инерции человека относительно оси вращения изменится: $I_2 = 0$ – в начальном состоянии; $I_2' = m_2R^2$ – в конечном состоянии.

Подставим в закон сохранения момента импульса выражения для моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($\omega = 2\pi n$) и конечной угловой скорости ($\omega' = v / R$, где v – скорость человека относительно пола):

$$\left(m_1\frac{R^2}{2}+0\right)2\pi n=\left(m_1\frac{R^2}{2}+m_2R^2\right)\frac{v}{R}.$$

После простых преобразований получим

$$v=\frac{2\pi nRm_1}{m_1+2m_2}.$$

Проведем вычисления:

$$v=\frac{2\cdot 3{,}14\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot 1{,}5\cdot 180}{180+2\cdot 60}=1\ \text{м/с}.$$

Проверка размерности: $[v]=\frac{(1/\text{с})\cdot\text{м}\cdot\text{кг}}{\text{кг}}=\text{м/с}$.

Ответ: v = 1 м/с.

Пример 8. Найти молярную массу смеси кислорода массой m_1 = 10 г и азота массой m_2 = 20 г.

Д а н о:
m_1 = 10 г,
m_2 = 20 г.
$\mu_{см}$ – ?

Р е ш е н и е. Молярная масса смеси есть отношение массы смеси $m_{см}$ к количеству вещества смеси

$$\mu_{см} = m_{см} / \nu_{см}. \quad (1)$$

Масса смеси равна сумме масс компонентов смеси:

$$m_{см} = m_1 + m_2,$$

количество вещества смеси

$$\nu_{см} = \nu_1 + \nu_2 = m_1 / \mu_1 + m_2 / \mu_2.$$

Подставив в формулу (1) выражения для $m_{см}$ и $\nu_{см}$, получим

$$\mu_{см}=\frac{m_1+m_2}{\frac{m_1}{\mu_1}+\frac{m_2}{\mu_2}}.$$

Проведем вычисления:

$$\mu_{см}=\frac{10+20}{\frac{10}{32}+\frac{20}{28}}\cdot 10^{-3}=29\cdot 10^{-3}\,\text{кг/моль}.$$

Ответ: $\mu_{см} = 29\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Пример 9. В баллоне вместимостью V = 10 л находится гелий под давлением p_1 = 1 МПа и при температуре T_1 = 300 К. После того, как из баллона было взято m = 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2 = 290 К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Дано:
V = 10 л,
p_1 = 1 МПа,
T_1 = 300 К,
m = 10 г,
T_2 = 290 К.
p_2 – ?

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева − Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа,

$$p_2V = \frac{m_2}{\mu}RT_2,$$

где m_2 – масса гелия в баллоне в конечном состоянии; μ – молярная масса гелия; R – универсальная газовая постоянная.

Выразим искомое давление

$$p_2 = m_2RT_2 / (\mu V). \qquad (1)$$

Массу m_2 гелия выразим через массу m_1, соответствующую начальному состоянию газа, и массу гелия, взятого из баллона,

$$m_2 = m_1 - m. \qquad (2)$$

Масса m_1 гелия также находится из уравнения Менделеева − Клапейрона для начального состояния гелия

$$m_1 = \mu p_1 V / (RT_1). \qquad (3)$$

Подставив выражения масс (2) и (3) в (1), найдём,

$$p_2 = \left(\frac{\mu p_1 V}{RT_1} - m\right)\frac{RT_2}{\mu V} = \frac{T_2}{T_1}p_1 - \frac{m}{\mu}\frac{RT_2}{V}.$$

Учитывая, что молярная масса гелия $\mu = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Проведем вычисления:

$$p_2 = \frac{290}{300}\cdot 1\cdot 10^6 + \frac{10\cdot 10^{-3}}{4\cdot 10^{-3}}\frac{8,31\cdot 290}{10\cdot 10^{-3}} = 0,364\cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Ответ: p_2 = 0,364 МПа.

Пример 10. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре T = 286 К, а также кинетическую энергию $W_{вр}$ вращательного движения всех молекул этого газа, если его масса m = 4 г.

Дано:
T = 286 К,
m = 4 г.
$\langle\varepsilon_{вр}\rangle$ – ?
$W_{вр}$ – ?

Решение. В соответствии с законом о равномерном распределении энергии по степеням свободы известно, что на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия, выражаемая формулой

$$<\varepsilon> = \frac{1}{2}kT.$$

Так как молекула кислорода является двухатомной, а, следовательно, обладает двумя вращательными степенями свободы, то средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$<\varepsilon_{вр}> = 2\frac{1}{2}kT = kT,$$

где k – постоянная Больцмана (k = 1,38·10^{-23} Дж·К$^{-1}$).

Подставим в эту формулу значения k и T. Произведя вычисления, получим

$$<\varepsilon_{вр}> = 1{,}38\cdot10^{-23}\cdot 286 = 3{,}95\cdot10^{-21} \text{ Дж}.$$

Средняя кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа выражается соотношением

$$W_{вр} = N<\varepsilon_{вр}>. \qquad (1)$$

Если учесть, что число молекул системы

$$N = \frac{m}{\mu}N_А,$$

то равенство (1) можно записать в виде

$$W_{вр} = \frac{m}{\mu}N_А<\varepsilon_{вр}>, \qquad (2)$$

где $N_А$ – число Авогадро ($N_А$= 6,022·10^{-23} моль$^{-1}$); μ – молярная масса кислорода (μ = 32·10^{-3} кг·моль$^{-1}$).

Подставим в формулу (2) значения величин и, произведя вычисления, найдем

$$W_{вр} = \frac{4\cdot10^{-3}}{32\ \cdot10^{-3}}\cdot 6{,}022\cdot10^{-23}\cdot3{,}95\cdot10^{-21} = 297 \text{ Дж}.$$

Ответ: $<\varepsilon_{вр}>$ = 3,95·10^{-21} Дж, $W_{вр}$ = 297 Дж.

Пример 11. Под поршнем в вертикальном цилиндре находится 3 кг кислорода. При сообщении ему некоторого количества теплоты его температура повысилась на 10 К. Найти увеличение внутренней энергии кислорода; работу, совершенную им при расширении; количество теплоты, сообщенное кислороду; его удельную теплоемкость, если поршень не закреплен и трение отсутствует.

Дано:
$m = 3$ кг,
$\Delta T = 10$ К.
ΔU – ?
A – ?
ΔQ – ?
c_p – ?

Решение. Если поршень не закреплен, то можно считать, что кислород расширяется при постоянном давлении.

Первый закон термодинамики для этого случая имеет вид

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

Изменение внутренней энергии ΔU кислорода зависит для идеального газа только от разности температур, поэтому

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T\ .$$

Работа, совершенная при изобарическом расширении,

$$A = p\ (V_2 - V_1).$$

Для определения работы воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, записанным для начального и конечного состояний кислорода:

$$pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1; \quad pV_2 = \frac{m}{\mu}RT_2\ .$$

С их помощью выражение для работы можно записать так:

$$A = \frac{m}{\mu}R\left(T_2 - T_1\right) = \frac{m}{\mu}R\Delta T\ .$$

Количество теплоты, сообщенное кислороду,

$$Q = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T + \frac{m}{\mu}R\Delta T = \frac{i+2}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T\ .$$

Удельную теплоемкость кислорода для изобарического процесса найдем из соотношения:

$$Q = mc_p\Delta T.$$

Откуда

$$c_p = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{i+2}{2}\frac{m}{\mu}\frac{R\Delta T}{m\Delta T} = \frac{i+2}{2}\frac{R}{\mu}\ .$$

Заметим, что для любого газа значение удельной теплоемкости зависит от вида процесса (в данном случае для изобарического процесса). Для твердых и жидких тел это несущественно из-за незначительного коэффициента их объемного расширения.

Произведя вычисления, где $i = 5$ – число степеней свободы для кислорода (двухатомный газ); $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная; $\mu = 32\cdot10^{-3}$ кг·моль$^{-1}$ – молярная масса кислорода, найдем

$$\Delta U = \frac{5}{2}\frac{3}{0{,}032}\cdot 8{,}31\cdot 10 = 19{,}5\cdot 10^{3}\ \text{Дж};$$

$$A = \frac{3}{0{,}032}\cdot 8{,}31\cdot 10 = 7{,}8\cdot 10^{3}\ \text{Дж};$$

$$Q = \frac{5+2}{2}\frac{3}{0{,}032}\cdot 8{,}31\cdot 10 = 27{,}3\cdot 10^{3}\ \text{Дж};$$

$$c_{\text{р}} = \frac{5+2}{2}\cdot\frac{8{,}31}{0{,}032} = 909\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}.$$

Соответственно сделаем проверку размерности каждой искомой величины.

Ответ: $\Delta U = 19{,}5$ кДж, $A = 7{,}8$ кДж, $Q = 27{,}3$ кДж, $c_{\text{р}} = 909$ Дж/(кг·К).

Пример 12. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500$ К. Определить термический КПД η цикла и температуру T_2 теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу $A = 350$ Дж.

Дано:
$T_1 = 500$ К,
$A = 350$ Дж.

η – ?
T_2 – ?

Решение. Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой

$$\eta = A/Q_1,$$

где A – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины; Q_1 – теплота, полученная от теплоотдатчика.

Учитывая формулу для КПД цикла

$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1,$$

можно определить температуру охладителя T_2

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

Произведем вычисления:

$$\eta = 350/1000 = 0{,}35;$$

$$T_2 = 500(1 - 0{,}35)\ \text{К} = 325\ \text{К}.$$

Ответ: $\eta = 0{,}35$, $T_2 = 325$ К.

Пример 13. Определить изменение энтропии ΔS при изотермическом расширении азота массой 10 г, если давление газа уменьшается от 100 до 50 кПа.

Д а н о:
$m = 10$ г,
$p_1 = 100$ кПа,
$p_2 = 50$ кПа.

ΔS – ?

Р е ш е н и е. Изменение энтропии, учитывая, что процесс изотермический,

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}Q}{T} = \frac{Q}{T}. \qquad (1)$$

Согласно 1-му закону термодинамики, количество теплоты, полученное газом, $Q = \Delta U + A$. Для изотермического процесса $\Delta U = 0$, поэтому $Q = A$. Работа газа в изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{p_1}{p_2},$$

где $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная; $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг·моль$^{-1}$ – молярная масса азота.

Подставив выражение для работы в формулу (1), найдём искомое изменение энтропии:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln\frac{p_1}{p_2}.$$

Проведем вычисления:

$$\Delta S = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot \ln\frac{100 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^3} = 2{,}06\ \text{Дж/К}.$$

Ответ: $\Delta S = 2{,}06$ Дж/К.

Пример 14. Найти добавочное давление Δp внутри мыльного пузыря диаметром $d = 10$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

Д а н о:
$d = 10$ см.

Δp – ?
A – ?

Р е ш е н и е. Плёнка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности – внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключённый внутри пузыря. Так как толщина плёнки очень мала, то диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление

$$\Delta p = 2\frac{2\sigma}{R},$$

где R – радиус пузыря.

Так как $R = d / 2$, то

$$\Delta p = 8\sigma / d.$$

Поверхностное натяжение σ мыльного раствора при 20 °C равно 40 мН/м (табличная величина).

Проведем вычисление

$$\Delta p = 8 \cdot 40 \cdot 10^{-3} / 10 \cdot 10^{-2} = 3{,}2 \text{ Па}.$$

Работа, которую нужно совершить, чтобы, растягивая плёнку, увеличить площадь её поверхности на ΔS, выражается формулой

$$A = \sigma\, \Delta S = \sigma\,(S - S_0).$$

В данном случае S – общая площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря, S_0 – общая площадь двух поверхностей плоской плёнки, затягивающей отверстие трубки до выдувания пузыря. Пренебрегая S_0, получаем

$$A = \sigma\, S = 2\pi \cdot d^2\, \sigma.$$

Произведя вычисления, получим

$$A = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}01 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta p = 3{,}2$ Па; $A = 2{,}5$ мДж.

Пример 15. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 5$ нКл и $q_2 = -4$ нКл, расположенными в вакууме, равно $l = 15$ см. Определить напряженность поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной от первого заряда на расстояние $r_1 = 10$ см и от второго заряда на $r_2 = 7$ см.

Д а н о:
$q_1 = 5$ нКл,
$q_2 = -4$ нКл,
$l = 15$ см,
$r_1 = 10$ см,
$r_2 = 7$ см,
$\varepsilon = 1$.

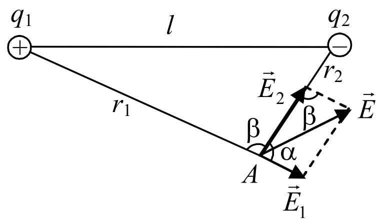
E – ?

Р е ш е н и е. Согласно принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ – напряженности электрических полей в рассматриваемой точке, которые создавались бы каждым из зарядов при отсутствии других (направления векторов показаны на схеме).

Модули напряженностей электрических полей, создаваемых в вакууме точечными зарядами q_1 и q_2,

$$E_1 = \frac{|q_1|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^2}, \quad E_2 = \frac{|q_2|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (1)$$

Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по формуле, которая следует из теоремы косинусов (для используемого при сложении векторов параллелограмма cos α = – cos β)



$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}\,. \quad (2)$$

По теореме косинусов для треугольника q_1Aq_2

$$l^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\,\beta,$$

откуда следует, что $\cos\,\alpha = \dfrac{l^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$

Вычислим значение

$$\cos\,\alpha = \frac{(0{,}15)^2 - (0{,}1)^2 - (0{,}07)^2}{2\cdot 0{,}07\cdot 0{,}1} = 0{,}54.$$

Подставив (1) в формулу (2), получим искомую напряженность

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2|q_1||q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}.$$

Размерность вычисляемой физической величины по структуре формулы совпадает с аналогичной формулой для напряженности поля заряда, поэтому проверку единиц для нее можно не проводить.

Произведем вычисления, предварительно переведя все значения единиц в систему СИ:

$$E = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\sqrt{\frac{(5\cdot 10^{-9})^2}{(0{,}1)^4} + \frac{(4\cdot 10^{-9})^2}{(0{,}07)^4} + \frac{2\cdot 5\cdot 10^{-9}\cdot 4\cdot 10^{-9}}{(0{,}1)^2(0{,}07)^2}\cdot 0{,}54} = 10{,}5 \text{ кВ/м}.$$

Ответ: E = 10,5 кВ/м.

Пример 16. Положительные заряды q_1= 5 мкКл и q_2 = 10 нКл находятся в вакууме на расстоянии 2 м друг от друга. Определить работу, которую надо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния 1 м.

Д а н о:
q_1= 5 мкКл,
q_2 = 10 нКл,
l_1 = 2 м,
l_2 = 1 м.
A' – ?

Р е ш е н и е. Можно положить, что первый заряд q_1 остается неподвижным, а второй q_2 под действием внешних сил перемещается в поле, созданном зарядом q_1, приближаясь к нему с расстояния r_1= 2 м до r_2=1 м.

Работа A' внешней силы по перемещению заряда q из одной точки поля с потенциалом φ_1 в другую, потенциал которой φ_2, равна по абсолютной величине и противоположна по знаку работе A сил поля по перемещению заряда между теми же точками

$$A' = -A.$$

Это следует из теоремы об изменении кинетической энергии тела: если кинетическая энергия не изменяется (предполагаем это), то полная работа всех сил равна нулю

$$A' + A = 0.$$

Работа A сил электрического поля по перемещению заряда выражается формулой

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Тогда работа A' внешних сил может быть записана в таком виде:

$$A' = q(\varphi_2 - \varphi_1). \qquad (1)$$

Потенциалы точек начала и конца пути выразятся формулами:

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}.$$

Подставляя эти выражения в формулу (1) и учитывая, что для данного случая переносимый заряд $q = q_2$, получим:

$$A' = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Произведем проверку единиц измерения:

$$[A'] = \frac{\text{м}}{\text{Ф}}\frac{\text{Кл}^2}{\text{м}} = \frac{\text{В}}{\text{Кл}}\text{Кл}^2 = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\text{Кл} = \text{Дж}.$$

Выполним вычисления по полученной формуле, где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная:

$$A' = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) = 0{,}22 \cdot 10^{-3}\,\text{Дж}.$$

Ответ: $A' = 2{,}2 \cdot 10^{-4}$Дж.

Пример 17. Конденсатор емкостью C_1 = 4 мкФ заряжен до напряжения U_1 = 400 В, а конденсатор емкостью C_2 = 5 мкФ – до U_2 = 500 В. Определить напряжение между пластинами конденсатора после соединения их одноименно заряженными пластинами. Какое количество теплоты выделится в результате соединения конденсаторов?

Д а н о:	
$C_1 = 4$ мкФ,	
$C_2 = 5$ мкФ,	
$U_1 = 400$ В,	
$U_2 = 500$ В.	
U – ?	
Q – ?	

Р е ш е н и е. Если конденсаторы соединены параллельно, то их общая емкость $C = C_1 + C_2$. В соответствии с законом сохранения заряда заряд эквивалентного конденсатора

$$q = q_1 + q_2,$$

где q_1 и q_2 – заряды конденсаторов до соединения.

Так как соединялись одноименно заряженные пластины, то искомое напряжение

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2}.$$

Учитывая, что $q_1 = C_1U_1$ и $q_2 = C_2U_2$, получим:

$$U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2} = \frac{4\cdot 10^{-6}\cdot 400 + 5\cdot 10^{-6}\cdot 500}{4\cdot 10^{-6} + 5\cdot 10^{-6}} = 455{,}6 \text{ В}.$$

Количество выделившейся теплоты определим, пользуясь законом сохранения и превращения энергии. Энергия конденсаторов до соединения

$$W_1 = \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_2U_2^2}{2}.$$

После соединения

$$W_2 = \frac{CU^2}{2} = \left(\frac{C_1 + C_2}{2}\right)U^2.$$

Следовательно, искомое количество теплоты

$$Q = W_1 - W_2 = \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_2U_2^2}{2} - \left(\frac{C_1 + C_2}{2}\right)U^2.$$

Выполнив вычисления, получим:

$$Q = \frac{4\cdot 10^{-6}\cdot 400^2}{2} + \frac{5\cdot 10^{-6}\cdot 500^2}{2} - \left(\frac{4\cdot 10^{-6} + 5\cdot 10^{-6}}{2}\right)\cdot 455{,}6^2 = 1{,}1\cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

Вычисляемые физические величины по структуре формул соответствуют известным соотношениям для напряжения и энергии заряженного конденсатора, поэтому проверка единиц не требуется.

Ответ: $Q = 1{,}1\cdot 10^{-2}$ Дж.

Пример 18. Определить плотность электрического тока в алюминиевом проводнике (удельное сопротивление $\rho = 32{,}1$ нОм·м), если удельная тепловая мощность тока $w = 2$ Дж/(м^3·с).

Дано:	
$w = 2$ Дж/(м^3·с),	
$\rho = 32{,}1$ нОм·м.	
j – ?	

Решение. Согласно законам Джоуля – Ленца и Ома в дифференциальной форме

$$w = \gamma E^2 = E^2/\rho, \qquad (1)$$

$$j = \gamma E = E/\rho, \qquad (2)$$

где γ и ρ – соответственно удельные проводимость и сопротивление материала проводник; E – напряженность электрического поля в металле.

Из (2) получим, что $E = \rho j$. Подставив это выражение в (1), найдем искомую плотность тока:

$$j = \sqrt{\frac{w}{\rho}}.$$

Проверим единицы в конечной формуле:

$$[j] = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3\cdot\text{с}}\frac{1}{\text{Ом}\cdot\text{м}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{м}^4\cdot\text{с}}\frac{\text{А}}{\text{В}}} = \frac{1}{\text{м}^2}\sqrt{\frac{\text{Дж}\cdot\text{А}}{\text{с}}\frac{\text{Кл}}{\text{Дж}}} = \frac{1}{\text{м}^2}\sqrt{\frac{\text{А}\cdot\text{А}\cdot\text{с}}{\text{с}}} = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

Подставим в нее численные значения и получим:

$$j = \sqrt{\frac{2}{32{,}1\cdot 10^{-8}}} = 2{,}5\cdot 10^3\ \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

Ответ: $j = 2{,}5\cdot 10^3$ А/м^2.

Пример 19. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого отрезком провода длиной $l = 100$ см в точке A, равноудаленной от его концов и находящейся на расстоянии $r_0 = 50$ см от его середины. По проводу течет ток силой $I = 10$ А.

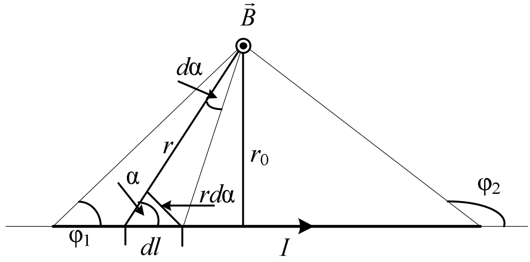
Дано:	
$l = 100$ см $= 1$ м,	
$I = 10$ А,	
$r_0 = 50$ см $= 0{,}5$ м.	
B – ?	

Решение. Магнитное поле в точке пространства A создается отрезком проводника с током (схема). Согласно закона Био – Савара – Лапласа модуль вектора $\vec{B}$ от элемента $\mathrm{d}\vec{l}$ проводника с током I в точке, положение которой определяется радиус-вектором $\vec{r}$, вычисляется по формуле

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mu I\,\mathrm{d}l \sin\alpha}{4\pi r^2}, \qquad (1)$$

где α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\mathrm{d}\vec{l}$.

В точке A векторы индукции магнитного поля $\mathrm{d}\vec{B}$ для каждого элемента проводника $\mathrm{d}\vec{l}$ имеют одинаковое направление.



Поэтому сложение (в соответствии с принципом суперпозиции) векторов можно заменить на сложение их модулей. Из рисунка следует,

$$r = \frac{r_0}{\sin\alpha}, \quad \mathrm{d}l = \frac{r\mathrm{d}\alpha}{\sin\alpha}.$$

Таким образом выражение (1) примет вид

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} \sin\alpha \mathrm{d}\alpha. \qquad (2)$$

Интегрирование формулы (2) приводит к соотношению для модуля вектора индукции магнитного поля, создаваемого всем проводником:

$$B = \frac{\mu_0 \mu\, I}{4\pi\ r}\left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right), \qquad (3)$$

где φ_1 и φ_2 – углы между векторами, соединяющими концы отрезка провода с точкой A, и направлением провода. Следует отметить, что формула (3) дает правильный результат только в том случае, если углы откладываются от направлений из рассматриваемой точки к концам отрезка и отрезком (или его продолжением) с учетом направления тока, а также, если порядок углов соответствует направлению тока.

В рассматриваемом случае $\varphi_1 = 45^\circ$ и $\varphi_2 = 135^\circ$, соответственно $\cos\varphi_1 = 0{,}707$, а $\cos\varphi_2 = -\,0{,}707$.

Подставим в формулу численные значения и, с учетом $\mu = 1$ для вакуума, произведем расчет:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{4\pi \cdot 0{,}5}(0{,}707 + 0{,}707) = 2{,}82 \cdot 10^{-6}\ \text{Тл}.$$

Проверим размерность полученной величины:

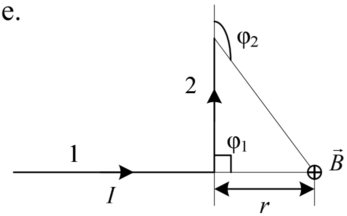
$$[B]=\frac{\text{Гн}}{\text{м}}\frac{\text{А}}{\text{м}}=\frac{\text{Вб}}{\text{А}}\frac{\text{А}}{\text{м}^2}=\frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{м}^2}=\text{Тл}.$$

Ответ: B = 2,82·10^{-6} Тл.

Пример 20. Бесконечно длинный прямой провод согнут под прямым углом. По проводу течет ток I = 100 А. Какова магнитная индукция B в точке A, если r = 1 м?

Д а н о:
I = 1 А,
r = 0,1 м.
B – ?

Р е ш е н и е.



Магнитное поле в точке A создается проводником с током, изогнутым под прямым углом. Закон Био – Савара – Лапласа позволяет рассчитать магнитную индукцию от проводника с током простой (формы) геометрии.

В нашем случае поле от всего проводника следует рассматривать как суперпозицию полей, созданных двумя отрезками I и II, бесконечных с одной стороны и ограниченных с другой стороны изломом:

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2.$$

Если α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\mathrm{d}\vec{l}$, то модуль вектора $\mathrm{d}\vec{B}$ от элемента $\mathrm{d}\vec{l}$ проводника с током I вычисляется по формуле

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mu I\,\mathrm{d}l\sin\alpha}{4\pi r^2}. \qquad (1)$$

Для отрезка проводника в результате интегрирования этой формулы получим:

$$B=\frac{\mu_0\mu\,I}{4\pi\ r}\left(\cos\varphi_1-\cos\varphi_2\right), \qquad (2)$$

где φ_1 и φ_2 – углы между векторами, соединяющими концы отрезка провода с точкой A, и направлением провода.

В точке A магнитная индукция поля, создаваемого отрезком I, B_1 = 0, т. к. для каждого элемента dl этого отрезка по формуле (1) dB = 0.

Магнитную индукцию поля B_2 в точке A, создаваемого отрезком II, определяем по формуле (2). В этом случае φ_1 = 90° и φ_2 = 180°, соответственно cosφ_1 = 0, а cosφ_2 = – 1.

Таким образом,

$$B = B_2 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r}.$$

Подставим в формулу численные значения и, с учетом $\mu = 1$ для вакуума, произведем расчет:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100}{4\pi \cdot 1} = 10^{-5} \text{ Тл}.$$

Проверим размерность полученной величины:

$$[B] = \frac{\text{Гн}}{\text{м}}\frac{\text{А}}{\text{м}} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}}\frac{\text{А}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2} = \text{Тл}.$$

Ответ: $B = 10^{-5}$ Тл.

Пример 21. На проволочный виток радиусом r = 10 см, помещенный между полюсами магнита, действует максимальный механический момент M_{max} = 6,5 мкН·м. Сила тока в витке I = 2 А. Пренебрегая действием магнитного поля Земли, определить магнитную индукцию поля между полюсами магнита.

Д а н о:
r = 10 см = 0,1 м,
$M_{\max}$ = 6,5 мкН·м = = $6{,}5 \cdot 10^{-6}$ Н·м,
I = 2 А.

B – ?

Р е ш е н и е. Индукцию магнитного поля можно определить из выражения механического момента, действующего на виток с током,

$$M = p_{\max} B \sin\alpha.$$

Если учесть, что максимальное значение механический момент принимает при $\alpha = \pi/2$ ($\sin\alpha = 1$), а также что $p_m = IS$, то формула примет вид

$$M_{\max} = IBS.$$

Отсюда, учитывая, что площадь витка $S = \pi r^2$, находим

$$B = \frac{M_{\max}}{\pi r^2 I}.$$

Подставим в формулу численные значения и произведем расчет:

$$B = \frac{6{,}5 \cdot 10^{-6}}{3{,}14 \cdot 0{,}1^2 \cdot 2} = 1{,}04 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}.$$

Проверим размерность полученной величины:

$$[B] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{А}} = \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot \text{А}} = \text{Тл}.$$

Ответ: B = 104 мкТл.

Пример 22. Чему равна механическая мощность, развиваемая при перемещении прямолинейного проводника длиной 20 см со скоростью 5 м/с перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией 0,1 Тл? Величина тока в проводнике 50 А.

Д а н о:
l = 20 см = 0,2 м,
v = 5 м/с,
B = 0,1 Тл,
I = 50 А.
A – ?

Р е ш е н и е. Со стороны магнитного поля на проводник с током действует сила Ампера, величина которой определяется формулой:

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\left[\mathrm{d}\vec{l}, \vec{B}\right],$$

где dl – длина элемента проводника; B – индукция магнитного поля в данной точке. Поскольку в данном случае магнитное поле однородно (B = const), а угол между проводником l и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ равен π/2, то модуль силы Ампера, действующей на весь проводник длиной l, можно определить по формуле

$$F = IBl.$$

Работа, которую совершает сила Ампера по перемещению проводника с током в магнитном поле на расстояние ds вдоль направления действия силы,

$$\mathrm{d}A = F\mathrm{d}s.$$

Тогда механическая мощность, развиваемая при перемещении прямолинейного проводника, будет определяться формулой

$$P = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \frac{F\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = Fv = IBlv.$$

Подставим в формулу численные значения и произведем расчет:

$$P = 50 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 5 = 5 \text{ Вт}.$$

Проверим размерность полученной величины:

$$\left[P\right] = \text{А} \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}\frac{\text{м}}{\text{с}} = \text{А}\frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}\frac{\text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

Ответ: P = 5 Вт.

Пример 23. Электрон, пройдя ускоряющее напряжение U = 900 В, влетает в однородное магнитное поле с индукцией B = 1 мТл под углом α = 60° к линиям индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии движения электрона.

Д а н о:
U = 900 В,
B=1 мТл = $1 \cdot 10^3$ Тл,
$\alpha = 60^\circ$.

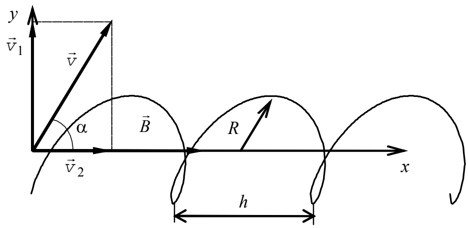
R – ?
h – ?

Р е ш е н и е. На заряженную частицу, влетевшую в магнитное поле, действует сила Лоренца, перпендикулярная векторам магнитной индукции и скорости частицы. Модуль этой силы для электрона

$$F = evB\sin\alpha,$$

где e – элементарный заряд; v – скорость электрона.

Движение электрона удобно представить как наложение двух движений: 1) со скоростью $v_1 = v \sin\alpha$ перпендикулярно вектору $\vec{B}$; 2) со скоростью $v_2 = v \cos\alpha$ параллельно этому вектору (см. схему). В результате одновременного участия в двух движениях по окружности и по прямой электрон будет двигаться по винтовой линии с осью, параллельной силовым линиям поля.



Для первого движения под действием силы Лоренца модуль скорости не изменяется, останется постоянным и значение силы Лоренца. Постоянная сила, перпендикулярная скорости, вызывает движение по окружности. Электрон будет двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, со скоростью, равной v_1.

Для определения радиуса окружности, по которой движется электрон, учтем, что центростремительное ускорение частице сообщает сила Лоренца. На основании 2-го закона Ньютона

$$F = ev_1B = \frac{mv_1^2}{R}.$$

Из этой формулы найдем радиус винтовой линии:

$$R = \frac{mv\sin\alpha}{eB}.$$

Входящую в это выражение скорость выразим через конечную (после ускорения в электрическом поле) кинетическую энергию электрона W_k, которая по одноименной теореме равна работе ускоряющего электрического поля:

$$v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

Тогда окончательное выражение для радиуса винтовой линии приобретает вид

$$R = \frac{\sin\alpha}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

Время одного оборота (период обращения по окружности) определим как отношение ее длины к скорости первого движения

$$T = \frac{2\pi R}{v_1}.$$

Шаг винтовой линии равен пути, пройденному электроном вдоль поля (второе движение) со скоростью v_2 за время одного оборота:

$$h = v_2 T = v_2 \frac{2\pi R}{v_1} = 2\pi R \operatorname{ctg}\alpha.$$

Подставим в формулу численные значения и произведем расчет для радиуса винтовой линии:

$$R = \frac{0{,}866}{10^{-3}}\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 900}{1{,}6\cdot 10^{-19}}} = 8{,}77\cdot 10^{-2}\ \text{м}.$$

Проверим единицы измерения в формуле для радиуса винтовой линии:

$$[R] = \frac{1}{\text{Тл}}\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{В}}{\text{Кл}}} = \frac{\text{А}\cdot\text{м}}{\text{Н}}\sqrt{\frac{\text{кг}}{\text{Кл}}\cdot\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}} = \frac{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{А}\cdot\text{с}}\sqrt{\text{кг}\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{с}}{\text{кг}}\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}} = \text{м}.$$

Подставим в формулу численные значения и произведем расчет шага винтовой линии

$$h = 2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}577 = 0{,}318\ \text{м}.$$

Размерность шага винтовой линии очевидна.

Ответ: R = 8,8 см, h = 32 см.

Пример 24. Вычислить циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи I_1 = 15 А, I_2 = 10 А, текущие в одном направлении, и ток I_3 = 20 А, текущий в противоположном направлении.

Дано:	
$I_1 = 15$ А,	
$I_2 = 10$ А,	
$I_3 = 20$ А.	
$\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l}$ – ?	

Решение. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции (иначе закон полного тока для вакуума) выражается формулой

$$\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l} = \oint\limits_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k,$$

где интеграл в левой части получил название циркуляции вектора магнитной индукции; $d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура; B_l – составляющая вектора магнитной индукции в направлении касательной контура L произвольной формы; μ_0 – магнитная постоянная; в правой части стоит алгебраическая сумма N токов, охватываемых контуром.

В этой сумме ток берется положительным, если его направление совпадает с направлением обхода контура, и отрицательным – в обратном случае. В нашей задаче $N = 3$ (три тока).

Тогда $\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \left(I_1 + I_2 - I_3\right).$ Ток I_3 берется со знаком минус, т. к. его направление противоположно токам I_1 и I_2.

Подставим в формулу численные значения и произведем расчет:

$$\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l} = 4\pi \cdot 10^{-7}\left(15 + 10 - 20\right) = 6{,}28 \cdot 10^{-6} \text{ Тл} \cdot \text{м}.$$

Проверим размерность полученной величины:

$$\left[\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l}\right] = \text{Тл} \cdot \text{м}, \ \left[\mu_0 I\right] = \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot \text{А} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}}\frac{\text{А}}{\text{м}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{м}} = \text{Тл} \cdot \text{м}.$$

Ответ: $\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l} = 6{,}28 \cdot 10^{-6}$ Тл·м.

Пример 25. Железный сердечник находится в однородном магнитном поле напряженностью H = 700 А/м. Определить индукцию B магнитного поля в сердечнике и магнитную проницаемость μ железа.

Дано:	
H = 700А/м.	
B – ? μ – ?	

Решение. Для ферромагнетиков магнитная проницаемость μ не является постоянной величиной. Она зависит от величины напряженности магнитного поля H.

Для изотропного и однородного магнетика индукция магнитного поля B связана с его напряженностью формулой: $B = \mu_0 \mu H$, откуда следует

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

Величину индукции магнитного поля B найдем из графика на рисунке 2 (с. 32). Для железа при H = 700 А/м, B = 1,3 Тл.

Подставим в формулу численные значения и произведем расчет:

$$\mu = \frac{1,3}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 700} = 1,5 \cdot 10^3.$$

Проверим единицу измерения полученной величины:

$$[\mu] = \text{Тл}\frac{\text{м}}{\text{Гн}}\frac{\text{м}}{\text{А}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{А}}\frac{\text{А}}{\text{Вб}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{Тл} \cdot \text{м}^2} = 1.$$

Ответ: B = 1,3 Тл; $\mu = 1,5 \cdot 10^3$.

Пример 26. Плоский контур площадью S = 25 см^2 находится в магнитном поле с индукцией B = 0,01 Тл. Определить магнитный поток, пронизывающий контур, если его плоскость составляет угол α = 60° с линиями индукции.

Дано:
S = 25 см^2 = 2,5·10^{-3} м^2,
B = 0,01 Тл,
α = 60°.
Φ – ?

Решение. Магнитный поток через плоский контур площадью S в общем случае равен

$$\Phi_B = \int_S B_n \mathrm{d}S.$$

Для однородного поля

$$\Phi_B = B_n S = BS\cos\varphi,,$$

где φ – угол между вектором индукции магнитного поля и нормалью к поверхности контура.

Согласно условию $\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha$, поэтому $\cos\varphi = \sin\alpha$. Окончательно получим:

$$\Phi_B = BS\sin\alpha.$$

Подставим в формулу численные значения и произведем расчет:

$$\Phi_B = 0,01 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,866 = 2,17 \cdot 10^{-5}\ \text{Вб}.$$

Размерность магнитного потока очевидна.

Ответ: $\Phi_B = 0,22$ мкВб.

Пример 27. Замкнутый тороид с железным сердечником имеет N = 400 витков из тонкой проволоки, намотанных в один слой. Средний диаметр тороида d = 25 см. Определить напряженность и индукцию магнитного поля внутри тороида, магнитную проницаемость μ железа, а также намагниченность J при значениях силы тока в обмотке тороида I = 5.

Д а н о:
d = 25 см = 0,25 м,
N = 400,
I = 5 А.
H – ? B – ?
μ – ? J – ?

Р е ш е н и е. Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру L (закон полного тока для магнитного поля в веществе):

$$\oint_L \vec{H} \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L H_l \mathrm{d}l = \sum_{i=1}^{N} I_i .$$

Выберем в качестве контура L окружность, проходящую по средней линии тороида (с диаметром, равным d).

Применяя этот закон, получим:

$$H\pi d = IN.$$

Здесь учтено, что контур совпадает с силовой линией магнитного поля, величина напряженности во всех точках контура одинакова в силу симметрии, длина контура равна πd, а каждый ток I пересекает поверхность контура N раз в одном и том же направлении.

Найдем отсюда напряженность магнитного поля внутри тороида:

$$H = \frac{IN}{\pi d} .$$

Отсюда после расчета получим значение напряженности H = 2550 А/м.

Далее, используя график на рисунке 2 (с. 32), определим индукции магнитного поля для железа: B = 1,45 Тл.

Для однородного и изотропного магнетика магнитная проницаемость находится по формуле

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} .$$

После расчетов получим: $\mu \approx 450$.

Для расчета значений намагниченности используем ее определяющую формулу, которая в этом случае дает выражение для модуля

$$J = \frac{B}{\mu_0} - H .$$

Результаты расчетов: $J \approx 1{,}1 \cdot 10^6$ А/м.

Из полученных данных видно, что силе тока I пропорциональна только напряженность магнитного поля внутри ферромагнетика, тогда как индукция B, магнитная проницаемость μ и намагниченность J являются нелинейными функциями H, а следовательно, и нелинейными функциями силы тока.

Ответ: $H = 2550$ А/м, $B = 1{,}45$ Тл, $\mu \approx 450$, $J \approx 1{,}1\cdot10^6$ А/м.

Пример 28. Материальная точка массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 0{,}5$ Гц и амплитудой $A = 3$ см. Определить скорость точки и силу, действующую на нее, в момент времени, когда смещение $x = 1{,}5$ см, а также полную энергию колебаний.

Д а н о:
$m = 10$ г $= 1\cdot10^{-2}$ кг,
$\nu = 0{,}5$ Гц,
$A = 3$ см $= 3\cdot10^{-2}$ м,
$x = 1{,}5$ см $= 1{,}5\cdot10^{-2}$ м.

υ, F, W – ?

Р е ш е н и е. Уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

а формулу скорости (точнее, ее проекции) получим, взяв производную по времени от смещения:

$$\upsilon = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = -A\omega\sin(\omega t + \varphi).$$

Чтобы выразить скорость через смещение, надо исключить из предыдущих формул время. Для этого возведем оба уравнения в квадрат, разделим первое на A^2, второе на $A^2\omega^2$ и сложим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{\upsilon^2}{A^2\omega^2} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{\upsilon^2}{4\pi^2\nu^2 A^2} = 1 .$$

Решив последнее уравнение относительно υ, найдем

$$\upsilon = \pm 2\pi\nu\sqrt{A^2 - x^2},$$

где знак плюс соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с положительным направлением оси x (положительная проекция), знак минус – когда направление скорости противоположно.

Выполнив вычисления по этой формуле, получим

$$\upsilon = \pm 2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}5\cdot\sqrt{\left(3\cdot10^{-2}\right)^2 - \left(1{,}5\cdot10^{-2}\right)^2} = \pm 8{,}2\cdot10^{-2} \text{ м/с}.$$

Силу, действующую на точку, найдем по второму закону Ньютона:

$$F = ma,$$

где a – ускорение точки (точнее, его проекция), которое получим, взяв производную по времени от скорости:

$$a = \mathrm{d}\upsilon/\mathrm{d}t = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x.$$

Подставив выражение для ускорения в формулу для силы, получим

$$F = -m\omega^2 x = -4\pi^2\nu^2 mx,$$

где знак минус соответствует противоположному направлению силы и смещения (отрицательная проекция силы).

Подставив в это уравнение значения всех величин, найдем

$$F = -(2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5)^2 \cdot 1{\cdot}10^{-2} \cdot 1{,}5{\cdot}10^{-2} = -1{,}44{\cdot}10^{-3}\ \text{Н}.$$

Полная энергия гармонических колебаний точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени. Проще всего вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В этот момент потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия W гармонических колебаний равна максимальной кинетической энергии $W_{\text{к,max}}$:

$$W = W_{\text{к,max}} = mv^2_{\max}/2.$$

Максимальную скорость $v_{\max}$ определим из формулы для скорости колебаний, положив $\sin(\omega t + \varphi) = -1$: $v_{\max} = \omega A = 2\pi\nu A$. Подставив это выражение в формулу для полной энергии, найдем

$$W = 2\pi^2 m\nu^2 A^2.$$

Подставив значения всех величин в эту формулу и произведя вычисления, получим

$$W = 2 \cdot (3{,}14 \cdot 0{,}5 \cdot 3{\cdot}10^{-2})^2 \cdot 1{\cdot}10^{-2} = 44{,}2{\cdot}10^{-6}\ \text{Дж}.$$

Проверим единицу измерения полученной величины.

Ответ: $v = \pm 8{,}2$ см/с; $F = -1{,}44$ мН; $W = 44{,}2$ мкДж.

Пример 29. Небольшое тело массой $m = 10$ г совершает синусоидальные гармонические колебания с периодом $T = 1$ с и нулевой начальной фазой. Определить амплитуду колебаний, если через $t = 0{,}3$ с после их начала кинетическая энергия тела составляла $W_k = 1{,}2$ мДж.

Д а н о:
$m = 10$ г,
$T = 1$ с,
$\varphi_0 = 0$,
$t = 0{,}3$ с,
$W_k = 1{,}2$ мДж.
A – ?

Р е ш е н и е. В соответствии с условием задачи уравнение происходящих гармонических колебаний имеет вид

$$x = A\sin(\omega t),$$

где x – смещение тела от положения равновесия; $\omega = 2\pi / \mathrm{T}$ – циклическая частота колебаний.

Проекция скорости тела на направление оси, вдоль которой отсчитывается его смещение, определяется с помощью производной по времени:

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \omega A \cos(\omega t).$$

Поэтому кинетическая энергия тела будет задаваться выражением

$$W_\text{k} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}(\omega A)^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t\right).$$

После преобразований получим конечную формулу для амплитуды

$$A = \frac{T}{2\pi\left|\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right|}\sqrt{\frac{2W_\text{k}}{m}}.$$

Здесь использован модуль, вообще говоря, знакопеременной функции, т. к. по определению амплитуда – величина положительная.

Подставив значения всех величин в эту формулу и произведя вычисления, получим

$$A = \frac{1}{2\pi\left|\cos\left(\frac{2\pi}{1}\cdot 0{,}3\right)\right|}\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}2\cdot 10^{-3}}{10^{-2}}} = 0{,}25 \text{ м}.$$

Проверим единицу измерения полученной величины:

$$[A] = \frac{\text{с}}{1}\cdot\sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \text{с}\cdot\sqrt{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{с}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}{\text{кг}\cdot\text{с}^2}} = \text{м}.$$

Ответ: $A = 0{,}25$ м.

Пример 30. Два одинаково направленных гармонических колебания с одинаковыми амплитудами и периодами складываются в одно колебание с амплитудой в два раза меньше. Определить разность фаз складываемых колебаний.

Дано:
$A_1 = A_2$,
$T_1 = T_2$,
$A_1/A = k = 2$.
$\Delta\varphi$ – ?

Решение. При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты (т. к. периоды одинаковы) получается гармоническое колебание той же частоты с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})},$$

где φ_{01} и φ_{02} – начальные фазы складываемых колебаний.

В силу того, что частоты колебаний одинаковы, их фазы с течением времени изменяются одинаково. Разность фаз остается постоянной и поэтому может быть определена в начальный момент времени, т. е. $\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$. Перепишем выражение для амплитуды результирующего колебания с учетом условий задачи

$$\left(\frac{A_1}{k}\right)^2 = 2A^2 + 2A^2\cos(\Delta\varphi),$$

где введено обозначение $A_1 = A_2 = A$.

Из полученного соотношения после сокращений и других несложных преобразований следует окончательная формула для разности фаз

$$\Delta\varphi = \arccos\left(\frac{1-2k^2}{2k^2}\right).$$

Очевидно, что выражение в арккосинусе безразмерное.

Произведем расчет

$$\Delta\varphi = \arccos\left(\frac{1-2\cdot 2^2}{2\cdot 2^2}\right) = 151^\circ.$$

Ответ: $\Delta\varphi = 151°$.

Пример 31. Определить логарифмический декремент затухания колебаний системы, если период ее затухающих колебаний на 1 % больше периода собственных незатухающих колебаний.

Дано:
$\Delta T / T = 10^{-2}$.
θ – ?

Решение. Частота затухающих колебаний системы ω связана с частотой ее собственных незатухающих колебаний ω_0 и коэффициентом затухания β:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Выражая логарифмический декремент затухания θ через период затухающих колебаний T ($\theta = \beta T$), а период – через частоту затухающих колебаний ω ($T = 2\pi/\omega$), найдем соотношение между частотами:

$$\omega = \frac{2\pi\omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \theta^2}}.$$

Произведя в последнем уравнении обратный переход от частот к периодам, получим

$$T = T_0\sqrt{1+\left(\frac{\theta}{2\pi}\right)^2},$$

где T_0 – период собственных незатухающих колебаний системы.

Из последнего соотношения найдем выражение для логарифмического декремента затухания:

$$\theta = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta T}{T_0}\left(2+\frac{\Delta T}{T_0}\right)}\,;$$

подставив в него исходные данные, получим ответ задачи:

$$\theta = 2\cdot 3{,}14\cdot\sqrt{10^{-2}\left(2+10^{-2}\right)} = 0{,}628.$$

Очевидно, что конечная формула дает безразмерную величину.

Ответ: $\theta = 0{,}628$.

Пример 32. Колебательный контур имеет емкость C = 1,1 нФ и индуктивность L = 5 мГн. Логарифмический декремент затухания $\theta = 0{,}005$. За какое время вследствие затухания потеряется 99 % энергии контура?

Дано:
C = 1,1 нФ,
L = 5 мГн,
$\theta = 0{,}005$,
$\frac{\Delta E}{E_0} = k = 0{,}99$.
t – ?

Решение. Так как логарифмический декремент затухания $\theta \ll 1$, то колебания являются слабозатухающими, и их параметры незначительно отличаются от соответствующих параметров незатухающих колебаний. Докажем это. Для этого найдем период затухающих колебаний T. Для экспоненциального затухания

$$\theta = \beta T \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{\theta}{T},$$

где β – коэффициент затухания.

В свою очередь период обратно пропорционален циклической частоте ω:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\left(\frac{\theta}{T}\right)^2}},$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ – циклическая частота незатухающих колебаний, T_0 – соответствующий период.

После несложных преобразований получим

$$T = T_0\sqrt{1+\left(\frac{\theta}{2\pi}\right)^2}\,.$$

Таким образом, для периодов высказанное утверждение доказано.

По условию отношение оставшейся в контуре энергии E к начальной энергии E_0 через время t составит

$$\frac{E}{E_0} = 1 - k .$$

Для колебаний, не слишком сильно отличающихся от гармонических, запасенная в системе энергия пропорциональна квадрату амплитуды. В соответствии с этим

$$\frac{A}{A_0} = \sqrt{1-k} ,$$

где A – амплитуда в момент времени t; A_0 – амплитуда в начальный момент времени.

Для экспоненциального затухания

$$A = A_0 \exp(-\beta t) \quad \Rightarrow \quad A = A_0 \exp\left(-\frac{\theta}{T}t\right) \approx A_0 \exp\left(-\frac{\theta}{T_0}t\right).$$

Отсюда

$$t \approx -\frac{T_0}{\theta}\ln\left(\sqrt{1-k}\right).$$

Для колебательного контура $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

Окончательно получим

$$t \approx -\frac{2\pi\sqrt{LC}}{\theta}\ln\left(\sqrt{1-k}\right).$$

Произведем вычисления:

$$t = -\frac{2\pi\sqrt{5\cdot10^{-3}\cdot1{,}1\cdot10^{-9}}}{5\cdot10^{-3}}\ln\left(\sqrt{1-0{,}99}\right) = 6{,}8\cdot10^{-3}\ \text{с}.$$

В соответствии с формулой Томсона в проверке единиц нет необходимости.

Ответ: t = 6,8 мс.

Пример 33. Установка для получения колец Ньютона освещается светом от ртутной дуги, падающим нормально. Наблюдение производится в проходящем свете. Какое по порядку светлое кольцо, соответствующее линии λ_1 = 579,1 нм, совпадает со следующим светлым кольцом, соответствующим линии λ_2 = 577 нм?

Дано:
$\lambda_1 = 579{,}1$ нм,
$\lambda_2 = 577$ нм,
$k_2 = k_1 + 1$.
k_1 – ?

Решение. Радиус светлого кольца Ньютона, наблюдаемого в проходящем свете, определяется по формуле

$$r = \sqrt{kR\lambda},$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны линзы; λ – длина волны света в промежутке между линзой и плоской стеклянной пластинкой.

В соответствии с условием задачи (кольца совпадают, значит, равны их радиусы)

$$\sqrt{k_1 R\lambda_1} = \sqrt{k_2 R\lambda_2}.$$

Подставим условие для номеров колец:

$$\sqrt{k_1 R\lambda_1} = \sqrt{(k_1 + 1)R\lambda_2}.$$

После преобразований из этого соотношения получим

$$k_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

После подстановки исходных данных найдем

$$k_1 = \frac{577}{579{,}1 - 577} = 275.$$

Размерность конечной величины очевидна.

Ответ: $k_1 = 275$.

Пример 34. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от нее пучок света образует угол $\varphi = 97°$ с падающим пучком. Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

Дано:
$\varphi = 97°$.
n_1 – ?

Решение. Согласно закону Брюстера луч, отраженный от границы раздела двух диэлектриков, полностью (максимально) поляризован, если угол падения удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg}\alpha_{Бр} = n_{21},$$

где $\alpha_{Бр}$ – угол падения (угол Брюстера); $n_{21} = n_2 / n_1$ – относительный показатель преломления второго вещества (стекло) относительно первого (жидкость).

Так как угол падения равен углу отражения (закон отражения), то $\varphi = 2\alpha_{Бр}$. Отсюда получим

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}=\frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad n_1=n_2\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}.$$

Произведем вычисления:

$$n_1=1{,}5\cdot\operatorname{ctg}45^\circ=1{,}33.$$

Очевидно, что конечная формула дает безразмерную величину.

Ответ: n_1 = 1,33.

Пример 35. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, равна λ_m = 0,87 мкм. Определить максимальную спектральную плотность излучательности для этих условий.

Дано:
$\lambda_m = 0{,}87$ мкм $= 8{,}7\cdot10^{-7}$ м
$(r_\lambda)_{\max}$ – ?

Решение. Максимальная спектральная плотность излучательности абсолютно черного тела пропорциональна пятой степени его температуры и выражается формулой (иногда называемой вторым законом Вина)

$$(r_\lambda)_{\max}=CT^5,$$

где $C = 1{,}29\cdot10^{-5}$ Вт/(м^3·К^5) – вторая постоянная Вина.

Температуру T выразим из закона смещения Вина

$$\lambda_m T=b, \quad \text{откуда} \quad T=b/\lambda_m.$$

Подставив полученное выражение температуры в первую формулу, найдем

$$(r_\lambda)_{\max}=C\left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^5.$$

Произведем вычисления:

$$(r_\lambda)_{\max}\approx1{,}29\cdot10^{-5}\left(\frac{2{,}9\cdot10^{-3}}{8{,}7\cdot10^{-7}}\right)^5 \approx 5{,}3\cdot10^{12}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

Проверим единицу измерения полученной величины:

$$\left[(r_\lambda)_{\max}\right]=\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3\cdot\text{К}^5}\left(\frac{\text{м}\cdot\text{К}}{\text{м}}\right)^5=\frac{\text{Вт}\cdot\text{К}^5}{\text{м}^3\cdot\text{К}^5}=\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $(r_\lambda)_{\max} = 5{,}3\cdot10^{12}\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$.

Пример 36. Определить красную границу λ_0 фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны λ = 450 нм максимальная скорость фотоэлектронов равна v_{max} = 0,61 Мм/с.

Дано:
$\lambda = 450$ нм $= 4{,}5 \cdot 10^{-7}$ м,
$v_{max} = 0{,}61$ Мм/с $= 6{,}1 \cdot 10^5$ м/с.
λ_0 – ?

Решение. При облучении светом, длина волны λ_0 которого соответствует красной границе фотоэффекта, кинетическая энергия, а следовательно, и скорость фотоэлектронов равны нулю. Поэтому уравнение Эйнштейна для фотоэффекта в случае красной границы запишется в виде

$$h\nu_0 = A \quad \text{или} \quad hc/\lambda_0 = A.$$

Отсюда $\lambda_0 = hc/A$.

Работу выхода для цезия определим с помощью уравнения Эйнштейна:

$$A = h\nu - \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{mv_{max}^2}{2}.$$

Подставив это соотношение в предыдущее уравнение, окончательно получим

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{1 - \dfrac{m\lambda v_{max}^2}{2hc}}.$$

Произведем вычисления:

$$\lambda_0 = \frac{4{,}5 \cdot 10^{-7}}{1 - \dfrac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-7} \left(6{,}1 \cdot 10^5\right)^2}{2 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}} \approx 7{,}3 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Проверим единицу измерения полученной величины.

Ответ: λ_0 = 730 нм.

Пример 37. Определить разность энергий связи нейтрона и протона в ядре ${}^{11}_{5}\mathrm{B}$.

Решение. Энергию связи нейтрона определим как минимальную работу, которую необходимо совершить для разделения исходного ядра на нейтрон и дочернее ядро. Символическая запись реакции распада будет иметь вид

$$ {}^{11}_{5}\mathrm{B} \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}, $$

где Z и A – соответственно зарядовое и массовое числа дочернего ядра.

Применив закон сохранения числа нуклонов, получим уравнение

$$ 11 - 1 = A, \text{ отсюда } A = 10. $$

Применив закон сохранения электрического заряда (числа протонов), получим уравнение

$$ 5 = 0 + Z, \text{ отсюда } Z = 5. $$

Следовательно, неизвестное ядро является ядром атома изотопа бора ${}^{10}_{5}\mathrm{B}$.

По аналогии с выражением для расчета энергии связи ядра энергию связи одного нейтрона можно рассчитать по формуле

$$ E_n = c^2 \left(m_n + m_я - m \right), $$

где c – скорость света в вакууме; m_n– масса нейтрона; $m_я$– масса дочернего ядра; m – масса исходного ядра.

При практических расчетах массы ядер удобно заменить на массы соответствующих атомов.

Аналогичные рассуждения можно провести и для энергии связи одного протона в ядре. В данном случае дочерним ядром будет ядро изотопа ${}^{10}_{4}\mathrm{Be}$, а энергию связи найдем по такой же формуле. Отсюда для разности энергий связи получим

$$ \Delta E = E_n - E_p = c^2 \left[\left(m_n + m_{\mathrm{B}} \right) - \left(m_p + m_{\mathrm{Be}} \right) \right], $$

где m_{B} – масса атома ${}^{10}_{5}\mathrm{B}$; m_{Be} – масса атома ${}^{10}_{4}\mathrm{Be}$.

При использовании внесистемных единиц (МэВ – для энергии и а. е. м. – для масс) расчетная формула примет вид

$$ \Delta E = 931{,}5 \cdot \left[\left(m_n + m_{\mathrm{B}} \right) - \left(m_p + m_{\mathrm{Be}} \right) \right]. $$

Подставив массы атомов в расчетную формулу, получим

$$ \Delta E = 931{,}5 \cdot \left[\left(1{,}00867 + 10{,}01294 \right) - \left(1{,}00783 + 10{,}01354 \right) \right] = 0{,}22 \text{ МэВ}. $$

Ответ: $\Delta E = 0{,}22$ МэВ.

Пример 38. Определить начальную активность радиоактивного препарата магния ${}^{27}_{12}\mathrm{Mg}$ массой $m = 0{,}2$ мкг, а также его активность через $t = 6$ часов. Период полураспада магния считать известным.

Дано:
$m = 0{,}2$ мкг,
$T = 10$ мин,
$t = 6$ ч.
A_0, A – ?

Решение. Активность радиоактивного изотопа пропорциональна числу ядер N (в данный момент времени):

$$A = \lambda N,$$

где $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$ – постоянная распада.

Число ядер найдем с помощью закона радиоактивного распада:

$$N = N_0 \exp(-\lambda t),$$

где N_0 – начальное число ядер.

Начальная активность таким же образом связана с начальным числом ядер:

$$A_0 = \lambda N_0 .$$

Число ядер, содержащееся в изотопе, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количества вещества ν:

$$N_0 = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A ,$$

где $\mu = 2{,}7 \cdot 10^{-2}$ кг/моль – молярная масса изотопа.

Подстановка вышеприведенных выражений в соотношения для активностей дает

$$A_0 = \frac{\ln 2}{T} \frac{m}{\mu} N_A; \quad A = A_0 \exp\left(-\frac{\ln 2}{T} t\right).$$

Проведем расчеты:

$$A_0 = \frac{0{,}693}{600} \frac{0{,}2 \cdot 10^{-9}}{2{,}7 \cdot 10^{-2}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 5{,}13 \cdot 10^{12} \text{ Бк};$$

$$A = 5{,}13 \cdot 10^{12} \cdot \exp\left(-\frac{0{,}693}{600} \cdot 2{,}16 \cdot 10^4\right) = 81{,}3 \text{ Бк}.$$

Ответ: $A_0 = 5{,}13 \cdot 10^{12}$ Бк; $A = 81{,}3$ Бк.

ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1
Физические основы механики.
Молекулярная физика и термодинамика

1.1 Уравнение движения материальной точки вдоль оси x имеет вид $x(t) = A + Bt + Ct^2$, где A = 4 м, B = 2 м/с, C = 0,5 м/с^2. Найти значение координаты x, скорости v и ускорения a точки в момент времени t = 4 с.

1.2 Определить начальную скорость, которую необходимо сообщить брошенному вертикально вверх телу, чтобы оно вернулось обратно через 5 с. Чему равна максимальная высота подъема тела?

1.3 С балкона бросили мяч вертикально вверх с начальной скоростью v_0 = 5 м/с. Через t = 3 с мяч упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мяча в момент падения.

1.4 Колесо, спустя t = 1 мин после начала вращения, приобретает скорость, соответствующую частоте вращения n = 660 об/мин. Найти угловую скорость колеса и число оборотов колеса за это время. Движение считать равноускоренным.

1.5 Диск радиусом R = 15 см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где A = 3 рад; B = 2 рад/с; C = 1 рад/с^2. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска в момент времени t = 10 с.

1.6 Материальная точка движется по окружности радиусом R = 2 м. Уравнение движения точки $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A = 1 рад, B = 1 рад/с; C = 0,5 рад/с^3. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени t = 2 с.

1.7 Велосипедное колесо вращается с частотой n = 3 с$^{-1}$. Под действием сил трения оно остановилось через интервал времени Δt = 1 мин. Определить угловое ускорение ε и число оборотов N, которое сделает колесо за это время.

1.8 Колесо радиусом R = 20 см вращается с постоянным угловым ускорением ε = 3 рад/с^2. Найти для точек на ободе колеса к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую и линейную скорости; 2) тангенциальное, нормальное и полное ускорения.

1.9 На цилиндр, который может вращаться около горизонтальной оси, намотана нить. К концу нити привязан грузик, которому предоставлена возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за t = 5 с опустился на h = 2 м. Определить угловое ускорение ε цилиндра, если его радиус R = 5 см.

1.10 Колесо радиусом R = 0,4 м вращается так, что зависимость угла поворота колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где B = 2 рад/с; C = 1 рад/с^3. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через Δt = 3 с с начала движения: 1) угловую ω и линейную v скорости; 2) угловое ε, тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения.

1.11 Колесо вращается так, что зависимость угла поворота от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где B = 1 рад/с; C = 1 рад/с^2; D =1 рад/с^3. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно $a_n = 3{,}46 \cdot 10^2$ м/с^2.

1.12 Винт турбореактивного самолета вращается относительно оси, направленной вдоль вала двигателя, с частотой n = 30 с$^{-1}$, причем посадочная скорость самолета относительно Земли равна v_0 = 45 м/с. Определить число оборотов N винта самолета за время пробега самолета, если длина посадочной дистанции составляет L = 600 м. Движение самолета считать равнопеременным.

1.13 Точка движется по окружности радиусом R = 4 м. Закон ее движения выражается уравнением $\xi = 8 + 2t^2$, где ξ – криволинейная координата. Найти момент времени t, когда нормальное ускорение точки a_n = 9 м/с^2; скорость v, тангенциальное a_τ и полное a ускорения точки в этот момент времени.

1.14 На столе стоит тележка массой m_1 = 2 кг. К тележке привязан один конец шнура, перекинутого через блок. С каким ускорением a будет двигаться тележка, если к другому концу шнура привязана гиря массой m_2 = 1 кг?

1.15 К нити подвешен груз массой m = 1 кг. Найти натяжение нити, если нить с грузом: 1) поднимается с ускорением a = 2 м/с^2; 2) опускается с тем же ускорением a = 2 м/с^2.

1.16 Какую силу надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время t = 1 мин прошел путь S = 40 м? Масса вагона m = 14 т. Во время движения на вагон действует сила трения, равная 0,05 силы тяжести вагона.

1.17 Масса лифта с пассажирами равна m = 600 кг. Найти, с каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если известно, что натяжение троса, поддерживающего лифт: 1) $T_1 = 100$ Н; 2) $T_2 = 7$ кН.

1.18 К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязаны грузы массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 4$ кг. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

1.19 Вагонетка массой $m = 2 \cdot 10^3$ кг равномерно поднимается по эстакаде, угол наклона которой $\varphi = 30°$. Определить силу натяжения троса, с помощью которого поднимают вагонетку, если коэффициент трения $\mu = 0{,}1$.

1.20 Две пружины жесткостью $k_1 = 0{,}3$ кН/м и $k_2 = 0{,}7$ кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации $\Delta l = 5$ см.

1.21 Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь $l = 6$ м и приобрела скорость $v = 3$ м/с. Определить работу силы, если масса вагонетки $m = 300$ кг и коэффициент трения $\mu = 0{,}01$.

1.22 Вычислить работу, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой $m = 50$ кг на высоту $h = 5$ м за время $t = 3$ с.

1.23 Для определения мощности мотора на его шкив диаметром $D = 10$ см накинули ленту. К одному концу ленты прикреплен динамометр, к другому подвешен груз P. Найти мощность N мотора, если мотор вращается с частотой $n = 20$ с$^{-1}$, масса груза $m = 1$ кг и показания динамометра $F = 20$ Н.

1.24 Автомобиль двигается со скоростью $v = 60$ км/ч. Коэффициент трения между шинами и дорогой $\mu = 0{,}6$. Определить минимальное расстояние, на котором машина может быть остановлена.

1.25 Груз массой $m = 80$ кг равноускоренно поднимают на высоту $h = 10$ м за время $t = 6$ с. Вычислить работу, совершаемую при подъеме груза.

1.26 Автомобиль движется по мосту, имеющему форму дуги окружности радиуса $R = 50$ м, обращенной своей выпуклостью вверх. Какое максимальное горизонтальное ускорение может развить автомобиль в высшей точке моста, если скорость его в этой точке $v = 60$ км/ч, а коэффициент трения автомобиля о мост $\mu = 0{,}7$?

1.27 Стальной и медный стержни, длины которых равны соответственно $l_1 = 0{,}8$ м и $l_2 = 0{,}5$ м, а сечения $S_1 = S_2 = 1{,}2$ см^2, скреплены концами. Вычислить удлинение стержней, если растягивающая их сила $F = 300$ Н.

1.28 Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь $l = 3$ м и приобрела скорость $v = 1$ м/с. Определить работу силы, если масса вагонетки $m = 500$ кг и коэффициент трения $\mu = 0{,}05$.

1.29 К ободу однородного диска радиусом $R = 0{,}1$ м приложена постоянная касательная сила $F = 99$ Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{тр} = 5{,}9$ Н·м. Найти массу m диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 100$ рад/с^2.

1.30 Однородный диск радиусом $R = 0{,}1$ м и массой $m = 4$ кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени дается уравнением $\omega = A + Bt$, где $B = 10$ рад/с^2. Найти величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.

1.31 На барабан радиусом $R = 0{,}6$ м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 10$ кг. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2{,}8$ м/с^2.

1.32 Шар массой $m = 5$ кг и радиусом $R = 10$ см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение движения шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где $B = 4$ рад/с^2, $C = 1$ рад/с^3. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент силы M в момент времени $t = 5$ с.

1.33 Тело массой $m_1 = 4$ кг движется навстречу второму телу массой $m_2 = 3$ кг и неупруго сталкивается с ним. Скорость тел непосредственно перед столкновением была равна соответственно $v_1 = 1$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Сколько времени будут двигаться эти тела после столкновения, если коэффициент трения $\mu = 0{,}1$.

1.34 Конькобежец массой $M = 60$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 2$ кг со скоростью $v = 10$ м/с. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если известно, что коэффициент трения коньков о лед равен $\mu = 0{,}01$.

1.35 На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека $M = 75$ кг, масса доски $m = 25$ кг. С какой скоростью u (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски) $v = 1$ м/с? Массой колес пренебречь. Трение не учитывать.

1.36 Два конькобежца массами $m_1 = 80$ кг и $m_2 = 60$ кг держались за концы длинного натянутого шнура, неподвижно стоя на льду один против другого. Один из них начинает укорачивать шнур, выбирая его со скоростью $v = 1$ м/с. С какими скоростями u_1 и u_2 будут двигаться по льду конькобежцы? Трением пренебречь.

1.37 Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление $p_1 = 100$ кПа и температура $T_1 = 600$ К, в другом – $p_2 = 150$ кПа, а $T_2 = 200$ К. Сосуды соединили и охладили находящийся в них кислород до $T = 200$ К. Определить установившееся в сосудах давление p.

1.38 Под давлением $p_1 = 200$ кПа находятся 20 г кислорода при температуре $t_1 = 20$ °С. Вследствие нагревания при постоянном давлении кислород расширился и занял объем $V_2 = 10$ л. Найти: объем газа V_1 до расширения; температуру T_2 газа после расширения; плотность ρ_1 газа до расширения; плотность ρ_2 газа после расширения.

1.39 В баллоне вместимостью $V = 15$ л находится аргон под давлением $p_1 = 500$ кПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 250$ кПа, а температура установилась $T_2 = 240$ К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

1.40 Углекислый газ массой 10 г при температуре $t_1 = 20$ °С находится под давлением $p_1 = 400$ кПа. Вследствие нагревания при постоянном давлении углекислый газ расширился и занял объем $V_2 = 6$ л. Найти: объем газа V_1 до расширения; температуру T_2 газа после расширения; плотность ρ_1 газа до расширения; плотность ρ_2 газа после расширения.

1.41 Углекислый газ (CO_2) массой $m_1 = 5$ г и закись азота (N_2O) массой $m_2 = 4$ г заполняют сосуд объемом $V = 2$ дм^3. Каково общее давление в сосуде при температуре $t = 127$ °С?

1.42 Баллон вместимостью $V = 5$ л содержит смесь гелия и водорода при давлении $p = 500$ кПа. Масса m смеси равна 5 г, массовая доля гелия ω_1 равна 0,4. Определить температуру T смеси.

1.43 В закрытом сосуде вместимостью $V = 2$ м^3 находятся вода массой $m_1 = 1{,}8$ кг и кислород массой $m_2 = 1{,}6$ кг. Найти давление p в сосуде при температуре t = 400 °С, зная, что при этой температуре вся вода превращается в пар.

1.44 В сосуде вместимостью V = 30 л находится кислород при температуре T = 300 К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на 100 кПа. Определить массу m израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

1.45 В сосуде находится смесь из m_1 = 20 г углекислого газа и m_2 = 30 г азота. Найти плотность этой смеси при температуре t = 27 °С и давлении $p = 2\ 10^5$ Н/м^2.

1.46 В 1 кг сухого воздуха содержится m_1 = 232 г кислорода и m_2 = 768 г азота (массами других газов пренебрегаем). Определить молярную массу воздуха.

1.47 Определить среднее значение $\langle\varepsilon\rangle$ полной кинетической энергии одной молекулы гелия, кислорода и водяного пара при температуре T = 300 К.

1.48 Определить кинетическую энергию $\langle\varepsilon_i\rangle$, приходящуюся в среднем на одну степень свободы i молекулы азота при температуре T = 2 К , а также среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_п\rangle$ поступательного движения, среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_в\rangle$ вращательного движения и среднее значение полной кинетической энергии $\langle\varepsilon\rangle$ одной молекулы.

1.49 При какой температуре T молекулы кислорода имеют такую же среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв}\rangle$, как молекулы водорода при температуре T_1 = 100 К?

1.50 В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки $m = 2\cdot10^{-10}$ г. Газ находится при температуре T = 300 К. Определить средние квадратичные скорости $\langle v_{кв}\rangle$ и средние кинетические энергии $\langle\varepsilon\rangle$ поступательного движения молекулы азота и пылинки.

1.51 Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв}\rangle$ молекулы газа, заключенного в сосуд вместимостью V = 5 л под давлением p = 150 кПа. Масса газа m = 0,5 г.

1.52 Баллон вместимостью V = 6 л содержит водород массой m = 1 г. Определить среднюю длину $\langle l\rangle$ свободного пробега.

1.53 Найти среднюю длину $\langle l\rangle$ свободного пробега молекул водорода при давлении p = 0,5 Па и температуре T =100 К.

1.54 Найти коэффициент теплопроводности λ воздуха при температуре t = 27 °С и давлении $p = 10^5$ Н/см^2. Диаметр d молекулы воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ см.

1.55 Найти коэффициент внутреннего трения η азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии D для него при этих условиях равен 0,142 см^2/с.

1.56 Коэффициент диффузии углекислого газа при нормальных условиях D = 10 мм^2/с. Определить коэффициент внутреннего трения η углекислого газа при этих условиях.

1.57 Для некоторого двухатомного газа удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_p = 1{,}4 \cdot 10^3$Дж/(кг·К). Чему равна масса одного киломоля этого газа?

1.58 Коэффициент диффузии D кислорода при температуре t =0 °С равен 0,15 см^2/с. Определить среднюю длину $\langle l \rangle$ свободного пробега молекул кислорода.

1.59 В сферической колбе вместимостью V = 3 л, содержащей азот, создан вакуум с давлением p = 90 мкПа. Температура азота T = 240 К. Можно ли считать вакуум в колбе высоким, если таким считается вакуум, в котором длина $\langle l \rangle$ свободного пробега молекул много больше линейных размеров сосуда.

1.60 Азот нагревался при постоянном давлении, причем ему было сообщено количество теплоты Q = 18 кДж. Определить работу A, которую совершил при этом газ, и изменение ΔU его внутренней энергии.

1.61 Объем V водорода при изотермическом расширении при температуре T = 300 К увеличился в 3 раза. Определить работу A, совершенную газом, и теплоту Q, полученную газом при этом процессе. Масса m водорода равна 200 г.

1.62 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает за каждый цикл от нагревателя теплоту Q_1 = 500 кДж. Температура нагревателя T_1 = 400 К, температура холодильника T_2 = 280 К. Найти работу A, совершаемую машиной за один цикл, и количество тепла Q_2, отдаваемого холодильнику.

1.63 Водород занимает объем V_1 = 20 м^3 при давлении p_1 = 0,1 МПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления p_2 = 0,2 МПа. Определить изменение внутренней энергии ΔU газа, работу A, совершенную газом, и количество теплоты Q, сообщенное газу.

1.64 Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя T_1 = 500 К, температура охладителя T_2 = 270 К. При изотермическом расширении газ совершает работу A = 110 Дж. Определить термический КПД цикла и количество теплоты Q_2, которую газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

1.65 Азот массой m = 10,5 г изотермически расширяется от объема V_1 = 2 л до объема V_2 = 5 л. Найти прирост энтропии ΔS при этом процессе.

1.66 Водород массой m = 6,6 г расширяют изобарически до удвоения объема. Найти изменение энтропии ΔS при этом расширении.

1.67 Найти изменение ΔS энтропии при изобарическом расширении азота массой m = 4 г от объема V_1 = 5 л до V_2 = 9 л.

1.68 Кислород массой m = 2 кг увеличил свой объем в 5 раз, один раз изотермически, другой – адиабатически. Найти изменение энтропии ΔS в каждом из указанных случаев.

1.69 При нагревании ν = 1 кмоля двухатомного газа его абсолютная температура T_1 увеличилась в 1,5 раза. Найти изменение энтропии ΔS, если нагревание происходит: 1) изохорически, 2) изобарически.

1.70 Кислород массой m = 10 г нагревается от температуры t_1 = 50 °С до температуры t_2 = 150 °С. Найти изменение энтропии ΔS, если нагревание происходит: 1) изохорически, 2) изобарически.

ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 2
Электричество и магнетизм. Колебания и волны. Оптика. Физика атома и ядра

2.1 Два одинаковых металлических шарика имеют заряды q_1 = 4,5 нКл и q_2 = 7,5 нКл. Найти силу их взаимодействия после соприкосновения и удаления друг от друга на расстояние 10 см.

2.2 Тонкий стержень длиной 20 см равномерно заряжен. Линейная плотность заряда 21 мкКл/м. На продолжении стержня на расстоянии 20 см от ближайшего конца расположен точечный заряд 50 нКл. Найти силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

2.3 В сосуд с трансформаторным маслом погружен алюминиевый шарик радиусом 0,01 м и зарядом 10 мКл. Определить, при какой напряженности вертикального электростатического поля шарик будет находиться во взвешенном состоянии.

2.4 Точечные заряды q_1 = 10 нКл и q_2 = –20 нКл находятся на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на расстояние r_1 = 8 см от первого и r_2 = 7 см от второго зарядов.

2.5 Бесконечная плоскость несет заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью σ = 40 нКл/м^2. Параллельно ей расположена прямая тонкая нить, заряженная равномерно с линейной плотностью заряда τ = 0,4 нКл/м. Определить силу, действующую на отрезок нити длиной 1 м.

2.6 Две бесконечные параллельные плоскости несут равномерно распределенные по поверхностям заряды с плотностями σ_1 = 20 мкКл/м^2 и σ_2 = 10 мкКл/м^2. Определить силу взаимодействия между пластинами, приходящуюся на площадь S = 1 м^2.

2.7 Вблизи бесконечной заряженной плоскости находится точечный заряд 10^{-8} Кл. Под действием поля заряд перемещается вдоль силовой линии на расстояние 20 см. При этом совершается работа 1 мДж. Определить поверхностную плотность заряда.

2.8 Сфера радиусом 5 см равномерно заряжена с поверхностной плотностью 1 нКл/м^2. Определить разность потенциалов электростатического поля между точками этого поля, лежащими на расстояниях 10 см и 15 см от центра сферы.

2.9 Металлический шарик диаметром d = 3 см заряжен отрицательно до потенциала φ = 120 В. Сколько избыточных электронов N находится на поверхности шарика?

2.10 Бесконечная плоскость несет заряд, равномерно распределенный с поверхностной плотностью σ = 3 мкКл/м^2. На некотором расстоянии от плоскости параллельно ей расположен круг радиусом r = 20 см. Вычислить поток вектора напряженности Φ_E через этот круг.

2.11 В однородное электростатическое поле напряженностью E_0 = 700 В/м перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластинка. Определить: 1) напряженность поля внутри пластины; 2) электрическое смещение внутри пластины; 3) поляризованность стекла; 4) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле.

2.12 Определить расстояние между пластинами плоского конденсатора, если напряжение между ними U = 200 В. Площадь каждой пластины S = 50 см^2, ее заряд q = 5 нКл. Диэлектриком служит слюда.

2.13 Конденсатор емкостью C_1 = 10 мкФ заряжен до напряжения U_1 = 300 В. К нему параллельно присоединяют незаряженный конденсатор емкостью C_2 = 300 мкФ. Какое напряжение установится после их соединения?

2.14 Какое количество Q теплоты выделится при разряде плоского конденсатора, если напряжение между пластинами равно U = 15 кВ, расстояние d = 1 мм, диэлектрик – слюда? Площадь каждой пластины S = 300 см^2.

2.15 Найти энергию W уединенной сферы радиусом R = 5 см, заряженной до потенциала φ = 400 В.

2.16 К железному проводу длиной l_1 = 1,6 м и поперечным сечением S_1 = 1 мм^2 параллельно присоединен никелиновый провод длиной l_2 = 1,2 м и поперечным сечением S_2 = 2 мм^2. Определить силу тока в железном проводе, если в никелиновом сила тока I_2 = 0,5 А.

2.17 По медному проводнику сечением l мм^2 течет ток 100 мА. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон.

2.18 По медному проводу сечением 0,2 мм^2 проходит ток силой 0,2 А. Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля.

2.19 Определить удельное сопротивление ρ проводника длиной l = 2 м, если при плотности тока j = 106 А/м^2 на его концах поддерживается разность потенциалов U = 2 В.

2.20 Найти сопротивление R трубки длиной l = 80 см и площадью поперечного сечения S = 5 мм^2, если она наполнена водородом, ионизированным так, что в l см^3 его находятся при равновесии $n = 10^7$ пар одновалентных ионов.

2.21 Чему равна механическая мощность, развиваемая при перемещении прямолинейного проводника длиной 10 см со скоростью 6 м/с перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией 0,1 Тл? Величина тока в проводнике 60 А.

2.22 По двум параллельным проводам длиной l = 1 м каждый текут одинаковые токи. Расстояние между проводами d = 1 см. Токи взаимодействуют с силой F = 1 мН. Найти силу тока I в проводах.

2.23 Какой вращающий момент испытывает рамка с током 20 А при помещении ее в однородное магнитное поле с индукцией 0,3 Тл, если рамка содержит 50 витков площадью 10 см^2, а ее нормаль образует угол 30° с направлением поля?

2.24 По круговому контуру радиусом R = 2 см течет ток. Контур помещен в магнитное поле индукцией B = 1,1 Тл, при этом нормаль к нему образует с направлением поля угол α = 45°, а на контур действует момент сил $M = 7\cdot10^{-3}$ Н·м. Найти силу тока в контуре.

2.25 Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле, индукция которого равна B = 0,03 Тл. По прямому проводу, расположенному в поле под углом α = 30° к силовым линиям, за время t проходит заряд, величина которого определяется законом $q(t) = (0{,}5t + 2)$, Кл. Какова длина проводника, если на него действует сила F = 0,15 мН?

2.26 Чтобы раздвинуть два прямолинейных длинных проводника от расстояния r_1 до расстояния $r_2 = 3r_1$, на единицу длины проводника была совершена работа $A = 8{,}8\cdot10^{-8}$ Дж. При этом по проводникам в одном направлении текут токи. Сила тока в первом проводнике I_1 = 0,2 А. Какова сила тока I_2 во втором проводнике?

2.27 В однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл находится прямоугольная рамка длиной 8 см и шириной 5 см, содержащая 100 витков проволоки. Ток в рамке 1 А, а плоскость рамки параллельна линиям магнитной индукции. Определить: 1) магнитный момент рамки; 2) вращающий момент, действующий на рамку.

2.28 Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии R друг от друга. По проводникам текут в одном направлении токи одинаковой силы. Чтобы раздвинуть проводники до расстояния $2R$, на каждый сантиметр длины проводника была совершена работа A = 138 нДж. Определить силу тока в проводниках.

2.29 Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Определить угловую скорость вращения электрона.

2.30 Электрон, обладая скоростью 10 Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля равна 0,1 мТл. Определить нормальное и тангенциальное ускорения электрона.

2.31 В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции движется прямой проводник длиной 30 см. При этом разность потенциалов, возникающая на его концах, составляет $1 \cdot 10^{5}$ В. Определить силу Лоренца, действующую на свободный электрон проводника.

2.32 Электрон, ускоренный разностью потенциалов U = 600 В, движется параллельно прямолинейному длинному проводнику на расстоянии r = 1 см от него. Определить силу, действующую на электрон, если через проводник пропустить ток I = 10 А.

2.33 Протон, ускоренный разностью потенциалов U = 500 В, влетел в однородное магнитное поле с магнитной индукцией B = 2 мТл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Найти радиус окружности, по которой будет двигаться протон.

2.34 Электрон влетел в однородное магнитное поле с магнитной индукцией B = 1 мТл перпендикулярно линиям магнитной индукции и движется по окружности радиусом R = 10 см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

2.35 Найти скорость α-частицы, которая при движении в пространстве, где имеются взаимно перпендикулярные электрические и магнитные поля, не испытывает никакого отклонения. Напряженность магнитного поля 2 кА/м, напряженность электрического поля 6,28 кВ/м. Скорость α-частицы перпендикулярна к линиям напряженности того и другого полей.

2.36 Ион, несущий один элементарный заряд, движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,02 Тл по окружности радиусом R = 10 см. Определить импульс p иона.

2.37 Стальной брусок внесли в магнитное поле напряженностью H = 1600 А/м. Определить намагниченность J стали, если магнитная индукция B = 1,25 Тл.

2.38 Соленоид длиной 0,5 м содержит 1000 витков, намотанных на картонный каркас. Определить индукцию магнитного поля внутри соленоида, если сопротивление его обмотки 120 Ом, а напряжение на его концах 60 В.

2.39 Соленоид сечением S = 16 см^2 и длиной l = 1 м содержит N = 2000 витков, намотанных на картонный каркас. Вычислить потокосцепление Ψ при силе тока в обмотке I = 5 А.

2.40 Определить магнитный поток через площадь поперечного сечения катушки без сердечника, имеющей на каждом сантиметре длины 10 витков. Радиус катушки равен 2 см, сила тока в ней – 2 А.

2.41 Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой 25 см. Определить ее максимальное ускорение при условии, что максимальная скорость равна 50 см/с. Написать уравнение колебаний для нулевой начальной фазы.

2.42 Уравнение колебаний материальной точки массой $m = 2$ г имеет вид: $x = A\cos\omega t$, где $A = 10$ см, $\omega = 10$ рад/с. Определить максимальные значения ее потенциальной энергии и возвращающей силы.

2.43 Материальная точка совершает гармонические колебания с периодом $T = 4$ с, начальным смещением $x_0 = 5$ см и максимальным значением ускорения $a_m = 20$ см/с^2. Написать уравнение колебаний.

2.44 Максимальное ускорение точки, совершающей гармонические колебания, равно $a_m = 31{,}4$ м/с^2, а максимальная скорость – $v_m = 5$ м/с. Определить период и амплитуду колебаний.

2.45 Определить период колебаний стержня длиной $L = 1$ м около горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через один из его концов.

2.46 Определить частоту колебаний диска радиусом $R = 50$ см относительно горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

2.47 Определить период колебаний диска радиусом $R = 25$ см относительно горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

2.48 Определить частоту малых колебаний однородного шара радиусом $R = 50$ см около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии $l = 25$ см выше его центра.

2.49 Определить жесткость пружины и амплитуду колебаний подвешенного на ней груза, если максимальные значения его потенциальной энергии и возвращающей силы соответственно равны $W_p^{max} = 30$ мДж и $F^{max} = 10$ мН.

2.50 Складываются два гармонических колебания одного направления с частотами $\nu_1 = 500$ Гц и $\nu_2 = 510$ Гц; амплитудами $A_1 = 30$ см и $A_2 = 40$ см. Определить максимальное и минимальное значения амплитуды результирующего колебания, а также частоту биений.

2.51 Складываются два гармонических колебания одного направления с частотами $\nu_1 = 800$ Гц и $\nu_2 = 790$ Гц. Определить частоту биений, а также амплитуду второго колебания, если амплитуда первого – $A_1 = 40$ см и максимальное значение амплитуды биений – $A_{max} = 100$ см.

2.52 Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга d = 0,6 мм при длине волны λ = 650 нм. Определить расстояние от щелей до экрана, если на его ширине L = 1 см укладывается N = 10 светлых полос.

2.53 В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света равно d = 0,6 мм, расстояние от них до экрана равно l = 5 м. В желтом свете ширина темных полос равна Δx_1 = 5 мм. Определить длину волны желтого света, а также ширину светлых полос, если использовать источник красного света с длиной волны λ_2 = 680 нм.

2.54 Во сколько раз в опыте Юнга нужно изменить расстояние до экрана, чтобы 5-я светлая полоса новой интерференционной картины оказалась на том же место, что и 3-я в прежней картине?

2.55 Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны λ_0 = 0,7 мкм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью, и наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус линзы R = 3 м. Определить показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца r = 1,7 мм.

2.56 Степень черноты вольфрамовой спирали равна a = 0,3, а температура t = 2200 °С. Определить ее площадь, если мощность излучения составляет P = 25 Вт.

2.57 Шар радиусом R = 10 см за время t = 5 с излучает энергию W = 5 кДж. Найти температуру шара, считая его серым телом со степенью черноты a = 0,25.

2.58 Во сколько раз изменится излучательность абсолютно черного тела при уменьшении длины волны, соответствующей максимуму спектральной плотности излучательности, в 3 раза?

2.59 На какую длину волны приходится максимум испускательной способности абсолютно черного тела, если его излучательность составляет R_e^* = 300 кВт/м^2?

2.60 Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, движущегося со скоростью v = 10 Мм/с.

2.61 На цинковую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны λ = 220 нм и эффективной работой выхода электрона A = 3,74 эВ. Определить максимальную скорость фотоэлектронов.

2.62 Фотон с энергией ε = 10 эВ падает на серебряную пластинку с эффективной работой выхода электрона A = 4,28 эВ и вызывает фотоэффект. Определить максимальный импульс, который может получить пластинка.

2.63 При облучении металлического катода ультрафиолетовым светом с длиной волны λ = 250 нм фототок начинает наблюдаться при задерживающем напряжении U = 0,96 В. Определить длину волны, соответствующую красной границе для этого металла.

2.64 Рассчитать концентрацию нуклонов в ядре, полагая, что коэффициент пропорциональности $r_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-15}$ м.

2.65 Определить, какое из ядер, ${}^{31}_{14}\mathrm{Si}$ или ${}^{31}_{15}\mathrm{P}$, наиболее устойчиво? Для ответа определите их энергии связи.

2.66 Вычислить дефект массы и энергию связи ядра свинца ${}^{206}_{82}\mathrm{Pb}$.

2.67 Какая часть начального количества атомов распадется за один год в радиоактивном изотопе тория ${}^{228}_{90}\mathrm{Th}$?

2.68 За какое время распадается 2/5 начального количества атомов радиоактивного изотопа, если период его полураспада T = 24 ч?

2.69 За время t = 9 суток распалось 7/8 начального количества атомов радиоактивного изотопа. Определить период его полураспада.

2.70 Вычислить удельную активность кобальта ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Трофимова, Т. И.** Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 14-е изд., стер. – М. : Академия, 2007. – 560 с.

2 **Детлаф, А. А.** Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1989. – 608 с.

3 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учеб. В 3 т. / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1977–1988. – Т. 1–3.

4 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – 11-е изд., перераб. – М. : Наука, 1985. – 381 с.

5 **Чертов, А. Г.** Физические величины: (Терминология, определения, обозначения, размерности, единицы) / А. Г. Чертов. – М. : Высш. шк., 1990. – 334 с.

6 **Трофимова, Т. И.** Курс физики. Задачи и решения : учеб. пособие для учрежд. высш. проф. образования / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. – 4-е изд., испр. – М. : Академия, 2011. – 592 с.

7 **Сивухин, Д. В.** Общий курс физики / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1977–1990. Т. 1–5.

8 **Яворский, Б. М.** Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – 3-е изд., испр. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 624 с.

9 **Савельев, И. В.** Сборник задач и вопросов по общей физике / И. В. Савельев. – 2-е. изд., перераб. – М. : Наука, 1988. – 288 с.

10 **Иродов, И. Е.** Задачи по общей физике : учеб. пособие / И. Е. Иродов. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 416 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(обязательное)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Решая задачи, необходимо выполнить следующее:

1 Выбрать основные законы и формулы, которые используются при решении задачи, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул.

Если для решения задачи нужна формула, которая является частным случаем, не выражает физический закон или не является определением какой-нибудь физической величины, ее следует вывести.

2 При необходимости сделать чертеж или рисунок, поясняющий содержание задачи. Выполнить его нужно аккуратно при помощи чертежных принадлежностей.

3 Решение задачи должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями.

4 Все величины, входящие в условие задачи, необходимо выразить в единицах СИ.

5 Решить задачу в общем (буквенном) виде – получить конечную расчетную формулу. Проверить правильность полученной формулы. Для этого подставить в правую часть формулы вместо обозначений величин наименования их единиц и проверить, получается ли в результате единица искомой величины. Верно полученная рабочая формула должна давать правильную размерность искомой величины.

6 В окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, подставить числовые значения, выраженные в единицах одной системы (СИ). Значения постоянных величин, которыми необходимо воспользоваться при решении задачи, смотреть в приложении В.

7 Произвести вычисления величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений. Точность результатов не должна превышать точности исходных данных, в том числе и табличных. При необходимости представлять результат в виде степенной функции.

8 Оценить правдоподобность полученного результата.

9 Записать в ответе числовое значение и размерность единицы измерения искомой величины в системе СИ.

В отдельных случаях при решении громоздких задач целесообразно производить вычисления промежуточных величин.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
(обязательное)

ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Механика

Пространственно-временные представления. Система отсчета. Основные физические модели: материальная точка, система материальных точек, абсолютно твердое тело, сплошная среда. Скалярные и векторные физические величины. Основные кинематические характеристики движения частиц и тел. Скорость и ускорение. Кинематика вращательного движения твердого тела. Угловая скорость и угловое ускорение. Уравнение движения. Масса и импульс. Законы Ньютона. Сила трения. Упругие силы. Сила тяжести и вес. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

Законы сохранения импульса как фундаментальный закон природы. Реактивное движение. Центр масс (центр инерции) механической системы и закон его движения. Система центра масс. Работа. Кинетическая энергия. Мощность. Потенциальная энергия. Консервативные и неконсервативные силы. Закон сохранения энергии в механике и его связь с однородностью пространства. Общефизический закон сохранения энергии. Удар абсолютно упругих и неупругих тел.

Главные оси и главные моменты инерции твердого тела. Моменты инерции некоторых тел правильной формы. Теорема Штейнера. Вращательный момент (момент силы). Момент импульса твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Уравнение движения твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Закон сохранения момента импульса твердого тела. Кинетическая энергия вращения твердого тела. Работа и мощность при вращении твердого тела.

Молекулярная физика и термодинамика

Статистический и термодинамический методы. Тепловое движение частиц. Макроскопические параметры. Уравнение состояния идеального газа. Статистические распределения. Средняя кинетическая энергия частицы. Скорости теплового движения частиц. Распределение Больцмана. Барометрическая формула.

Первое начало термодинамики. Степени свободы молекул. Внутренняя энергия. Теплоемкость многоатомных газов. Теплоемкость твердых тел. Второе начало термодинамики. Обратимые и необратимые тепловые процессы. Круговые процессы. Тепловые машины и холодильники. Цикл Карно. Максимальный КПД тепловой машины. Энтропия, ее связь с термодинамической вероятностью. Статистический смысл второго начала термодинамики.

Явления переноса. Диффузия, внутреннее трение, теплопроводность. Свойства разреженных газов. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Теоретические и опытные изотермы реального газа. Критические состояния. Фазовые превращения. Фазовые диаграммы. Поверхностное натяжение. Капиллярные явления. Кристаллические и аморфные тела. Тепловое расширение твердых тел. Теплоемкость твердых тел.

Электричество и магнетизм

Дискретность заряда и закон его сохранения. Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Электрический диполь. Электрическая теорема Гаусса и ее применение к расчету полей. Потенциал электрического поля. Работа электростатического поля. Потенциал поля и его связь с напряженностью. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.

Диэлектрики и проводники в электростатическом поле. Поляризованность. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для электрического поля в веществе. Электроемкость. Конденсаторы. Энергия электрического поля и ее объемная плотность.

Законы Ома и Джоуля – Ленца. Правила Кирхгофа. Работа и мощность тока. Электропроводность металлов. Носители тока в металлах. Вывод законов электрического тока. Электрический ток в вакууме и газах. Термоэлектронная эмиссия. Ионизация газов. Несамостоятельный и самостоятельный газовые разряды. Плазма и ее свойства.

Магнитная индукция Закон Ампера. Сила Лоренца. Закон Био – Савара – Лапласа. Магнитные поля простейших систем. Магнитное поле движущегося заряда. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Эффект Холла и его применение. Ускоритель заряженных частиц. Магнитные моменты атомов и молекул. Типы магнетиков. Намагниченность. Напряженность магнитного поля. Магнитная проницаемость среды. Ферромагнетики, их свойства и применение. Природа ферромагнетизма. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля. Опыты и закон Фарадея. Правило Ленца. Вихревые токи. Самоиндукция. Индуктивность. Взаимная индукция. Трансформатор. Энергия магнитного поля. Основы теории Максвелла для электромагнитного поля. Вихревое электрическое поле.

Колебания и волны

Характеристики гармонических колебаний. Пружинный, физический и математический маятник. Энергия колебаний. Колебательный контур. Сложение колебаний. Затухающие колебания. Автоколебания. Вынужденные колебания. Резонанс. Переменный ток. Резонанс напряжений. Резонанс токов. Мощность переменного тока.

Продольные и поперечные волны. Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость, длина волны, волновое число. Групповая скорость. Энергия волны. Элементы акустики. Эффект Доплера. Ультразвук и его применение. Электромагнитные волны. Энергия электромагнитной волны. Применение электромагнитных волн.

Оптика

Основные законы геометрической оптики. Полное отражение. Световоды. Тонкие линзы, изображение предметов с помощью линз. Интерференция света. Когерентность и монохроматичность световых волн. Интерференция света в тонких пленках. Интерферометры. Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Дифракционная решетка. Дифракция на кристаллах. Понятие о голографии.

Дисперсия света. Поглощение света. Эффект Доплера. Поляризация света. Закон Малюса. Двойное лучепреломление. Характеристики теплового излучения. Абсолютно черное тело. Законы теплового излучения. Гипотеза и формула Планка. Оптическая пирометрия. Внешний фотоэффект и его законы. Давление света. Эффект Комптона и его теория. Дуализм свойств электромагнитного излучения.

Физика атома и ядра

Постулаты Бора. Теория водородоподобных атомов. Спектр атома водорода. Гипотеза де Бройля. Дифракция электронов. Соотношение неопределенностей. Волновая функция и ее статистический смысл. Характеристики ядра. Нуклоны. Ядерные силы. Энергия связи. Модели ядра.

Радиоактивное излучение и его виды. Закон радиоактивного распада. Деление ядер. Ядерный реактор. Термоядерные реакции. Элементарные частицы. Классификация и взаимопревращаемость частиц. Переносчики фундаментальных взаимодействий. Кварки. Современная физическая картина мира.

ПРИЛОЖЕНИЕ В
(справаочное)

ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ И СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

1 Некоторые физические постоянные (округленные значения)

Ускорение свободного падения .... g = 9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная .... G = 6,67 · 10^{-11} м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро................................. N_A = 6,02·10^{23} моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная........................ R = 8,31 Дж/(моль·К)
Скорость света в вакууме .... c = 3,00 · 10^8 м/с
Постоянная Больцмана .... k = 1,38 · 10^{-23} Дж/К
Элементарный заряд .... e = 1,6 · 10^{-19} Кл
Масса покоя электрона .... m_e = 9,11 · 10^{-31} кг
Масса покоя протона .... m_p = 1,6726 · 10^{-27} кг
Масса покоя нейтрона....................................... m_n = 1,6750 · 10^{-27} кг
Электрическая постоянная .... ε_0 = 8,85 · 10^{-12} Ф/м
Магнитная постоянная...................................... μ_0 = 4π · 10^{-7} Гн/м
Постоянная Стефана – Больцмана..................... σ = 5,67 · 10^{-8} Вт/(м^2·К^4)
Первая постоянная Вина.................................... b = 2,9 · 10^{-3} м·К
Вторая постоянная Вина.................................... C = 1,2 9 · 10^{-5} Вт/(м^3·К^5)
Постоянная Планка .... h = 6,63 · 10^{-34} Дж·с
$\hbar$ = 1,05 · 10^{-34} Дж·с
Комптоновская длина волны электрона............. Λ = 2,43 · 10^{-12} м
Первый боровский радиус .... a_0 = 5,29 · 10^{-11} м
Постоянная Ридберга .... R = 2,07 · 10^{16} рад/с
Атомная единица массы.................................. 1 а. е. м. = 1,66 · 10^{-27} кг

2 Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение	Наименование	Значение
Радиус Земли	6,37 · 10^6 м	Масса Солнца	1,98 · 10^{30} кг
Масса Земли	5,98 · 10^{24} кг	Радиус Луны	1,74 · 10^6 м
Радиус Солнца	6,95 · 10^8 м	Масса Луны	7,33 · 10^{22} кг

3 Плотность ρ твердых тел и жидкостей

Вещество	Плотность, 10^3, кг/м^3	Вещество	Плотность, 10^3, кг/м^3
Алюминий	2,70	Цезий	1,90
Железо	7,88	Цинк	7,15
Медь	8,93	Вода	1,00
Никель	8,90	Глицерин	1,26
Свинец	11,3	Керосин	0,8
Серебро	10,5	Масло смаз.	0,9

4 Упругие постоянные твердых тел

Вещество	Модуль Юнга E, ГПа	Модуль сдвига G, ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Железо (сталь)	200	76
Медь	98	44

5 Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов при нормальных условиях

Вещество	Эффективный диаметр d, нм	Динамическая вязкость η, мкПа·с	Теплопроводность λ, мВт/(м·К)
Азот	0,38	16,6	24,3
Водород	0,28	8,66	168
Воздух	0,27	17,2	24,1
Гелий	0,22	18,9	142
Кислород	0,36	19,8	24,4

6 Динамическая вязкость жидкостей при 20 °С

Вещество	Динамическая вязкость η, мПа·с
Вода	1,00
Глицерин	1480
Масло касторовое	967
Масло машинное	100

7 Поверхностное натяжение жидкостей при 20 °С

Вещество	Поверхностное натяжение σ, мН/м
Вода	73
Глицерин	62
Мыльная вода	40
Ртуть	500
Спирт	22

8 Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Вещество	Диэлектрическая проницаемость ε	Вещество	Диэлектрическая проницаемость ε
Вода	81,0	Оргстекло	3,5
Глицерин	3,9	Полиэтилен	2,3
Керосин	2,0	Резина, каучук	2,5
Масло (трансформаторное)	2,2	Слюда	7,5
Масло (касторовое)	4,8	Стекло	7,0
Спирт	26,0	Фарфор	5,0
Парафин	2,0	Эбонит	2,7

9 Удельное сопротивление при 20 °С и температурный коэффициент проводников

Вещество	Удельное сопротивление ρ_0, 10^{-8} Ом·м	Температурный коэффициент α, 10^{-4} $°C^{-1}$
Серебро	1,66	40
Алюминий	3,21	38
Медь	1,7	42,8
Железо	12	62
Вольфрам	5,5	51
Свинец	20,8	43
Нихром	100	4
Манганин	44,5	0,5
Никелин	40	2,3
Графит	390	–8

10 Подвижность ионов газов (при нормальных условиях)

Газ	Подвижность, 10^{-4} м^2/(В·с)		Газ	Подвижность, 10^{-4} м^2/(В·с)	
	u_+	u_-		u_+	u_-
Водород	1,3	1,8	Кислород	1,3	1,8
Воздух	5,4	7,4	Углекислый газ	1,0	1,1
Азот	1,4	1,9	Хлор	0,6	0,5

11 Эффективный диаметр *d* молекул некоторых газов

Газ	d, 10^{-10} м	Газ	d, 10^{-10} м
Азот	3,8	Гелий	1,9
Аргон	3,5	Кислород	2,7
Водород	2,8	Углекислый газ	4,0
Воздух	3,5	Пары воды	3,0

12 Работа выхода электрона из металлов

Металл	Работа выхода, эВ	Металл	Работа выхода, эВ	Металл	Работа выхода, эВ
Алюминий	3,74	Литий	2,39	Платина	5,29
Вольфрам	4,50	Медь	4,47	Серебро	4,28
Железо	4,36	Натрий	2,27	Цезий	1,89
Калий	2,15	Никель	4,84	Цинк	3,74

13 Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	Масса покоя		Энергия покоя	
	кг	а. е. м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8{,}16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1{,}5 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1{,}51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтон	$3{,}35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3{,}00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-частица	$6{,}64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5{,}96 \cdot 10^{-10}$	3733

14 Массы атомов некоторых изотопов

Элемент	Символ изотопа	Масса, а. е. м.	Элемент	Символ изотопа	Масса, а. е. м.
Водород	${}^{1}_{1}H$	1,00782	Кислород	${}^{16}_{8}O$	15,99491
	${}^{2}_{1}H$	2,01410		${}^{17}_{8}O$	16,99913
Гелий	${}^{4}_{2}He$	4,00260	Алюминий	${}^{27}_{13}Al$	26,98154
Литий	${}^{6}_{3}Li$	6,01512	Кремний	${}^{29}_{14}Si$	28,97649
	${}^{7}_{3}Li$	7,01600		${}^{31}_{14}Si$	30,97536
Бериллий	${}^{8}_{4}Be$	8,00530	Фосфор	${}^{30}_{15}P$	29,97831
	${}^{9}_{4}Be$	9,01218		${}^{31}_{15}P$	30,97376
Бор	${}^{10}_{5}B$	10,01293	Калий	${}^{39}_{19}K$	38,96370
	${}^{11}_{5}B$	11,00930	Кальций	${}^{44}_{20}Ca$	43,95548
Углерод	${}^{12}_{6}C$	12,00000	Марганец	${}^{54}_{25}Mn$	53,94035
	${}^{13}_{6}C$	13,00335	Свинец	${}^{206}_{82}Pb$	205,97447
	${}^{14}_{6}C$	14,00324	Полоний	${}^{210}_{84}Po$	209,98288
Азот	${}^{13}_{7}N$	13,00573	Уран	${}^{235}_{92}U$	235,04394
	${}^{14}_{7}N$	14,00307		${}^{238}_{92}U$	238,05081
	${}^{15}_{7}N$	15,00010	Плутоний	${}^{239}_{94}Pu$	239,05217
Кислород	${}^{15}_{8}O$	15,00307	Радон	${}^{222}_{86}Rn$	222,01760

15 Периоды полураспада некоторых радиоактивных изотопов

Элемент	Символ изотопа	Период полураспада	Элемент	Символ изотопа	Период полураспада
Углерод	$^{14}_{6}C$	5568 лет	Цезий	$^{134}_{55}Cs$	2,06 года
Магний	$^{23}_{12}Mg$	11 с		$^{137}_{55}Cs$	30,17 лет
	$^{27}_{12}Mg$	10 мин	Полоний	$^{210}_{84}Po$	138,4 сут
Фосфор	$^{32}_{15}P$	14,3 сут	Радий	$^{219}_{88}Ra$	10^{-3} с
Калий	$^{40}_{19}K$	$1{,}32 \cdot 10^{9}$ лет		$^{226}_{88}Ra$	1620 лет
Кобальт	$^{58}_{27}Co$	71,3 сут	Актиний	$^{225}_{89}Ac$	10 сут
	$^{60}_{27}Co$	5,2 года	Торий	$^{228}_{90}Th$	1,9 года
Стронций	$^{89}_{38}Sr$	51 сут	Уран	$^{235}_{92}U$	$7{,}1 \cdot 10^{8}$ лет
	$^{90}_{38}Sr$	28,9 лет		$^{238}_{92}U$	$4{,}5 \cdot 10^{9}$ лет
Иод	$^{131}_{53}I$	8 сут	Плутоний	$^{239}_{94}Pu$	$2{,}44 \cdot 10^{4}$ лет

16 Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Приставка		
Обозначение	Наименование	Множитель	Обозначение	Наименование	Множитель
Т	тера	10^{12}	с	санти	10^{-2}
Г	гига	10^{9}	м	милли	10^{-3}
М	мега	10^{6}	мк	микро	10^{-6}
к	кило	10^{3}	н	нано	10^{-9}
д	деци	10^{-1}	п	пико	10^{-12}

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

ДЕЛИКАТНАЯ Ирина Олеговна
ДОЦЕНКО Елена Иосифовна

ФИЗИКА. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ

Пособие

Редактор *Т. М. Маруняк*
Технический редактор *В. Н. Кучерова*

Подписано в печать 20.06.2022 г. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 6,74. Уч.-изд. л. 4,88. Тираж 100 экз.
Зак. № 1486. Изд. № 17.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский государственный университет транспорта.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий
№ 1/361 от 13.06.2014.
№ 2/104 от 01.04.2014.
№ 3/1583 от 14.11.2017.
Ул. Кирова, 34, 246653, г. Гомель