Так как экзаменационный билет имел структуру теста, то к заданиям первых двух уровней предлагались на выбор пять вариантов ответов, среди которых только один был правильный. Вопросы третьего уровня не содержали ответов, то есть представляли собой так называемый открытый тест. Следует отметить, что среди вариантов предлагаемых ответов авторами намеренно были использованы типичные ошибки, допускаемые студентами, заранее скурпулёзно собранные в течение нескольких лет преподавания. Как показал опыт проведения экзамена, такой подход позволил уменьшить выбор студентами ответа на задачу по принципу «наиболее подходящий ответ среди явно неподходящих», то есть минимизировал ответы, выставляемые наугад.

Тестовая форма экзамена имеет свои позитивные и негативные стороны. Будучи экзаменом, проводимым в письменной форме, он более объективен в оценке успеваемости студента, психологически комфортен для него, имеет большую вариативность в заданиях (вплоть до индивидуальных), может проводиться с использованием ИКТ, экономя силы и время на проверку студенческих работ. Основной недостаток тестового экзамена, по нашему мнению, в том, что довольно сложно сформулировать тестовое задание, позволяющее в полной мере определить степень системообразующих связей, сформированных студентами в процессе обучения. Негатива добавляет еще и стремление отдельных студентов не к решению, а к бездумному выбору ответа и слепой надежде на призрачное везение, а не уверенное знание. Но, на наш взгляд, корни этой проблемы не в форме проведения экзамена, а в отсутствии мотивации к обучению. Авторы полагают, что решение этого важного вопроса содержится в комплексном подходе в воспитании и обучении высококвалифицированных инженеров.

Список литературы

1 **Михайлова, Н.В.** Формирование математического стиля мышления в области инновационного инженерного образования / Н.В. Михайлова // Инновации в образовании. – 2020. – № 1. – С. 18–29.

2 **Еровенко, В.А.** Когнитивная технология «научить учиться» студентов, изучающих высшую математику / В.А. Еровенко // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2020. – № 1. – С. 60–65.

УДК 51(092)

«LIBER ABACI» – ВЕЛИКИЙ ТРУД ВЕЛИКОГО МАТЕМАТИКА

Н.Ф. СЕМЕНЮТА

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

2022 год – юбилейный в истории математики: 820 лет назад итальянский математик Леонард Фибоначчи издал свой замечательный трактат «Liber abaci» («Книга абака»). Один из известных немецких историков математики

Морис Кантор (1829–1920) высоко оценил трактат и назвал Фибоначчи «блестящим метеором, промелькнувшим на темном фоне западноевропейского средневековья» [1, 2].

Леонардо Фибоначчи (1170–1250) – из итальянского города Пизы, был выдающимся математиком средневековой Европы. В то время Пиза была одним из крупнейших коммерческих центров Европы, активно сотрудничавшим с исламским Востоком. Отец Фибоначчи, будучи успешным торговцем, позволил сыну получить хорошее математическое образование для того времени в одном из арабских учебных заведений. В последующие годы Фибоначчи, став купцом, также много путешествовал по многим странам Средиземноморья, продолжая изучение математики арабов, индейцев, греков, и узнал много доселе ему неизвестного [3, 4].

В 1200 г. Фибоначчи вернулся в Пизу и на основе своих знаний и трудов арабских математиков Мухаммед аль-Хорезми (ок. 783 – ок. 850) по решению квадратных уравнений, работы Абу Рейхан Бируни (973 – 1048) из Хорезма, Омара Хайями (1048–1131) и др., написал и издал в 1202 году свой главный трактат «Liber abaci» («Книга абака»), или трактат по расчетам. Этот трактат явился событием особого значения для Европы.

Трактат «Liber abaci» был рассчитан на тех, кто занимается практическим счётом – в первую очередь торговцев. Его изложение по ясности, полноте и глубине сразу стало выше всех античных и арабских прототипов. Он состоял из 15 глав и 459 печатных страниц, написан он на латинском языке и стал настоящей энциклопедией математических знаний того времени. В трактате подробно разъяснялись не только азы науки о системах счисления, натуральных числах и действиях над ними, но и основы учения об уравнениях, т. е. алгебры. Кроме того, в нем имелось большое количество задач практического содержания, иллюстрировавших различные приемы решения, как арифметические, так и алгебраические, приводящие к одному или нескольким уравнениям, почерпнутых им из трудов арабских, индийских и античных математиков, а также полученных им самим. В трактате были также задачи на суммирование арифметической и геометрической прогрессий, последовательности квадратов и др.

По словам советского историка математики А.П. Юшкевича, «"Книга абак" резко возвышается над европейской арифметико-алгебраической литературой XII–XIV веков разнообразием и силой методов, богатством задач, доказательностью изложения. Последующие математики широко черпали из нее как задачи, так и приёмы их решения» [3].

Книга сыграла заметную роль в развитии математики в Европе в течение XV–XVI вв. В частности, именно в этой книге европейцы познакомились с индусскими («арабскими») цифрами, вычислениями с натуральными числами и обыкновенными дробями. Фибоначчи был первым, кто использовал горизонтальную черту для обозначения дроби, впервые в истории математики получил рекуррентную последовательность чисел. Фибоначчи «арифметику и алгебру линейных и квадратных уравнений изложил с непревзойденной ни ранее, ни долгое время спустя полнотой и глубиной» [3]. Некоторые задачи из «Liber abaci» или их аналоги можно обнаружить в трудах итальянского математика Луки Пачоли (1445–1517) «Сумма арифметики» (1494), французского математика Баше де Мезириака (1581–1638) в книге «Приятные и занимательные задачи» (1612), русского математика Леонтия Магницкого (1669–1739) «Арифметика» (1703) и даже Леонарда Эйлера (1707–1783) в книге «Полное введении в алгебру» (1768).

По книге Фибоначчи многие поколения математиков в Европе начали изучать индийскую десятичную **позиционную систему счисления** и индийских цифр (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), которые до того использовали еще римские цифры (I, V, X, D, ...). Стоит отметить также, что Фибоначчи вводит как самостоятельное число ноль (*zero*), название которого производит от *zephirum*, латинской формы «ас-сифр» (пустой).

Одной из задач «Liber abaci» была задача о размножении кроликов («проблема кроликов»), которая сыграла и продолжает играть исключительную роль в теории чисел и математической теории гармонии. Суть задачи состоит в следующем: «сколько пар кроликов родится в год от одной пары, если каждая пара приносит ежемесячно по одной паре, способной, в свою очередь, через месяц к размножению». Решение дается в виде суммы рекуррентной последовательностей чисел, названной последовательностью чисел Фибоначчи:

F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

Французский математик Эдуард Люка (1842–1891), автор книги «Математические развлечения», показал, что члены последовательности Фибоначчи могут быть рассчитаны по рекуррентному соотношению $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ с двумя начальными членами $F_1 = 1$ и $F_2 = 1$.

Характерной особенностью последовательности чисел Фибоначчи являются отношения каждой пары рядом расположенных чисел F_{n+1}/F_n, которые в пределе ($n \to \infty$) стремятся к числу $\Phi = (1+\sqrt{2})/2 = 1{,}618...$ – золотому сечению и обратное отношение F_n/F_{n+1} к числу $1/\Phi = 0{,}618\ldots$ [3–5]. Число 1,618 было названо «золотым числом» («золотым сечением», «золотой пропорцией») в честь древнегреческого скульптора Фидия, использовавшего его в своих творениях [6].

Профессор Н.Я. Виленкин отмечал, что «со времен греческих математиков было известно две последовательности, каждый член которых получался по определенному правилу из предыдущих – арифметическая и геометрическая прогрессии. В задаче Леонардо появилась новая последовательность, члены которой были связаны друг с другом соотношением: $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$.

Это была первая в истории науки формула, в которой следующий член выражался через два предыдущих. Подобные формулы получили название рекуррентных (от латинского слова recurrere – возвращаться) [6]. Метод рекуррентных формул оказался впоследствии одним из самых мощных для решения комбинаторных задач» [7].

В природе много примеров, отражающих закономерности последовательности Фибоначчи в строениях организмов, их эволюции, функционирования. Размножение и рост по Фибоначчи широко распространены в природе. Известный венгерский математик Альфред Реньи (1921–1970) в своем сборнике «Трилогия о математике» ввел отдельный раздел под названием «Вариации на тему Фибоначчи», где с восхищением писал: «… простая математическая задача (например, задача Леонардо Фибоначчи о размножении кроликов) при всестороннем рассмотрении позволяет заглянуть в широкий круг актуальных проблем современной математики» [8]. Принцип золотого сечения широко используется в науке и технике как условие оптимальной работы технических объектов. Американский ученый Дональд Кнут, которого в современной вычислительной науке называют «отцом анализа алгоритмов», в своей книге «Искусство программирования» (2019) отмечает: «Как ни странно, она до сих пор является прекрасным упражнением на сложение в курсе программирования». Он же отмечает, что до того, как Фибоначчи написал свою книгу, эту последовательность обсуждали индийские ученые в связи с проблемой стихосложения.

В трактате Фибоначчи рассматривается еще одна интересная задача, которая в последующие годы привлекла внимание многих ученых. Речь идет о «задаче о выборе наилучшей системы гирь для взвешивания на рычажных весах» груза, или проще «задача о гирях». Кроме Фибоначчи, ее решением занимались знаменитый итальянский математик Лука Пачоли в своей книге «Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita» (1494), французский математик Баше де Мезириак (1612) в книге «Сборник приятных и занимательных задач». В России «задача о гирях» известна также под названием «задачи Боше – Менделеева». В наши годы эта задача была решена советским математиком А. П. Стаховым (1939–2021) на основе золотого сечения. Здесь также отметим выдающуюся роль профессора А.П. Стахова в разработке новой теории кодирования и криптографии на основе чисел Фибоначчи, создании «Компьютера Фибоначчи» [8]. Отметим также, что под руководством А.П. Стахова был проведен первый Международный Конгресс по математике гармонии (Одесса, 2010), Международный online семинар по математике гармонии (Институт Золотого Сечения, Академия Тринитаризма, 2011–2012).

Таким образом, в течение нескольких столетий и сегодня трактат Леонардо Фибоначчи «Liber abaci» играл и играет важную роль в распространении математических знаний во всех странах мира, в применении последовательности и чисел Фибоначчи в искусстве, науке и технике, в том числе современных цифровых технологиях. Именем Фибоначчи названы улицы в

Пизе и во Флоренции. Имя Фибоначчи в США носит ассоциация Fibonacci Association (1963) и издаваемый научный журнал Fibonacci Quarterly, один раз в два года проводится конференция по числам Фибоначчи и их приложениям, в Евросоюзе (2010–2013) был реализован проект Фибоначчи в сфере образования (IBSME).

Список литературы

1 **Воробьев, Н.Н.** Числа Фибоначчи / Н.Н. Воробьев. – М. : Наука, 1984. – 72 с.

2 **Мартыненко, Г.Я.** История математико-гармонических представлений: от Пифагора до наших дней / Г.Я. Мартыненко. – СПб. : ЛАЙКА, 2016. – 264 с.

3 **Юшкевич, А.П.** История математики с древнейших времен до начала XIX века / А.П. Юшкевич. – М. : Наука, 1972. – 352 с.

4 **Сороко, Э.М.** Структурная гармония систем / Э.М. Сороко. – Минск : Наука и техника, 1984. – 264 с.

5 **Семенюта, Н.Ф.** Золотая пропорция в природе и искусстве / Н.Ф. Семенюта, В.Л. Михаленко. – Гомель : БелГУТ, 2002. – 82 с.

6 **Семенюта, Н.Ф.** Гармонические пропорции в науке и технике / Н.Ф. Семенюта. – Гомель : БелГУТ, 2012. – 172 с.

7 **Виленкин, Н.Я.** Комбинаторика / Н.Я. Виленкин. – М. : Физматгиз, 1969. – 328 с.

8 **Stakhov, A.** The mathematics of harmony: from Euclid to Contemporary mathematics end computer science / A. Stakhov. – Singapore : World Scientific Publishing, 2009. – 676 p.

УДК 378.14:004.42

О ПРИМЕНЕНИИ ПАКЕТОВ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

И.И. СОСНОВСКИЙ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

В современном мире компьютерные технологии применяются во всех сферах общественной жизни, и образовательный процесс уже немыслим без разнообразной информационной поддержки на основе специализированных пакетов программ. Возрастание объема информации с одновременным уменьшением времени на обучение требует повышения интенсивности занятий студентов. С этой целью используется компьютерная техника, позволяющая наглядно и быстро проводить вычисления. Это и определяет актуальность внедрения современных компьютерных технологий в образовательный процесс.

Современные методы преподавания предлагают использовать компьютерную технику на различных этапах обучения студентов. Компьютеры, информационные технологии не только пронизывают все технические дисциплины (точные науки) – они меняют и сами эти дисциплины, и методику их преподавания. В частности, начиная с первых дней обучения студентов по дисциплине «Высшая математика» на лекционных занятиях используют-