МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

НАУЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В УНИВЕРСИТЕТАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Материалы
Международной научно-практической конференции

Гомель 2022

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

НАУЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В УНИВЕРСИТЕТАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Материалы
Международной научно-практической конференции

(Гомель, 28–29 апреля 2022 г.)

Под общей редакцией Ю.И. КУЛАЖЕНКО

Гомель 2022

УДК 378.14:51
ББК 74.58
Н34

Рецензент –
проректор по научной работе
Белорусского государственного университета транспорта,
канд. техн. наук, **А.А. Ерофеев**

Н34 Научные и методические аспекты математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Междунар. науч.-практ. конф. (Гомель, 28–29 апреля 2022 г.) / М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. ; под общ. ред. Ю.И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2022. – 111 с.
ISBN 978-985-554-971-1

В материалах конференции представлены результаты исследователей, занимающихся вопросами математического образования студентов в современных условиях. Уделено внимание как проблемам, характерным для всех вузов, так и специфическим проблемам университетов технического профиля. Рассмотрены методы и подходы в решении вопросов, связанных с внедрением и функционированием инновационных технологий, пути и перспективы развития информатизации образования

Материалы сборника могут быть рекомендованы как преподавателям вузов технического профиля, так и иным исследователям, занимающимся разработкой вопросов данной тематики.

УДК 378.14:51
ББК 74.58

ISBN 978-985-554-971-1

СОДЕРЖАНИЕ

ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ. ОБОБЩЕНИЕ ОПЫТА ВНЕДРЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В УЧЕБНЫЙ ПРОЦЕСС

УДК 378+004

МОДЕЛЬ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ: ВОЗМОЖНОСТИ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Е.А. БАРКОВА, Т.С. СТЕПАНОВА, Т.А. РОМАНЧУК
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск

Современный путь развития высшего образования предполагает хорошее методическое обеспечение учебного процесса, которое сегодня невозможно представить без использования инновационных компьютерных технологий. Они предоставляют широкие возможности для создания и реализации разнообразных форм и способов проведения занятий и тем самым повышения их качества и эффективности.

Одной из важных составляющих учебного процесса является самостоятельная работа студентов; ее правильная организация и контроль за ее выполнением не менее важны, чем аудиторные занятия. С этой целью коллективом сотрудников кафедры высшей математики в рамках экспериментальной деятельности проекта «Апробация смешанной модели обучения по ИТ-специальностям для трансформации БГУИР в «Цифровой университет» была разработана и внедрена в учебный процесс модель смешанного обучения, реализация которой основана на модульной объектно-ориентированной учебной платформе MOODLE. Данная платформа использовалась преподавателями и ранее для работы со студентами дистанционной формы обучения: предоставление учебных материалов, проведение консультаций, а также осуществление текущего и итогового контроля знаний студентов. Широкие возможности этой динамической учебной среды были использованы при создании учебных материалов в различных формах представления информации: текстовой, символьной, графической, звуковой, зрительной, что позволяет студентам намного качественнее и быстрее усваивать новый материал.

Данный проект был разработан в соответствии с типовыми и учебными программами для двух дисциплин «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ», читаемых преподавателями кафедры на всех факультетах университета.

Перед изучением каждой дисциплины студентам предлагается выполнить так называемый входной тест. Он состоит из таких задач, которые могут быть решены с помощью полученных в школе знаний, однако их применение приводит к сложному и трудоемкому процессу решения. Задания входного теста также включены и в итоговый тест каждой дисциплины, и, как смогли убедиться наши студенты, эти задачи решаются уже намного более просто и быстро с помощью методов, изучаемых в соответствующем курсе.

Обе дисциплины состоят из отдельных модулей (это основные разделы соответствующих курсов), которые, в свою очередь, разбиты на лекционные и практические занятия, для каждого из которых созданы необходимые учебные материалы, представленные в разных формах. Преподавателями кафедры были записаны видеоролики, материал для которых был тщательно отобран, изложен он ясно, четко, максимально доступно и полно, при этом все видео снабжены интерактивной анимацией. Необходимо также отметить, что при создании видеоматериалов впервые была использована инновационная доска Lightboard, позволившая сделать подачу учебного материала более яркой и запоминающейся. Одновременно с видеороликами по каждой теме представлены в полном объеме текстовые теоретические материалы, содержащие определения, свойства, формулировки теорем и утверждений с их подробными доказательствами, а также при необходимости снабженные рисунками и графиками. Это очень удобно для студентов, так как представленный материал ориентирован на лекции, читаемые доцентами кафедры, поэтому у студента есть возможность прослушать что-то еще раз или, например, дописать в конспект пропущенное определение. Немаловажным является и тот факт, что текст имеет структуру гипертекста, он снабжен гиперссылками и адаптирован для просмотра на мобильных устройствах.

Что касается практических занятий, то для объяснения методов и способов решения задач была использована доска Lightboard, которая позволяет студенту не просто видеть готовое решение и ответ (как это бывает в учебниках), но наблюдать как они появляются и отслеживать всю цепочку рассуждений преподавателя. По каждой теме приведено достаточное количество разобранных задач с необходимыми методическими пояснениями и комментариями, которые позволяют студенту более детально и осознанно подойти к их решению. В зависимости от рассматриваемой темы показаны разные способы решения одной и той же задачи, что способствует развитию у студента способности думать и анализировать, чтобы уметь грамотно выбрать правильный подход к решению конкретной задачи. Помимо стандартных типовых заданий, направленных на отработку основных умений и навыков, приводится большое количество задач, позволяющих сосредоточить внимание студентов на более глубоком понимании основных математических идей и понятий изучаемых разделов.

Для проверки и закрепления полученных знаний студенты после изучения каждой темы имеют возможность выполнить два теста: тренировочный и проверочный, а после изучения всего модуля – итоговый тест. Следует отметить, что при выполнении тренировочного теста студенты имеют несколько попыток, а при проверочном – только одну. Все тестовые задания делятся на два типа в зависимости от ответа: открытые и закрытые. В первом случае ответ нужно ввести самостоятельно, а во втором – выбрать один вариант из пяти предложенных. Ответы в тестовых заданиях составлены таким образом, чтобы угадать правильный из них было непросто, в неправильные варианты заложены характерные ошибки, которые студенты допускают при решении. Авторами тестов была проделана большая работа по подбору и последующему тиражированию с одной стороны типовых, а с другой – полностью отражающих весь теоретический материал задач. Все задания расположены в определенной последовательности, следующей из выбранной методики изложения материала. Система тестов носит диагностический характер и позволяет осуществлять постоянный контроль уровня усвоения студентами учебного материала. Результаты выполнения тестов могут быть также использованы при оценке знаний студентов на экзамене.

Следует отметить, что объектно-ориентированная учебная платформа MOODLE позволяет организовать тесное взаимодействие между преподавателями и студентами. При возникновении каких-либо затруднений студент имеет возможность в СЭО обратиться за консультацией к преподавателю.

Опыт применения смешанной модели обучения показал свою эффективность для студентов не только дистанционной, но и других форм обучения, а именно: дневной и заочной. Так, студенты-заочники впервые получили доступ ко всем учебным видео и текстовым материалам, позволяющим им рационализировать и сделать более доступным для понимания изучение математических дисциплин. Ранее активное взаимодействие с преподавателем осуществлялось ими только во время установочной сессии и очных консультаций, а в результате внедрения учебной платформы MOODLE эти возможности значительно расширились.

Анализ итогов обучения в первом семестре позволяет сделать вывод о том, что внедрение в учебный процесс модели смешанного обучения с привлечением инновационных технологий значительно повысило уровень освоения курса высшей математики основной массой студентов. Результаты прохождения итоговых тестов, а также непосредственной сдачи экзаменов подтверждают эффективность такого подхода.

В заключение отметим, что современное общество находится в постоянном развитии, это касается всех сфер жизни, а значит и система образования должна этому соответствовать. Безусловно, будут появляться новые или совершенствоваться уже существующие методики обучения и создаваемый кафедрой электронный образовательный ресурс не является здесь исключением: это «живая» развивающаяся структура, которую нужно дополнять и обновлять, при необходимости корректировать скорость и глубину изучения материала, а также этапы самоконтроля студентов.

Список литературы

1 Активные и интерактивные образовательные технологии (формы проведения занятий) в высшей школе : учеб. пособие / сост. Т.Г. Мухина. – Н. Новгород : ННГАСУ, 2013. – 97 с.

2 Реализация блочно-модульного подхода для дистанционного обучения математике в СЭО БГУИР на платформе MOODLE / Дайняк И.В. [и др.] // Дистанционное обучение – образовательная среда XXI века. : тез. XI Междунар. науч.-метод. конф. – Минск : БГУИР.

УДК 378.147:51

СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

В.Э. ГАРИСТ

Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий, г. Могилёв

Качественное образование студента очевидно предполагает значительную удельную компоненту самообразования. По мнению автора, важную роль в этой компоненте могут и должны играть СКМ – системы компьютерной математики. Системы компьютерной математики (именно в современном понимании) начали бурно развиваться с конца 60-х годов 20 века. В настоящее время многие из них, изначально возникшие как коммерческий проект, доступны для свободного использования. Развёрнутый обзор возможностей наиболее распространённых СКМ приведён, например, в [1].

С точки зрения современного пользователя-математика (и студента, в частности), важнейшие качества СКМ – внутренняя самодостаточность, традиционный интерфейс, интерактивная справочная система по встроенным функциям с шаблонами решения типовых задач. Немаловажными также представляются наличие русскоязычной литературы по СКМ, легальность её использования, возможность удалённого доступа к онлайн-ресурсам системы и интеграция с офисными программами.

Отличительной особенностью наиболее развитых СКМ является возможность символьных (иногда – аналитических) вычислений. Символьные вычисления – это преобразования и работа с математическими равенствами и формулами как с последовательностью символов. СКМ с возможностью символьных вычислений часто называют системами компьютерной алгебры (СКА).

Опыт работы автора с такими системами позволяет говорить о некоем паритете систем компьютерной алгебры с «учебно-пользовательской» точки зрения. Конечно, СКА – ветераны, имеют и более разнообразный инструментарий по различным разделам математики.

Некоторые аспекты использования СКМ SMath-Studio при решении типовых задач линейной алгебры и аналитической геометрии изложены, например, в [2, с. 53–56].

СКА Maxima [3] имеет современный графический русскоязычный интерфейс. Проиллюстрируем на примере этой СКА некоторые встроенные символьные возможности, интересные в широком учебном смысле и не требующие привлечения навыков программирования. Типичный студенческий запрос, связанный с обращением именно к символьным вычислениям, включает вычисление пределов, нахождение производных, неопределённое интегрирование, интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, разложение в степенной ряд функций. Рассмотрим особенности решения некоторых из перечисленных типов задач в СКА Maxima.

Вычисление пределов возможно по различным сценариям (в зависимости от опций – списка аргументов).

На рисунке 1 отображаются типичные ситуации, возникающие при вычислении пределов в СКА Maxima.

```
limit(1/(1-x), x, 1, plus);
-inf
limit(abs(sin(x-1)/(x-1)), x, 1);
1
```

Рисунок 1

Рисунок 2 демонстрирует технику неопределённого интегрирования.

```
Integrate (1/(x^2-4), x);
log (x-2)/4-log(x+2)/4
```

Рисунок 2

При этом легко организовать как процедуру проверки, так и упрощение различных промежуточных результатов (рисунок 3).

```
diff(log(x-2)/4-log(x+2)/4,x,1);
1/(4*(x-2))-1/(4*(x+2))
ratsimp(1/(4*(x-2))-1/(4*(x+2)));
1/(x^2-4)
```

Рисунок 3

Применение встроенных символических подстановок даёт возможность проверки правильности и численных вычислений (рисунки 4, 5).

```
integrate(1/(x^2-4), x, 5, 6);
-log(8)/4+log(7)/4+log(4)/4-log(3)/4
```

Рисунок 4

```
float(%), numer;
0.03853766995681462
```

Рисунок 5

Рассмотрим процедуру интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

Аргументами функции «ode 2» является заблокированная для вычислений производная «*y'*», функция и аргумент. Возникающие константы интегрирования начинаются с символа «%» (рисунки 6, 7).

```
ode2('diff(y,x)=x^2-1, y, x);
y=x^3/3-x+%c
```

Рисунок 6

```
ode2('diff(y,x,2)+2*'diff(y,x)+y=0, y, x);
y=(%k2*x+%k1)*%e^(-x)
```

Рисунок 7

Применение функции «ic2» с параметрами начальных условий для искомого решения и её производной выводит решение задачи Коши для этих начальных условий (рисунок 8).

```
ic2(y=%e^x/4+(%k2*x+%k1)*%e^(-x),x=0,y=1,'diff(y,x)=0);
y=%e^x/4+(x/2+3/4)*%e^(-x)
```

Рисунок 8

Отмеченные технические возможности СКА Maxima, несомненно, позволяют пользователю видеть в этой системе одновременно решебник, справочник и многофункциональный инструмент. Это серьёзное дополнение к традиционному образованию. При правильной организации работы с подобной СКА учёба становится содержательнее и интереснее.

Список литературы

1 **Таранчук, В.Б.** Основные функции систем компьютерной алгебры / В.Б. Таранчук. – Минск : БГУ, 2013. – 59 с.

2 **Гарист, В.Э.** Применение системы компьютерной математики SMath-Studio при обучении аналитической геометрии и линейной алгебры в вузе / В.Э. Гарист // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве : сб. ст. V Всерос. науч. конф. – Курск : 2021. – 313 с.

3 Официальный сайт программы Maxima [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://maxima.sourceforge.io/download.html. – Дата доступа : 23.02.2022.

УДК 378.016:51-057.875

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Ю.М. ГРЕБЕНЦОВ, С.В. ПОДОЛЯН, Г.М. ГРЕБЕНЦОВА
Белорусский государственный университет
пищевых и химических технологий, г. Могилев

Одной из задач высшего образования является повышение качества подготовки специалиста и его востребованности на рынке труда. Решение этой задачи требует постоянного поиска новых и совершенствования уже существующих форм организации образовательного процесса при профессиональной подготовке студентов инженерных специальностей.

На кафедре высшей математики при разработке учебных программ нового поколения по дисциплине «Высшая математика» особое внимание уделено формированию содержания учебного материала на основе проблемно-ориентированного междисциплинарного подхода, с глубоким анализом существующих междисциплинарных связей. При реализации таких практико-ориентированных учебных программ остро встаёт вопрос «временных рамок» как для студента, так и для преподавателя. В этой связи необходима организация образовательного процесса, позволяющая в рамках предусмотренных учебных часов эффективно реализовать практико-ориентированную подготовку студентов. Такой технологией является, в частности, технология управляемой самостоятельной работы студентов (УСРС). В течение последних лет на кафедре апробированы и внедрены в образовательный процесс для студентов дневной формы получения высшего образования различные типы и формы УСР в зависимости от потенциальных возможностей и уровня базовой подготовки студентов.

В настоящий момент особый интерес для нас представляет внедрение УСР в образовательный процесс студентов заочной формы получения высшего образования. Невозможность непосредственного контакта преподавателя со студентами в межсессионный период приводит к необходимости использования новых методов, методик и подходов, с помощью которых можно было бы активизировать УСР при обучении у студентов-заочников. В этом плане интерес представляет использование в образовательном процессе виртуальных образовательных платформ. Нами была выбрана модульная объектно-ориентированная динамическая обучающая среда (LMS Moodle), преимущества которой рассмотрены в [1, 2]. В данной среде разработан электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК) по дисциплине «Высшая математика» для студентов-заочников.

При создании ЭУМК перед нами ставились следующие цели и задачи:

– оптимизация образовательного процесса в рамках конкретной дисциплины путём внедрения в него элементов дистанционного обучения;

– повышение мотивации студентов к самостоятельной учебной деятельности, вывод их из состояния только лишь «потребителя знаний»;

– предоставление студентам учебно-методических материалов по дисциплине, адаптированных к их потребностям и возможностям.

Разработанный ЭУМК состоит из 11 модулей, каждый из которых содержит всю необходимую информацию для изучения студентами учебной дисциплины. Первые два модуля являются неотъемлемой частью любого ЭУМК («Пояснительная записка» и «Раздел учебно-программной документации»), а остальные (назовем их «образовательными») по своему названию совпадают с соответствующими разделами учебной программы. «Образовательные» модули имеют следующую структуру: лекционный материал; учебно-методическая литература; задания расчётно-графической работы; итоговый тест.

Анализ результатов применения ЭУМК у студентов-заочников на кафедре высшей математики показал, что студенты, систематически посещающие образовательный портал университета, работающие с ЭУМК на протяжении всего межсессионного периода, выполняя предложенные задания, на экзамене показали лучшие, по сравнению с остальными студентами, результаты.

Список литературы

1 **Гребенцов Ю.М.** Опыт использования динамической обучающей среды Moodle в преподавании высшей математики студентами заочной формы получения образования / Ю.М. Гребенцов, А.М. Гальмак, И.В. Юрченко // Качество подготовки специалистов в техническом университете: проблемы, перспективы, инновационные подходы : материалы IV Междунар. науч.-метод. конф. 15–16 ноября 2018 года / МГУП ; редкол.: АС Носиков (отв. ред.) [и др.]. – Могилев : МГУП, 2018. – С. 128–129.

2 **Гребенцов Ю.М.** Об электронном учебно-методическом комплексе по дисциплине «Высшая математика» на основе Moodle / Ю.М. Гребенцов, Г.М. Гребенцова // Оптика неоднородных структур – 2019 : материалы V Междунар. науч. конф., Могилев, 28–29 мая 2019. – С. 248–252.

УДК 378.147:51

ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Е.Е. ГРИБОВСКАЯ, И.П. ШАБАЛИНА
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В последнее время возрос интерес преподавателей к поиску новых методов обучения. Отчасти это связано с тем, что для ряда учебных дисциплин наблюдается сокращение предусмотренного учебным планом количества часов. Несмотря на уменьшение времени, предусмотренного для аудиторных занятий, задача формирования у обучаемых необходимых знаний, умений, навыков, компетенций не снимается с повестки дня.

Традиционно обучение математике базируется на двух принципах: изучение теоретического материала и решение задач. Уменьшение аудиторных часов, отведенных на практические и лабораторные занятия, можно частично решить за счет подачи лекционного материала. Одним из вариантов может быть выдача студентам электронного конспекта лекций (ссылка на электронный конспект в одной из образовательных платформ, например MOODLE). На самих лекционных занятиях теоретический материал подавать в более компактном виде, используя таблицы, схемы. Здесь можно широко использовать компьютерные технологии. Конечно, такая подача материала требует от учащихся большой организованности и умения самостоятельно работать с текстом. В этом случае оставшееся время можно перераспределить на практические занятия и посвятить отработке необходимых умений и навыков по данной теме. Можно также широко использовать потенциал лабораторных работ. Необходимо создавать такие лабораторные работы, целью которых стоит отработка новых навыков. На лабораторные работы целесообразно выносить темы с громоздкими вычислениями. Например, такие темы, как «Тройные интегралы», «Поверхностные интегралы» и т. п. При выполнении лабораторных работ обучаемые самостоятельно выполняют те действия, которые сейчас необходимо отработать по данной конкретной теме, а все промежуточные расчеты и действия, изученные ранее, выполняются автоматически.

С другой стороны, сокращение количества аудиторных часов при увеличении численности группы, приводит к существенному уменьшению времени, которое может уделить преподаватель каждому отдельному обучаемому. Например, на факультете ПГС на дисциплину «Математика» отводится 216 аудиторных часов, включая 88 часов лекционных и 128 часов практических занятий. Практические занятия, как правило, проводятся в группах численностью около 25–30 человек. Работа с группой такой численности традиционными методами малоэффективна. Средний индивидуальный вклад каждого обучаемого невелик, реальную пользу от занятия получит то меньшинство студентов, которое активно участвует в выполнении учебных заданий. Очевидно, что проведение практических занятий в больших учебных группах требует применения нетрадиционных подходов к проведению занятий, позволяющих повысить результативность изучения предмета. Известно, что размер академической группы может оказывать влияние на процесс обучения. При традиционной форме проведения учебных занятий (фронтальная и индивидуальная формы) обучаемые работают изолированно друг от друга. Преподаватель общается либо со всей группой сразу, либо с отдельным студентом. В таком случае эффективность обучения снижается по мере роста размера группы. Например, при обучении иностранным языкам методом активизации оптимальный размер группы находится в пределах 10–14 человек. Отмечено, что по мере увеличения размера группы обучаемых сверх оптимального размера, успешность совместной познавательной деятельности снижается. В группах большой численности при малом количестве аудиторных часов, использование интерактивного обучения, т. е. коллективного взаимного обучения, в сочетании с методами активизации обучения, способными мотивировать обучающихся к самостоятельному изучению учебного материала, позволит достичь программируемых учебных целей, необходимых компетенций. Интерактивное обучение, т. е. обучение в сотрудничестве, обучение, основанное на общении, осуществляется через технологию, в основе которой лежит диалоговое взаимодействие, реализуемое в групповой деятельности через работу в малых группах или парах сменного, или постоянного состава. Интерактивное обучение – сложная форма организации учебной деятельности обучаемых. Распространение коллективных или групповых методов сдерживается низким уровнем организационно-методического обеспечения, отсутствием учебно-методической документации, высокой трудоемкостью. При таком обучении активизация познавательной деятельности обучаемых в первую очередь определяется созидательной и энергичной позицией преподавателя, а во вторую – психологическими и социальными характеристиками обучаемой группы. Применение интерактивных форм обучения значительно увеличивает объем подготовительной работы преподавателя к учебному процессу за счет дополнительных усилий по подбору материала, составлению заданий, включая задания проблемного характера и т. д. Дополнительные сложности при проектировании учебных занятий возникают вследствие необходимости выполнить одновременно принцип индивидуализации и принцип сотрудничества. То есть учебный процесс должен быть построен на основе учёта индивидуальных особенностей обучаемого, его опыта, интересов и возможностей. При этом каждый обучаемый реализует свою образовательную подготовку за счет разных взаимодействий и в разных объединениях с остальными участниками занятий. Успех в системе интерактивных учебных занятий достигается только в случае успешного и плодотворного взаимодействия в группе за счет организационного обеспечения и наличия специфической и достаточно сложной, по сравнению с традиционными формами, системы управления занятием. Помимо дефицита методического обеспечения, до настоящего времени не изученными являются многие ключевые вопросы инновационного обучения: в каких случаях следует использовать интерактивные формы, как формировать микрогруппы внутри академической группы, какие особенности имеет применение современных информационных технологий при групповой или коллективной форме работы и т. д.

Сокращение аудиторного времени накладывает ограничения и на возможности проведение текущего контроля успешности учебной деятельности или тематического контроля. Для предварительной оценки успешности могут использоваться ответы с места, т. е. фронтальная и групповая формы контроля. Однако для основательного знакомства преподавателя со знаниями, умениями и навыками отдельных обучаемых незаменим индивидуальный контроль. При ограниченном времени аудиторных занятий количество сеансов индивидуального контроля на одного обучаемого невелико и явно недостаточно для оценки учебных результатов каждого обучаемого. Для оперативного контроля в условиях ограниченного контактного времени тестирование часто является единственной возможностью формирования достаточно объективной оценки знаний обучаемых. Использование компьютерных программ тестирования упрощает подготовку к тестированию и ускоряет обработку и анализ результатов выполненных заданий. Тестирование существенно экономит время преподавателя, отводимое на контроль знаний обучаемых в больших учебных группах, по сравнению с другими видами контроля. Тестирование имеет и недостатки. Например, такое тестирование нельзя назвать гарантом проверки знаний учащегося, так как в процессе выполнения тестов у него имеется доступ к информационным ресурсам, где он может получить ответ практически на любой вопрос. Тем не менее, это оперативный способ быстро получить срез знаний большой группы. Разработка статистически обоснованных, качественных тестовых заданий – длительный и трудоемкий процесс. Стандартные наборы тестов для большей части учебных дисциплин пока не разработаны. Не все необходимые компоненты усвоенных знаний и умений можно получить путем тестирования. Например, умение уточнить свой ответ фактическим материалом, конкретными примерами, умение логически связно и доказательно выразить свои мысли и некоторые другие характеристики знаний, умений, навыков, диагностировать тестированием невозможно. Это означает, что помимо тестирования обязательно должны применяться и другие формы и методы контроля знаний обучаемых.

В условиях сокращения времени и больших академических групп требуются инструменты, позволяющие сохранить активные формы изучения дисциплины, опирающиеся на самостоятельную работу обучаемых с последующим обязательным контролем этой работы преподавателем. Практическая разработка и реализация перспективных форм и методов обучения в условиях ограниченного количества часов нуждается как в теоретическом обосновании, так и в дальнейшем накоплении методического обеспечения.

УДК 378.147:004.77

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

В.Е. ЕВДОКИМОВИЧ
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В современной системе образования заочная форма обучения всё больше приобретает особый статус. Это связано с несколькими особенностями, характерными именно для заочной формы обучения: изолированностью и масштабностью.

Говоря об изолированности, следует подчеркнуть, что в условиях пандемии, которая фактически длится уже не первый год и окончания которой в ближайшем будущем не предвидится, особый статус приобретают различные формы дистанционного обучения. И, хотя понятия заочной и дистанционной форм обучения не являются синонимами, именно заочная форма обучения заложила основу для развития различных методов дистанционного образования. Эти формы и методы продолжают активно развиваться и внедрятся в систему образования различных стран мира. Не осталась в стороне и белорусская система образования. В частности, внедрение в белорусских вузах такого элемента информационно-коммуникационных технологий, как электронные учебно-методические комплексы, показывает, что система дистанционного образования всё больше набирает обороты и становится неотъемлемой частью системы образования в целом. Несмотря на это, на сегодняшний день нет единого мнения о данной форме обучения. К достоинствам дистанционного обучения можно отнести следующее:

– обучение в вузе без отрыва от трудовой деятельности (данное преимущество дистанционного обучения является привлекательным в первую очередь для студентов заочной формы обучения);

– дистанционная форма обучения сокращает расходы и экономит время на получение образования;

– дистанционная форма обучения делает высшее образование более доступным для людей с ограниченными возможностями;

– студенты самостоятельно могут организовывать образовательный процесс (выбирать время для изучения теоретического материала и выполнения итоговых заданий);

– для образовательного учреждения дистанционная форма обучения дает возможность увеличить контингент.

Что касается масштабности, то следует вспомнить, какую часть студенты-заочники составляли от общего числа студентов за последние тридцать лет. Правда, следует признать, что уже не первый год существует тенденция их сокращения, однако она никак не связана с желанием людей получить высшее образование. К сожалению, существует множество как объективных, так и субъективных факторов, которые не позволяют людям обратится к такой форме получения высшего образования, как заочная. Это касается как молодых людей, не имеющих возможности обучаться очно, так и людей, уже работающих, но желающих получить дополнительное образование, необходимое для дальнейшего карьерного роста.

Однако, говоря о значимости заочного обучения в системе образования, не следует забывать и о проблемах, связанных с ним:

– мотивационная (отсутствие мотивации и самоконтроля у студентов);

– техническая (отсутствие навыков пользования электронными материалами по дисциплине);

– методическая (отсутствие учебно-методических материалов и возможности дистанционного доступа к ним);

– сложность совмещения учёбы и работы и др.

Говоря о мотивационной проблеме, следует подчеркнуть, что если у студента заочной формы обучения есть сильная мотивация (желание получить высокооплачиваемую работу, перспективы карьерного роста и др.), то он успешно справляется с учебной программой. Техническая составляющая учебного процесса в условиях современной тотальной компьютеризации также не может вызывать нерешаемых проблем. А вот на проблеме методической стоит заострить внимание.

Уже упоминаемые в статье электронные учебно-методические комплексы являются одними из тех средств, которые позволяют решать данную проблему. Электронный учебно-методический комплекс является мультимедийным комплексом, включающим в себя систематизированные учебные и методические материалы по учебной дисциплине и методику её изучения средствами информационно-коммуникационных технологий. По сути, электронный учебно-методический комплекс является учебным мультимедийным продуктом, обеспечивающим полноту и непрерывность процесса обучения. Он включает в себя теоретические, практические и контролирующие материалы и предназначен для использования в образовательном процессе при получении высшего образования в очной или заочной формах обучения. Электронный учебно-методический комплекс разрабатывается по каждой учебной дисциплине с учётом требований образовательных стандартов высшего образования по специальностям.

Однако сам по себе электронный учебно-методический комплекс не является чем-то революционным. Все элементы, входящие в него, так или иначе, в той или иной мере уже использовались преподавателями в учебном процессе при изучении различных дисциплин в вузах страны.

Разрабатываемые электронные учебно-методические комплексы включают в себя следующие разделы:

– *лекционный курс* (включает электронный конспект, в котором рассматриваются теоретические сведения по курсу дисциплины и приводятся многочисленные иллюстрационные примеры);

– *курс практических и лабораторных занятий* (включает примеры заданий и выполнений расчётно-графических и лабораторных работ);

– *методические пособия* (включает учебно-методические пособия и лабораторные практикумы по дисциплине);

– *контроль знаний* (включает примеры контрольных работ, примеры экзаменационных билетов и вопросы к экзамену(зачёту));

– *учебные программы* (включает учебные программы, разработанные в соответствии с новейшими образовательными стандартами).

Материалы, использованные при разработке комплексов, проходят многочисленные апробации при проведении лекционных, практических и лабораторных занятий.

В частности, материалы, вошедшие в электронный учебно-методический комплекс по дисциплине «Прикладная математика», для специальностей 1-44 01 03 Организация перевозок и управление на железнодорожном транспорте и 1-27 02 01 Транспортная логистика (по направлениям) были использованы автором статьи при подготовке студентов второго курса факультета управления процессами перевозок в Белорусском государственном университете транспорта. Целью данной дисциплины является изучение основных разделов теории вероятностей и математической статистики, усвоение студентами основ теории вероятностей и математической статистики для вероятностного моделирования случайных явлений и анализа статистических данных. Задачами дисциплины являются обеспечение студентов знаниями и навыками применения вероятностно-статистических методов при решении практических задач, включающих в себя описание, построение вероятностной модели, анализ и прогнозирование случайных явлений, а также сбор, обработку и интерпретацию статистических данных. Поскольку идеи и методы теории вероятностей имеют исключительное значение для развития многих разделов современной науки, то внедрение электронных учебно-методических комплексов привносит новые возможности в процесс изучения данной математической дисциплины.

Таким образом, в рамках дальнейшего совершенствования методического обеспечения и повышения качества знаний студентов с использованием современных информационно-коммуникационных технологий разработка и дальнейшее совершенствование электронных учебно-методических комплексов должна продолжаться, поскольку их наличие является необходимым условием для эффективной работы преподавателей и организации управляемой самостоятельной работы в университете.

УДК 37.018.43

РОЛЬ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

Е.В. КАЛИНОВСКАЯ, Н.В. БОЧИЛО, Е.И. ЛОВЕНЕЦКАЯ
Белорусский государственный технологический университет, г. Минск

Институт высшего образования обладает необходимой научно-методической базой, которая позволяет подготовить грамотного, высококвалифицированного специалиста, отвечающего требованиям современного рынка труда, обладающего широкой эрудицией, глубокими фундаментальными знаниями и необходимыми навыками, способного использовать их в своей профессиональной деятельности. Но современные условия жизни и развития общества диктуют необходимость поиска и применения новых инновационных подходов деятельности высшей школы. Широкая компьютеризация населения, приход в вузовскую среду «цифрового поколения», для которого виртуальное пространство с детства является привычным и естественным способом получения и обмена информацией, средством общения, проведения досуга и развлечения, обладающего достаточными знаниями и навыками, привели к возможности использования дистанционных форм обучения с применением современных компьютерных информационных и коммуникационных технологий. В этой связи появилась необходимость в разработке ЭУМК (электронных учебно-методических комплексов) как электронных средств обучения, которые позволят обеспечить студентов учебно-методическими материалами, необходимыми для освоения программы по данной дисциплине, познакомят с требованиями к уровню знаний по данному предмету, предоставят возможность самостоятельно проработать те или иные темы курса и оценить уровень усвоения учебного материала по результатам тестов. Все это создаст условия для эффективной самостоятельной работы студентов благодаря объединению всех необходимых учебно-методических материалов и прикладного программного обеспечения.

С целью внедрения в образовательный процесс современных цифровых технологий на кафедре высшей математики Белорусского государственного технологического университета (БГТУ) ведется разработка единого информационного ресурса в виде электронных учебно-методических комплексов (ЭУМК) по дисциплинам, читаемым на кафедре. Для некоторых специальностей работа по созданию ЭУМК уже завершена, для некоторых специальностей находится в стадии разработки. ЭУМК (в виде дистанционных курсов в LMS Moodle) содержат четыре основных раздела: теоретический, в котором содержатся основные теоретические сведения по всем изучаемым темам курса или готовые тексты лекций; практический, в котором представлены задания для проведения практических занятий в аудитории и для самостоятельной работы, а также материалы для индивидуальных расчетных заданий, кроме того, по каждой теме приводится достаточно большое количество примеров разного уровня сложности с решениями; раздел контроля знаний, в котором представлены задания для текущей и итоговой аттестации – это примерные варианты контрольных работ и тестовые задания по каждой теме изучаемого курса, которые могут быть использованы студентами при подготовке к контрольным и самостоятельным работам в аудитории, список теоретических вопросов и практических заданий к экзамену; вспомогательный раздел, содержащий учебные программы учреждения высшего образования по указанным учебным дисциплинам и список рекомендуемой для более глубокого изучения рассматриваемых вопросов литературы. Предполагалось, что созданные ЭУМК обеспечат студентов необходимыми и достаточными учебно-методическими материалами для изучения и усвоения учебной программы по дисциплине «Высшая математика», а также всем необходимым для эффективной самостоятельной работы, помогут студентам в случае отсутствия на занятиях и необходимости самостоятельной проработки и устранения пробелов по той или иной теме, а также для самоконтроля, кроме того познакомят с требованиями, предъявляемыми к уровню и степени усвоения учебной программы, будут способствовать получению качественных знаний по изучаемой дисциплине.

Но в сложившейся эпидемиологической обстановке, в условиях вынужденной самоизоляции разработанные ЭУМК оказались очень нужными и востребованными. Пандемия коронавирусной инфекции COVID-19 затронула систему образования во всем мире. Возникла необходимость экстренного перехода в дистанционный формат обучения с использованием современных компьютерных информационных и коммуникационных технологий. Именно на базе уже созданных ЭУМК было организовано обучение студентов удаленно в условиях вынужденной самоизоляции. Используя ресурс «Видеоконференция», преподаватели нашей кафедры читали лекции, предоставив доступ студентам к экрану своего компьютера. Для проведения практических занятий кроме этого подключали доску, используя графический редактор Paint, на которой можно было записывать решения заданий практически так же, как и на доске в аудитории. Правда, были сложности с «вызовом к доске» студентов. Для предварительной проверки степени усвоения учебного материала по темам курса использовали тестовые задания. При условии успешного прохождения тестовых заданий студенты допускались к выполнению итоговой контрольной работы по изучаемой теме. В режиме реального времени студенты должны были выполнить контрольную работу и выслать решения предлагаемых заданий на проверку преподавателю. Кроме этого, были организованы консультационные форумы и чаты, где студенты могли задать вопросы, возникшие и при изучении теоретического материала, и при выполнении домашних заданий. Все возникающие вопросы решались практически в режиме «вопрос – ответ». И вроде бы есть все, что необходимо для получения знаний удаленно и для полного перехода на дистанционный формат обучения, заменив им традиционные формы получения образования. Но не все так однозначно. Разработанные ЭУМК должны были не просто содержать все необходимые материалы для изучения дисциплины, но и представлять собой качественный программный мультимедийный продукт, создающий информационную среду, соответствующую всем запросам дистанционного обучения. На преподавателей легла задача по обеспечению дисциплин электронными образовательными ресурсами, по подготовке материалов для качественного проведения лекционных и практических занятий и повышению своего уровня владения дистанционными технологиями, совершенствованию умений и навыков работы в цифровой среде, использованию цифровых платформ и сервисов в образовательном процессе. А это огромный кусок работы, который необходимо было выполнить в экстремально короткие сроки.

Кроме этого, оказалось, что дистанционная форма обучения подходит не всем студентам. Практически весь материал студентам необходимо изучить и усвоить самостоятельно, что требует высокой самоорганизации и самоконтроля. Дистанционное обучение плохо подходит для развития навыков общения, контакты студентов друг с другом и с преподавателем сводятся к минимуму, а это не способствует умению работать в команде, вести дискуссию, спорить (ведь, как известно, в споре рождается истина), обсуждать – все это требует личного общения.

Нельзя игнорировать проблему «идентификации пользователя» при онлайн-обучении. В системе Moodle есть все необходимые средства для проверки присланных домашних заданий и контрольных работ: возможность подчеркивать красным карандашом и исправлять ошибки, писать комментарии, давать рекомендации к выполнению заданий, выставлять оценки. Но сама проверка выполненных работ с экрана компьютера несколько затруднительна: это и не всегда хорошее качество присланных на проверку фотографий работ, и неразборчивый почерк, и большой объем работ. Кроме того, при проверке домашних заданий и контрольных работ, нет уверенности, что студент выполнил их самостоятельно, а не с чьей-то помощью. Поэтому при итоговой аттестации на экзаменах и зачетах студенты должны были присутствовать лично.

К объективным трудностям использования онлайн-обучения можно отнести отсутствие устойчивой связи. У студентов часто пропадал звук и изображение, особенно если они заходили на занятия с мобильного телефона. Часто картинка на экране и речь преподавателя не были синхронизированы, поэтому замедлялся процесс обучения, снижался темп и качество проведения занятий.

Несомненно, у онлайн-обучения есть и существенные преимущества. У студентов есть возможность работать в своем индивидуальном темпе и комфортном режиме. Занятия в аудитории ограничены временными рамками, не каждый студент успевает на занятии понять и усвоить изучаемый материал, дистанционное обучение дает возможность в записи прослушать лекцию или объяснение материала на практическом занятии. Дистанционное обучение – большой плюс для «застенчивых» студентов, которые стесняются отвечать перед группой из-за боязни оценочного восприятия своего ответа одногруппниками. Они опасаются высказывать свою точку зрения, боясь, что она может показаться смешной или глупой. Учась дистанционно, они чувствуют себя уверенно, независимо от мнения окружающих.

При дистанционном обучении выстраивается более продуктивная коммуникация: онлайн-консультации по всем возникающим вопросам, помощь со стороны преподавателя в изучении нового материала, более легкий доступ к преподавателю через интернет, возможность получения дополнительной информации по выбранному направлению.

Дистанционное обучение во время карантина открыло множество образовательных ресурсов и форматов, на которые раньше не обращали внимание. Это время прислушаться к себе и понять, какой тип восприятия информации подходит лучше всего: аудио (считывают информацию на слух, работа в формате аудио- и видеозвонков), визуальный (воспринимают информацию с помощью зрения, работа с учебниками, иллюстрациями, схемами, графиками, таблицами), дигитальный (воспринимают информацию путем логического осмысления) или кинестетический (воспринимают информацию через движение и действие). Дистанционное обучение – это хороший шанс и возможность воспитать самостоятельность и ответственность, развить навыки планирования, навыки тайм-менеджмента, которые помогут не только в университете, но и на работе в будущем.

Развитие компьютерной техники и информационных технологий послужило толчком к развитию информационного общества. Разработка качественных электронных курсов – одно из самых востребованных направлений на рынке образовательных услуг. Обеспечение качества дистанционного обучения является одним из важнейших условий его успешного использования в образовательном процессе. Однако полный переход на дистанционное обучение преждевременен. На сегодняшний день грамотное сочетание традиционных и инновационных методов обучения способствует повышению эффективности и результативности учебного процесса и является актуальным и востребованным.

УДК 378.147

ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ДИСТАНЦИОННОЙ ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Р.Г. КОНДРАТЕНКО, Ю.М. ГРЕБЕНЦОВ
Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий, г. Могилёв

Начавшаяся в конце 2019 года пандемия коронавируса вынудила большинство университетов по всему миру в экстренном порядке переходить на использование дистанционной формы организации своей работы из-за угрозы распространения вируса в студенческой и преподавательской средах.

Данный переход был сопряжён с необходимостью решения следующего ряда возникших проблем:

– необходимости использования преподавателями on-line сервисов и образовательных платформ;

– пропускной способности университетских сетей (её ограничение);

– наличия в университетах соответствующей материально-технической базы;

– выбора для работы со студентами соответствующей образовательной платформы, которая оказалась бы удобной в использовании как для преподавателей, так и для студентов.

Стоит отметить, что решение последней проблемы требует особого внимания. При проведении текущей аттестации студентов с использование дистанционных средств обучения одним из важнейших моментов является разработка механизма однозначной идентификации личности обучающегося, а также самостоятельности ответа студента на поставленные вопросы. По этим причинам использование только динамической обучающей среды Moodle [1, 2], на основе которой организован образовательный портал нашего университета, не в полной мере подходит для осуществления промежуточной аттестации. Это связано, прежде всего, с тем, что при использовании LMS Moodle невозможна однозначная идентификация студента (логин и пароль личного кабинета может быть передан студентами третьим лицам).

В качестве дополнения к LMS Moodle мы предлагаем использовать платформу Microsoft Teams. Платформа позволяет проводить групповые online видеоконференции, к которым может присоединиться до 300 пользователей и обладает огромным функционалом и возможностями. Таким образом, имеет место так называемая бинарная дистанционная система, каждый элемент которой нивелирует недостатки, присущие им по отдельности.

В рамках организации лабораторно-экзаменационной сессии у студентов заочной формы получения высшего образования с использованием информационно-коммуникационных технологий в университете была разработана соответствующая нормативная база, включающая в себя и алгоритм приёма экзаменов, зачётов, курсовых проектов и работ, который позволил решить проблему идентификации и самостоятельности при ответе студента.

Стоит также отметить, что использование такой формы проведения лабораторно-экзаменационной сессии не привело к скачкообразному росту абсолютной успеваемости.

Значения абсолютной и качественной успеваемостей по итогам летних лабораторно-экзаменационных сессий 2019/20 и 2020/21 учебных годов представлены на рисунке 1.

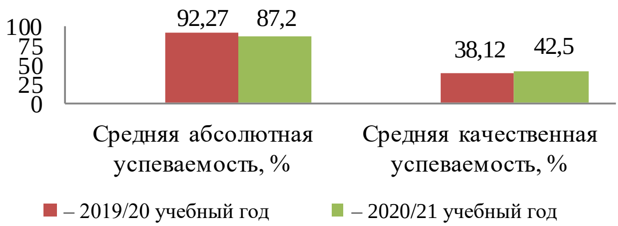

Рисунок 1

Анализ данных показал, что средняя абсолютная успеваемость за летнюю лабораторно-экзаменационную сессию 2020/21 учебного года составила 89,19 %, что на 3,08 % ниже результатов предыдущего учебного года. Качественная успеваемость выросла на 4,38 %. Это указывает на эффективность использования бинарной дистанционной системы и разработанного алгоритма проведения текущей аттестации.

Таким образом, на наш взгляд, использование элементов дистанционной формы обучения при проведении лабораторно-экзаменационных сессий у студентов заочной формы получения высшего образования имеет место быть, особенно в условиях мировой пандемии, приведшей к необходимости соблюдения социального дистанцирования.

Список литературы

1 **Гребенцов, Ю.М.** Опыт использования динамической обучающей среды MOODLE в преподавании высшей математики студентам заочной формы получения образования / Ю.М. Гребенцов, А.М. Гальмак, И.В. Юрченко // Качество подготовки специалистов в техническом университете: проблемы, перспективы, инновационные подходы : материалы IV Междунар. науч.-метод. конф., Могилев, 15–16 ноября 2018 г. – С. 128–129.

2 **Гребенцов, Ю.М.** Об электронном учебно-методическом комплексе по дисциплине «Высшая математика» на основе Moodle / Ю.М. Гребенцов, Г.М. Гребенцова // Оптика неоднородных структур – 2019 : материалы V Междунар. науч. конф., Могилев, 28–29 мая 2019. – С. 248–252.

УДК 378.14:51:004

ОБ ОПЫТЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Ю.И. КУЛАЖЕНКО, С.П. НОВИКОВ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В последнее время информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) настолько пронизали все сферы человеческой деятельности, что без них просто невозможно представить себе нашу жизнь. Потеря интернета ассоциируется у многих с концом света. Не стал исключением и образовательный процесс. При внедрении ИКТ в образование разные страны используют различные подходы. Так, в России приоритет выбора направлений развития остается за государственными органами. В Бразилии очень заметно влияние негосударственных организаций. В США выбор политики в отношении ИКТ остается за учреждениями образования. В Китае при четко сформированных общих государственных позициях высокую активность проявляют университеты. В нашей стране сформирован собственный подход, при котором государственные органы определяют стратегию, а вузам делегируется выполнение поставленных задач [1–3 и др.]. За последние годы вузы Республики Беларусь значительно продвинулись в области внедрения ИКТ в образовательный процесс. Ни у кого не вызывает сомнений необходимость и польза использования мультимедийных технологий при обучении студентов. Огромное количество научных работ посвящено опыту внедрения ИКТ в учебный процесс. Однако наряду со значительными успехами и достижениями в данном направлении имеются и значительные субъективные и объективные сложности и препятствия. Без их преодоления невозможно достичь основной цели развития высшего образования РБ на период до 2030 г. – повышения качества и конкурентоспособности высшего образования в соответствии с текущими и перспективными требованиями национальной экономики и социальной сферы, мировыми тенденциями экономического и научно-технического развития [3, с. 16]. При использовании ИКТ в математической подготовке студентов Белорусского государственного университета транспорта также возникли некоторые сложности и проблемы.

Материально-техническая база требует громадных усилий и затрат по дальнейшему ее совершенствованию, которому в университете всегда, и в особенности в последнее время, уделяется повышенное внимание. Очень значительные средства тратятся на закупку нового оборудования и программного обеспечения. И все же имеются еще задачи, требующие решения. В частности, в отдельных аудиториях очень желательно улучшение качества затемнения при использовании проекторов. Некоторые кафедры, например кафедра высшей математики, не имеют собственных аудиторий, оснащенных интерактивными досками или панелями. Словом, нет предела совершенству, особенно с учетом скорости появления в последние годы различных технических новшеств.

Зачастую даже при наличии хорошего оборудования недостаточно качественного программного обеспечения. Лицензионные программы стоят дорого, нередко приходится сталкиваться с отсутствием русскоязычных версий программ. Возникают проблемы и с обслуживанием ПК и ПО. Ввиду высокой конкуренции по величине заработной платы со стороны различных государственных и коммерческих организаций высококвалифицированных специалистов, способных проводить качественную техническую отладку, иногда недостает.

Проблема несовершенства информационно-методического обеспечения. В университете созданы хорошие условия для широкого внедрения ИКТ в учебный процесс. Разработаны четкие и простые в использовании рекомендации по созданию электронных учебно-методических комплексов дисциплин, и по большинству дисциплин уже имеются ЭУМКД. Активно используется платформа MOODLE. Разработано большое количество учебных курсов, преимущественно для студентов заочного факультета. Но актуализация этих курсов и ЭУМКД производится недостаточно оперативно. Создание полноценного методического обеспечения упирается в следующую проблему.

Проблема недостаточного количества квалифицированных кадров, способных успешно применять современные технологии. Решение проблемы упирается еще в одну проблему «разрыва поколений». Талантливая молодежь, впитывающая современные технологии, как говорится, «с молоком матери», неохотно занимается преподавательской деятельностью, предпочтя более прибыльную и престижную работу. Более старшее поколение, отлично владея математическими знаниями и навыками, демонстрирует недостаточные знания педагогических технологий и методики преподавания с использованием ИКТ. В университете в последние годы была проведена масштабная переподготовка профессорско-преподавательского и учебно-вспомогательного состава, огромный и неоценимый вклад в которую внес Институт повышения квалификации и переподготовки руководителей и специалистов Транспортного комплекса Республики Беларусь. Однако занятия проводятся без отрыва от основной работы и в составе групп. Между тем, ввиду специфики обучения и с учетом возрастных особенностей, требуется значительная индивидуализация занятий. Для курсов повышения квалификации необходим проектный подход с индивидуальным и групповым обучением.

Отсутствует единая общегосударственная система внедрения ИКТ в учебный процесс вузов. Несмотря на богатство и разнообразие опыта использования современных технологий отдельных вузов, несистемность данных процессов усложняет и замедляет внедрение. Подразделения Министерства образования Республики Беларусь и Главный информационно-аналитический центр, в частности, в этом вопросе основное внимание сосредоточили на среднем и среднем специальном образовании. Таким образом, наблюдается некоторая разобщенность отдельных университетов и институтов в выборе стратегии и тактики внедрения ИКТ. Так, например, каждый вуз самостоятельно создает электронные курсы по математике для отдельных специальностей, тратя на это значительные временные, трудовые и материальные ресурсы. Почему бы не привлечь лучших специалистов и не создать единый общедоступный электронный курс, чтобы преподаватели вместо тяжелой и не совсем профильной работы могли бы воспользоваться этим курсом или его отдельными частями, а основное внимание уделить адаптации курса к специфике вуза?

Недостаточная проработка организационно-методических вопросов дистанционного и удаленного проведения занятий. Как учитывается время подготовки удаленного занятия? Как учесть время проверки домашних заданий, контрольных и самостоятельных работ, которых в удаленном режиме работы требуется значительно больше? Как учесть трудозатраты по составлению электронного курса? Вопросы требуют тщательной проработки и четких методических рекомендаций.

Недостаточная мотивация студентов к плодотворной работе по обретению знаний и компетенций. Трудно преодолеть лень и иждивенческие настроения по отношению к учебе значительного количества учащихся. Проблему можно решить только совместными усилиями вузов и заказчиков кадров, при которых выпускники будут востребованы согласно их профессиональным компетенциям. Учебные заведения должны всемерно способствовать получению этих компетенций, а студенты активно и плодотворно учиться.

По всей видимости, аналогичные проблемы характерны и для многих других вузов нашей страны. Однако все вышеперечисленные трудности вполне преодолимы, многие из проблем уже находятся в стадии решения и совместными усилиями всех заинтересованных лиц можно и нужно достичь целей и задач, сформулированных в Концепции цифровой трансформации процессов в системе образования Республики Беларусь на 2019–2025 годы [2].

Список литературы

1 Концепция информатизации системы образования Республики Беларусь на период до 2020 г. [Электронный ресурс] : утв. Министром образования Респ. Беларусь, 24 июня 2013 г. // Официальный интернет-портал Министерства образования Республики Беларусь. – Режим доступа : http://edu.gov.by/statistics/informatizatsiya-obrazovaniya. – Дата доступа : 19.10.2019.

2 Концепция цифровой трансформации процессов в системе образования Республики Беларусь на 2019–2025 годы [Электронный ресурс] : утв. Министром образования Респ. Беларусь, 24 июня 2013 г. // Официальный интернет-портал Министерства образования Республики Беларусь. – Режим доступа : https://drive.google.com/file/d/1T0v7iQqQ9Z oxO2IIwR_OlhqZ3rjKVqY-/view. – Дата доступа : 22.01.2020.

3 О Концепции развития системы образования Республики Беларусь до 2030 года [Электронный ресурс] : постановление Совета Министров Респ. Беларусь, 30 ноября 2021 г., № 683 // Национальный правовой Интернет-портал Республики Беларусь. – Режим доступа : https://pravo.by/document/?guid=12551&p0=C22100683&p1=1&p5=0. – Дата доступа : 02.12.2021.

УДК 004.9:378.147

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРЕЗЕНТАЦИЙ ПРИ ЧТЕНИИ ЛЕКЦИЙ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

М.В. ЛАМЧАНОВСКАЯ

Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск

Информатизация и компьютеризация всех сфер жизнедеятельности общества привела к изменениям в содержании и объёме знаний, которыми должен обладать компетентный специалист. Более всего эти изменения коснулись наукоемких производств, радиоэлектронных и инфокоммуникационных технологий, которые существенным образом опираются на математический аппарат. В связи с этим перед высшим образованием ставится вопрос пересмотра не только содержания профессионального образования, но и методов преподавания. Одним из них является вопрос повышения эффективности и наглядности лекции.

В.И. Загвязинский определяет лекцию как традиционную, ведущую форму обучения в вузе, которая, являясь главным звеном дидактического цикла обучения, выполняет учебные, научные, воспитательные и мировоззренческие функции. Она является методологической, организационной основой для всех форм учебных занятий, в том числе и самостоятельных. Методологическая основа придает учебному курсу концептуальность, а организационная основа логически следует за ней и опирается на нее содержательно и тематически. Резервом повышения педагогической эффективности университетской лекции является использование таких наглядных средств обучения, как мультимедийные технологии [1]. Использование на современном этапе только традиционных технологий и методик уже не может обеспечить требуемые качества подготовки компетентных специалистов. Внедрение компьютерных технологий в учебный процесс также способствует реализации концепции непрерывного образования в системе *среднее специальное – высшее образование*.

На кафедре физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники (ИИТ БГУИР) при проведении лекций по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» используется мультимедийная презентация, созданная с помощью программы Microsoft Office Power Point. Она включает в себя следующие разделы:

Раздел 1: Линейная алгебра.

§1. Матрицы. Виды матриц.

§2. Линейные операции над матрицами. Произведение матриц. Транспонирование.

§3. Определители. Свойство определителей. Миноры. Алгебраические дополнения.

§4. Обратная матрица.

§5. Элементарные преобразования над строками матриц. Ранг матрицы.

§6. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений (метод Крамера, метод обратной матрицы, метод Гаусса).

Раздел 2: Векторная алгебра.

§1. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве.

§2. Декартова прямоугольная система координат. Действия над векторами в координатной форме.

§3. Скалярное произведение векторов.

§4. Векторное произведение векторов.

§5. Смешенное произведение векторов.

§6. Полярная система координат.

§7. Цилиндрическая система координат.

§8. Линейные пространства. Линейные операторы и их матрицы. Собственные векторы и собственные значения матриц.

Раздел 3: Аналитическая геометрия.

§1. Прямая на плоскости: различные виды уравнений прямой, взаимное расположение прямых, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой.

§2. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения, построение, характеристики.

§3. Плоскость в пространстве: различные виды уравнений плоскости, взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости.

§4. Прямая в пространстве: различные виды уравнений прямой, угол между прямой и плоскостью, расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямой и плоскости.

§5. Поверхности второго порядка.

На факультете компьютерных технологий ИИТ БГУИР высшее образование получают выпускники средних специальных учебных заведений (с этого года только в заочной форме). Программы обучения первой ступени высшего образования интегрированы с программами среднего специального образования. Некоторые разделы дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» входили в учебную программу дисциплины «Математика» для средних специальных учебных заведений (таблица 1) [3].

Таблица 1 – **Примерный тематический план типовой учебной программы по дисциплине «Математика» для учащихся системы среднего специального образования**

Тема	Количество учебных часов	
	Всего	В том числе на практические занятия
Линейная алгебра	14	8
Векторная алгебра	12	6
Аналитическая геометрия	11	4

Студенты уже изучали линейную алгебру, в частности, действия над матрицами, определители и способы его вычисления. Также они овладели тремя способами решения систем трёх линейных уравнений с тремя неизвестными, которые имеют единственное решение. Отметим, что в программу входит большая часть раздела «Векторная алгебра». Однако с момента изучения этих тем прошло не менее двух лет (при условии, что студент поступил в университет сразу после окончания колледжа), поэтому часть знаний ими утеряна. При сравнении учебно-методической карты дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» в дневной и заочной формах обучения (таблица 2) хорошо видно, что за предусмотренное время обучения невозможно изложить сколько-нибудь значительный объём информации [4]. Однако студенты ИИТ БГУИР, получающие высшее профессиональное образование в заочной форме, интегрированной со средним специальным образованием, уже имеют определённый объём знаний по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Таблица 2 – **Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» уровня высшего образования**

Форма получения высшего образования	Лекции	Практика	Самостоятельная работа
Дневная	34	34	52
Вечерняя	8	8	114
Вечерняя, интегрированная со средним специальным образованием	8	8	114

В связи с вышеизложенным использование преподавателем мультимедийной презентации лекций позволяет за краткий промежуток времени не только повторить изученный ранее материал, но и изложить большее количество тем по сравнению с традиционными методиками. Применение мультимедийной презентации позволяет облегчить восприятие студентами учебного материала, активизирует их познавательную деятельность. Мультимедийная презентация помещается в систему электронного обучения, созданную на платформе Moodle, и может быть использована студентами при самостоятельной работе. Аудиторное изучение раздела «Аналитическая геометрия» не предусмотрено программой, поэтому с презентацией по этой части курса студенты могут ознакомиться самостоятельно.

Очевидные преимущества использования мультимедийной презентации для представления лекционного материала [2]:

– придание лекции систематичности, законченности, целостности;

– сохранение основного достоинства лекции – живого общения лектора с аудиторией наряду с расширением методического аппарата лектора;

– информационная ёмкость – возможность поместить большой объём текстовой и графической информации; позволяет продемонстрировать большую по объёму часть знаний по каждой теме изучаемой дисциплины, возможность поэтапного воспроизведения созданных сложных рисунков;

– компактность – в качестве носителей для мультимедийной презентации могут быть использованы различные типы дисков, USB-карты; но независимо от формы и ёмкости, все эти типы носителей отличаются компактностью и удобством хранения;

– эмоциональная привлекательность – мультимедийные презентации дают возможность эффектно сочетать звуковые и визуальные образы; подбирать доминирующие цвета и цветовые сочетания, которые создадут у зрителей позитивное отношение к представляемой информации, при этом важно правильно подобрать сочетание цветов фона и шрифта (они не должны контрастировать, фон должен быть светлым, а шрифт темным, размер шрифта должен быть 25–50 пунктов для основного текста и 35–60 пунктов для заголовков);

– наглядность – это основной аргумент использования мультимедийных презентаций, поскольку является источником и средством непосредственного познания окружающего мира. Не зря народная пословица говорит: «лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать»;

– мобильность – для демонстрации мультимедийных презентаций необходимы носитель, компьютер (ноутбук) и видеопроектор;

– интерактивность – лектор имеет возможность непосредственно воздействовать на ход презентации, выбирать необходимую скорость воспроизведения, нужный для представления раздел информации; во время показа мультимедийной презентации преподаватель может сосредоточить внимание студентов на главных аспектах изучаемой темы, сопровождает показ объяснениями, рассказом, историческими фактами;

– экономическая выгода – доступность программного обеспечения, возможность многократного использования одной мультимедийной презентации, её дополнения новыми текстовыми и графическими материалами;

– многофункциональность – однажды созданная мультимедийная презентация может использоваться не только для проведения лекций, но и для использования информации на практических занятиях, организации самостоятельной работы, в частности, при подготовке к написанию контрольных работ студентами заочной формы получения высшего образования.

Открытость образовательной системы характеризуется вариативностью используемых методов обучения и должна следовать велению времени – образовательные технологии должны постоянно обновляться.

Список литературы

1 **Загвязинский, В.И.** Теория обучения: современная интерпретация : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.И. Загвязинский. – М. : Академия, 2001. – 192 с.

2 **Москаленко, О.В.** Использование презентации в преподавании дисциплин в высшей школе / О.В. Москаленко // Образовательные технологии. – 2015. – № 2. – С. 112–118.

3 Типовые учебные программы по учебной дисциплине «Математика» для учреждений образования, реализующих образовательные программы среднего специального образования (на основе общего базового и общего среднего образования) / сост.: Л.И. Майсеня, Т.П. Вахненко, И.Ю. Мацкевич. – Минск : РИПО, 2015. – 132 с.

4 Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» для направлений образования: 28 Электронная экономика, 39 Радиоэлектронная техника, 40 Информатика и вычислительная техника, 41 Компоненты оборудования, 45 Инфокоммуникационные технологии и системы связи, 36 04 Радиоэлектроника; специальностей: 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации, 1-58 01 01 Инженерно-психологическое обеспечение информационных технологий, 1-98 01 02 Защита информации в телекоммуникациях / сост. : Е.А. Баркова [и др.]. – Минск : БГУИР, 2021. – 22 с.

УДК 378.016:51

КОНТЕНТ-АНАЛИЗ АКТУАЛЬНОСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Л.И. МАЙСЕНЯ
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск

Информатизация общества лежит в основе инновационного направления реализации современного образовательного процесса. Умение в полной мере использовать возможности информационных технологий становится основой при подготовке будущих специалистов в области наукоемких производств. Вместе с этим ориентация на компетентностную парадигму в профессиональном образовании означает, что в практике обучения необходимо усиление деятельностной компоненты, поскольку компетенции не возникают в результате «статичного» усвоения знаний, они формируются в процессе деятельности. Актуальными и продуктивными технологиями обучения в данном направлении являются те, которые поддерживают высокую методическую и дидактическую эффективность образовательного процесса, могут быть использованы в условиях различных методов и форм обучения. Они могут быть реализованы с использованием программных продуктов, допускают систему тестирования знаний, учитывают индивидуальные способности студентов, освобождают их от однообразных работ и повышают степень учебно-познавательной самостоятельности.

Реализация на методологическом уровне системы дидактических целей, принципов, подходов, следование компетентностной парадигме в технических университетах возможны только в условиях интеграции компьютерных и классических педагогических технологий. Если сам образовательный информационный процесс реализуется на инфокоммуникационных специальностях университетов, то уже по своей сути он имеет профессионально-направленный характер. Происходит формирование контекстной структуры знаний и умений, которая в дальнейшей профессии явится современным аппаратом решения широкого круга профессиональных проблем.

Применение компьютера для поддержки процесса усвоения знаний и связанных с ними видов деятельности студентов имеет несколько аспектов. Компьютер в форме *сервисного средства* является источником предоставления студентам информации в электронном виде, выступая мультимедийным аналогом традиционных средств обучения. Применение компьютера как *инструментального средства* предполагает, что на этапах учебной деятельности определенный вид работы либо отдельные действия осуществляются самим студентом с использованием компьютера. Это связано с созданием и оформлением студентами собственных образовательных продуктов: ведением конспектов в электронном виде, компьютерным оформлением проектов и творческих работ, созданием презентаций и др. Если компьютер используется обучающимися как средство доступа к Интернету (для поиска различных источников информации, обеспечения телекоммуникационного взаимодействия между удаленными субъектами обучения), то компьютер является в этом случае *средством телекоммуникации*. Компьютерные технологии являются ведущими в современном высшем техническом образовании. Их использованию в учебном процессе посвящено множество исследований (расширенный анализ приведен в [1]).

Во многих странах Европы и Америки получило развитие направление, называемое machine learning, которое в русскоязычной версии правомерно называть *компьютерным обучением*. В американской педагогике, согласно [2], под machine learning понимается использование в обучении любой компьютерной программы, улучшающей на практике решение каких-либо задач. Японские специалисты в области педагогической науки [3] классифицируют компьютерное обучение в зависимости от субъект-субъектных отношений преподаватель – обучающийся на *контролируемое обучение* (supervised learning), *подкрепляющее обучение* (reinforsment learning) и *самостоятельное обучение* (unsupervised learning). Под *компьютерным обучением* белорусские исследователи С.В. Вабищевич, И.И. Цыркун [4] понимают специфическую искусственную дидактическую систему, в которой с помощью адаптивных цифровых образовательных ресурсов реализуется индивидуализированный процесс интерактивного взаимодействия обучающих и обучающихся посредством алгоритмизированного замкнутого управления с использованием адекватных моделей-предписаний и дифференциальных форм применения компьютера, в результате которого у субъектов обучения формируются определенные компетенции.

Компьютерные технологии, как объект образования, могут быть эффективными только тогда, когда они внедряются и используются на основе системного подхода, который базируется на материальном и кадровом потенциале университета. В таком случае использование компьютерных средств обучения существенно повышает производительность учебной деятельности, улучшает качество обучения, создает новые перспективы для творчества обучающихся и педагогов.

В многочисленных исследованиях констатируется, что традиционная система математического образования испытывает противоречия: с одной стороны – большой объем теоретической информации, необходимой будущему специалисту для профессиональной деятельности, а с другой – ограниченность времени на получение высшего образования. Разрешить это противоречие во многом возможно с помощью внедрения в различные формы обучения компьютерных технологий.

В обучении математике студентов наукоемких специальностей активизация деятельностного подхода должна происходить, прежде всего, на основе систематического использования компьютеров в обучении. Такой подход напрямую способствует формированию математической компетентности в составе информационной (как ключевой) и профессиональной компетентности будущих выпускников.

Успешная реализация информационно-компьютерных технологий в обучении математике студентов возможна только в условиях разработки и внедрения образовательной электронной среды. Под *образовательной электронной средой* Г.И. Шевченко [5] предлагает понимать совокупность программно-аппаратных средств и учебно-методических материалов для организации, контроля и управления учебным процессом.

Организация образовательной электронной среды имеет особое значение в процессе обучения математике студентов тех специальностей, которые в будущем по сути профессиональной деятельности будут связаны с компьютерами, в частности, будущих специалистов в инфокоммуникационной сфере. В данном случае предполагается реализация, прежде всего, двух функций компьютеров в обучении:

1) компьютер как объект учебно-познавательной деятельности;

2) компьютер как средство учебно-познавательной деятельности.

Первая функция реализуется в процессе изучения специальных дисциплин, вторая функция может быть с успехом реализована в математическом образовании студентов.

Использование компьютера в математическом образовании студентов позволяет реализовать такие методики обучения, которые в условиях массового образовательного процесса преподаватель осуществить не сможет. Результаты последних научных исследований в области методики обучения показывают, что использование компьютерных технологий позволяет повысить эффективность занятий по математическим и естественнонаучным дисциплинам на 30 %. Компьютерные системы могут эффективно использоваться не только на занятиях по математике, но и в качестве средств для самообучения и дистанционного обучения (об этом в работе [6]).

В обучении математике с использованием средств компьютерной техники превалирует опосредованное управление деятельностью студента над прямым управлением. Приведение управления этой деятельностью в систему является самостоятельной методической проблемой.

Простое использование компьютера в учебном процессе не обеспечит эффективности и качества обучения математике. Воспроизведение текста печатного учебного пособия на компьютере решает только одну функцию – информационную. Активная информатизация процесса обучения происходит, если спроектирована методическая система обучения, включающая также обучающую и контролирующую функции. Обращаясь к опыту организации образовательного процесса в БГУИР, отметим, что по всем математическим дисциплинам созданы и размещены в электронной библиотеке университета электронные учебно-методические комплексы. Они представляют собой комплект учебных и методических материалов (учебная программа, конспект лекций, методические рекомендации по выполнению практических и контрольных работ, набор тестов для оценки знаний и др.). Вместе с другой учебной литературой эти разработки используются студентами в качестве источников информации на очной, заочной и дистанционной формах получения высшего образования. Их внедрение создает основу для организации самостоятельной управляемой работы студентов.

Для оперативного управления процессом обучения математике на заочной форме получения высшего образования в Институте информационных технологий БГУИР используется система электронного обучения (СЭО) на платформе MOODLE. Она наполнена необходимыми учебными и методическими материалами по всем видам дисциплин, в ней размещены экзаменационные вопросы, теория для подготовки, контрольные работы и т. д. База учебных материалов постоянно обновляется и дополняется к каждой сессии. Студенты и преподаватели имеют доступ для использования по их личным паролям. С помощью данной системы возможно также проведение on-line тестирования во время сессии.

Хотя необходимость использования компьютерных технологий в процессе обучения математике студентов уже достаточно хорошо обоснована в педагогической литературе, на практике, в частности, в техническом образовании, продолжает существовать комплекс противоречий, затрудняющих эффективное использование этих технологий. Отмечается недостаток методических разработок и дидактического материала по их применению в обучении.

Отдельную методическую проблему представляет разработка компьютерных учебников и обучающих систем. Подходы к их разработке по математике, актуальность данного вида педагогической продукции в условиях использования компьютеров, ее эффективность в образовательном процессе обосновали А.И. Башмаков, И.А. Башмаков [7].

Исследователи сходятся во мнении, что важными факторами использования компьютерных технологий для изучения математических объектов являются:

– большой объем информации (в том числе справочной), хранение и работа с которым более эффективна с привлечением компьютера;

– вычислительная емкость операций, компьютерное проведение которых дает экономию времени;

– качественная графическая интерпретация, которая ведет к более полному пониманию сути проблемы.

В Национальном техническом университете Украины «КПИ» проведены научно-методические исследования использования современных информационных технологий для креативного преподавания математики на основе новой технологии – киберакмеологии (об этом в [8]). *Киберакмеология* – это наука о методике и технологическом моделировании развития и усовершенствования творческой индивидуальности личности.

Вместе с целесообразностью внедрения компьютерных технологий в образовательный процесс в работе [9] отмечается отсутствие очевидных преимуществ при их использовании в высшем образовании, если данный подход реализуется бессистемно. Причиной опасений является подмена деятельности, направленной на формирование математических знаний и умений, на знания возможностей вычислительной техники. Чтобы этого не случилось, следует подходить к обучению математике сбалансированно, с учетом методологии математического образования, методики эффективной реализации содержания и технологий обучения, базируясь на психолого-педагогических особенностях усвоения студентами математических знаний и формирования умений.

Психологические исследования показали, что человек запоминает 50 % увиденного, услышанное воспроизводится им на 20 %. В связи с этим, как аргументируется в [10], особое значение в процессе обучения отводится *компьютерным презентациям*, которые позволяют включить в работу у студентов сразу два вида памяти (визуальную, слуховую), что способствует лучшему усвоению учебного материала. В преподавании математики презентации являются важным инструментом расширения возможностей преподавателя. Они позволяют акцентировать основные положения, заострить внимание студентов на тех моментах, которые важны для понимания логики развития математической теории. С их помощью возможно представить сложный иллюстративный и графический материал, который зачастую трудно или невозможно показать на обычной лекции без использования компьютерных технологий. Презентации позволяют сделать сложный материал простым и доступным, интересным, запоминающимся и наглядным.

Сам процесс математического образования становится динамичным и современным.

В качестве заключения отметим следующее. Традиционное образование, в том числе математическое, основанное на лекционно-практической форме, является экстенсивным, так как передать студентам увеличивающийся объем знаний можно лишь путем наращивания продолжительности обучения. Однако возможности и резервы этого подхода в условиях динамических процессов настоящего времени практически исчерпаны. Интенсифицировать образование в значительной степени можно за счет современных компьютерных технологий, которые повышают производительность интеллектуального труда, освобождая от технически трудоемких вычислений и преобразований. В таком случае объем приобретаемых знаний увеличивается не за счет увеличения трудоемкости и времени обучения, а за счет нового качества методики обучения.

Список литературы

1 **Майсеня, Л.И.** Развитие математического образования студентов технических университетов / Л.И. Майсеня. – Минск : БГУИР, 2017. – 283 с.

2 **Mitchell, T.M.** Machine Learning / T.M. Mitchell. – New York : McGraw-Hill, 1997.

3 **Yoshida, K.** Machine Learning / K. Yoshida, A. Sakurai // Enciclopedia of Information Systems ; editor-in-Chief Bidgoli H. – 2003. – Vol. 3. – P. 103–114.

4 **Вабищевич, С.В.** Профессиональные задачи учителя в сфере компьютерного обучения [Электронный ресурс] / С.В. Вабищевич, И.И. Цыркун // Репозиторий БГПУ. – Режим доступа : http://elib.bspu.by/handle/doc/520. – Дата доступа : 01.04.2015.

5 **Шевченко, Г.И.** Образовательная электронная среда и модификация управленческой деятельности преподавателя вуза / Г.И. Шевченко // Информатика и образование. – 2010. – № 2. – С. 98–101.

6 **Таўгень, А.** Вучэбна-метадычны комплекс як аснова дыдактычнага забеспячэння тэхналогій дыстанцыйнага навучання / А. Таўгень // Вес. БДПУ. – 2003. – № 3. – С. 7–12.

7 **Башмаков, А.И.** Разработка компьютерных учебников и обучающих систем / А.И. Башмаков, И.А. Башмаков. – М. : Филинъ, 2003. – 616 с.

8 **Антонов, В.М.** Кібернетично-акмеологічні АРМ викладача математики / В.М. Антонов // Тринадцята міжнародна наукова конференція імені академіка М. Кравчука : матеріали конф., Київ, 13–15 трав. 2010 р. : в 3 т. / Нац. техн. ун-т Україны «КПІ». – Київ, 2010. – Т. 3. – С. 147.

9 **Полупанова, Е.Г.** Инновационные технологии в высшем образовании западных стран / Е.Г. Полупанова // Вышэйшая школа. – 2005. – № 6. – С. 47–50.

10 Новые педагогические и информационные технологии в системе образования : учеб. пособие / Е.С. Полат [и др.]. – М. : Академия, 2000. – 272 с.

УДК 378.016:51

О ВОСТРЕБОВАННОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ

И.Ю. МАЦКЕВИЧ, В.В. МАХНАЧ, А.А. ЕРМОЛИЦКИЙ
Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск

В настоящее время образовательный процесс немыслим без применения информационных технологий.

Согласно [1], под *информационной технологией* будем понимать процесс использования совокупности средств и методов обработки и передачи первичной информации для получения информации нового качества о состоянии объекта, процесса или явления. В сфере образования информационная технология представляет собой педагогическую технологию применения специальных дидактических способов, программных средств и методических приемов работы с учебной информацией.

С методологической точки зрения важен системный подход к созданию образовательной среды, направленной на реализацию строго определенных целей обучения, ориентированной на развитие личности обучающихся. Согласно [2], педагогические цели использования средств информационных технологий таковы: развитие личности обучаемого; развитие коммуникативных способностей; формирование умений принимать оптимальное решение в сложной ситуации; развитие умений проводить экспериментально-исследовательскую деятельность; формирование умений осуществлять обработку информации.

Обратимся к опыту внедрения в практику обучения современных информационно-коммуникативных технологий на примере Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники (ИИТ БГУИР). Студентами являются выпускники колледжей технических специальностей в области информатики и радиоэлектроники. Обучение осуществляется по интегрированным программам с учетом ранее изученного в колледже. Подготовка специалистов в данном учреждении образования ведется по наукоемким специальностям. Поэтому была выработана такая стратегия обучения, в результате применения которой мы получаем компетентного специалиста, обладающего не только фундаментальными знаниями, но и умеющего применять их в практической деятельности.

Итак, из практики обучения.

Акцент на обновление. Реалии времени таковы, что возникают новые области знаний, которые требуют определенных изменений в отборе содержания обучения. В частности, прорывом явилось включение в свое время учебных дисциплин «Дискретная математика», «Теория вероятностей и математическая статистика» в университетский курс. Дискретная математика содержит такие разделы, как математическая логика, теория чисел, комбинаторика, теория множеств и отношений, теория графов, кодирование и др., без применения которых невозможно представить ни один современный программный продукт. Усвоение вероятностных методов анализа того или иного процесса, статистических методов обработки информации способствует умению строить прогностические модели, что и является прерогативой инженеров.

К тому же в настоящее время эволюция учебно-программной документации от высшей математики к математике и далее к новым типовым программам по учебным дисциплинам «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ» – веление времени. Изучение этих дисциплин идет не только как углубление полученных ранее знаний и умений, но и приобретение новых в контексте специальности обучения.

Система электронного обучения. Построенная на платформе MOODLE система электронного обучения (СЭО) стала ещё одной инновацией в физико-математическом образовании студентов ИИТ БГУИР. С помощью СЭО можно обмениваться информацией со студентами (лекционным и практическим учебным материалом, презентациями, учебными пособиями, контрольными работами, вопросами к экзаменам и т. д., и т. п.). Эта система полезна для интерактивного общения при непосредственном чтении лекций или проведении практических занятий в условиях дистанционного обучения, а также для проведения текущей и итоговой аттестации студентов.

В качестве примера рассмотрим применение системы электронного обучения для проведения текущей аттестации по учебной дисциплине «Физика» у студентов заочной формы получения высшего образования.

Текущая аттестация предшествует проведению итоговой, тем самым позволяет получить информацию о степени готовности студентов к сдаче экзамена. Достаточно короткий промежуток времени, который отводится учебными планами специальностей для проведения экзаменационной сессии, затрудняет объективную оценку степени подготовки студента, а это, в свою очередь, приводит к необходимости соблюдения определенного «паритета» между выбором уровня сложности задания и отражением в нем соотношений между разделами и темами дисциплины. Следует отметить и то, что на выполнение студентом задания посредством СЭО отводится фиксированный промежуток времени, который должен соответствовать сложности предложенного контрольного задания. Последнее представляло собой тест, состоящий из 10 вопросов по разделам курса общей физики «Магнитостатика», «Оптика», «Квантовая физика», «Ядерная физика» в объеме, определяемом учебной программой дисциплины. Студентам предлагались восемь задач с возможностью выбора ответа (четыре варианта) – по два из каждого раздела. В еще двух задачах требовалось получить численный результат и ввести его. Для того чтобы избежать ошибок, связанных непосредственно с вводом полученного значения (а затем с последующим сопоставлением системой с правильным ответом), давалось необходимое пояснение о формате ввода, округления и приводился пример записи. В итоге преподаватель получал результаты сдачи теста каждой группой, примерный вид информации приведен в таблице 1 (фамилии по этическим соображениям скрыты). Используя полученные данные, преподаватель имел возможность корректно выставить отметки.

Таблица 1 – **Результаты теста по физике**

№ п/п	Ф.И.О.	Время выполнения	Баллы	Отметка
1	Артем	25 мин 50 с	4,6	5
2	Евгений	41 мин 45 с	5,5	6
3	Игорь	17 мин 11 с	4,6	5
4	Александр	21 мин 58 с	5,5	6
5	Егор	39 мин 9 с	5,5	6
6	Егор	19 мин 25 с	4,6	5
7	Диана	43 мин 26 с	6,4	6
8	Владислав	1 ч 22 мин	4,6	5
9	Александр	1 ч 23 мин	5,5	6
10	Роман	46 мин. 44 с	5,5	6
11	Александр	20 мин 29 с	4,6	5
12	Никита	42 мин 37 с	5,5	6
13	Владислав	25 мин 4 с	5,5	6
14	Ярослав	58 мин 19 с	7,3	7
15	Артур	59 мин 49 с	5,5	6
16	Максим	25 мин 50 с	6,4	6
17	Владимир	44 мин 46 с	5,5	6
18	Владислав	43 мин 22 с	6,4	6
19	Олег	23 мин 10 с	7,3	7
20	Алексей	1 ч 13 мин	4,6	5
21	Артём	45 мин 12 с	6,4	6
22	Александр	1 ч 10 мин	7,3	7
24	Максим	1 ч 20 мин	6,4	6
25	Владимир	54 мин 56 с	4,6	5
Общее среднее			**5,69**	**6**

Мультимедиа в обучении. *Мультимедиа* представляет собой совокупность программно-аппаратных средств, отображающих информацию в зрительном и звуковом виде. Речь пойдет о важности визуализации учебной информации, используемой в обучении. Общеизвестно, что эффективность применения наглядности в обучении зависит от задействованных в восприятии органов чувств.

При чтении лекций нами повсеместно применяются мультимедийные презентации с целью визуализации тех или иных математических или физических объектов. Каждое впервые вводимое понятие или теорема представляются на отдельном слайде, при необходимости новый учебный материал сопровождается чертежом, схемой или графиком. Это позволяет удерживать внимание студентов.

Важную роль в усвоении учебного материала играет правильно организованное и корректно структурированное содержание обучения, разделенное на отдельные тематические блоки, в каждом из которых сделан упор как на фундаментальные математические/физические понятия, так и на их взаимосвязь с другими дисциплинами с целью придания контекстности и осмысленности всему процессу обучения.

При проведении практических занятий акцент делается на неоднократное повторение пройденного материала с целью его более глубокого усвоения, при этом широко применяются графики и схематические рисунки. В этом помогают подготовленные лекторами опорные конспекты, которые высылаются студентам на электронную почту по окончании каждой лекции. Опорный конспект составляется для каждой лекции. Он представляет собой краткое, сведенное в таблицу содержание определенной лекции. Теоретические сведения, необходимые для практического усвоения определенной темы, сопровождаются символьной записью описанного словами понятия, графиками, иллюстрациями, формулами. Преподаватель, ведущий практические занятия, помогает студентам ориентироваться в информации, представленной в опорном конспекте, при решении задач (какую теорему применить в том или ином случае, определить, какая формула нужна при решении того или иного примера, какой график описывает ту или иную функцию и т. д.). Позже сами студенты вовлекаются в процесс подготовки опорных конспектов. В частности, лектор предлагает студентам быть особенно внимательными и тщательно вести конспект лекций, чтобы желающие могли проявить активность и сами составить впоследствии опорные конспекты. Фактически актуализируется творческий потенциал самих обучающихся, их креативность и самостоятельность. Подробнее об этом в [3].

Контекстность обучения. Современному студенту мало объяснить теоретический учебный материал, важно показать область практического использования полученных знаний, выработать умения применять их в дальнейшем. Этому, в частности, способствует применение нами контекстного обучения, осуществляемого с учетом специальности студента.

Смысловое ядро понятия *контекстное обучение* состоит из ориентации целей, содержания, форм и методов обучения на тесную связь математических и физических дисциплин со специальными дисциплинами и контекстом будущей профессии при дифференцированном подходе, учитывающем динамику личностного развития обучающихся, а также их ценностные ориентации.

С целью повышения эффективности контекстного обучения студентов инфокоммуникационных специальностей в качестве современных дидактических средств нами применяются такие прикладные пакеты программного обеспечения как MatLab, MathCad, Mathematica, Mathview Maple, Statistica, SPSS Statistics и др. Они позволяют исследовать сложные математические и физические модели, облегчают громоздкие вычисления, создают дополнительные возможности для формирования у студентов научного мировоззрения.

Список литературы

1 **Пащенко, О.И.** Информационные технологии в образовании : учеб.-метод. пособие / О.И. Пащенко. – Нижневартовск : Изд-во Нижневарт. гос. ун-та, 2013. – 227 с.

2 **Кравченя, Э.М.** Информационные и компьютерные технологии в образовании : учеб.-метод. пособие / Э.М. Кравченя. – Минск : БНТУ, 2017. – 172 с.

3 **Мацкевич, И.Ю.** Актуальность принципа наглядности в обучении математике студентов с нарушением слуха / И.Ю. Мацкевич, В.В. Махнач, А.А. Ермолицкий // Непрерывное профессиональное образование лиц с особыми потребностями : сб. ст. IV Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 9–10 декабря 2021 / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники ; редкол.: А. А. Охрименко [и др.]. – Минск, 2021. – С. 179–182.

УДК 378.147: 51

ПОВЫШЕНИЕ МАТЕМАТИЗАЦИИ СПЕЦИАЛЬНЫХ ДИСЦИПЛИН ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

А.И. МИТЮХИН, И.И. АСТРОВСКИЙ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,

Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск

Экономический успех и достижения в инновационной системе страны основываются на фундаментальной науке и прикладных исследованиях. Этот фундамент является и основой для роста международной конкурентноспособности в области высшего образования [1]. Современный образовательный процесс должен учитывать вхождение мировой индустрии в принципиально новый этап модернизации – «Plattform Industrie 4.0» [2]. Технологические особенности в рамках индустриального совершенствования требуют новых подходов в подготовке достаточного количества математически квалифицированных инженеров. Отличительной особенностью современного технического университета (ТУ) является широкое использование математических методов, алгоритмов прикладной математики и компьютерных технологий. Это связано с ускоряющейся математизацией техники во многих направлениях современной наукоемкой Industrie 4.0. Изучение математики в ТУ должно наполняться технической реальностью [3]. Процесс математизации различных технологий во многом был предопределен появлением в 80-х годах прошлого столетия персональных компьютеров (ПК). Компьютер, как вычислительный инструмент, стал ускорителем развития не только в научной и технической сферах, но и в образовании. Технические характеристики того поколения ПК были сравнительно ограниченными, но уже тогда ПК являлся новым техническим средством автоматизации математических расчетов. Фактически с появлением ПК началось формирование прикладной математики как направления науки, так и инженерной дисциплины ТУ. В свою очередь, междисциплинарное взаимодействие классической, прикладной математик и появившихся программных средств привели к появлению компьютерной математики (КМ) или научного направления, соединяющего математику и информатику. На начальном этапе внедрения в ТУ компьютерных программных приложений они служили лишь для более доступного получения и понимания относительно сложных математических знаний. Анализ результатов сложных алгоритмов, примеров, упражнений, полученный быстро с помощью ПК, а не после ручных долгих поэлементных вычислений, очевидно приводит к более эффективному и глубокому пониманию изучаемой темы курса (при условии достаточных теоретических знаний, понимания задачи и даже результата вычислений). Любые ручные научно-технические вычисления могут сопровождаться ошибками, что приводит к необходимости проверок этапов вычислений, реальной оценки полученного результата и в конечном итоге к увеличению временных затрат на изучение некоторого раздела дисциплины. Компьютерные математические программы характеризуются высокими точностными параметрами при решении многих задач прикладной математики, например, алгебры полиномов (для техники помехоустойчивого кодирования, цифровой фильтрации (опыт БГУИР)), решении систем уравнений (алгебраических, нелинейных и др.) численными методами. В настоящее время существует большое множество как узкоспециальных математических приложений (вида IBM SPSS Statistics), так и универсальных математических систем. Последние версии (2020–2021 г.) основных универсальных приложений КМ (Maple, Mathematica, MATLAB+Simulink+Toolbox) включают в себя практически все области классической и прикладной вузовской математики, различные виды математического моделирования систем и сигналов. Кроме названных коммерческих систем имеются сравнительно полноценные образцы математического свободного программного обеспечения. Очевидным достоинством таких приложений является работа под управлением практически всех распространенных операционных систем (Windows, MacOS, Linux, Android). Примером такого универсального математического инструмента является Maxima. Приложение устанавливается не только на ПК, но и на таблет-компьютерах и смартфонах. Компьютерная математика условно развивается по трем направлениям (хотя четкого разделения направлений сложно увидеть):

– системы для численных вычислений на базе табличных процессоров (вида Excel);

– полноценные системы компьютерной алгебры (вида Maple, Mathematica);

– универсальные системы компьютерной математики (вида MATLAB).

Основные различия между математическими приложениями можно свести к следующим.

1 Функциональные возможности.

2 Набор функций для аналитических вычислений и набор средств компьютерной алгебры.

3 Совместная работа численных и аналитических методов.

4 Возможность функционального программирования.

5 Средства графической визуализации и интерфейс пользователя. Иллюстрация пошагового решения задачи, алгоритма.

6 Справочная система с решением примеров, доступом в Internet с расширением до учебного пособия.

7 Набор научных и технических пакетов расширения в разных областях индустрии (например, цифровая обработка сигналов и изображений, радиоэлектронные системы с расширением спектра стандартов связи 4G (LTE), 5G (New Radio), (опыт БГУИР). Возможности работы с измерительными приборами (спектроанализаторы, осциллографы, генераторы шума (опыт БГУИР)) многих фирм.

8 Расширение имитационного математического моделирования для различных областей науки и техники.

9 Увеличение скорости вычислений с использованием параллельных (многоядерных) процессоров.

Для ТУ наилучшим (с научной и прикладной (инженерной) точки зрения) пакетом прикладных математических программ является система MATLAB+Simulink+Toolbox с пакетом расширения компьютерной алгебры MuPAD американской корпорации The MathWorks, Inc. Она предназначена для научных и инженерных специалистов-разработчиков высокотехнологичных предприятий военно-промышленного комплекса, цифровых коммуникаций, космических систем, транспорта для автономных пассажирских и грузовых перевозок и др. Явным преимуществом MATLAB в сравнении с другими операционными технико-вычислительными пакетами является возможность использования средств объектно-ориентированного программирования. При этом не только для вычислительных расчетов, но и для моделирования различных технических систем, особенно относящихся к области наукоемких радиоэлектронных комплексов (опыт БГУИР). Современные высокотехнологичные сложные радиосистемы, в качестве примеров, можно привести мобильные средства стандарта G (как решение военно-космических технологий) или системы цифрового телевидения (как сложные математические решения обработки 1D и 2D сигналов) представляют собой аппаратно-программный продукт. В этом понимании программное операционное средство MATLAB становится необходимым инженерным инструментом проектирования, разработки и расчетов [3].

Появление удобных для применения в обучении программных продуктов КМ стимулирует модернизацию содержания общеобразовательных математических и специальных дисциплин. Появилась возможность для преподавателей ТУ вводить в свои классические и специальные курсы новые разделы, связанные с математическими алгоритмами, имеющими значительную мультипликативную и аддитивную сложность. Практические, лабораторные, курсовые занятия от решения задач абстрактного характера постепенно превращаются в занятия, нацеленные на решение прикладных вопросов в реальных научных и технических областях (например, в коммуникациях, микро- и наноэлектронике, инновационном автономном управлении (роботы) и др.). При этом важно, чтобы преподаватели математических кафедр в достаточной мере имели навыки работы с системами КМ. В качестве примера приведем небольшой фрагмент из лабораторных занятий по курсу «Алгоритмы цифровой обработки сигналов и изображений», связанный с темой «Эффективное вычисление свертки посредством спектральных преобразований». Один из этапов работы (вычисление фазового спектра действительного сигнала) выполняется с программированием в пакете MATLAB. Текстовый вид программы в виде m-файла и результат вычислений показан ниже.

```
funktion X=dft(x)              % x Signal, dft spectrum von x
% dft.m 23.02.2022
N=lenght(x);                    % lange (x)
w=exp(-j*2*pi/N);               % diskret exponentialsystem
X=zeros(1,N);                   % nullvektor
for k=0:N-1
```

```
        wk=w^k;
        for n=0:N-1
            X(k+1)=X(k+1)*wk^n
            end
    end
    x=[0.35 0.35 0.64 1.06];
    >> dft(x)
    ans =
    2.4000 + 0.0000i  -0.2900 + 0.7100i  -0.4200 - 0.0000i  -0.2900 - 0.7100i
```

$\varphi(\kappa) = \begin{pmatrix} 0 & 112,28 & 0 & -112,28 \end{pmatrix}$.

После получения достоверного результата расчета фаз $\varphi(\kappa)$ гармоник и сравнения значений $\varphi(\kappa)$ после «ручного» вычисления по определению фазового спектра в виде $\varphi(\kappa) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}(X(k)}{\mathrm{Re}(X(k)}\right)$ иногда у студентов возникает вопрос о разных оценках вычисляемого параметра, когда $\varphi(1) = 112,28$, а по определению фазовый коэффициент с тем же номером фазового угла $\varphi_d(1) = -67,28$. Однако кажущаяся неоднозначность легко объяснима, если знать, что в зависимости от знаков $\mathrm{Re}(X(k)$ и $\mathrm{Im}(X(k)$ значение комплексной амплитуды спектра находится в одной из четвертей комплексной плоскости. Для функции $\varphi(\kappa)$ нет различий между первой и третьей четвертями комплексной плоскости (ситуация справедлива и для второй и четвертой четвертей). В MATLAB это учитывается и вводится соответствующая поправка. В рассматриваемом примере лабораторной работы $\tan(\varphi) = \tan(\varphi + \pi)$. Надо понимать, что решение прикладных математических задач посредством компьютерного инструмента требует глубоких классических математических знаний. Большое количество примеров программных инженерных вычислений, имеющихся в MATLAB, не содержат объяснений математических понятий, не достаточны для глубокого изучения материала, потому не заменяют посещение лекций или использование учебников. Иначе такой современный инструмент, облегчающий процесс получения знаний в конкретной инженерной области, может оказаться неэффективным, приводящим к ошибочным результатам и даже бесполезным. Как правило, примеры изучаемых понятий в лекции сравнительно легкие и короткие. Задания курсовых, дипломных проектов (работ) повышенного уровня сложности, выполняемые с применением программных приложений, позволяют намного эффективнее усваивать изучаемый материал лекций.

Длительный опыт научной, инженерной и преподавательской работы в Белорусском государственном университете информатики и радиоэлектроники (БГУИР) и Институте информационных технологий БГУИР на кафедре физико-математических дисциплин (ФМД) показывает, что прикладные составляющие математического образования на базе современного математического контента в *ТУ* должны быть существенно увеличены. Доля прикладной математики с использованием компьютерной математики зависит от профиля учебного заведения (*технический, медицинский и др*.), предметной области будущего специалиста. Например, для радиотехнических, инфокоммуникационных специальностей БГУИР доля прикладной математики с использованием КМ по нашим оценкам должна составлять не менее четверти от всего математического курса. Отчасти это связано с изучением дисциплин, которые имеют тесные междисциплинарные связи. В этом случае обязательное требование к процессу обучения – системный подход, результатом которого являются достаточные знания по выбранной специальности. На кафедре ФМД системный подход успешно связывает несколько прикладных информационно-математических дисциплин, где изучаются вопросы теории информации, прикладные темы информационной безопасности и надежности, оптимальной помехоустойчивой кодированной передачи данных, эффективного кодирования (сжатия), обработки сигналов и изображений. В основе формирования структуры и содержания специальных дисциплин кафедры ФМД лежит принцип изучения теоретических дисциплин и их применение в современных разнообразных информационных технологиях [4]. Это важно как в научно-методологическом, так и прикладном инженерном аспекте, когда благодаря использованию компьютерных вычислительных инструментов современные наукоемкие технологии Industrie 4.0 создаются в ускоренном режиме. В качестве успешных примеров быстрого выпуска инновационных высокотехнологичных продуктов, результата эффективной совместной работы научных и инженерных коллективов можно привести последние космические высокотехнологичные системы Национального управления по аэронавтике и исследованию космического пространства NASA (National Aeronautics and Space Administration) и Европейского космического агентства ESA (European Space Agency).

Список литературы

1 **Митюхин, А.И.** Технический университет на этапе перехода к цифровой трансформации индустрии 4.0 / А.И. Митюхин // Высшее техническое образование: проблемы и пути развития : материалы IX Междунар. науч.-метод. конф. (Минск, 1–2 ноября 2018 года). – Минск : БГУИР, 2018. – С. 313–315.

2 Digitale Transformation in der Industrie [Electronic resoure] / Bundesministerien für Wirtschaft und Energie. Режим доступа : www.bmwi.de. – Дата доступа: 18.02.2022.

3 **Митюхин, А.И.** Составляющие эффективной модернизации математической подготовки в технических университетах / А. И. Митюхин // Модернизация математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Междунар. науч.-практ. конф. / под ред Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2017. – С. 86–89.

4 **Митюхин, А.И.** Особенности преподавания специальных теоретических дисциплин / А.И. Митюхин, Р.П. Гришель / Непрерывное профессиональное образование: состояние и перспективы развития : материалы науч.-метод. конф., Минск, 8–9 сент. 2011 г., Институт информационных технологий. – Минск, 2011. – С. 119–120.

УДК 378.146

ОБ ОПЫТЕ СОСТАВЛЕНИЯ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ТЕСТОВ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Н.В. МИХАЙЛОВА, В.И. ЮРИНОК
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) уже прочно обосновались в современном университетском образовании как в самом процессе обучения, так и в практике текущего контроля успеваемости студентов, особенно активировавшись в период дистанционной формы обучения. Многие экзамены проводятся в форме тестирования, а экзаменационный билет представляет собой перечень закрытых или открытых тестовых вопросов. Здесь представлено авторское обобщение опыта составления тестовых экзаменационных заданий по высшей математике при проведении экзамена у первокурсников технического университета.

При составлении вариантов тестовых заданий были учтены требования, предъявляемые к содержанию примеров и задач, а также к вариантам ответов на них. Для наиболее объективной оценки уровня усвоения, по замыслу авторов, группа заданий разбивалась на три уровня (первый, второй и третий), соответствующих качественным оценкам успеваемости: «удовлетворительно», «хорошо», «отлично», а количество выполненных заданий конкретного уровня и правильность ответов позволяли перевести оценку в количественный балл десятибалльной системы.

Задания первого уровня «удовлетворительно» были довольно элементарными по формулировкам и ориентированы на усвоение студентами самых базовых математических понятий и свойств. По сути, это задания, которые, по выражению студентов, нужно выполнить, чтобы «сдать» предмет. Например, вычисление определителя второго порядка, выполнение линейных операций над матрицами, вычисление предела функции в точке, нахождение производной явной функции одной переменной, представляющей линейную комбинацию элементарных функций из «табличных» производных и т. д. Конечно, задания такого типа – это небольшой объем всего семестрового курса. Но, по нашему мнению, способность решать подобные задачи все же позволяет сформировать минимальный базовый фундамент для усвоения тем курса последующих семестров.

Задания второго уровня («хорошо») в большей степени ориентированы на приложения математики в ней самой и других науках, также это задачи, требующие выполнения некоторой последовательности шагов для своего решения, то есть демонстрирующие алгоритмичность стиля мышления студента и понимаемую им математику [1]. В частности, задания на отыскание решения системы линейных алгебраических уравнений различными методами, задачи на приложения векторной алгебры и производной функции одной переменной в аналитической геометрии и т. п. Содержание таких задач ориентировано на более системное знание и понимание математических понятий, свойств, теорем и связей между разделами в самой математике и ее взаимосвязей с другими науками.

И, наконец, задания уровня «отлично», которые по своей форме тестовые, но содержательно приближены к теоретическим вопросам традиционного билета устного экзамена, всегда включавшего вопрос с доказательством. Одна из сущностей математики состоит в том, что математика – наука о доказательствах. Поэтому умение доказывать математические утверждения является высшим уровнем владения математическим знанием. Не претендуя на оригинальность, авторы попытались творчески подойти к формулировкам требуемых «доказательных» вопросов. Например, известно, что определения некоторых математических объектов часто используются в математике для доказательства или вывода их свойств. Поэтому суть вопроса-задания (теоретического) состояла в том, чтобы вначале сформулировать определение, а затем, пользуясь им, провести некоторое доказательство или вывести требуемую формулу.

Примеры вопросов уровня «отлично»:

1 Сформулируйте определение предела функции в точке («на языке $\varepsilon-\delta$»). Воспользовавшись определением выше, докажите, что $\lim_{x\to 2}(3x-2)=4$.

2 Сформулируйте определение производной функции в точке. Докажите, пользуясь определением, что $(x^2)'=2x$.

3 Запишите общее уравнение плоскости; поясните все составляющие уравнения. Выведите формулу для нахождения угла между двумя плоскостями.

Умение справляться с заданиями такого типа показывает, что студентам при изучении курса математики удалось преодолеть разрыв, существующий в настоящее время между школьным и университетским процессами обучения. Для современной школы характерна ориентация на запоминание жестко формализованных методов решения задач, готовых формул и схем решения. В университете же процесс обучения высшей математике направлен на системный анализ определений математических объектов, их свойств, взаимосвязей и, конечно, логику рассуждений, доказательств, обоснования, заставляя студентов избавляться от привычки необоснованного домысливания и осознать непродуктивность механического заучивания [2].

Так как экзаменационный билет имел структуру теста, то к заданиям первых двух уровней предлагались на выбор пять вариантов ответов, среди которых только один был правильный. Вопросы третьего уровня не содержали ответов, то есть представляли собой так называемый открытый тест. Следует отметить, что среди вариантов предлагаемых ответов авторами намеренно были использованы типичные ошибки, допускаемые студентами, заранее скурпулёзно собранные в течение нескольких лет преподавания. Как показал опыт проведения экзамена, такой подход позволил уменьшить выбор студентами ответа на задачу по принципу «наиболее подходящий ответ среди явно неподходящих», то есть минимизировал ответы, выставляемые наугад.

Тестовая форма экзамена имеет свои позитивные и негативные стороны. Будучи экзаменом, проводимым в письменной форме, он более объективен в оценке успеваемости студента, психологически комфортен для него, имеет большую вариативность в заданиях (вплоть до индивидуальных), может проводиться с использованием ИКТ, экономя силы и время на проверку студенческих работ. Основной недостаток тестового экзамена, по нашему мнению, в том, что довольно сложно сформулировать тестовое задание, позволяющее в полной мере определить степень системообразующих связей, сформированных студентами в процессе обучения. Негатива добавляет еще и стремление отдельных студентов не к решению, а к бездумному выбору ответа и слепой надежде на призрачное везение, а не уверенное знание. Но, на наш взгляд, корни этой проблемы не в форме проведения экзамена, а в отсутствии мотивации к обучению. Авторы полагают, что решение этого важного вопроса содержится в комплексном подходе в воспитании и обучении высококвалифицированных инженеров.

Список литературы

1 **Михайлова, Н.В.** Формирование математического стиля мышления в области инновационного инженерного образования / Н.В. Михайлова // Инновации в образовании. – 2020. – № 1. – С. 18–29.

2 **Ёровенко, В.А.** Когнитивная технология «научить учиться» студентов, изучающих высшую математику / В.А. Еровенко // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2020. – № 1. – С. 60–65.

УДК 51(092)

«LIBER ABACI» – ВЕЛИКИЙ ТРУД ВЕЛИКОГО МАТЕМАТИКА

Н.Ф. СЕМЕНЮТА

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

2022 год – юбилейный в истории математики: 820 лет назад итальянский математик Леонард Фибоначчи издал свой замечательный трактат «Liber abaci» («Книга абака»). Один из известных немецких историков математики

Морис Кантор (1829–1920) высоко оценил трактат и назвал Фибоначчи «блестящим метеором, промелькнувшим на темном фоне западноевропейского средневековья» [1, 2].

Леонардо Фибоначчи (1170–1250) – из итальянского города Пизы, был выдающимся математиком средневековой Европы. В то время Пиза была одним из крупнейших коммерческих центров Европы, активно сотрудничавшим с исламским Востоком. Отец Фибоначчи, будучи успешным торговцем, позволил сыну получить хорошее математическое образование для того времени в одном из арабских учебных заведений. В последующие годы Фибоначчи, став купцом, также много путешествовал по многим странам Средиземноморья, продолжая изучение математики арабов, индейцев, греков, и узнал много доселе ему неизвестного [3, 4].

В 1200 г. Фибоначчи вернулся в Пизу и на основе своих знаний и трудов арабских математиков Мухаммед аль-Хорезми (ок. 783 – ок. 850) по решению квадратных уравнений, работы Абу Рейхан Бируни (973 – 1048) из Хорезма, Омара Хайями (1048–1131) и др., написал и издал в 1202 году свой главный трактат «Liber abaci» («Книга абака»), или трактат по расчетам. Этот трактат явился событием особого значения для Европы.

Трактат «Liber abaci» был рассчитан на тех, кто занимается практическим счётом – в первую очередь торговцев. Его изложение по ясности, полноте и глубине сразу стало выше всех античных и арабских прототипов. Он состоял из 15 глав и 459 печатных страниц, написан он на латинском языке и стал настоящей энциклопедией математических знаний того времени. В трактате подробно разъяснялись не только азы науки о системах счисления, натуральных числах и действиях над ними, но и основы учения об уравнениях, т. е. алгебры. Кроме того, в нем имелось большое количество задач практического содержания, иллюстрировавших различные приемы решения, как арифметические, так и алгебраические, приводящие к одному или нескольким уравнениям, почерпнутых им из трудов арабских, индийских и античных математиков, а также полученных им самим. В трактате были также задачи на суммирование арифметической и геометрической прогрессий, последовательности квадратов и др.

По словам советского историка математики А.П. Юшкевича, «"Книга абак" резко возвышается над европейской арифметико-алгебраической литературой XII–XIV веков разнообразием и силой методов, богатством задач, доказательностью изложения. Последующие математики широко черпали из нее как задачи, так и приёмы их решения» [3].

Книга сыграла заметную роль в развитии математики в Европе в течение XV–XVI вв. В частности, именно в этой книге европейцы познакомились с индусскими («арабскими») цифрами, вычислениями с натуральными числами и обыкновенными дробями. Фибоначчи был первым, кто использовал горизонтальную черту для обозначения дроби, впервые в истории математики получил рекуррентную последовательность чисел. Фибоначчи «арифметику и алгебру линейных и квадратных уравнений изложил с непревзойденной ни ранее, ни долгое время спустя полнотой и глубиной» [3]. Некоторые задачи из «Liber abaci» или их аналоги можно обнаружить в трудах итальянского математика Луки Пачоли (1445–1517) «Сумма арифметики» (1494), французского математика Баше де Мезириака (1581–1638) в книге «Приятные и занимательные задачи» (1612), русского математика Леонтия Магницкого (1669–1739) «Арифметика» (1703) и даже Леонарда Эйлера (1707–1783) в книге «Полное введении в алгебру» (1768).

По книге Фибоначчи многие поколения математиков в Европе начали изучать индийскую десятичную **позиционную систему счисления** и индийских цифр (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), которые до того использовали еще римские цифры (I, V, X, D, ...). Стоит отметить также, что Фибоначчи вводит как самостоятельное число ноль (*zero*), название которого производит от *zephirum*, латинской формы «ас-сифр» (пустой).

Одной из задач «Liber abaci» была задача о размножении кроликов («проблема кроликов»), которая сыграла и продолжает играть исключительную роль в теории чисел и математической теории гармонии. Суть задачи состоит в следующем: «сколько пар кроликов родится в год от одной пары, если каждая пара приносит ежемесячно по одной паре, способной, в свою очередь, через месяц к размножению». Решение дается в виде суммы рекуррентной последовательностей чисел, названной последовательностью чисел Фибоначчи:

F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

Французский математик Эдуард Люка (1842–1891), автор книги «Математические развлечения», показал, что члены последовательности Фибоначчи могут быть рассчитаны по рекуррентному соотношению $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ с двумя начальными членами $F_1 = 1$ и $F_2 = 1$.

Характерной особенностью последовательности чисел Фибоначчи являются отношения каждой пары рядом расположенных чисел F_{n+1}/F_n, которые в пределе ($n \to \infty$) стремятся к числу $\Phi = (1+\sqrt{2})/2 = 1{,}618...$ – золотому сечению и обратное отношение F_n/F_{n+1} к числу $1/\Phi = 0{,}618...$ [3–5]. Число 1,618 было названо «золотым числом» («золотым сечением», «золотой пропорцией») в честь древнегреческого скульптора Фидия, использовавшего его в своих творениях [6].

Профессор Н.Я. Виленкин отмечал, что «со времен греческих математиков было известно две последовательности, каждый член которых получался по определенному правилу из предыдущих – арифметическая и геометрическая прогрессии. В задаче Леонардо появилась новая последовательность, члены которой были связаны друг с другом соотношением: $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$.

Это была первая в истории науки формула, в которой следующий член выражался через два предыдущих. Подобные формулы получили название рекуррентных (от латинского слова recurrere – возвращаться) [6]. Метод рекуррентных формул оказался впоследствии одним из самых мощных для решения комбинаторных задач» [7].

В природе много примеров, отражающих закономерности последовательности Фибоначчи в строениях организмов, их эволюции, функционирования. Размножение и рост по Фибоначчи широко распространены в природе. Известный венгерский математик Альфред Реньи (1921–1970) в своем сборнике «Трилогия о математике» ввел отдельный раздел под названием «Вариации на тему Фибоначчи», где с восхищением писал: «… простая математическая задача (например, задача Леонардо Фибоначчи о размножении кроликов) при всестороннем рассмотрении позволяет заглянуть в широкий круг актуальных проблем современной математики» [8]. Принцип золотого сечения широко используется в науке и технике как условие оптимальной работы технических объектов. Американский ученый Дональд Кнут, которого в современной вычислительной науке называют «отцом анализа алгоритмов», в своей книге «Искусство программирования» (2019) отмечает: «Как ни странно, она до сих пор является прекрасным упражнением на сложение в курсе программирования». Он же отмечает, что до того, как Фибоначчи написал свою книгу, эту последовательность обсуждали индийские ученые в связи с проблемой стихосложения.

В трактате Фибоначчи рассматривается еще одна интересная задача, которая в последующие годы привлекла внимание многих ученых. Речь идет о «задаче о выборе наилучшей системы гирь для взвешивания на рычажных весах» груза, или проще «задача о гирях». Кроме Фибоначчи, ее решением занимались знаменитый итальянский математик Лука Пачоли в своей книге «Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita» (1494), французский математик Баше де Мезириак (1612) в книге «Сборник приятных и занимательных задач». В России «задача о гирях» известна также под названием «задачи Боше – Менделеева». В наши годы эта задача была решена советским математиком А. П. Стаховым (1939–2021) на основе золотого сечения. Здесь также отметим выдающуюся роль профессора А.П. Стахова в разработке новой теории кодирования и криптографии на основе чисел Фибоначчи, создании «Компьютера Фибоначчи» [8]. Отметим также, что под руководством А.П. Стахова был проведен первый Международный Конгресс по математике гармонии (Одесса, 2010), Международный online семинар по математике гармонии (Институт Золотого Сечения, Академия Тринитаризма, 2011–2012).

Таким образом, в течение нескольких столетий и сегодня трактат Леонардо Фибоначчи «Liber abaci» играл и играет важную роль в распространении математических знаний во всех странах мира, в применении последовательности и чисел Фибоначчи в искусстве, науке и технике, в том числе современных цифровых технологиях. Именем Фибоначчи названы улицы в

Пизе и во Флоренции. Имя Фибоначчи в США носит ассоциация Fibonacci Association (1963) и издаваемый научный журнал Fibonacci Quarterly, один раз в два года проводится конференция по числам Фибоначчи и их приложениям, в Евросоюзе (2010–2013) был реализован проект Фибоначчи в сфере образования (IBSME).

Список литературы

1 **Воробьев, Н.Н.** Числа Фибоначчи / Н.Н. Воробьев. – М. : Наука, 1984. – 72 с.

2 **Мартыненко, Г.Я.** История математико-гармонических представлений: от Пифагора до наших дней / Г.Я. Мартыненко. – СПб. : ЛАЙКА, 2016. – 264 с.

3 **Юшкевич, А.П.** История математики с древнейших времен до начала XIX века / А.П. Юшкевич. – М. : Наука, 1972. – 352 с.

4 **Сороко, Э.М.** Структурная гармония систем / Э.М. Сороко. – Минск : Наука и техника, 1984. – 264 с.

5 **Семенюта, Н.Ф.** Золотая пропорция в природе и искусстве / Н.Ф. Семенюта, В.Л. Михаленко. – Гомель : БелГУТ, 2002. – 82 с.

6 **Семенюта, Н.Ф.** Гармонические пропорции в науке и технике / Н.Ф. Семенюта. – Гомель : БелГУТ, 2012. – 172 с.

7 **Виленкин, Н.Я.** Комбинаторика / Н.Я. Виленкин. – М. : Физматгиз, 1969. – 328 с.

8 **Stakhov, A.** The mathematics of harmony: from Euclid to Contemporary mathematics end computer science / A. Stakhov. – Singapore : World Scientific Publishing, 2009. – 676 p.

УДК 378.14:004.42

О ПРИМЕНЕНИИ ПАКЕТОВ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

И.И. СОСНОВСКИЙ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В современном мире компьютерные технологии применяются во всех сферах общественной жизни, и образовательный процесс уже немыслим без разнообразной информационной поддержки на основе специализированных пакетов программ. Возрастание объема информации с одновременным уменьшением времени на обучение требует повышения интенсивности занятий студентов. С этой целью используется компьютерная техника, позволяющая наглядно и быстро проводить вычисления. Это и определяет актуальность внедрения современных компьютерных технологий в образовательный процесс.

Современные методы преподавания предлагают использовать компьютерную технику на различных этапах обучения студентов. Компьютеры, информационные технологии не только пронизывают все технические дисциплины (точные науки) – они меняют и сами эти дисциплины, и методику их преподавания. В частности, начиная с первых дней обучения студентов по дисциплине «Высшая математика» на лекционных занятиях использаются возможности проектора и электронной доски. Визуализация материала способствует лучшей запоминаемости материала. Использование проектора позволяет преподавателю часть иллюстративного материала заготовить заранее. Если на традиционной доске информацию приходится удалять, то при использовании компьютерных технологий появляется возможность возвращаться к написанному ранее без потери информации. Использование на лекциях заготовленных заранее фрагментов позволяет более удобно и понятно для студентов структурировать материал, задавать фрагменты опорных конспектов и осуществлять обратную связь со студентами в виде кратких вопросов или тестовых заданий.

Практические занятия, на которых требуется проводить большое количество вычислений, целесообразно проводить в компьютерных классах и использовать соответствующие программные пакеты. Для более полного понимания сути математической модели или метода удобно использовать возможности компьютеров, которые минимизируют время на ручные вычисления, позволяя сконцентрировать внимание на смысловой нагрузке задания. Современная индустрия предлагает широкий выбор программ, которые можно использовать для математических вычислений. Анализ существующих источников, посвященных возможностям применения отдельных пакетов для решения конкретных математических задач, показывает, что специализированные математические пакеты используются на выпускающих кафедрах для проведения инженерных расчетов. Однако при обучении непосредственно высшей математике компьютерные средства применяются редко.

В частности, при изучении некоторых тем высшей математики студентами на практических занятиях наряду с традиционным бумажным расчетом можно применять компьютерные программы как для промежуточных вычислений, так и для решения конкретных задач и задач из расчетно-графической работы. Это повысит эффективность учебного процесса, пробудит интерес к предмету, будет способствовать его лучшему пониманию и усвоению. Из всего многообразия программных средств можно выделить для использования на компьютерных практикумах по математическим учебным дисциплинам следующие MatLab, MathCAD, Maple, Mathematica и др. Однако некоторые из этих программ требуют навыков программирования от студентов и закупки лицензии от учебного заведения, поэтому могут предлагаться на самостоятельное изучение лишь наиболее заинтересованным студентам. Подробно остановлюсь на использовании бесплатной альтернативы, а именно на SMath Studio. Работа с ней во многом схожа с работой в MathCAD, но она намного компактней, не требует лицензирования. Со слов разработчика, это компактная, но мощная математическая программа с графическим редактором и полной поддержкой единиц измерения. Предоставляет множество вычислительных возможностей и обладает богатым пользовательским интерфейсом. К тому же, в приложение встроен подробный математический справочник.

В качестве примера на рисунке 1 представлено решение системы линейных уравнений по формулам Крамера.

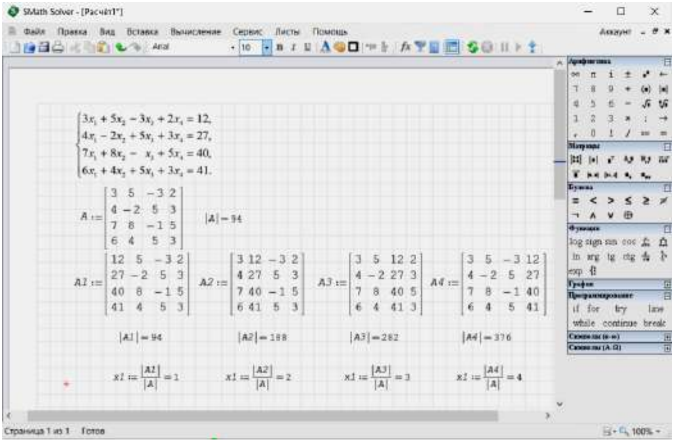

Рисунок 1

Мною подготовлено несколько видеоуроков по освоению работы с SMath Studio на YouTube: www.youtube.com/c/TUTMath/playlists SMath Studio.

Использование в учебной деятельности различных компьютерных пакетов позволяет индивидуализировать учебную деятельность студентов, с первого курса почувствовать опыт научной работы и творческих изысканий при решении задач по высшей математике различными способами. Многообразие возможностей достижения цели формирует более целостное видение постановки учебной проблемы, а также формирует возможность широкого спектра самостоятельной деятельности студента в научной сфере. Использование компьютерных программ экономит время, например, позволяет использовать матрицы большей размерности и решать производственно-ориентированные задачи. Рекомендуется сопоставлять возможность использования специализируемых компьютерных пакетов при обучении студентов первого курса с навыками работы студентов в программных средах.

Список литературы

1 **Черняк, А.А.** Высшая математика на базе Mathcad. Общий курс / А.А. Черняк, Ж.А. Черняк, Ю.А. Доманова. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 608 с.

2 SMath Studio. Краткое руководство [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.ru.smath.com/обзор/c1be00e3-eb8c-78a5-b1f9-f6e15457ecbc/резюме. – Дата доступа : 02.03.2022.

3 **Дергачёва, И.М.** Линейная и векторная алгебра : учеб.-метод. пособие по выполнению расчетно-графической работы / И.М. Дергачёва, А.Ю. Сокольский. – Гомель : БелГУТ, 2012. – 40 с.

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО, СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО, ОБЩЕГО И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 373.1:378.147

АНАЛИЗ ВЗАИМОСВЯЗИ УСПЕВАЕМОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ И В ВУЗЕ

Е.Л. БУРДУК, Е.А. ЗАДОРОЖНЮК
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В среде преподавателей технических вузов часто звучит мнение о том, что уровень математической подготовки поступающих в вуз студентов снижается с каждым годом. Для того чтобы оценить потенциал студентов первого курса, некоторые преподаватели на первых занятиях по математике и физике собирают сведения о школьных отметках по данным дисциплинам первокурсников, а также о числе баллов, набранных ими на ЦТ по этим предметам.

Насколько тесно взаимосвязаны отметки по математике и физике в аттестате абитуриента, количество баллов, набранных на ЦТ по этим предметам, и последующие экзаменационные отметки по данным дисциплинам в вузе? Для изучения этого вопроса мы провели небольшое эмпирическое исследование на основании указанных выше данных студентов электротехнического факультета УО «Белорусский государственный университет транспорта» пяти последних лет приема.

На рисунках 1 и 2 приведены средние баллы успеваемости для пяти потоков студентов электротехнического факультета последних лет приема. Для удобства графического представления и сопоставления с остальными отметками средние баллы, полученные на ЦТ, были разделены на 10.

На приведенных диаграммах хорошо заметно, что после введения в 2019 году новой системы оценивания результатов централизованного тестирования, разрыв между средними баллами ЦТ и экзаменационными отметками по соответствующим предметам в вузе значительно сократился. Отметки по математике и физике в аттестате, как правило, не менее, чем на два балла превышают соответствующие отметки, полученные на ЦТ и на экзамене в вузе. На этих же диаграммах можно заметить небольшое, но систематичное снижение средних баллов ЦТ (как по математике, так и по физике) в течение трех последних лет приема.

Рисунок 1 – Средние баллы отметок по математике

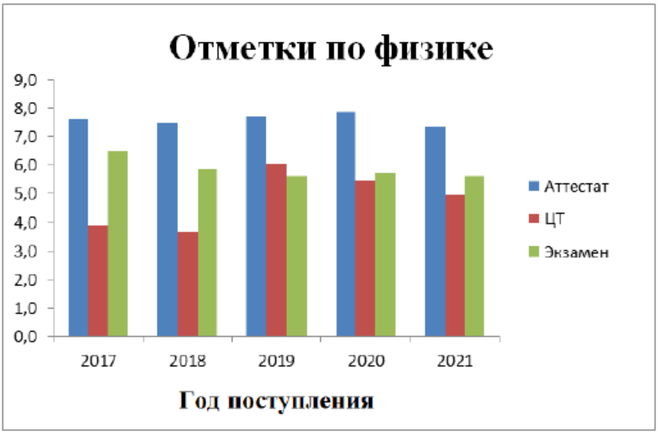

Рисунок 2 – Средние баллы отметок по физике

Для исследования взаимосвязи между отметками по рассматриваемым дисциплинам в аттестате, на централизованном тестировании и на экзамене в вузе были вычислены коэффициенты парной корреляции по данным студентов 2019–2021 годов приема. Эти коэффициенты приведены в таблице 1.

Таблица 1 – **Коэффициенты парной корреляции**

	ЦТ по физике	ЦТ по математике	Отметка по физике в аттестате	Отметка по математике в аттестате	Отметка на экзамене по математике	Отметка на экзамене по физике
ЦТ по физике	1	0,640 (**)	0,302 (**)	0,340 (**)	0,330 (**)	0,236 (**)
ЦТ по математике		1	0,376 (**)	0,481 (**)	0,445 (**)	0,286 (**)
Отметка по физике в аттестате			1	0,654 (**)	0,237 (**)	0,304 (**)
Отметка по математике в аттестате				1	0,357 (**)	0,361 (**)
Отметка на экзамене по математике					1	0,523 (**)
Отметка на экзамене по физике						1

Как видим, корреляции между всеми парами рассматриваемых величин являются значимыми при уровне значимости 0,01 (этот факт помечен **). Наиболее тесные корреляции (превышающие 0,5) имеют место между отметками по математике и физике, полученными в одном и том же учебном заведении (в школе или в вузе), а также на ЦТ. Интересно отметить тот факт, что коэффициент корреляции между отметками по математике в аттестате и на ЦТ (0,481) значительно выше, чем коэффициент корреляции между соответствующими отметками по физике (0,302). Отметка на первом экзамене по математике в вузе более тесно коррелирует с отметкой по математике на ЦТ (0,445), чем с отметкой по математике в аттестате (0,357). Интересно отметить тот факт, что отметка на экзамене по физике в вузе в большей степени коррелирует с отметками по математике в аттестате (0,361) и на ЦТ (0,286), чем с отметками по физике в аттестате (0,304) и на ЦТ (0,236). Видимо, это указывает на важность владения курсом элементарной математики для успешного усвоения курса физики.

Таким образом, проведенное нами исследование подтвердило гипотезу о наличии достаточно тесной взаимосвязи между успеваемостью студентов по математике и физике в школе и в вузе и подтверждает целесообразность учета отметок студентов по указанным дисциплинам в аттестате и на централизованном тестировании.

УДК 378.016

О ПРОБЛЕМАХ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ В ОБРАЗОВАНИИ

М.В. ЗАДОРОЖНЮК, Е.З. АВАКЯН, С.М. ЕВТУХОВА
Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Республика Беларусь

Образование является важнейшим ресурсом, позволяющим человеку адаптироваться к постоянно меняющимся реалиям современного мира, оставаясь активным участником всех сфер жизни общества на каждом этапе своего развития. При этом под образованием следует понимать не просто систему приобретенных знаний и навыков, а умение накапливать, осмысливать и применять усвоенный социальный опыт. В эпоху научно-технического прогресса во всем мире особую актуальность приобрела идея непрерывного образования, включающего в себя весь комплекс образовательных систем, в частности, учебные заведения и разнообразные формы обучения. Непрерывное образование обеспечивает поступательное развитие профессиональных компетенций и личностных качеств человека на каждой ступени. В связи с этим проблема преемственности между различными ступенями образования становится одной из ключевых задач, стоящих перед институтом образования. Неслучайно этой теме посвящено большое количество исследований как психолого-педагогической, так и социальной направленности.

С проблемой преемственности в системе «школа – университет» сталкиваются все преподаватели, работающие со студентами первого курса. Особенно остро она проявляется при преподавании таких дисциплин, как математика и физика. Это обусловлено тем, что, с одной стороны, эти предметы достаточно долго изучаются в школе, а с другой стороны, в вузе происходит качественное изменение характера образовательной деятельности, что требует от студента пересмотра сложившегося подхода к освоению привычных дисциплин.

С нашей точки зрения, существует ряд проблем на пути перехода из состояния «ученик» в состояние «студент». Одной из основных является «дискретность» образования на всех его этапах. Несмотря на то, что учреждения образования функционируют в рамках одного министерства, они существуют как бы автономно, и обучающийся, переходя на очередную ступень, должен начинать все практически с нуля. Речь идет не столько о содержании учебных программ и объеме накопленных знаний (хотя и их зачастую недостаточно для перехода с одной ступени образования на другую), сколько об изменении характера и форм обучения. Следует отметить, что это различие практически нивелировано на этапе перехода от сада к начальной школе путем, например, организации Школы будущего первоклассника. Очевидно, что вчерашний школьник не может спонтанно превратиться в студента, поскольку для этого требуется некоторый период адаптации. В нашем университете раньше с этой проблемой помогала справиться Школа будущего инженера, занятия в которой проводились в стенах университета вузовскими преподавателями по вузовским методикам. Организуемые в настоящее время университетские субботы носят, скорее, рекламно-информационный характер и, быть может, позволяют абитуриенту получить некоторое представление о выбираемой им специальности, но не о самом процессе обучения в вузе и тех изменениях, которые ожидают его в связи с переходом в статус студента.

Наиболее существенные различия между средней и высшей школой проявляются в формах и методах контроля знаний. В школе привычен поурочный контроль, в то время как в вузе принят контроль посеместровый. Это формирует у вчерашнего школьника ложное представление о начале беззаботной, бесконтрольной, свободной, самостоятельной жизни, без учета того, что такая самостоятельность требует более высокого уровня ответственности. Это зачастую приводит к тому, что первокурсник, не умеющий правильно организовать свою учебную и бытовую деятельность, не справляется с грузом свалившейся на него ответственности.

Важной проблемой является формирование мотивации к обучению. Не секрет, что в современных реалиях основной мотивацией ученика школы является успешная сдача ЦТ и поступление в вуз, причем для значительной части абитуриентов не важно, в какой, а вовсе не овладение базовыми знаниями. При этом большинство как школьников, так и их родителей, не осознает, что конечной целью является не сам факт поступления в высшее учебное заведение, а получение качественного образования с последующей реализацией себя в выбранной профессии.

Следующей проблемой, с которой сталкиваются, в частности, преподаватели математики, является очень разный уровень математической подготовки студентов-первокурсников в зависимости от того, какое учебное заведение они окончили. Это связано и с некоторым различием учебных планов обычных и физико-математических классов, и, главным образом, с различием требований, предъявляемых учителями разных школ.

Следует отметить, что и сама форма организации учебного процесса в школе и вузе имеет существенные различия: разделение занятий на лекционные, практические, лабораторные, система сдачи экзаменов, зачетов, курсовых работ, которая позволяет контролировать не только наличие навыков по отдельной теме, но и систематичность полученных знаний. В школе основной упор делается на выработку навыков решения задач по аналогии, в то время как в вузе от студента требуется умение анализировать задачу с последующим выбором метода решения. Кроме того, в связи с тем, что школьное образование нацелено главным образом на сдачу ЦТ, практически полностью исключены требования умения проводить доказательства и выводить формулы, в то время как в вузе это является одним из необходимых требований освоения курса высшей математики.

Решение перечисленных проблем невозможно без тесного контакта вуза и школы. На этом пути целесообразно было бы проведение круглых столов и семинаров с участием как преподавателей вуза, так и учителей школы. Хотелось бы, чтобы в школьную практику были внедрены некоторые формы учебной деятельности, аналогичной вузовской: зачеты по отдельным темам, написание исследовательских работ с их последующей защитой. Одним из компонентов, который может способствовать обеспечению преемственности школы и вуза, является расширение использования современных информационно-компьютерных технологий на всех ступенях образования, а также организация и проведение вузами олимпиад и конкурсов исследовательских работ для школьников.

Со стороны вуза, особенно при работе со студентами первого курса, требуется более регулярный контроль знаний (с помощью модульно-рейтинговой системы, проведения поурочных самостоятельных работ по отдельным небольшим разделам курса). Для ликвидации разрыва в уровне базовой подготовки первокурсников представляется полезной организация соответствующих дополнительных курсов. Следует отметить, что опыт проведения таких занятий преподавателями кафедры высшей математики нашего университета уже имеется.

Существенную помощь в адаптации первокурсников должен оказать куратор, при этом его функция должна быть не столько культурно-массовой, сколько информационно-воспитательной и контролирующей. Кроме того, может оказаться полезным имеющийся в некоторых вузах опыт привлечения студентов старших курсов в качестве тьюторов. Хотелось бы подчеркнуть, что упомянутая выше проблема самостоятельности и самоорганизации лежит скорее не в образовательной, а в воспитательной плоскости, поэтому ключевую роль в ее решении должна играть семья, а не школа – вуз – государство. Что же касается проблемы мотивированности, то она является глобальной, и, к сожалению, не может быть решена только усилиями средней и высшей школы, а требует трансформации общественного сознания.

В заключение отметим, что формирование будущего специалиста невозможно без соблюдения принципов системности, непрерывности и преемственности процесса обучения на разных уровнях образования. Соблюдение этих принципов позволит не только повысить качество подготовки отдельного специалиста, но и приведет к улучшению всей системы образования в целом.

УДК 378.147

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ И ПРИЕМОВ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ АДАПТАЦИИ ПЕРВОКУРСНИКОВ К СИСТЕМЕ ОБУЧЕНИЯ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

В.М. МЕТЕЛЬСКИЙ
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск

М.Г. МЕТЕЛЬСКАЯ
Государственное учреждение образования «Минское городское кадетское училище», Республика Беларусь

Одна из педагогических задач, стоящая перед преподавателем, ведущим занятия на первом курсе университета, направлена на решение проблемы успешной адаптации студентов к новой системе обучения, к изменившейся системе социальных отношений. С целью создания наиболее оптимальных условий для перехода от классно-урочной системы обучения в средней школе, когда получение знаний осуществляется на уроке длительностью 45 минут, предполагающем и изучение теоретических основ темы, и решение задач, и контроль за усвоением учебного материала, к лекционно-семинарской необходимо проанализировать традиционные формы получения знаний, а также изучить новые формы и возможности, предполагающие использование ИТ-технологий.

Формы организации учебного процесса делятся на общие и конкретные. К общим относятся следующие формы: фронтальная (совместная деятельность группы обучающихся для реализации учебных задач, например, лекция), групповая и индивидуальная. Групповая форма работы наиболее целесообразна при проведении практических занятий, а индивидуальная используется при самостоятельной работе по выполнению типовых расчетов, курсового проектирования, подготовке рефератов, докладов на научно-практические конференции. Для студента-первокурсника отдельные виды деятельности незнакомы, они отличаются от того, с чем он сталкивался в учебном процессе в средней школе. Конкретными формами организации образовательной деятельности являются: практическое и семинарское занятие, собеседование, индивидуальная и групповая консультация.

В последние годы в учебных планах имеет место сокращение количества аудиторных часов на изучение отдельных тем курса математики, которые затем должны быть восполнены самостоятельной работой студентов. Также особенностью организации образовательного процесса является периодический переход в силу объективных причин на дистанционное обучение. В отдельных случаях высшее образование начинает реформироваться в направлении гибридизации очной и заочной формы обучения. Таким образом, происходит трансформация традиционных форм обучения в части их подготовки, организации и проведении с учетом изменений в сфере психологического состояния обучающихся в связи с периодическим переходом на онлайн-обучение. У многих первокурсников отсутствует опыт получения образования в такой форме.

Изменения затрагивают дидактическую систему, определяющую принципы обучения и выступающую как единое целое, отражая некоторую концепцию. В исследованиях, проведенных М.Г. Гаруновым [1], выделяются группы стратегических принципов обучения в высшей школе:

– ориентированность высшего образования на развитие личности будущего специалиста;

– соответствие содержания вузовского образования современным и прогнозируемым тенденциям развития науки (техники) и производства (технологий);

– оптимальное сочетание общих, групповых и индивидуальных форм организации учебного процесса;

– рациональное применение современных методов и средств обучения на различных этапах подготовки специалистов;

– соответствие результатов подготовки специалистов требованиям, которые предъявляются конкретной сферой их профессиональной деятельности, обеспечения их конкурентоспособности.

В реалиях современного образования отдельные принципы требуют дополнения и коррекции.

А.А. Андреев в работе «Дидактические основы дистанционного обучения» [2] рассматривает специфические принципы дистанционного обучения. Остановимся на некоторых из них и рассмотрим возможности их применения для улучшения качества образовательного процесса на первом курсе.

Принцип интерактивности. Отражает закономерность не только контактов студентов с преподавателями, но и студентов между собой. Замечено, что при онлайн-обучении интенсивность обмена информацией между студентами больше, чем между студентом и преподавателем. Таким образом, групповая работа по выполнению домашних заданий, выполнение заданий с взаимопроверкой, групповая проектная работа могут быть достаточно эффективными формами обучения.

Принцип стартовых знаний. Предполагает наличие рекомендаций, алгоритмов по работе в сети в рамках дистанционного обучения. На основании этого принципа в методические разработки можно включать задания и справочный материал по актуализации опорных знаний, алгоритмы для выполнения заданий, что является привычным для вчерашнего школьника, так как ряд учебных пособий для среднего образования, например, учебное пособие для 11 класса по алгебре авторов И.Г. Арефьевой и О.Н. Пирютко [3], предлагают задания на повторение для подготовки к изучению нового материала, основные примеры с решениями и подробным описанием последовательности действий.

Принцип индивидуализации. Проводится входной и текущий контроль по теме, что дает возможность составить и затем корректировать индивидуальный план изучения учебного материала. В методике преподавания в средней школе этот принцип активно применяется, учителем постоянно осуществляется текущий контроль, что дает возможность своевременно корректировать качество усвоения. Если предлагать учебный материал первокурснику с последующей проверкой преподавателем его усвоения, возможностью самопроверки, взаимопроверки, то это будет дисциплинировать студента. Это могут быть как задания, предлагаемые в конце занятия либо после изучения блока вопросов конкретной темы, так и вопросы, мини-задания, мини-тесты, предлагаемые, например, в ходе изучения лекционного материала.

Принцип идентификации заключается в необходимости контроля самостоятельности учения, т. к. при онлайн-обучении есть вероятность получения недостоверных результатов обучения, что затем может повлиять на результат сдачи экзамена. Контроль самостоятельности может осуществляться в ходе видеоконференцсвязи, онлайн-тестирования и т. д.

Принцип регламентности обучения. Планирование образовательного процесса, анонс тем занятий, регламент времени изучения материала, выполнения индивидуальных заданий дисциплинирует первокурсников, предотвращая проблему недостатка времени при получении большого объема знаний.

Остановимся на важнейшей форме учебных занятий высшей школы, а именно лекции, дающей основы теоретической подготовки. Лектор формирует базу основополагающих понятий для последующего усвоения материала, систематизирует основы научных знаний по дисциплине, стимулирует активную познавательную деятельность. Такая форма учебных занятий является новой для первокурсника, у него возникают трудности с одновременным конспектированием и восприятием учебного материала. При переходе на дистанционное обучение преподаватель может предлагать текстовые либо визуальные лекции, которые проводятся либо в реальном времени, либо остаются в свободном доступе на определенный временной период, подача учебного материала может быть фронтальной или индивидуальной.

Наиболее востребованными при изучении математики являются текстовые варианты содержания лекции. Подготовленные для дистанционного обучения, они также могут предлагаться студентам при очной форме обучения, если они не посещают занятия в силу объективных причин, либо плохо адаптируются к вузовской системе обучения. Материал текстовой лекции, подготовленной для самостоятельного изучения, имеет ряд преимуществ, так как хорошо просматривается общая структура учебного материала, логика изложения темы, есть возможность неоднократного обращения к тексту, можно чередовать чтение с анализом учебного материала, вырабатывать алгоритмы решения и вариативность выполнения заданий. В лекции можно предусмотреть этап актуализации опорных знаний, в ходе которого проводится подготовительная работа к восприятию учебного материала, предлагаются ссылки на ранее изученный материал, проводится самоконтроль степени усвоения базовых понятий с целью коррекции опорных знаний. Такие виды деятельности хорошо знакомы первокурсникам со школы. Для стимулирования познавательной деятельности можно анонсировать задачи, которые решаются при условии усвоения учебного материала. Активизации познавательной деятельности способствуют предложенные контекстные задачи, так как появляется возможность решать проблемы реальных жизненных ситуаций. Можно предложить раздел «Ответы на часто встречающиеся вопросы». Как правило, такие вопросы возникают, если студент имеет пробелы в знаниях. Тогда можно предложить ссылки для самостоятельной ликвидации таких пробелов.

Таким образом, использование учебных материалов для дистанционного обучения, как одной из форм получения образования, может помочь решать задачи по адаптации первокурсников к учебному процессу и предоставлению студентам доступного и качественного образования.

Список литературы

1 Этюды дидактики высшей школы / М.Г. Гарунов [и др.] – М. : НИИ ВО, 1994. – 135 с.

2 **Андреев, А.А.** Дидактические основы дистанционного обучения / А.А. Андреев. – М. : РАО, 1999. – 120 с.

3 **Арефьева, И.Г.** Алгебра : учеб. пособие для 11 класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / И.Г. Арефьева, О.Н. Пирютко. – Минск : Народная асвета, 2020. – 270 с.

УДК 378.14:51

О НЕПРЕРЫВНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Д.Н. СИМОНЕНКО

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

При изучении темы «Производная» студентами первого курса часто оказывается, что некоторые изучали производную в школе и могут сразу находить несложные производные, а некоторые этой темы не знают вообще и им приходится изучать ее «с нуля». Для таких студентов приходится тратить больше времени на то, чтобы выучить таблицу производных и все равно они часто в ней путаются. Этот пример показывает, что темы, которые студенты затрагивали при обучении в школе, при обучении в вузе усваиваются лучше.

Оказывается, имеется множество разделов из высшей математики, элементы которых вполне доступны для понимания школьников. В этой связи хочется привести две задачи этого года областной олимпиады школьников по математике [1]. Приведем сначала задачу для 8 класса.

Дана квадратная таблица, в каждой клетке которой записано целое число. Влад и Никита играют в игру, делая ходы поочередно. Первым ходит Никита. За один ход он выбирает столбец таблицы и поэлементно прибавляет к нему или вычитает из него любой другой столбец таблицы. Влад за один ход проделывает аналогичную операцию, только со строками. Влад выиграет, если после очередного хода кого-либо из игроков в таблице окажется строка или столбец, состоящий из нулей.

Может ли Влад добиться победы независимо от игры Никиты? Если да, то как он должен играть, если исходная таблица имеет вид

а)

1	3
2	4

?

б)

7	3
2	6

?

В задаче для 9 класса условие полностью аналогично, только таблицы другие:

а)

1	2
3	4

?

б)

2	9	4
7	5	3
6	1	8

?

Как несложно заметить, решение обеих задач построено на свойствах определителей матриц. Как вычислять определители квадратных матриц размерности 2×2 и 3×3, ученику 8 класса объяснить не сложно. И так как определитель указанных матриц не равен нулю и при указанных операциях определитель матрицы не изменяется, то получить таблицу, в которой окажется строка или столбец, состоящий из нулей, невозможно.

То есть, те восьмиклассники и девятиклассники, которым их учителя дали элементы линейной алгебры, оказались в выигрышном положении по сравнению с теми, кто не слышал об определителе матрицы. Имея представление о базовых понятиях из линейной алгебры, изучать эту тему в вузе им будет значительно проще. Обладая начальными знаниями, они смогут углубиться в более сложные понятия этой темы, пока остальные осваивают базовые понятия.

Таким образом, затрагивая простейшие понятия из высшей математики в школе, будущие студенты получают преимущество перед своими сокурсниками. Это будет способствовать лучшему пониманию материала и повысит их успеваемость.

Безусловно, не стоит углубляться в высшую математику чрезмерно, так как сложный и недоступный материал только отпугнет школьников и сформирует у них негативный опыт. Начинать изучение элементов высшей математики надо с простых и доступных вещей, постепенно усложняя материал по мере его усвоения. Для каждого учащегося уровень сложности материала нужно подбирать индивидуально, в соответствии с его способностями и уже имеющимися знаниями. Организовывать изучение материала удобно в виде поставленной задачи, решая которую, школьник погружается в тему и усваивает основные понятия из этого раздела математики. Примеры таких задач можно найти, например, в республиканском конкурсе исследовательских работ школьников [2]. Так, работа «Полиномиальные оценки на количество выпуклых многогранников, склеиваемых из правильных 3- и 6-угольников» уводит школьника в глубины стереометрии далеко за рамки школьной программы. Будет ли изучение такой темы полезно будущему инженеру? На наш взгляд, безусловно, да. Это позволит улучшить ему пространственное мышление, а также расширит его кругозор в области пространственных тел. И, хотя именно эта тема в учебную программу по математике для инженерной специальности не включена, для специалиста-инженера полезно иметь более широкий кругозор. Это знание может в будущем ему пригодиться.

Начинать изучение элементов высшей математики школьниками удобно с таких разделов, как теория чисел, теория множеств, теория графов. Многие понятия этих разделов достаточно просты, чтобы быть доступными даже для среднего учащегося, и в тоже время в теории чисел и теории графов имеется большое число нерешенных задач. Как, например, в задаче «По следу Маркова» из [2] рассматривается замечательное уравнение в целых числах, решенное академиком А.А. Марковым школьными методами. В [3] предлагается обобщить уравнение Маркова на случай большего количества переменных. Именно попытки обобщить это уравнение и приведены в указанной работе. Обратим внимание, что сами названия работ из [2] говорят, что указанными разделами школьники не ограничиваются, например, работы «Примеры ацикличных алгебр Ли», «О числе минимальных вершинных покрытий Кольца», «Еще о неравенстве Эрмита-Адамара для MN-выпуклых функций», «Шраеровские многообразия рэков и квандлов», «Алгебра Йонеды некоторой специальной диэдральной алгебры» требуют глубокого погружения в другие разделы современной мате--матики.

Большинство из этих задач решалось учащимися лаборатории непрерывного математического образования г. Санкт-Петербурга. Идея этой лаборатории и состоит в том, чтобы как можно раньше вводить учащихся в изучение доступных разделов математики. Результатом этого становятся успешные выступления учащихся на международных конкурсах и конференциях. Было бы неплохо перенять и расширить опыт организации такой работы и белорусскими вузами.

Погружение школьников в математическую среду полезно не только будущим математикам, но и будущим инженерам. Обладая более широким кругозором, они смогут решать более сложные, разносторонние задачи, требующие нестандартных подходов к поиску правильного решения.

Список литературы

1 Задания третьего этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика» 2021/22 учебного года – LXXII Белорусская математическая олимпиада школьников.

2 Протокол XXVI республиканского конкурса работ исследовательского характера (конференции) учащихся – Секция «Математика». – Режим доступа : https://uni.bsu.by/arrangements/conf/conf2022/protokol_mat.doc. – Дата доступа : 20.02.2022.

3 **Крейн, М. Г.** Диофантово уравнение А. А. Маркова [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://kvant.mccme.ru/1985/04/diofantovo_uravnenie_aamarkova.htm. – Дата доступа : 20.02.2022.

РАЗВИТИЕ СОДЕРЖАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТАХ. МЕТОДИКИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

УДК 378.016:51

ОБУЧЕНИЕ НА ИНЖЕНЕРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЯХ МАТЕМАТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ ОПТИМИЗАЦИИ

И.К. АСМЫКОВИЧ
Белорусский государственный технологический университет,
г. Минск

Переход на новый этап технологической революции требует нового подхода к уровню образования субъектов хозяйствования, особенно инженерно-технического персонала. Это весьма важно для выполнения проекта «Цифровое общество». Его преимущества многие исследователи видят в том, что он органично вписывается в траекторию стратегического курса формирования экономических укладов пятого и шестого поколений, т. е. обеспечивает дальнейший технико-технологический прогресс общества.

Само название проекта «Цифровое общество» свидетельствует о том, что математике в нём отводится отнюдь не последняя роль. Это было резко подчеркнуто в выступлении президента России В.В. Путина на встрече с учащимися вузов по случаю Дня российского студенчества 25 января 2022 года, которая была полностью посвящена математике, ее современному развитию и использованию. Для справедливости следует отметить, что высказанные мысли далеко не новы [1; 5], но, возможно, впервые изложены на таком уровне. Математика призвана стать существенным сегментом инструментальной базы данного проекта и, кроме того, активно участвовать в формировании интеллектуального потенциала самих субъектов проекта. Времена, когда математику представляли только в чисто технико-технологическом плане, в виде востребованного обществом инструмента его практически-преобразовательной деятельности, ушли в прошлое. В современную информационно насыщенную эпоху резко возросла потребность в креативной, интеллектуально развитой личности. Разумеется, что наряду с другими компетенциями она должна обладать и отвечающими требованиям нашей эпохи компетенциями в области математики: даже в повседневности сегодня практически трудно без них обойтись, хотя и обходятся.

Образовательный процесс в технических вузах с каждым годом все более совершенствуется, приобретая новое развитие, главным направлением которого по-прежнему остается повышение интереса студентов к учебе и к их будущей профессии. К сожалению, к преподаванию фундаментальных наук, в частности, математики в последние десятилетия это не применяется [6]. Много говорим о фундаментальной науке, а переходим чисто к фрагментарному образованию.

Система высшего образования должна не только вооружать знаниями студента, но и формировать его потребность в непрерывном самостоятельном овладении знаниями, умениями и навыками самообразования. Особенно это касается последнего времени, начиная с 2020 года, когда в нашу жизнь вошла пандемия коронавируса, заслонив собою годами установившийся учебный процесс [3; 4].

Учение – это очень сложный и целенаправленный процесс. «Научиться можно лишь тому, что любишь» – так говорили еще в древности. Заинтересовать и заставить полюбить такой сложный предмет, как высшая математика, конечно, не легко. Но в основном у нас учатся будущие инженеры, а им без математики никак не обойтись, ведь она является фундаментом для таких предметов, как физика, теоретическая механика, сопротивление материалов и, конечно, предметов по специальности. А теперь на старших курсах университетов весьма часто студенты не могут построить простейшие графики, выполнить действия со степенями, проанализировать решения задач, полученных с помощью пакетов прикладных программ [2].

Отметим, что целый ряд весьма необходимых для высшего образования инженеров разделов математики отсутствует в современных учебных планах. Ранее для ряда инженерных специальностей был отдельный курс «Методы оптимизации» или «Математическое программирование». Л. Эйлер писал: «Так как здание всего мира совершенно и возведено премудрым Творцом, то в мире не происходит ничего, в чем не был бы виден смысл какого-нибудь максимума или минимума». Мы же сейчас убираем из курса высшей математики задачи на условный экстремум, проходим мимоходом метод наименьших квадратов (МНК), а о линейном и динамическом программировании даже не упоминаем. А математик Л. Канторович за разработку методов решения задач линейного программирования получил Нобелевскую премию. Далее известно, что из этих задач появилось вариационное исчисление (задача Дидоны и задача о брахистохроне), которое в XX веке привело к теории оптимального управления, открытию принципа максимума Л.С. Понтрягина и методов синтеза оптимальных управлений. Отметим, что в Китае есть мнение, что решение задачи о брахистохроне (что траекторией наискорейшего спуска является циклоида) знали еще в древности, поэтому крыши китайских фанз часто делали по похожей форме, чтобы капли дождя скатывались наискорейшим образом. А МНК является математической основой для большинства статистических методов и имеет широкое применение в большинстве современных гуманитарных наук.

Одним из последних примеров отсутствия математических компетенций является «газовый и энергетический» кризис в Европе в настоящее время. Это когда без должных и полных расчетов о последствиях и возможных рисках принимаются скоропалительные решения о переходе на возобновляемые источники энергии ветра и солнца и отказе от традиционных тепловых и атомных электростанций. Конечно, с загрязнением окружающей среды необходимо бороться, но вопрос, какой ценой. Как это принято в математике, надо брать не один критерий качества, а рассматривать многокритериальную задачу оптимизации, что гораздо сложнее, но явно более эффективно.

Список литературы

1 **Адуло, Т.И.** О проблемах математического обеспечения социального проекта «цифровое общество» / Т.И. Адуло, И.К. Асмыкович // Образование в современном мире : сб. науч. ст. / под ред. Ю.Г. Голуба. – Саратов : Изд-во Саратовского университета, 2021. – Вып. 16. – С. 45–49.

2 **Асмыкович, И.К.** Прикладные аспекты математики для специалистов XXI века / И.К. Асмыкович, С.К. Грудо // Математическая подготовка в университетах технического профиля: непрерывность образования, преемственность, инновации : материалы Междунар. науч.-практ. конф. / под общ. ред. Ю.И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2020. – С. 24–29.

3 **Пармузина, М.С.** Некоторые вопросы организации занятий по математике со студентами технического вуза в условиях карантина [Электронный ресурс] / М.С. Пармузина // Современные проблемы науки и образования. – 2020. – № 5. – Режим доступа : https://science-education.ru/ru/article/view?id=30231. – Дата доступа : 02.02.2022.

4 **Асмыкович, И.К.** Про досвід викладання математики для інженерних спеціальностей в рамках дистанційного навчання (Об опыте преподавания математики для инженерных специальностей в рамках дистанционного обучения) / И.К Асмыкович, О.Н. Пыжкова, И.М. Борковская // Фізико-математична освита. – Вип. 3(29). – 2021. – С. 31–36.

5 **Леонов, Г.А.** О математическом образовании в России и Санкт-Петербурге. Прошлое, настоящее, будущее / Г.А. Леонов // Дифференциальные уравнения и процессы управления. – 2012. – № 2.

6 **Герасименко, П.В.** Путь реформирования математического образования в технических вузах РФ: от фрагментарного до фундаментального и обратно / П.В. Герасименко // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – № 8. – 2020 . – С. 80–87.

УДК 378.1:517

ПРОБЛЕМНО-РЕЙТИНГОВЫЙ ПОДХОД К ЧТЕНИЮ ЛЕКЦИЙ И ДРУГИЕ СПОСОБЫ АКТИВИЗАЦИИ УМСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Л.Л. ВЕЛИКОВИЧ
Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого, г. Гомель

Practice What You Preach.
Англ. пословица

1 Мы и они

9 февраля нынешнего года преподнесло мне неприятный сюрприз. Именно в этот день в нашем университете начинается весенний семестр. Каково же было мое удивление, а затем и негодование, когда при входе в аудиторию 2-13 я обнаружил, что большинство студентов от меня прячутся на последних партах. Поток, о котором идет речь, уже трижды сдавал мне экзамены. Он весьма неоднородный, поскольку состоит из специальностей «нефть», «гидравлика», «электрические сети», «теплоэнергетика». Наша с ним общая история включает:

– мое длительное отсутствие в первом семестре из-за операций на глазах;

– дистанционное обучение (в третьем семестре), вместо которого, разбив поток на две части, я читал лишнюю лекцию каждую неделю;

– проблемно-рейтинговый подход при чтении лекций, позволяющий толковым студентам не только с интересом провести время на лекциях, но и честно заработать баллы к экзамену;

– мою методику проведения экзаменов, где при решении задач разрешено пользоваться чем угодно, кроме электронных носителей;

– мое дружеское отношение, в основу которого положена контактная система обучения [1].

Итак, после всего, что было, я вместо аплодисментов получаю элементарное «свинство». Как быть? Я не стал заниматься пересадкой, как в младших классах средней школы, но в начале следующей пары сообщил этим «хрюшкам», что студенты, занимающие места в первых трех рядах, после лекции получат мою подпись, а это «бонус» к экзамену. И свершилось чудо: ни одного свободного места в первых трех рядах не оказалось практически мгновенно. Ну, а вслед за «энтузиастами» − подтянулись и остальные.

2 Активные методы обучения и некоторые способы их организации

Активным будем считать каждый метод, в котором присутствует обратная связь между педагогом и его учениками.

Людям, профессионально читающим лекции, хорошо известно, что КПД их деятельности примерно такой же, как у паровоза старой конструкции (≤ 5 %). (Это старая педагогическая шутка). Так может вообще стоит отказаться от лекционной деятельности, заменив ее на практические занятия?! Горячие (и шустрые) головы, предлагающие такой сценарий, очевидно, ничего не смыслят ни в математике, ни в педагогике. Ведь именно на лекциях учащиеся знакомятся с новыми математическими объектами, их свойствами (которые непременно должны быть доказаны), применениями. Устанавливаются связи новых объектов с уже известными. Вот так и растет математическое древо. И за этим процессом очень полезно понаблюдать: при четком исполнении он завораживает.

Так как же усилить обратную связь на лекциях по математике для студентов технического вуза? Как повысить КПД их совместной с преподавателем деятельности? Понятно, что никто не должен забывать об элементарных принципах дидактики, важнейший из которых – это, конечно, доступность изложения. И в современных условиях для преподавателей математики – это главный камень преткновения. Увы, знаний, полученных на школьных уроках математики, явно не хватает для полноценного понимания лекций. Поэтому приходится постоянно напоминать студентам факты из элементарной математики, теряя при этом драгоценные минуты лекционного времени. Но при всей значимости проблемы, связанной с восприятием математической информации, есть не менее (а скорее всего, более) важная проблема – это наличие мотива (цели) для постижения математических истин. Ведь не зря известная психологическая аксиома утверждает: «Мотивация решает все!» Вот для этого я и использую различные приемы повышения интереса слушателей к происходящему.

1 В режиме постоянного диалога осуществляется постановка проблем от простейших («сиюминутных») до достаточно сложных, каждая из которых оценивается мною в 0,1−0,5 балла к экзамену. Этот прием особенно хорошо работает в первом семестре. Сюда же следует добавить удачные замечания слушателей по ходу лекции, которые также поощряются соответствующими бонусами.

2 Поддержанию интереса к происходящему способствует наличие интриги (загадки), вызывающей у студентов определенное замешательство. Например, на вводной лекции в комплексный анализ я привожу следующую задачу [2]: решить уравнение $x^3 - 7x + 6 = 0$. Как правило, студенты с ней справляются: $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = -3$. А далее я предлагаю решить это же уравнение, используя формулу Кардано для кубического уравнения: $x^3 + px + q = 0$, которая в современных обозначениях имеет вид:

$$x=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}+\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}\ .$$

В нашем случае p = − 7; q = 6 и соответствующая формула выглядит так:

$$x=\sqrt[3]{-3+\sqrt{-\frac{100}{27}}}+\sqrt[3]{-3-\sqrt{-\frac{100}{27}}}\ .$$

Далее я предлагаю студентам убедиться (дома) в том, что оба найденных решения совпадают, хотя, на первый взгляд, это совсем не очевидно.

3 Конечно, для студента важно знать, что изучая математику, он делает для себя что-то полезное. Поэтому наличие прикладной компоненты в курсе математики технического университета могло бы стать значительным стимулом к пробуждению интереса. Но недостаток лекционного времени не позволяет достаточно серьезно увлечься этим благородным делом.

4 В рейтинг студента также входит участие в различных мероприятиях дополнительного характера, как-то самостоятельная работа под моим присмотром, посещение тестов на заочном факультете, участие в консультациях, присутствие на дополнительных лекциях.

Теперь немного поделюсь своим опытом проведения практических занятий. В теории решения изобретательских задач (ТРИЗ, автор – Г.С. Альтшуллер) есть принцип: «Идеальная система – та, которой нет, а функция ее выполняется». А в общей теории систем известен принцип минимума диссипации энергии (Н.Н. Моисеев): для сохранения своего существования система должна стремиться к уменьшению затрат энергии.

Из сказанного вытекает «Закон вытеснения активной компоненты из системы». Применительно к системе «преподаватель – студент» это означает, что на практических занятиях чем меньше участие преподавателя, тем эффективнее идет обучение. Как я реализую эту идею?

1 У доски работает «решающая пара», т. е. два знающих студента и на подхвате студент-дежурный. Им разрешается, как правило, пользоваться а) своей головой; б) помощью одногруппников; в) любой литературой; г) помощью преподавателя.

2 Каждый студент может задать решающей паре любой вопрос по теме не только с места, а непосредственно подойдя к доске (принцип повышения степени свободы системы).

3 От занятия к занятию пары возле доски могут меняться.

4 Активное участие в практических занятиях поощряется соответствующим образом на экзамене.

3 Заключительные замечания

1 В [1] приведена классификация преподавателей по типу управления студенческой аудиторией: демократ ↔ диктатор; родитель ↔ мизантроп; синтоник ↔ абстрактный гений; массовик-затейник ↔ шут-баламут. Было бы очень интересно, на мой взгляд, выяснить, почему преподаватель преимущественно использует тот или иной способ управления? Как это связано с его психотипом? (см., например, [3, с. 38]). В более общей формулировке проблема выглядит так: как связано личностное и профессиональное в деятельности преподавателя высшей школы.

2 Конечно, все приведенные ранее приемы и способы повышения студенческой мотивации имеют лишь вспомогательное значение. Их основное назначение – усилить игровую компоненту учебного процесса. Главное же – это грамотное, полноценное изложение материала, основанное на продуктивных методиках. Моя, авторская, методика под названием «Информационный подход к математике и ее преподаванию» [4] сформировалась в результате работы над теорией решения задач (ТРЗ), начатой в 1989 году.

3 Теперь выскажу свое мнение о подготовке абитуриентов к вступительному испытанию. С тех пор как вступительный экзамен по математике заменили на тест, появилась целая плеяда школьных учителей и репетиторов, которые учат не математике, а тестам с целью достижения быстрого результата. В итоге даже при наличии высоких баллов на тесте у студентов порой «подгуливает» фундамент математики, умение и желание что-то доказывать. Чтобы избежать этого нежелательного явления, необходимо, как и в те, уже далекие, времена добросовестное (в том числе, доказательное) изложение основных разделов элементарной математики (например, числовых неравенств, делимости чисел, делимости многочленов и т. д.).

Список литературы

1 **Великович, Л.Л.** Проблемы восприятия информации студентами технического университета при изучении математики / Л.Л. Великович // Научные и методические аспекты математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Междунар. науч.-практ. конф. / под ред. Ю.И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2019. – С. 34–38.

2 **Балтага, В.К.** Комплексные числа / В.К. Балтага. – Харьков : Изд-во Харьковского Ордена Трудового Красного знамени Государственного ун. им. А. М. Горького, 1959. – 105 с.

3 **Гуленко, В.В.** Юнг в школе. Соционика – межвозрастной педагогике : учеб.-метод. пособие / В.В. Гуленко, В.П. Тыщенко. – 2-е изд. – Новосибирск : Изд-во Новосиб. ун-та; М. : Совершенство, 1997. – 270 с.

4 **Великович, Л.Л.** Информационный подход к математике и её преподаванию // Актуальные проблемы естественных наук и их преподавания : сб. науч. статей Междунар. науч.-практ. конф., посвящённой 100-летию МГУ им. А.А. Кулешова, Могилёв, 20–22 февр. 2013 г. – С. 97–101.

УДК 379.825

О ПРАКТИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

А.М. ГАЛЬМАК, О.А. ШЕНДРИКОВА, И.В. ЮРЧЕНКО
Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий, г. Могилёв

Вначале отметим, что мы предпочитаем [1] традиционно говорить о практической направленности обучения вместо раскручиваемого в последние годы практико-ориентированного обучения. Если послушать его проповедников, то может сложиться ложное впечатление, что до них в вузовском образовании отсутствовала практическая направленность, а само оно было оторвано от практики. Пусть те, кто искренне так считает, не поленятся полистать пылящиеся в библиотечных хранилищах подшивки педагогических журналов, сборники научно-методических статей, а также сборники тезисов и материалов научно-методических и научно-практических конференций. Можно представить, насколько сильно они будут удивлены, обнаружив, какое огромное внимание вузовские преподаватели всегда уделяли вопросам практической и прикладной направленности обучения. Ещё большее удивление ожидает некоторых современных новаторов, когда они увидят, что многое из того, что они предлагают сегодня под видом новаций, уже давно обсуждалось, а в ряде случаев даже было внедрено в учебный процесс.

Публикации теоретиков практико-ориентированного обучения показывают, что они в упор не видят практической направленности точных наук, роль которых особенно огромна в технических вузах. Страдают этим недугом и некоторые вузовские управленцы, считая, что сегодняшним инженерам и технологам высшая математика не нужна.

В прежние времена выпускники технических вузов, работавшие, например, в пищевой промышленности, знали ответ на вопрос: почему зелёный горошек, фасоль, тушёнку, вообще любую однородную пищевую массу, предпочтительнее закатывать в металлические банки, высота которых совпадает с их диаметром. Причём не только знали, но и могли доказать, что банка такой формы при данном объёме имеет наименьшую поверхность, то есть на её изготовление требуется наименьшее количества металла. Подобные задачи прикладного характера на нахождение экстремумов функций, завершающие изучение основополагающего раздела курса высшей математики «Дифференцирование функций одной переменной», были предусмотрены прежними учебными программами, и на их решение отводилось значительное количество часов. Но прежде, чем приступать к решению задач на нахождение экстремумов функций, студент должен был вначале научиться пользоваться таблицей производных, выучить основные правила дифференцирования и приобрести умения пользоваться теоремой о дифференцировании сложной функции. Затем студент приступал к приобретению устойчивых навыков нахождения производных конкретных функций. Достигалось это путём выполнения огромного числа (за сотню) упражнений на практических занятиях под руководством преподавателя, а затем самостоятельно при выполнении обязательных домашних заданий. И только после приобретения необходимых умений и навыков студент был готов приступать к применению производной для решения прикладных задач, в то числе и для нахождения экстремумов функций. Подчеркнём, что знания, умения и навыки, полученные при изучении раздела «Дифференцирование функций одной переменной», остаются востребованными на протяжении всего курса высшей математики.

Сегодня подготовка студента к решению прикладных задач с помощью производной серьёзно усложнилась. Из-за сокращения четырёхсеместровых курсов высшей математики до двухсеместровых составители учебных программ вынуждены были не по своей воле пойти на ощутимое уменьшение часов, отводимых на изучение производной. Ситуация усугубляется ещё и тем, что и это мизерное количество часов приходится тратить на школьную математику. Вызвано это тем, что немало студентов имеют очень низкий, иногда, почти нулевой, уровень знаний школьной математики. В результате так получается, что, вместо десятка прикладных задач на нахождение экстремумов, как это было прежде, студенты знакомятся с одной, в лучшем случае с двумя такими задачами.

Коль скоро мы коснулись темы слабой математической подготовки современных выпускников средней школы, о чём мы уже писали [2], то приведём несколько красноречивых примеров, подтверждающих сказанное. В курсе высшей математики, как и в школе, существенное место занимают вычисления. Вычислениями заканчиваются решения многих задач высшей математики, прежде всего прикладных. И вот когда, заканчивая решение какой-нибудь сложной задачи, приходиться спускаться с небес высшей математики на грешную землю школьных вычислений, вдруг обнаруживается, что значительная часть, если не сказать большая часть, выпускников средней школы не способна проводить элементарные вычисления даже с целыми числами, чему, как известно, учат в начальной школе.

Например, вычитая из какого-либо числа отрицательное число, забывают или не считают нужным, поставить между минусами разделительную открывающую скобку. Складывая два отрицательных числа, получают положительное число (–9 – 6 = 15). Объяснение простое: *минус на минус даёт плюс*. Деля число на себя, получают нуль $\left(\frac{3}{3}=0\right)$. И в данном случае за словом в карман не лезут: *тройки сокращаются, значит, ничего не остаётся.* Если о слове «сокращение» выпускники средней школы ещё помнят, то словосочетание «взаимное уничтожение», которое употребляют, когда речь идёт о подобных членах, отличающихся знаками, уже давно исчезло из их лексикона. За последние пять лет, если не сказать больше, мы, как и многие наши коллеги, не встретили ни одного выпускника средней школы, который не назвал бы взаимное уничтожение сокращением. И многие из них утверждают, что этому их научили в школе. Конечно, большинство из них невнимательно слушали своих учителей. Но, зная средние баллы ЦТ абитуриентов, поступающих в педуниверситеты, нельзя исключить возможность существования учителей, сокращающих, а не взаимно уничтожающих подобные члены, отличающиеся знаками.

Общение со студентами первокурсниками на практических занятиях по высшей математике показывает, что вынесенный ими из школы объём математических знаний недопустимо мал. Прежде всего, обнаруживается незнание основных формул, составляющих, так сказать, стратегический запас, необходимый для продолжения образования в вузе. Даже пресловутые $S = \pi r^2$ и $l = 2\pi r$ сегодня знают единицы. Да что там формулы, в последнее время всё чаще стали встречаться студенты, не знающие таблицу умножения.

И вот, обладая таким куцым запасом знаний школьной математики, сегодняшний студент, после изучения производных должен приступать к изучению неопределённых интегралов, начав с основных правил интегрирования и таблицы простейших интегралов. Затем он должен освоить различные методы интегрирования, после чего приступить к изучению определённых и несобственных интегралов. И наконец, наступает черёд задач прикладного характера на нахождение площадей плоских фигур, длин дуг, объёмов тел, площадей поверхностей тел вращения, статических моментов, моментов инерции и центров тяжести. Не помешает будущему инженеру и умение применять определённые интегралы для нахождения скоростей, работы, кинетической энергии, силы давления жидкости. Так было раньше, когда при изучении интегралов почти 20 % времени, запланированного на практические занятия, отводилось на задачи практического содержания, то есть когда реально занимались практико-ориентированным обучением, а не разговорами о нём. Сегодня о таком соотношении можно только мечтать. Времени хватает только на шапочное знакомство с некоторыми методами интегрирования, формулой Ньютона – Лейбница и на несколько задач на нахождение площадей плоских фигур и объёмов тел, что явно недостаточно для полноценного инженерного образования.

Если из вузовской программы по высшей математике исключить интегралы, как предлагают некоторые горячие головы, то автоматически придётся пожертвовать и дифференциальными уравнениями, решение которых сводится к нахождению интегралов. Только, изучая дифференциальные уравнения, студент имеет возможность узнать, что они могут быть использованы в качестве математических моделей для описания очень многих реальных процессов и природных явлений.

Из всех разделов вузовской математики, пожалуй, самым прикладным является раздел «Теория вероятностей и математическая статистика», на изучение которого ещё не так давно отводился весь заключительный семестр. После усиления практико-ориентированного обучения от семестрового раздела остались рожки да ножки. Теория вероятностей и математическая статистика востребованы при подготовке специалистов самых разных направлений, так как ориентированы в основном на решение задач именно прикладного характера. Как уже отмечалось, научиться решать задачи практического содержания с помощью производных, интегралов и дифференциальных уравнений невозможно без продолжительного по времени изучения их свойств и выполнения большого числа упражнений для приобретения и закрепления соответствующих навыков. Отличительной особенностью раздела «Теория вероятностей и математическая статистика» является то, что в нём задачи практического содержания начинают решать уже на первых практических занятиях, например, с помощью формулы классической вероятности $p = \frac{m}{n}$. Одна только эта формула, которую студенты иногда для краткости называют формулой из трёх букв, позволяет рассматривать самый широкий спектр задач практического содержания. А когда начинается изучение непрерывных случайных величин, у студентов появляется возможность ещё раз убедиться в том, что они не зря изучали производные и интегралы, которые нужны и для формулировки основных свойств функции распределения и плотности распределения, и для определения числовых характеристик непрерывных случайных величин.

Все новации и модернизации, проводившиеся в последние годы в технических вузах под разными благовидными предлогами, в том числе и под флагом усиления практико-ориентированного обучения, и осуществлявшиеся за счет резкого, можно сказать, обвального сокращения времени на преподавание точных наук, особенно математики, привели к тому, что инженерное образование утратило свою фундаментальность, что было присуще ему прежде, и чем оно отличалось от среднего специального образования. Тем, кто не совсем понимает, что это значит, советуем раскрыть словарь иностранных слов [3, с. 543]. Там они обнаружат, что латинское «fundamentum» означает «основание», «основа», «опора», а «фундаментальный» – это «прочный», «основательный», «глубокий». То есть потеря фундаментальности равносильна потере основательности. Без нее инженерное образование становится **неглубоким** и **непрочным**. А иначе и быть не может, так как на неглубоком, непрочном фундаменте-основании можно возвести разве что какую-нибудь халупу-времянку. Согласятся ли те, кто лишает инженерное образование его фундаментальности, жить в халупах-времянках, стоящих на хлипком фундаменте, которые могут в любой момент развалиться. Для полноты картины заглянем ещё в один словарь – словарь синонимов русского языка [4] для того, чтобы убедиться, что слова «неглубокий», «неосновательный» и «поверхностный» являются синонимами. Таким образом, инженерное образование, потерявшее фундаментальность, становиться **поверхностным**. А кому нужны поверхностно образованные инженеры?

Список литературы

1 **Гальмак, А.М.** О практической направленности обучения в вузе / А.М. Гальмак, О.А. Шендрикова, И.В. Юрченко // Материалы V Междунар. науч.-метод. конф., Могилев, 19–20 ноября 2020 г. / М-во образования Республики Беларусь, МГУП. – Могилев, 2020. – С. 230–233.

2 **Гальмак, А.М.** О самостоятельной работе студентов и не только / А.М. Гальмак, О.А. Шендрикова, И.В. Юрченко / Веснік МДУ ім. А.А. Куляшова, Серыя С. – 2019. – № 1. – С. 46–60.

3 Словарь иностранных слов. – 13-е изд., стереотип. – М. : Русский язык, 1986. – 608 с.

4 **Александрова, З.Е.** Словарь синонимов русского языка / З.Е. Александрова. – М. : Русский язык, 1986. – 600 с.

УДК 378.147:51

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ОБУЧЕНИЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Ю.М. ГРЕБЕНЦОВ, И.В. ЮРЧЕНКО
Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий, г. Могилёв

При преподавании дисциплины «Высшая математика» в университетах инженерно-технологического профиля задачей преподавателя является не только формирование у студентов основополагающих теоретических знаний по дисциплине, но и подготовка их к более глубокому и осмысленному восприятию материала по специальным дисциплинам, а также к решению реальных задач технической и технологической направленности. А.Л. Андреев писал: «Сегодня становится гораздо важнее научиться приобретать знания на рынке труда, так как востребованы не знания сами по себе, а способность специалиста применять их на практике, выполнять определенные профессиональные и социальные функции» [1, с. 23].

Одним из возможных способов решения этой задачи является внедрение в образовательный процесс практико-ориентированного подхода в обучении высшей математике. Приоритетной целью этого подхода является развитие у обучающихся способностей и готовности к практической работе, необходимых сегодня в разнообразных сферах профессиональной деятельности, а также достижение понимания, для чего были сформированы данные умения, где и как они используются в реальной практике.

При реализации данного подхода нужно также учитывать трудности, с которыми могут столкнуться преподаватели, особенно общеобразовательных кафедр:

– повышение уровня знаний, относящихся к производственной сфере;

– необходимость глубокого анализа учебных программ по профильным дисциплинам специальности с целью установления междисциплинарных связей и адаптации, реализованных в рамках дисциплины задач на основе этого анализа;

– выбор тем научно-исследовательских работ студентов, которые бы требовали знаний, полученных при изучении высшей математики и др.

В рамках данного подхода распространено использование задач прикладной направленности. Процесс решения таких задач мотивирует студента к изучению высшей математики, усиливает интерес к будущей профессиональной деятельности. Также при решении данного типа задач студенты на практике убеждаются в действенности и востребованности математических методов, приёмов и правил в рамках своей специальности, усвоенных ими при изучении курса высшей математики.

Однако стоит отметить, что при этом, ввиду ограничения аудиторного времени, отведенного на изучение высшей математики, преподавателям будет сложно, оставаясь в рамках курса дисциплины, объяснить будущим инженерам-технологам то, каким образом полученные базовые знания, умения и навыки по высшей математике могут быть применены в их профессиональной деятельности на примере задач практико-ориентированной направленности. Для решения этой проблемы мы предлагаем рассматривать данный тип задач в рамках расчетно-графических работ, которые выполняются студентами самостоятельно в течение семестра, привлекать студентов к участию в различных научно-исследовательских проектах на стыке дисциплин и в научно методических конференциях, семинарах и др.

На кафедре высшей математики организовано тесное сотрудничество с выпускающими кафедрами университета, совместно с которыми разрабатывается методическое обеспечение практико-ориентированного обучения высшей математике. Преподавателями разработаны и внедрены в образовательный процесс расчётно-графические работы для студентов технологических специальностей, методические указания для управляемой самостоятельной работы студентов механических специальностей, включающие в себя задачи профессионально-ориентированного содержания.

Опыт использования данных разработок показал значительный рост интереса студентов к изучению, а также к осознанию ими значимости дисциплины «Высшая математика».

Список литературы

1 **Андреев, А.Л.** Компетентностная парадигма в образовании: опыт философско-методологического анализа / А.Л. Андреев // Педагогика. – 2005. – № 4. – с. 19–27.

УДК 517.956

ОПЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧАХ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

С.А. ДУДКО, И.М. ДЕРГАЧЁВА, А.И. ПРОКОПЕНКО

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В задачах теоретической и прикладной механики (прежде всего теории колебаний), теории линейных электрических цепей, теории систем автоматического регулирования приходится часто сталкиваться с необходимостью описания переходных процессов в системах, на которые действуют периодические внешние силы, т. е. необходимо уметь решать дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений, в которых в правой части присутствуют периодические функции. Эффективным методом решения таких задач является операционное исчисление. Мы рассмотрим особенности метода на достаточно простом, но показательном примере.

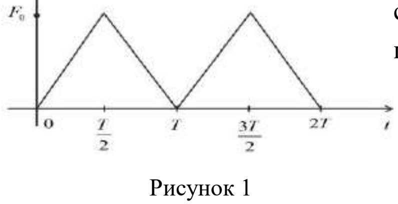

Рисунок 1

Рассмотрим изображенную на рисунке 1 функцию $f(t)$ с периодом *T*. Аналитическая зависимость, определяющая функцию $f(t)$, имеет вид

$$f(t)=F_0\begin{cases}\dfrac{2t}{T}, 0\le t<\dfrac{T}{2}\\ \dfrac{2(T-t)}{T}, \dfrac{T}{2}\le t<T\end{cases}. \qquad (1)$$

В задачах электротехники функцию вида (1) обычно называют пилообразным напряжением (если считать, что F_0 – амплитуда напряжения на входе в электрическую цепь).

Лаплас-образ периодической функции с периодом T находим по формуле

$$F(p)=\frac{F_0(p)}{1-e^{-pt}},$$

где «укороченный» лаплас-образ

$$F_0(p)=\int_0^T f(t)e^{-pt}dt=\frac{2}{T}\int_0^T f(t)e^{-pt}dt+2\int_{\frac{T}{2}}^T\left(1-\frac{t}{T}\right)e^{-pt}dt=$$

$$=\frac{2}{pT}\left(Te^{-pT}-Te^{-\frac{pT}{2}}\right)+\frac{2}{p^2T}\left(e^{-pT}-2e^{-\frac{pT}{2}}+1\right)-$$

$$-\frac{2}{p}\left(e^{-pT}-e^{-\frac{pT}{2}}\right)=\frac{2}{p^2T}\left(1-e^{-\frac{pT}{2}}\right)^2.$$

Как следствие, лаплас-образ функции $f(t)$ будет иметь вид

$$F(p)=\frac{2\left(1-e^{-\frac{pT}{2}}\right)^2}{p^2T\left(1-e^{-pT}\right)}=\frac{2\left(1-e^{-\frac{pT}{2}}\right)}{p^2T\left(1+e^{-\frac{pT}{2}}\right)}=\frac{2\operatorname{sh}\frac{pT}{4}}{Tp^2\operatorname{ch}\frac{pT}{4}}.$$

Рассмотрим колебательный процесс для идеального гармонического осциллятора (без диссипации энергии), на который действует периодическая сила $f(t)$ вида (1). Дифференциальное уравнение осциллятора будет иметь вид (собственную частоту осциллятора обозначим через m)

$$y''+m^2y=f(t),$$

где $y(t)$ – амплитуда смещения осциллятора из положения равновесия.

Решаем уравнение операционным методом при нулевых начальных условиях, т. е. $y(0)=y'(0)=0.$ Обозначим через $Y(p)$ лаплас-образ неизвестной функции $y(t)$, тогда с учетом найденного лаплас-образа $F(p)$ получаем следующее изображающее уравнение

$$\left(p^2+m^2\right)Y(p)=F(p),$$

из которого находим

$$Y(p)=\frac{F(p)}{p^2+m^2}=\frac{2F_0\operatorname{sh}\frac{pt}{4}}{Tp^2\left(p^2+m^2\right)\operatorname{ch}\frac{pt}{4}}=\frac{2F_0\operatorname{sh}\frac{pt}{4}}{B(p)}.$$

Далее находим функцию-оригинал, отвечающую лаплас-образу $Y(p)$. Обращение лаплас-образа можно осуществить по формуле

$$y(t)=\sum_k \operatorname*{Res}_{p=p_k}\left(Y(p)e^{pt}\right), \tag{2}$$

где в правой части формулы (2) суммирование распространяется на все особые точки функции $Y(p)$. При этом формулу (2) можно представить в следующем виде

$$y(t)=\sum \operatorname{Res}(Y(p)e^{pt})+\sum 2\operatorname{Re}\operatorname{Res}(Y(p)e^{pt}), \tag{2a}$$

где первая сумма распространена на все действительные корни функции $B(p)$, а вторая сумма – на комплексные корни функции $B(p)$, лежащие в верхней полуплоскости.

Функция $B(p)=p^2(p^2+m^2)\operatorname{ch}\frac{pT}{4}$ имеет бесконечно много нулей в точках $p=p_n$, являющихся решениями уравнения $\operatorname{ch}\frac{pT}{4}=0,\quad \frac{p_nT}{4}=i\left(\frac{\pi}{2}+\pi n\right),$ $p_n=\frac{i2\pi(2n+1)}{T}=i\omega(2n+1)\left(\omega=\frac{2\pi}{T}\right),\quad n=0,1,\ldots$. Нулю функции $B(p)$ в точке $p=p_n$ отвечает простой полюс функции $Y(p)$. Вычет функции $Y(p)e^{pt}$ в простом полюсе p_n находим по формуле

$$\operatorname*{Res}_{p=p_n}(Y(p)e^{pt})=\frac{2F_0}{T}\frac{\operatorname{sh}\frac{p_nT}{4}e^{p_nt}}{B'(p_n)}. \tag{3}$$

Находим производную функции $B(p)$:

$$B'(p)=\frac{T}{4}\operatorname{sh}\frac{pT}{4}\,p^2(p^2+m^2)+\operatorname{ch}\frac{pT}{4}\,(p^2(p^2+m^2))'_p\,,$$

поэтому

$$B'(p_n)=\frac{T}{4}\operatorname{sh}\frac{p_nT}{4}\,p_n{}^2(p_n{}^2+m^2)=(\text{подставляем } p_n=i\omega(2n+1))=$$

$$=\frac{T}{4}\operatorname{sh}\frac{p_nT}{4}\,\omega^2(2n+1)^2(\omega^2(2n+1)^2-m^2).$$

Подставляя полученное соотношение для производной $B'(p_n)$ в равенство (3), получаем

$$\operatorname*{Res}_{p=p_n}(Y(p)e^{pt})=\frac{8F_0}{T^2}\,\frac{e^{i\omega(2n+1)t}}{\omega^2(2n+1)^2(\omega^2(2n+1)^2-m^2)}=$$

$$=\frac{8F_0}{T^2}\,\frac{\cos\omega(2n+1)t+i\sin\omega(2n+1)t}{\omega^2(2n+1)^2(\omega^2(2n+1)^2-m^2)}. \tag{4}$$

Функция $B(p)$ имеет также два простых комплексно сопряженных полюса в точках $p=\pm im.$ Вычет функции $Y(p)e^{pt}$ в полюсе $p=im$ вычисляем аналогичным образом. При этом производную функции $B(p)$ перезапишем в виде

$$B'(p)=2p^3\operatorname{ch}\frac{pT}{4}+(p^2+m^2)\left(p^2\operatorname{ch}\frac{pT}{4}\right)'_p.$$

В дальнейших вычислениях мы также будем использовать формулы, связывающие гиперболические функции мнимого аргумента с тригонометрическими функциями

$$\operatorname{ch}ix=\cos x,\quad \operatorname{sh}ix=i\sin x,$$

где x – действительное число. Получаем

$$\operatorname*{Res}_{p=im}(Y(p)e^{pt})=\frac{2F_0}{T}\,\frac{\operatorname{sh}\dfrac{imT}{4}\,e^{imt}}{B'(im)}=-\frac{2F_0}{T}\,\frac{\sin\dfrac{mT}{4}\,e^{imt}}{m^3\cos\dfrac{mT}{4}}=$$

$$=-\frac{F_0}{Tm^3}\operatorname{tg}\frac{mT}{4}(\cos mt+i\sin mt). \tag{5}$$

Рассмотрим точку $p=0.$ Используя разложение гиперболического синуса в ряд Маклорена

$$\operatorname{sh}\frac{pT}{4}=\frac{pT}{4}+\frac{1}{3!}\left(\frac{pT}{4}\right)^3+\ldots=\frac{pT}{4}\left(1+\frac{1}{3!}\left(\frac{pT}{4}\right)^2+\ldots\right),$$

представим лаплас-образ $Y(p)$ в виде

$$Y(p)=\frac{2F_0}{T}\frac{\frac{pT}{4}\left(1+\frac{1}{3!}\left(\frac{pT}{4}\right)^2+\ldots\right)}{p^2(p^2+m^2)\operatorname{ch}\frac{pT}{4}}=\frac{F_0\left(1+\frac{1}{3!}\left(\frac{pT}{4}\right)^2+\ldots\right)}{2p(p^2+m^2)\operatorname{ch}\frac{pT}{4}}.$$

Из полученного соотношения видно, что точка $p=0$ является полюсом 1-го порядка. Поэтому получаем

$$\operatorname*{Res}_{p=0}(Y(p)e^{pt})=\frac{F_0}{2}\lim_{p\to 0}\left[p\frac{\left(1+\frac{1}{3!}\left(\frac{pT}{4}\right)^2+\ldots\right)e^{pt}}{p(p^2+m^2)\operatorname{ch}\frac{pT}{4}}\right]=\frac{F_0}{2m^2}. \qquad (6)$$

Далее подставляем действительные части вычетов (4) и (5) и соотношение (6) в формулу (2а) и находим решение дифференциального уравнения гармонического осциллятора, на который действует периодическая сила $f(t)$ (1). Это решение будет иметь вид

$$y(t)=\operatorname*{Res}_{p=0}(Y(p)e^{pt})+2\operatorname{Re}\operatorname*{Res}_{p=im}(Y(p)e^{pt})+\sum_{n=0}^{\infty}2\operatorname{Re}\operatorname*{Res}_{p=p_n}(Y(p)e^{pt})=$$

$$=\frac{F_0}{2m^2}-\frac{2F_0}{Tm^3}\operatorname{tg}\frac{mT}{4}\cos mt+\frac{16F_0}{T^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos\omega(2n+1)t}{\omega^2(2n+1)^2(\omega^2(2n+1)^2-m^2)}.$$

Таким образом, уже на примере разобранной нами достаточно простой задачи хорошо проявляется эффективность операционного метода для описания динамических процессов. В особенности необходимость знакомства студентов с более сложными разделами операционного исчисления, на взгляд авторов статьи, нужна студентам-электротехникам и всем специальностям, в базисной подготовке которых есть такие разделы, как ТОЭ (теоретические основы электротехники), ТЛЭЦ (теория линейных электрических цепей), ТАП (теория автоматического регулирования).

Список литературы

1 **Свешников, А.Г.** Теория функций комплексной переменной / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. – М. : Наука, 1974. – 320 с.

2 **Пчелин, Б.К.** Специальные разделы высшей математики. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление / Б.К. Пчелин. – М. : Высш. шк., 1973. – 464 с.

3 **Шахно, К.У.** Элементы теории функций комплексной переменной и операционного исчисления / К.У. Шахно. – Минск : Выш. шк. 1975. – 400 с.

УДК 517.956

ОПЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧАХ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

С.А. ДУДКО, Е.А. ЗАДОРОЖНЮК
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Операционный метод (преобразование Лапласа) давно и прочно занял своё место при рассмотрении динамических задач механики, теории колебаний, газовой динамики. Для многих разделов электротехники (прежде всего таких, как ТОЭ и ТЛЭЦ) операционный метод является фактически математическим фундаментом, так как представляет собой метод, наиболее адекватный для рассмотрения процессов в линейных электрических цепях.

В то же время во многих прикладных задачах возникает необходимость применения методов операционного исчисления для рассмотрения динамических процессов в более сложных системах. В этой статье мы рассмотрим метод интегрирования так называемых дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Такое название даётся дифференциальным уравнениям, в которые входят значения неизвестной функции и её производных, соответствующих значению аргумента t, а также их значения для некоторых предшествующих значений аргумента $t-\tau_1, t-\tau_2,\dots,t-\tau_k$ (уравнения такого типа часто приходится рассматривать в задачах теории автоматического регулирования). Лишь старшая производная неизвестной функции входит в уравнение с аргументом t (т. е. в момент времени t). Запаздывания $\tau_1, \tau_2,\dots,\tau_k$ будем считать постоянными величинами. Таким образом, мы будем интегрировать дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и постоянным запаздыванием, т. е. уравнение вида

$$x^n(t)+\sum_{j=1}^{n}\sum_{r=0}^{k}a_{jr}x^{(n-j)}(t-\tau_r) = f(t)\,, \qquad (1)$$

где все коэффициенты a_{jr} и все запаздывания τ_k являются постоянными величинами ($\tau_k > \tau_{k-1} > \dots \tau_1 > \tau_0 = 0$).

Операционным методом уравнение вида (1) можно интегрировать в двух случаях:

1) если считать, как это обычно принимают в операционном методе для функции-оригинала, что $x^{(n-j)}(t-\tau_r) \equiv 0$ при $t-\tau_r$, когда уравнение (1) можно представить в виде

$$x^n(t)+\sum_{j=1}^{n}\sum_{r=0}^{k}a_{jr}\theta(t-\tau_r)x^{(n-j)}(t-\tau_r) = f(t)\,, \qquad (2)$$

где $\theta(t)$ – единичная функция Хевисайда $\theta(t)=\begin{cases}1, t\ge 0,\\ 0, t<0;\end{cases}$

2) если считать, что данное дифференциальное уравнение описывает процесс лишь для значений $t>\tau_k$, где τ_k – наибольшее из запаздываний, а для значений $t\le\tau_k$ значение $x(t)$ задано в виде некоторой n раз дифференцируемой функции $x(t)=\varphi(t)$ при $0\le t\le\tau_k$. Функция $\varphi(t)$ называется в этом случае начальной.

В данной статье рассмотрим случай 1. Используем для перехода к лаплас-образам в уравнении (2) так называемую теорему запаздывания. Если функции-оригиналу $f(t)$ отвечает лаплас-образ $F(p)$, функции-оригиналу с запаздывающим аргументом $f(t-\tau)$ будет отвечать лаплас-образ $e^{-p\tau}F(p)$. С помощью теоремы запаздывания нетрудно получить изображающее уравнение для исходного дифференциального уравнения (2) и из него найти лаплас-образ искомого решения. Но найти по полученному лаплас-образу оригинал в конечном виде чаще всего не удаётся. Обычно в этом случае можно построить решение, разлагая его тем или иным способом в бесконечный ряд.

Рассмотрим следующий простой пример. Проинтегрируем дифференциальное уравнение с единственным временем запаздывания

$$x''(t)-x'(t)+\lambda\theta(t-\tau)\big(x'(t-\tau)-x(t-\tau)\big)=0$$

при произвольных начальных условиях $x(0)=x_0,\ x'(0)=x_0'$.

Введем лаплас-образ $X(p)$, отвечающий неизвестной функции $x(t)$, и перейдём к изображающему уравнению

$$p^2X(p)-px_0-x_0'-(pX(p)-x_0)+\lambda e^{-p\tau}(pX(p)-x_0-X(p))=0\,.$$

После необходимых преобразований получаем

$$(p-1)(p+\lambda e^{-p\tau})X(p)=x_0(p+\lambda e^{-p\tau})+(x_0'-x_0)\,.$$

Из последнего уравнения находим требуемый лаплас-образ

$$X(p)=\frac{x_0(p+\lambda e^{-p\tau})+(x_0'-x_0)}{(p-1)(p+\lambda e^{-p\tau})}=\frac{x_0}{p-1}+\frac{x_0'-x_0}{(p-1)(p+\lambda e^{-p\tau})}=\frac{x_0}{p-1}+\frac{x_0'-x_0}{p(p-1)}\left[1+\frac{\lambda e^{-p\tau}}{p}\right]^{-1}.$$

Множитель в прямых скобках разлагаем в ряд по степеням $e^{-p\tau}$, используя стандартное разложение в ряд Маклорена

$$(1+y)^m=1+my+\frac{m(m-1)}{2!}y^2+\ldots$$

(в нашем случае $m=-1,\ y=\dfrac{\lambda e^{-p\tau}}{p}$):

$$\left[1+\frac{\lambda e^{-p\tau}}{p}\right]^{-1}=1-\frac{\lambda e^{-p\tau}}{p}+\frac{(-1)(-2)\lambda^2 e^{-2p\tau}}{2!p^2}+\ldots+\frac{(-1)(-2)\ldots(-n)}{n!}\cdot\frac{\lambda^n e^{-np\tau}}{p^n}+\ldots=$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\lambda^n e^{-np\tau}}{p^n}.$$

Окончательно лаплас-образ $X(p)$ представим в виде

$$X(p)=\frac{x_0}{p-1}+\frac{x_0'-x_0}{p-1}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\lambda^n e^{-np\tau}}{p^{n+1}}=\frac{x_0}{p-1}+(x_0'-x_0)\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\lambda^n e^{-np\tau}\left(\frac{1}{p-1}\cdot\frac{1}{p^{n+1}}\right).$$

Оригинал, отвечающий основному множителю в скобках, найдем через свёртку функций-оригиналов, соответствующих каждому из лаплас-образов. Так как соответствующие оригиналы имеют вид $\dfrac{1}{p-1}\div e^t,\ \dfrac{1}{p^{n+1}}\div\dfrac{1}{n!}t^{n+1}$,

то получаем

$$\frac{1}{p-1}\cdot\frac{1}{p^{n+1}}\div\frac{1}{n!}\int_0^t e^{(t-t_1)}t_1^n dt_1=\frac{e^t}{n!}\int_0^t e^{-t_1}t_1^n dt_1.$$

Используя теорему запаздывания, находим решение исходного уравнения (2):

$$x(t)=x_0e^t+(x_0'-x_0)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\lambda^n\theta(t-n\tau)e^{t-n\tau}}{n!}\int_0^{t-n\tau}e^{-t_1}t_1^n dt_1.$$

Отметим, что решение, полученное в виде бесконечного ряда, является достаточно удобным инструментом для исследования переходных процессов в системах автоматического регулирования. Зачастую при анализе процессов в динамической системе нет необходимости работать с решением дифференциального уравнения в виде бесконечного ряда. Для получения необходимого в «прикладном плане» решения достаточно ограничиться несколькими первыми слагаемыми ряда.

Список литературы

1 **Пчелин, Б.К.** Специальные разделы высшей математики. (Функции комплексного переменного. Операционное исчисление) / Б.К. Пчелин. – М. : Высш. шк., 1973. – 464 с.

2 **Шахно, К.У.** Элементы теории функций комплексной переменной и операционного исчисления / К.У.Шахно. – Минск : Выш. шк., 1975.– 400 с.

3 **Штокало, И.З.** Операционное исчисление / И.З. Штокало. – К. : Наукова думка, 1972. – 279 с.

УДК 51-73; 531.3; 796.01

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ИЗМЕНЕНИЯ ВО ВРЕМЕНИ МОМЕНТОВ УПРАВЛЯЮЩИХ СИЛ МЫШЕЧНОЙ СИСТЕМЫ СПОРТСМЕНА

М.А. КИРКОР, А.Е. ПОКАТИЛОВ, А.М. ГАЛЬМАК
Белорусский государственный университет
пищевых и химических технологий, г. Могилев

В данном исследовании предлагается оценивать скоростно-силовые характеристики мышечной системы спортсмена с помощью дифференцирования динамических уравнений движения, записанных относительно моментов управляющих сил мышечной системы. Само уравнение для управляющих моментов относительно любого i-го сустава биомеханической системы запишем в виде [1]:

$$M_{i,i-1} = \sum_{j=i}^{N} I_j \ddot{Q}_j + g\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\cos Q_j - \ddot{L}_{0_\Gamma}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\sin Q_j + \ddot{L}_{0_B}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\cos Q_j + $$
$$+\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\ddot{Q}_k\cos\left(Q_k - Q_j\right) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\dot{Q}_k^2\sin\left(Q_k - Q_j\right). \quad (1)$$

Здесь гриф перекладины моделируется одной горизонтальной L_{0_Γ} и одной вертикальной L_{0_B} пружинами. В уравнении (1) эти параметры представлены в виде вторых производных $\ddot{L}_{0_\Gamma}$ и $\ddot{L}_{0_B}$. Продифференцировав уравнение (1) в общем виде, получим

$$V_{M_{i,i-1}} = \dot{M}_{i,i-1} = \left[\sum_{j=i}^{N} I_j \dddot{Q}_j\right] - \left[g\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\dot{Q}_j\sin Q_j\right] + \left[-\dddot{L}_{0_\Gamma}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\sin Q_j -\right.$$
$$\left.-\ddot{L}_{0_\Gamma}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\dot{Q}_j\cos Q_j\right] + \left[\dddot{L}_{0_B}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\cos Q_j - \ddot{L}_{0_B}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\dot{Q}_j\sin Q_j\right] +$$
$$+\left[-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\ddot{Q}_k\left(\dot{Q}_k - \dot{Q}_j\right)\sin\left(Q_k - Q_j\right) + \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\dddot{Q}_k\cos\left(Q_k - Q_j\right)\right] +$$
$$+\left[-2\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\dot{Q}_k\ddot{Q}_k\sin\left(Q_k - Q_j\right) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\dot{Q}_k^2\left(\dot{Q}_k - \dot{Q}_j\right)\cos\left(Q_k - Q_j\right)\right]. \quad (2)$$

Исследование проводилось на примере большого оборота назад на перекладине в спортивной гимнастике (рисунок 1, *а*) и на примере рывка в тяжелой атлетике (рисунок 1, *б*). Во всех случаях упражнения выполняли мастера спорта. Вычислительный эксперимент с использованием численных методов основывался на математических моделях по уравнениям (1) и (2).

В тяжелой атлетике учтено, что в рывке отсутствует деформация опоры, поэтому соответствующие динамические уравнения были проще и не включали параметры деформации спортивного снаряда [2].

а) *б*)

Рисунок 1 – Спортивные упражнения:
а – большой оборот назад на перекладине; *б* – рывок штанги

Математический анализ результатов биомеханического анализа спортивных упражнений выявил новую, ранее неизвестную закономерность: между локальными экстремумами управляющих моментов и их динамических скоростей есть сдвиг по времени. Пиковые значения скоростей и моментов не совпадают, при этом сдвиг соответствующих графиков функций происходит в одну сторону и не зависит от вида спорта.

На рисунке 2 представлен график для управляющего момента и его динамической скорости относительно тазобедренного сустава спортсмена в спортивной гимнастике. На рисунке 3 показаны изменения как динамической скорости, так и самого управляющего момента также относительно тазобедренного сустава при рывке штанги весом в 100 кг. На всем протяжении упражнения фиксируется сдвиг локальных экстремумов на величину Δ_i.

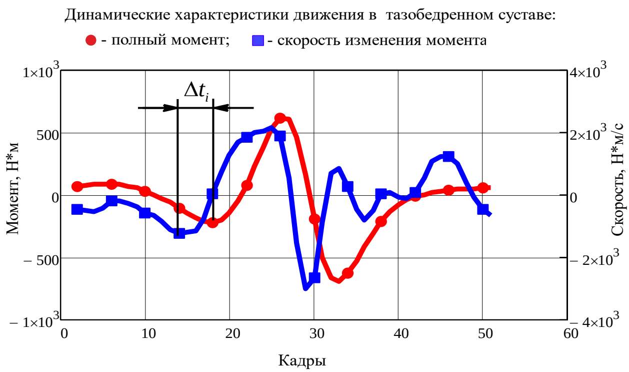

Рисунок 2 – Динамика полной БМС относительно тазобедренного сустава
в спортивной гимнастике

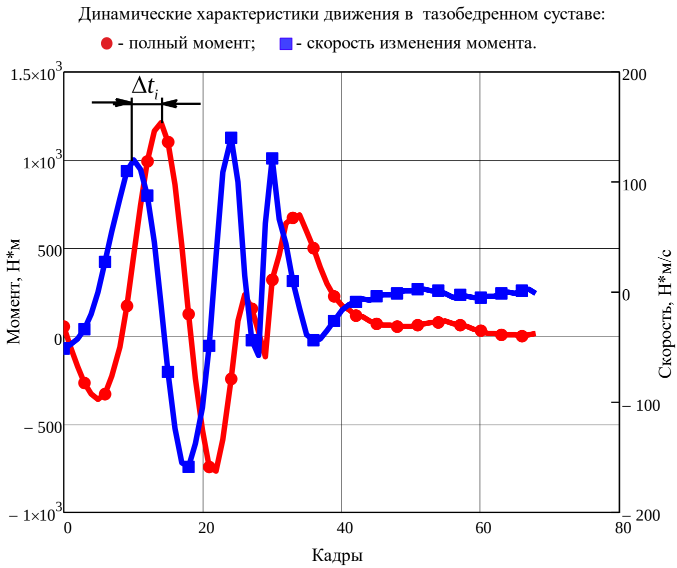

Рисунок 3 – Динамика управляющего момента относительно тазобедренного сустава (рывок, штанга 100 кг)

На данном этапе возникает закономерный вопрос: имеет ли здесь место опережение пиковых значений динамической скорости соответствующего управляющего момента, или наоборот – управляющий момент достигает пиковых значений раньше, чем это происходит с динамической скоростью?

Для выяснения этого важного вопроса выполним исследования математических выражений (1) и (2) на теоретическом уровне.

Анализ уравнений показывает, что динамическое уравнение движения спортсмена имеет 6 структур, и в пяти из них присутствуют тригонометрические функции. При дифференцировании уравнения (1) получаем уравнение (2), в котором каждая из структур выделена квадратными скобками.

Теоретический анализ динамических уравнений движения (1) и (2) показывает только несколько возможных случаев преобразования тригонометрических функций, что и вызывает сдвиг локальных экстремумов управляющего момента и его динамической скорости по отношению друг к другу. Эти случаи сведены в таблицу 1. Получаем только 2 варианта: $\cos Q \to [-\sin Q]$ и $[-\sin Q] \to [-\cos Q]$. Графически в общем виде они показаны на рисунке 4 для функций $\sin x$ и $\cos x$ с учетом изменения знака в соответствии с таблицей 1. Сдвиг функций в обоих случаях показан как Δ.

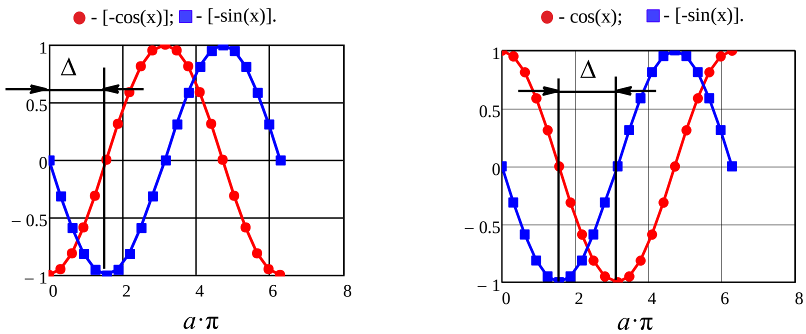

Рисунок 4 – Сдвиг локальных экстремумов на примере тригонометрических функций

Таблица 1 – **Преобразование функций в динамических уравнениях**

Формула	Производная	Преоб-разование
$g\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\cos Q_j$	$-\left[g\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\dot{Q}_j\sin Q_j\right]$	$\cos(Q)\to -[\sin(Q)]$
$-\ddot{L}_{0_\Gamma}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\sin Q_j$	$-\dddot{L}_{0_\Gamma}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\sin Q_j$	–
	$-\ddot{L}_{0_\Gamma}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\dot{Q}_j\cos Q_j$	$-[\sin(Q)]\to -[\cos(Q)]$
$\ddot{L}_{0_B}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\cos Q_j$	$\dddot{L}_{0_B}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\cos Q_j$	–
	$-\ddot{L}_{0_B}\sum_{j=i}^{N} C_{ij}\dot{Q}_j\sin Q_j$	$\cos(Q)\to -[\sin(Q)]$
$\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\ddot{Q}_k\cos(Q_k-Q_j)$	$-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\ddot{Q}_k(\dot{Q}_k-\dot{Q}_j)\sin(Q_k-Q_j)$	$\cos(Q)\to -[\sin(Q)]$
	$\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\dddot{Q}_k\cos(Q_k-Q_j)$	–
$-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\dot{Q}_k^2\sin(Q_k-Q_j)$	$-2\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\dot{Q}_k\ddot{Q}_k\sin(Q_k-Q_j)$	–
	$-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} B_{jk}\dot{Q}_k^2(\dot{Q}_k-\dot{Q}_j)\cos(Q_k-Q_j)$	$-[\sin(Q)]\to -[\cos(Q)]$

Анализ таблицы 1 и рисунка 4 показывает, что теоретически возможно как опережение, так и отставание динамической скорости управляющего момента по отношению к самому моменту.

Список литературы

1 **Покатилов, А.Е.** Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры : монография / А.Е. Покатилов, В.И. Загревский, Д.А. Лавшук. – Минск : Издательский центр БГУ, 2008. – 291 с.

2 **Воронович, Ю.В.** Биомеханика тяжелоатлетических упражнений : монография / Ю.В. Воронович, Д.А. Лавшук, В.И. Загревский. – М-во внутр. дел Респ. Беларусь, учреждение образования «Могилевский институт Министерства внутренних дел Республики Беларусь». – Могилев : Могилев. институт МВД, 2015. – 196 с.

УДК 378.147:517.956.225

ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДА РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА ПРИ ПОДГОТОВКЕ ИНЖЕНЕРОВ-ЭНЕРГЕТИКОВ

Д.В. КОМНАТНЫЙ
Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, г. Гомель

Решение разнообразных инженерных проблем энергетики и электротехники связано с расчетом электрических, тепловых, магнитных статических полей. Для выполнения расчетов необходимо поставить и решить задачу математической физики для уравнения Лапласа с заданными граничными условиями. Одним из фундаментальных методов решения такой задачи является метод разделения переменных. Поэтому для подготовки квалифицированного инженера-энергетика необходимо обучение применению указанного метода с упором на постановку и решение задач математической физики.

В настоящее время раздел о решении уравнения Лапласа включен в курсы теоретических основ электротехники [1]. Также разработаны спецкурсы по дифференциальным уравнениям математической физики в электротехнике [2]. Указанные курсы нельзя признать удачными. В [1] и [2] не изложены условия применимости метода разделения переменных, не объясняется общая схема метода, не уделяется внимание заданию граничных условий и методам построения расчетных моделей. Следовательно, полноценное обучение специалистов становится невозможным.

Специфика деятельности инженера заключается в необходимости решения практических задач и получения расчетных соотношений для определения характеристик поля в конструкции. Для ускорения получения расчетных соотношений в [3] предложены специальные таблицы для решения уравнения Лапласа в двумерных и трехмерных областях методом разделения переменных и методом конечных интегральных преобразований. Поэтому в докладе предлагается при обучении инженеров-энергетиков основываться на использовании табулированных математических соотношений метода разделения переменных. Однако при этом обучающиеся должны усвоить и твердо знать: условия применимости метода разделения переменных, схему метода, допускающие разделение переменных системы координат, способы задания граничных условий. Также необходимо владение основными понятиями метода: собственные числа, собственные функции, функции частного решения, квадрат нормы собственных функций [3]. Только такие знания позволят обучающимся овладеть навыками уверенного пользования таблицами для решения уравнения Лапласа.

Метод разделения переменных в предлагаемом уровне изложения и освоения, адаптированном к практической деятельности, позволяет решить весьма значительный круг модельных задач. В качестве примера в докладе рассматривается следующая задача математической физики.

Область D заключена в проводящей полукруглой оболочке радиуса c. Внутри оболочки область ограничена цилиндрической проводящей оболочкой радиуса a. Расстояние между центрами оболочек равно h. Размеры оболочек сравнимы. Длина оболочек такова, что поле в области D можно считать плоскопараллельным.

Требуется найти решение уравнения Лапласа

$$\Delta u = 0$$

в области D, задаваемой в биполярной системе координат α, β с граничными условиями на граничных поверхностях [3]

$$\Gamma_1 \quad \alpha_1 = 0; \; \Gamma_2 \quad \alpha_2 = \operatorname{Arch}\frac{h}{a};$$

$$\Gamma_3 \quad \beta_1 = +\frac{\pi}{2}; \; \Gamma_4 \quad \beta_2 = -\frac{\pi}{2}.$$

$$u\Big|_{\Gamma_1} = U_0; \; u\Big|_{\Gamma_2} = U_0\frac{U_1}{U_0}; \; u\Big|_{\Gamma_3} = U_0; \; u\Big|_{\Gamma_4} = U_0.$$

Для решения поставленной задачи необходимо выполнить суперпозицию решений двух вспомогательных задач [3]:

– для основной переменной α найти решение уравнения Лапласа при граничных условиях

$$u\Big|_{\Gamma_1}=0\,;\; u\Big|_{\Gamma_2}=0\,;\; u\Big|_{\Gamma_3}=U_0\,;\; u\Big|_{\Gamma_4}=U_0\,;$$

– для основной переменной β найти решение уравнения Лапласа при граничных условиях

$$u\Big|_{\Gamma_1}=U_0\,;\; u\Big|_{\Gamma_2}=U_0\,\frac{U_1}{U_0}\,;\; u\Big|_{\Gamma_3}=0\,;\; u\Big|_{\Gamma_4}=0\,.$$

По таблицам, приведенным в [3], находятся собственные числа, собственные функции, квадрат нормы собственных функций для уравнения Лапласа в биполярной системе координат при заданных граничных поверхностях и граничных условиях. После математических преобразований общей формы решения из [3] получаются решения

первой вспомогательной задачи

$$u_1=\frac{4U_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\Re}\frac{1}{2n+1}\frac{\mathrm{sh}\dfrac{\pi(2n+1)}{\mathrm{Arch}\dfrac{h}{a}}\left(\dfrac{\pi}{2}-\beta\right)+\mathrm{s\,h}\dfrac{\pi(2n+1)}{\mathrm{Arch}\dfrac{h}{a}}\left(\dfrac{\pi}{2}+\beta\right)}{\mathrm{sh}\left(\dfrac{\pi n}{\mathrm{Arch}\dfrac{h}{a}}\right)}\sin\frac{\pi(2n+1)\alpha}{\mathrm{Arch}\dfrac{h}{a}}$$

второй вспомогательной задачи

$$u_2=\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n+1}\frac{U_0\mathrm{sh}\left(n\left(\mathrm{Arch}\dfrac{h}{a}\right)-\alpha\right)+U_1\,\mathrm{sh}(n\alpha)}{\mathrm{sh}\left(n\mathrm{Arch}\dfrac{h}{a}\right)}\sin\left(n\beta+\frac{n\pi}{2}\right).$$

Из приведенного примера видно, что решение достаточно сложной задачи получается при сокращении объема математических преобразований. Не требуется записывать и решать обыкновенные дифференциальные уравнения для отыскания составляющих решения уравнения Лапласа. Это позволяет сосредоточить внимание на инженерном аспекте задачи, анализе модели конструкции. Следовательно, предлагаемый подход к изучению метода разделения переменных является оптимальным для подготовки инженеров-энергетиков, обладающих требуемым уровнем теоретической и практической подготовки.

Список литературы

1 Теоретические основы электротехники : в 3 т. / К.С. Демирчан [и др.]. – 4-е изд. – СПб. : Питер, 2006.

2 **Аполлонский, С.М.** Дифференциальные уравнения математической физики в электротехнике / С.М. Аполлонский. – СПб. : Питер, 2012. – 352 с.

3 **Иоссель, Ю.Я.** Расчет потенциальных полей в энергетике / Ю.Я. Иоссель. – Л. : Энергия, 1978. – 351 с.

УДК 378.147:512.5

О ПРЕПОДАВАНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КРИПТОГРАФИИ»

Е.И. ЛОВЕНЕЦКАЯ

Белорусский государственный технологический университет, г. Минск

Современный этап развития криптографии, начавшийся после публикации в 1976 г. У. Диффи и М. Хеллманом концепции асимметричного шифрования, характеризуется широким использованием теоретико-числовых и алгебраических понятий и алгоритмов и интенсивным вовлечением в практику новых математических объектов и теорий. Это приводит к необходимости введения в программы подготовки студентов IT-профиля дисциплин, включающих основы теории чисел, модулярной арифметики, алгебраических структур. Так, в Белорусском государственном технологическом университете (БГТУ) для студентов специальности «Программное обеспечение информационной безопасности мобильных систем» предусмотрен курс «Математические основы криптографии», обеспечивающий математическую базу для изучения дисциплины «Криптографические методы защиты информации». Основными задачами изучения курса «Математические основы криптографии» являются формирование у студентов представления о теоретических основах построения надежных криптографических преобразований и развитие умения пользоваться классическими и современными алгебраическими и теоретико-числовыми понятиями, методами, алгоритмами, поскольку даже простая реализация современных криптографических алгоритмов требует достаточно глубокого понимания основ теории чисел и алгебраических структур.

Содержание курса «Математические основы криптографии» включает модулярную арифметику как базу для понимания важнейших алгебраических структур и классического алгоритма передачи ключей Диффи – Хеллмана, понятие о проблеме факторизации целых чисел, лежащей в основе криптосистемы RSA, расширенный алгоритм Евклида, который не только остается в классе самых быстрых инструментов нахождения НОД целых чисел, поиска обратных классов вычетов, но и применим в кольцах многочленов над конечными полями. Вторая часть курса посвящена знакомству с алгебраическими структурами: группами, кольцами, полями, вопросу построения конечных полей как факторколец, колец многочленов над простыми полями, а также представления элементов конечных полей с помощью примитивного элемента, порождающего мультипликативную группу поля. Аналогия между примитивным элементом конечного поля и первообразным корнем по модулю целого числа позволяет наглядно продемонстрировать принципы построения криптосистем над конечными полями на примере классических криптографических алгоритмов, основанных на действиях над классами вычетов. Заключительная часть курса посвящена описанию построения групп точек эллиптических кривых над конечными полями, что позволяет обсудить алгоритмы эллиптической криптографии, которые обладают более высокой стойкостью по сравнению с их числовыми аналогами и уже широко используются в государственных и международных стандартах по информационной безопасности, в том числе и в Республике Беларусь.

Включение в программу дисциплины наряду с классическими областями алгебры и теории чисел такого современного раздела, как теория эллиптических кривых, необходимость иллюстрации практического применения алгебраических объектов в криптографических схемах и формирования представления о проблеме разработки эффективных теоретико-числовых и криптографических алгоритмов приводят к вопросу создания качественного методического обеспечения дисциплины, позволяющего не только осветить основные понятия, используемые на практике в настоящее время, но и заложить базу для понимания новых результатов и методов в области защиты информации.

Анализ имеющейся литературы и доступных интернет-источников показал, что в большинстве высших учебных заведений, готовящих специалистов IT-профиля, в программы обучения студентов включаются в том или ином виде курсы защиты информации и криптографии, ведется активная работа по созданию учебных пособий, посвященных тем или иным аспектам математических основ криптографии. Назовем несколько учебно-методических пособий, отражающих содержание курсов, которые читаются в технических университетах.

Краткий обзор начнем с работы [1], в которой представлен материал, необходимый для начального введения в теорию криптографических алгоритмов: теория групп, колец и полей, а также прикладная теория чисел. В [2] рассмотрены вопросы стойкости криптографических систем и алгоритмов, элементы теории чисел и теории конечных полей, обсуждаются понятия односторонней функции и хэш-функции, дана общая характеристика различных типов шифров и классов криптосистем. Достаточно краткое, но полное и строгое изложение алгебраических основ теории и практики обработки дискретных сигналов и защиты информации, включая описание теории полей Галуа, приведено в [3].

В пособии [4], помимо указанных выше вопросов, освещаются некоторые аспекты криптографических алгоритмов с использованием эллиптических кривых. Заслуживает внимания также пособие [5], в котором достаточно полно и доступно изложены материалы по основным алгебраическим структурам, модулярной арифметике, полям Галуа, эллиптическим кривым, дано представление о криптосистемах, основанных на модулярной арифметике, и о квантовой криптографии.

Более широкий охват материала представлен в учебниках [6] и [7], которые также весьма полезны при подготовке курсов по математическим основам криптографии. Описание большого количества теоретико-числовых алгоритмов с обоснованием их корректности и оценками трудоемкости можно найти в монографии [8] и более доступных для понимания книгах [9] и [10]. Актуальным вопросам алгоритмической теории чисел посвящена также прекрасно написанная книга [11].

Для введения в теорию эллиптических кривых могут быть использованы книги [12] и [13], посвященные изложению элементов теории эллиптических кривых и их применения в теоретико-числовых и криптографических алгоритмах. Отметим, что в [7], [8], [10], [11] также уделяется внимание вопросам использования эллиптических кривых в криптографии.

Таков краткий перечень наиболее доступных источников, который может быть использован для построения курса по теоретико-числовым и алгебраическим основам криптографии в техническом вузе.

Для методической поддержки дисциплины «Математические основы криптографии» в БГТУ был издан конспект лекций [14] и подготовлен электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК) [15], который представляет собой единый pdf-документ, доступный студентам через систему дистанционного обучения (СДО) БГТУ. На наш взгляд, основной функцией дистанционных курсов, включаемых как часть традиционных учебных курсов, является предоставление студентам хорошо структурированной тщательно отобранной информации, необходимой и достаточной для изучения соответствующей дисциплины. ЭУМК обеспечивает студентов как теоретическим материалом, так и набором заданий для проведения практических занятий и самостоятельного решения. Задачи для решения в аудитории подобраны так, чтобы студенты могли освоить основные понятия курса и получить представление о свойствах и способах оперирования с изучаемыми математическими объектами. Для закрепления материала, а отчасти в силу приученности студентов IT-специальностей к работе в режиме выполнения индивидуальных проектов, сформирован комплекс индивидуальных заданий по основным прикладным темам, по которым каждый студент должен отчитаться для получения зачета.

Курс «Математические основы криптографии» обеспечивает знакомство студентов с теоретико-числовыми и алгебраическими структурами, вовлеченными в практику современной криптографии, а также закладывает фундамент для изучения более сложных объектов, которые могут послужить основой для построения криптографических систем в будущем. Необходимым следствием динамичного развития криптографических методов защиты информации должно быть столь же динамичное изменение программы и содержания курса по математическим основам криптографии, чему способствует представление ЭУМК в СДО, где имеется возможность оперативно вносить изменения в размещенные материалы.

Список литературы

1 **Коробейников, А.Г.** Математические основы криптографии : учеб. пособие / А.Г. Коробейников. – СПб. : С.-Петерб. гос. ин-т точной механики и оптики (технич. ун-т), 2002. – 41 с.

2 **Галуев, Г.А.** Математические основы криптологии : учеб.-метод. пособие / Г.А. Галуев. – Таганрог : Изд-во ТРТУ, 2003. – 120 с.

3 **Липницкий, В.А.** Современная прикладная алгебра. Математические основы защиты информации от помех и несанкционированного доступа : учеб.-метод. пособие по курсу «Высшая математика» для студ. спец. «Сети телекоммуникаций» и «Информатика» всех форм обуч. / В.А. Липницкий. – 2-е изд., испр. – Минск : БГУИР, 2006. – 88 с.

4 **Воронков, Б.Н.** Элементы теории чисел и криптозащита : учеб. пособие / Б.Н. Воронков, А.С. Щеголеватых. – Воронеж : ВГУ, 2008. – 88 с.

5 **Данилова, О.Ю.** Математические основы криптографии : учеб. / О.Ю. Данилова, В.Н. Думачев. – Воронеж : Воронежский ин-т МВД России, 2017. – 300 с.

6 **Нестеренко, А.Ю.** Теоретико-числовые методы в криптографии : учеб пособие / А.Ю. Нестеренко. – М. : Моск. гос. ин-т электроники и математики, 2012. – 224 с.

7 Криптология : учеб. / Ю.С. Харин [и др.]. – Минск : БГУ, 2013. – 511 с.

8 **Василенко, О.Н.** Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии / О.Н. Василенко. – М. : МЦНМО, 2003. – 328 с.

9 **Черемушкин, А.В.** Лекции по арифметическим алгоритмам в криптографии / А.В. Черемушкин. – М. : МЦНМО, 2002. – 104 с.

10 **Ишмухаметов, Ш.Т.** Методы факторизации натуральных чисел : учеб. пособие / Ш.Т. Ишмухаметов. – Казань : Казан. ун-т, 2011. – 190 с.

11 **Крэндалл, Р.** Простые числа: криптографические и вычислительные аспекты / Р. Крэндалл, К. Померанс ; пер. с англ.; под ред. и с предисл. В.Н. Чубарикова. – М. : УРСС: ЛИБРОКОМ, 2011. – 664 с.

12 Элементарное введение в эллиптическую криптографию: алгебраические и алгоритмические основы / А.А. Болотов [и др.] – М. : КомКнига, 2006. – 328 с.

13 Эллиптические кривые и современные алгоритмы теории чисел / Ю.П. Соловьев [и др.]. – М. – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. – 192 с.

14 Математические основы криптографии: тексты лекций для студентов специальности 1-98 01 03 Программное обеспечение информационной безопасности мобильных систем / авт.-сост. Е.И. Ловенецкая. – Минск : БГТУ, 2019. – 170 с.

15 ЭУМК по учебной дисциплине «Математические основы криптографии» для специальности 1-98 01 03 Программное обеспечение информационной безопасности мобильных систем / И.К. Асмыкович, Е.И. Ловенецкая [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://dist.belstu.by/course/view.php?id=314. – Дата доступа : 27.02.2022.

УДК 519.12

ЦЕЛЕВОЕ ОБУЧЕНИЕ КОМБИНАТОРНОМУ АНАЛИЗУ ПРИ ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ ТРАНСПОРТА

А.А. МИХАЛЬЧЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Выполнение профессиональной деятельности специалистами транспорта является сложным интеллектуальным процессом с обработкой большого массива данных прикладного характера. В условиях социалистической экономики комбинаторный анализ специалистами транспорта практически не использовался. Его активное применение началось в конце 80-х годов XX в. при активном внедрении вычислительной техники в процессы управления и проектирования. При этом к классической математике разработчики процессинговых технологий обращались редко. Соответственно эта позиция практиков нашла отражение в преподавании математики в высшей школе. Практически её изучение активно сворачивалось: в 60–70-е годы математика на инженерных специальностях изучалась четыре семестра. Сколько сейчас?

Существенное сокращение изучения высшей математики в учебных заведениях привело к тому, что при разработке мероприятий предложения субъектов хозяйствования просто суммируются по направлениям: транспорт, социальные программы, агропромышленная деятельность, машиностроение. В результате каждое мероприятие при отсутствии хорошего математического обоснования не увязано с ресурсной базой, которая также рассчитывается простым суммированием. При таком подходе интеграция всех направлений государства в единое целое исключается.

С учётом полного исключения изучения высшей математики при подготовке специалистов с высшим образованием по гуманитарным специальностям при их продвижении по служебной лестнице привело к государственным проблемам. Эта категория специалистов, не имеющая понятия как работать с интегралами, предикатными уравнениями, аналитической геометрией, ставят задачи интеграции экономики регионов. В результате, не имея элементарных знаний в области высшей математики идёт попытка интеграции разносчётных процессов в региональной экономике. Например, прогнозирование экспорта должно учитывать кредитование мероприятий, энергетический баланс и ресурсы должны интегрироваться в единое целое, а кредиты должны просчитываться с математической точностью по их возврату [1]. Для этих целей необходимо использовать прикладные задачи отдельных разделов математики, которые должны преподаваться не общим курсом, а детально, с практической привязкой к процессинговым решениям.

Использование линейной алгебры и аналитической геометрии позволяет сделать переход при прогнозировании объёмов перевозок от простой констатации факта роста или падения к многофакторной модели. Эта модель ориентирована на использовании интегрированного трендированного индекса изменения прогнозируемого показателя, который базируется на включении статистики за несколько лет, предшествующих базовому году [2]. Трендовый индекс изменения прогнозируемого показателя по государственной программе определяется на основании функций аналитической геометрии по каждому фактору с отражением их в экономической области [3]. Плохое усвоение данного раздела математики или его отсутствие не позволяет выделить аналитическую функцию по каждому фактору: геополитическим изменениям территории прогнозирования; платежеспособности населения и субъектов хозяйствования; сервиса и качества выполнения грузовых и пассажирских перевозок; рекламной деятельности; изменения тарифной политики государства; сезонности перевозок грузов и пассажиров; индекса антимонопольной политики. При этом следует учитывать величину финансирования, которая составляет 95–97 млрд дол. При рассмотрении данных факторов по каждому из них используется полином второго порядка следующего вида:

– влияние геополитики –

$$y_{\text{гп}} = 16{,}77\,x^2 - 150{,}6\,x + 1414{,}5;$$

– ресурсное обеспечение программных мероприятий –

$$y_{\text{рс}} = -\,0{,}019\,x^2 + 0{,}1298\,x - 0{,}0624;$$

– влияние антимонопольной политики –

$$y_{\text{амп}} = 0{,}0039\,x^2 - 0{,}0337\,x + 0{,}096,$$

где x – значение рассматриваемого параметра за базовый период.

Для правильной постановки задачи используются отдельные положения теории групп и ее приложений, которые должны углублённо преподаваться в разделе высшей математики в любом вузе [3].

Список литературы

1 **Валицкий, С.В.** Прогнозирование и планирование экономики : учеб. пособие / С.В. Валицкий. – Минск : БНТУ, 2009. – 116 с.

2 **Феофанова, В.А.** Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб.-метод. пособие / В.А. Феофанова, Ю.Г. Мартышенко. – Нижний Тагил, УрФУ, 2013. – 148 с.

3 **Аминов, Л.К.** Теория групп и ее приложения. Конспект лекций и задачи / Л.К. Аминов, А.С. Кутузов, Ю.Н. Прошин. – Казань : Казан. ун-т, 2015. – 123 с.

УДК 621.391

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ И ЛЮКА

Н.Ф. СЕМЕНЮТА
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Последовательности рекуррентных чисел Фибоначчи и Люка являются основой многих объектов природы, науки и техники [1–3]. К сожалению, ни наши школьные, ни вузовские программы математики не уделяют должного внимания последовательностям чисел Фибоначчи и Люка и связанному с ними «золотому сечению», в то время как в США числам Фибоначчи и Люка посвящены многие фундаментальные работы [4–7]. В связи с этим обратим внимание, что еще Иоганн Кеплер (1571–1630) поставил «золотое сечение» на один уровень с «теоремой Пифагора», одной из самых известных геометрических теорем. Но если теорему Пифагора знает каждый школьник и инженер, то, по мнению Кеплера, они должны также хорошо знать и «золотое сечение» как междисциплинарную математическую основу. И наш первый шаг должен состоять в том, чтобы ввести в школьные и вузовские программы отдельных дисциплин (математики, физики, химии, ботаники, зоологии, архитектуры, электротехники, сопротивлениея материалов, менеджмента и др.) разделы по «золотому сечению». В этих разделах школьникам и студентам будет важно узнать о красоте природы и техники, о «золотых» прямоугольниках и треугольниках, пентаграмме, «Платоновых телах», икосаэдре и додекаэдре и др.

В предлагаемой работе рассмотрено проявление чисел Фибоначчи и Люка и «золотого сечения» в теории электрических цепей и связанных с электрическими цепями гиперболическими последовательностями чисел Фибоначчи и Люка.

Основой последовательности чисел Фибоначчи является рекуррентное соотношение $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, с двумя начальными числами $F_1 = 1$, $F_2 = 1$:

F_{-6}	F_{-5}	F_{-3}	F_{-2}	F_{-1}	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
–5	–3	2	–1	1	0	1	1	2	3	5	8

Основой последовательности чисел Люка является рекуррентное соотношение $L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$ с двумя начальными числами $L_1 = 1$ и $L_2 = 3$:

L_{-3}	L_{-2}	L_{-1}	L_0	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8
–4	3	–1	2	1	3	4	7	11	18	29	47

Отношения чисел Фибоначчи и Люка в пределе ($n \to \infty$) равно «золотому» сечению («золотому» числу):

$$\varPhi=\frac{F_{n+1}}{F_n}=\frac{L_{n+1}}{L_n}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}=1,618...$$

Характеристическим уравнением последовательности Фибоначчи является так называемое «золотое» уравнение:

$$x^2 - x - 1 = 0,$$

корни которого, равны золотому сечению $x_1 = \Phi = 1{,}618$, $x_2 = -1/\Phi = -0{,}618$.

Корни уравнения связаны также с показательными и гиперболическими функциями:

$$x_1 = \Phi = e^{\gamma} = \operatorname{ch}\gamma + \operatorname{sh}\gamma = 1{,}618, \quad x_2 = -\Phi^{-1} = -e^{-\gamma} = \operatorname{sh}\gamma - \operatorname{ch}\gamma = -0{,}618,$$

$$\ln x_1 = \ln\Phi = 0{,}48121\ ... = \gamma,$$

$$\operatorname{sh}\gamma = -\frac{1}{2}, \quad \operatorname{ch}\gamma = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Из решения рекуррентных соотношений чисел Фибоначчи следуют формулы связи чисел Люка и Фибоначчи с «золотым» сечением, известные как формулы Бине [2]:

$$F_n = \frac{\Phi^n-(-1)^n\Phi^n}{\Phi+\Phi^{-1}} = \frac{\Phi^n-(-1)^n\Phi^n}{\sqrt{5}}, \qquad L_n = \Phi^n + (-1)^n\Phi^{-n},$$

а также новые формулы связи с показательными и гиперболическими функциями:

$$F_n = \frac{e^{n\gamma}+e^{-n\gamma}}{\sqrt{5}}=\frac{2\operatorname{ch} n\gamma}{\sqrt{5}}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots,$$

$$F_n = \frac{e^{n\gamma}-e^{-n\gamma}}{\sqrt{5}}=\frac{2\operatorname{sh} n\gamma}{\sqrt{5}}, \qquad n = 2, 3, 6, \ldots,$$

$$L_n=e^{\gamma n}-e^{-\gamma n}=2\operatorname{sh} n\lambda, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots,$$

$$L_n=e^{\gamma n}+e^{-\gamma n}=2\operatorname{ch} n\gamma, \qquad n = 2, 3, 6 \ldots$$

Из полученных формул следуют связи гиперболических функций с корнями характеристического уравнения, показательными функциями и числами Фибоначчи и Люка:

$$\operatorname{ch} n\gamma=\frac{x_1^n-x_2^n}{2}=\frac{e^{\gamma n}+e^{-\gamma n}}{2}=\frac{\Phi^n+\Phi^{-n}}{2}=\frac{F_n\sqrt{5}}{2}, \qquad n = 1, 3, 5,\ldots,$$

$$\operatorname{sh} n\gamma=\frac{x_1^n-x_2^n}{2}=\frac{e^{\gamma}-e^{-\gamma}}{2}=\frac{\Phi^n-\Phi^{-n}}{2}=\frac{F_n\sqrt{5}}{2}, \qquad n = 2, 4, 6, \ldots,$$

$$\operatorname{sh} n\gamma=\frac{x_1^n+x_2^n}{2}=\frac{e^{\gamma}-e^{-\gamma}}{2}=\frac{\Phi^n-\Phi^{-n}}{2}=\frac{L_n}{2}, \qquad n = 1, 3, 5, \ldots,$$

$$\text{ch}\,n\gamma = \frac{x_1^n + x_2^n}{2} = \frac{e^{\gamma} + e^{-\gamma}}{2} = \frac{\Phi^n + \Phi^{-n}}{2} = \frac{L_n}{2}, \qquad n = 2, 4, 6, \ldots$$

а также новые рекуррентные гиперболические последовательности типа Фибоначчи и Люка:

$$\begin{array}{cccccc} & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 \\ & 1 & 1 & 2 & 3 & 5 \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & (\text{ch}\,1\gamma & \text{sh}\,2\gamma & \text{ch}\,3\gamma & \text{sh}\,4\gamma & \text{ch}\,5\gamma\ \ldots), \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} & L_1 & L_2 & L_3 & L_4 & L_5 \\ & 1 & 3 & 4 & 7 & 11 \\ 2 & (\text{sh}\,1\gamma & \text{ch}\,2\gamma & \text{sh}\,3\gamma & \text{ch}\,4\gamma & \text{sh}\,5\gamma\ \ldots). \end{array}$$

Последовательности гиперболических функций типа Фибоначчи и Люка образуются по следующим рекуррентным соотношениям:

$$\text{sh}\,n\gamma = \text{ch}\,(n-1)\gamma + \text{sh}\,(n-2)\gamma, \qquad n = 1, 3, 5, \ldots$$
$$\text{ch}\,n\gamma = \text{sh}\,(n-1)\gamma + \text{ch}\,(n-2)\gamma, \qquad n = 2, 4, 6, \ldots$$

Гиперболические функции могут быть вычислены также по формулам:

$$\text{ch}\,n\gamma = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\text{ch}(n+1)\gamma + \text{ch}(n-1)\gamma\right],$$

$$\text{sh}\,n\gamma = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\text{sh}(n+1)\gamma + \text{sh}(n-1)\gamma\right].$$

Полученные результаты являются основой для дальнейших исследований реальных процессов в однородных системах с распределенными постоянными (электрических, тепловых, гидравлических биологических и др.). И еще. В уравнении рассматривался только положительный корень. Перспективной и фактически уже назревшей стала проблема исследования гиперболических функций Фибоначчи и Люка с отрицательными и комплексными корнями. Важность такого исследования состоит в том, что во многих случаях начаты исследования биоэлектрических цепей и ДНК, основными элементами которых являются комплексные сопротивления, состоящие из резисторов и емкостей (RC-цепи). Начинается новый этап математической теории гармонии биоэлектрических цепей применительно к нейронным сетям передачи биоинформации, био- и нанотехнологиям [8, 9].

Список литературы

1 **Семенюта, Н.Ф.** Золотая пропорция в природе и искусстве / Н.Ф. Семенюта, В.Л. Михаленко. – Гомель : БелГУТ, 2002. – 82 с.

2 **Семенюта, Н.Ф.** Гармонические пропорции в науке и технике / Н.Ф. Семенюта. – Гомель : БелГУТ, 2012. – 172 с.

3 **Семенюта, Н.Ф.** Гиперболические функции последовательностей чисел Фибоначчи и Люка // Академия Тринитаризма. – М., Эл № 77-6567, публ. 27322, 10.09.2021.

4 **Hoggatt, V.E.** Fibonacci and Lucas Numbers / V.E. Hoggatt. – Boston : Houghton-Mifflin, 1969.

5 **Vajda, S.** Fibonacci & Lucas Nambers and Golden Section. Theory and Applications / S. Vajda // Elis Harward. – 1989.

6 **Koshe, T.** Fibonacci and Lucas Nambers with Applications / T. Koshe. – New York, Wiley. – 2001. – 678 p.

7 **Stakhov, A.** The mathematics of harmony: from Euclid to Contemporary mathematics end computer science / A. Stakhov. – Singapore : World Scientific Publishing. – 2009. – 676 p.

8 **Marshall, R.** Modeling DNA/RNA Strings using Resistor-Capacitor (RC) Ladder Neworks / R. Marshall // The computer Journal, 2010. – Vol. 53. – No 6.

9 **Ke-Lin, Du.** M.N.S. Swamy. Neural Networks and Statistical Learning / Du Ke-Lin, M.N.S. Swamy. – London : Springer Verlag, 2014. – 818 p.

УДК 372.851+372.853

О НЕКОТОРЫХ ТИПАХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА В ФИЗИКЕ

З.Н. СЕРАЯ, А.И. СЕРЫЙ
Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина,
Республика Беларусь

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка занимают важное место в курсе высшей математики, поскольку находят многочисленные приложения, в том числе в физике. Ограничимся рассмотрением уравнений вида (где t – время)

$$dx/dt = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 . \tag{1}$$

Конкретные примеры представлены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1 – **Примеры, соответствующие** $A_0 = 0$

Случай	Примеры в физике	Пояснения
$A_1 = 0$, $A_2 = 0$	а) Движение с постоянной скоростью υ; б) Движение с постоянным ускорением a	а) $x = \upsilon$; б) $x = a$
$A_1 = 0$, $A_2 \neq 0$	Изменение концентрации n ионов в газе после отключения ионизатора	$x = n$, $A_2 = -\alpha$, где α – коэффициент рекомбинации [1, с. 501]

Окончание таблицы 1

Случай	Примеры в физике	Пояснения
$A_1 \neq 0,$ $A_2 = 0$	Движение под действием силы сопротивления, линейной по скорости υ	$x = \upsilon$, $A_1 = -b/m$, где b – коэффициент сопротивления, m – масса тела [2, с. 74, 496]
$A_1 \neq 0,$ $A_2 \neq 0$	Изменение концентрации n ионов в газе при электронной и ионной рекомбинации после прекращения разряда молнии	$x = n$, $A_1 = -\beta$, где β – коэффициент рекомбинации с электронами, $A_2 = -\alpha$, где α – коэффициент ионной рекомбинации [3, с. 53]

Таблица 2 – **Примеры, соответствующие** $A_0 \neq 0$

Случай	Примеры в физике	Пояснения
$A_1 = 0,$ $A_2 = 0$	а) Движение с постоянной скоростью υ; б) Движение с постоянным ускорением a	а) x – координата, $A_0 = \upsilon$; б) $x = \upsilon$, $A_0 = a$
$A_1 = 0,$ $A_2 \neq 0$	Изменение концентрации n ионов в газе при наличии ионизатора с учетом рекомбинации	$x = n$, $A_0 = q$ – скорость образования ионов ионизатором, $A_2 = -\alpha$, где α – коэффициент рекомбинации [1, с. 500]
$A_1 \neq 0,$ $A_2 = 0$	Движение под действием силы тяги F и силы сопротивления, линейной по скорости υ	$x = \upsilon$, $A_0 = F/m$, $A_1 = -b/m$, где b – коэффициент сопротивления, m – масса тела [2, с. 74, 496]
$A_1 \neq 0,$ $A_2 \neq 0$	Движение под действием силы тяги F и сил сопротивления, линейной и квадратичной по скорости υ	$x = \upsilon$, $A_0 = F/m$, $A_1 = -b_1/m$, $A_2 = -b_2/m$, где b_1 и b_2 – коэффициенты сопротивления, m – масса тела [2, с. 74, 496]

Таким образом, было рассмотрено 8 случаев. Более подробная классификация заключается в том, что для каждого из коэффициентов в правой части (1) рассматриваются варианты, когда коэффициент: а) равен нулю; б) положителен; в) отрицателен. Тогда получается $3^3 = 27$ случаев, но при этом для некоторых из них могут возникнуть затруднения при поиске примеров, относящихся к физике.

Предложенные таблицы могут быть использованы в образовательном процессе при изучении таких дисциплин, как физика, высшая математика и математическое моделирование.

Список литературы

1 **Сивухин, Д.В.** Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1977. – Т. 3 : Электричество. – 688 с.

2 **Сивухин, Д.В.** Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.

3 **Базелян, Э.М.** Физика молнии и молниезащиты / Э.М. Базелян, Ю.П. Райзер. – М. : Физматлит, 2001. – 320 с.

УДК 372.851+372.853

О ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ И ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ В ФИЗИКЕ

А.И. СЕРЫЙ, З.Н. СЕРАЯ

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, Республика Беларусь

В вузовском курсе физики, при изучении которого часто используется аппарат высшей математики, среди прочих типов уравнений встречаются трансцендентные и интегральные. При этом студенты, изучающие как физику, так и математику, не всегда понимают, что наличие интегралов: а) в трансцендентном уравнении не запрещено; б) не всегда позволяет отнести уравнение к интегральным. Все это может приводить к путанице. Приведем примеры.

В квантовой оптике (в частности – теории теплового излучения) встречается трансцендентное уравнение [1, с. 31]

$$xe^x - 5\left(e^x - 1\right) = 0\,,\ \ x = 2\pi\hbar c/\left(kT\lambda_m\right), \tag{1}$$

где $\hbar$ – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, λ_m – длина волны, соответствующая максимуму испускательной способности абсолютно черного тела [1, с. 13]. Это уравнение не содержит интеграл и решается (относительно x) только численными методами.

В статистической физике встречается следующее трансцендентное уравнение, содержащее несобственный интеграл, который не берется аналитически (поэтому уравнение также решается только численно относительно x):

$$\frac{3\pi^2\hbar^3 n^3}{\left(2mkT\right)^{3/2}} - \frac{3}{2}\int\limits_0^{+\infty} \ln\left(x\exp\left(-t^2\right)+1\right)dt = 0\,,\ \ \mu = kt\ln x\,. \tag{2}$$

Здесь n – концентрация фермионов, m – масса фермиона, μ – химический потенциал [2, с. 13], смысл остальных величин приведен после (1). Данное уравнение не относится к интегральным (хотя и содержит несобственный интеграл), поскольку его решением является число, а не функция.

В классической литературе по физике уравнение (2) приводится в несколько ином виде, но численное решение удобнее искать именно для (2).

Для интегральных уравнений (решением которых является неизвестная функция, расположенная, по крайней мере, под интегралом) существует довольно подробная классификация [3, с. 156–157] и различные примеры (в классической и квантовой механике, теории рассеяния и др.). При этом некоторые из них имеют решения, выражаемые через элементарные функции. Это, в частности, касается уравнения Абеля [4, с. 8]

$$\int_0^x \varphi(s)(x-s)^{-1/2}\,ds = f(x), \tag{3}$$

где $\varphi(s)$ – искомая функция, $f(x)$ – известная функция. Для некоторых классов функций $f(x)$ существует решение (3) в элементарных функциях.

Сказанное выше можно обобщить в виде таблицы, представленной ниже.

Таблица – **Сравнительная характеристика трех типов уравнений**

Тип уравнения	Трансцендентное без интеграла	Трансцендентное с интегралом	Интегральное
Наличие интеграла	Нет	Да	Да
Что является решением	Число	Число	Функция
Решение в элементарных функциях (без численных методов)	Не существует	Не существует	Иногда существует
Примеры	(1)	(2)	(3)

Следует отметить, что иногда к трансцендентным уравнениям относятся и те, решения которых могут быть выражены, например, через логарифмы или обратные тригонометрические функции, но в данной статье под трансцендентными понимаются уравнения, для которых это невозможно.

Материалы данной публикации могут быть использованы в образовательном процессе при изучении таких дисциплин, как физика, высшая математика и математическое моделирование.

Некоторые вопросы, затронутые в данной публикации, обсуждались с А.И. Басиком, за что авторы выражают ему благодарность.

Список литературы

1 **Савельев, И.В.** Курс общей физики : учеб. пособие : в 3 т. / И.В. Савельев. – М. : Наука, 1987. – Т. 3 : Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 320 с.

2 **Секержицкий, В.С.** Об использовании программы MathCAD для вычисления химического потенциала газа нерелятивистских фермионов / В.С. Секержицкий, А.И. Серый // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : материалы респ. науч.-практ. конф., 24–25 апреля 2018 года / Брест, гос. ун-т ; [под общ. ред. А.И. Басика]. – Брест : БрГУ им. А.С. Пушкина, 2018. – 122 с. – С. 12–14.

3 Физическая энциклопедия / гл. ред. А.М. Прохоров ; редкол.: Д.М. Алексеев [и др.]. – М. : Совет. энцикл., 1990. – Т. 2 : Добротность – Магнитооптика. – 703 с.

4 Физическая энциклопедия / гл. ред. А.М. Прохоров ; редкол.: Д.М. Алексеев [и др.]. – М. : Совет. энцикл., 1988. – Т. 1 : Ааронова – Бома эффект – Длинные линии. – 704 с.

Научно-практическое издание

Научные и методические аспекты математической подготовки в университетах технического профиля

Материалы Международной
научно-практической конференции
(Гомель, 28–29 апреля 2022 г.)

Издается в авторской редакции

Технический редактор В. Н. Кучерова
Корректор Т. Л. Федькова

Подписано в печать 14.04.2022 г. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 6,51. Уч.-изд. л. 7,12. Тираж 50 экз.
Зак № 850. Изд № 14.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский государственный университет транспорта.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/361 от 13.06.2014.
№ 2/104 от 01.04.2014.
№ 3/1583 от 14.11.2017.
Ул. Кирова, 34, 246653, Гомель.