ным расписаниям, создаются правовые и экономические предпосылки для повышения эффективности реализации транзитного потенциала стран − членов ЕАЭС за счёт продажи на бирже сквозных ниток расписаний евразийских коридоров, а также возникают экономические предпосылки для интеграции транспортных коридоров ЕАЭС в международные цепи поставок в качестве их товаропроводящих звеньев. В конечном итоге это обеспечит возможность привлечения на Евразийские транспортные коридоры стабильных высокодоходных грузопотоков в объёмах переработки имеющимися сервисами инфраструктуры и транспортных средств стран − членов ЕАЭС.

V. A. PADALITSA, S. A. TUMEL, S. V. ENIN

THE CONCEPT OF CREATION A DIGITAL PLATFORM COORDINATION EUROASIAN FREIGHT TRAFFIC IN ECOSYSTEM DIGITAL TRANSPORT CORRIDORS EURASIAN ECONOMIC UNION

The article deals with practical opportunity of realization ecosystem digital transport corridors the Eurasian Economic Union and interface with similar systems associated of the countries, with the Chinese initiative «One belt − one way» in particular, uniting national system electronic logistic of China, Korea, Japan and also with the projects European Union, which are realized on the basis of coordinated use an infrastructure railway transport and legal acts of digital transport transformation of economy the European countries.

Получено 22.10.2021

ISSN 2664-5025. Проблемы перспективного развития железнодорожных станций и узлов. Вып. 3. Гомель, 2021

УДК 656.21.001.2+06

Ю. О. ПАЗОЙСКИЙ, С. Н. ШМАЛЬ
Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва
pazoyski@gmail.com

КОМБИНАТОРИКА РАЗВЯЗОК ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ЛИНИЙ РАЗНОГО УРОВНЯ В УЗЛАХ

Приводится расширенный взгляд на природу математических структур (геометрической, алгебраической и топологической) развязок железнодорожных линий разного уровня в узлах с учетом традиционной классификацией узловых путевых структур по геометрическому признаку, разработанной учеными Российского университета транспорта. Опираясь на современные методы алгебраической топологии, авторы рассмат-

ривают возможность применения методологии проведения комбинаторных вычислений всех возможных вариантов конструкций развязок.

Данная статья продолжает цикл работ по применению современных комбинаторных методов алгебраической топологии в рациональном использовании путевого развития железнодорожных станций и узлов, повышении их пропускной и перерабатывающей способности и предложении оптимальных вариантов их развития.

За период с 2017 по 2021 год в периодических научных изданиях опубликовано шесть работ [4; 8−12] и одно учебное пособие «Топология и комбинаторика в построении железнодорожных узлов» [13], в которых предпринята попытка рассмотреть процесс проектирования и реконструкции станционных и узловых железнодорожных объектов как фундаментальные геометрические, алгебраические и топологические структуры. Эти структуры определяются как полугруппы, группы и топологические пространства, которые заменяют совокупность элементов путевого развития железнодорожных станций и узлов некоммутативными объектами и позволяют производить на них комбинаторные вычисления с учетом локальных соотношений Артина, названных в честь Эмиля Артина − американского математика Австро-Венгерского происхождения [8]. Подобные манипуляции потребовали формального подхода к определению путевого развития станций и развязок железнодорожных линий разного уровня в узлах в виде геометрических и алгебраических структур.

Когда подобные манипуляции производились на узловых путевых структурах, учитывались традиционные подходы к проектированию, и их формальные определения путевого развития железнодорожных развязок в узлах опирались на понятия группы кос и фундаментальной группы конфигурационного пространства. Например, моделируя путевое развитие развязок по направлениям в виде групп кос, требовалось соблюсти основные аксиомы (свойства) групп.

1 *Ассоциативности* для любых кос a, b и c таких, что

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

2 *Наличия единицы.* Существует такая единичная коса 1, что для любой косы a

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a.$$

3 *Наличия обратного элемента.* Для любой косы b найдется такая обратная коса b^{-1}, что

$$bb^{-1} = 1 = b^{-1}b.$$

Кроме того, при составлении вариантов развития развязок путей в железнодорожных узлах оценка поэлементной эквивалентности их путевого развития определялась на основе широко распространенных в маломерной топологии полиномиальных инвариантов, таких как полином Александера – Конвея, полином Джонса, инварианты Васильева и фундаментальная группа узла. Все эти инварианты представляют собой алгебраические выражения, которые присваиваются топологическим многообразиям узловых путевых структур, и выполняют функцию их сравнения между собой. Например, самые функциональные в маломерной топологии инварианты Васильева дают возможность выявить в множестве развязок железнодорожных линий идентичные соединения путей, укладки путепроводов и стрелочных переводов.

Далее мы приведем формальные определения геометрической и алгебраической структур развязок железнодорожных линий разного уровня в узлах, а после покажем, что они в действительности эквивалентны друг другу.

Рассмотрим в трехмерном евклидовом пространстве R^3 две прямые: $y = 0$, $z = 1$ и $y = 0$, $z = 0$ и на каждой из них набор из m точек.

Определение 1. *Геометрической структурой развязки железнодорожных линий разного уровня в узлах называется набор из m непересекающихся (гладких) путей, соединяющих точки первой прямой с точками второй прямой таких, что проекции этих двух путей на ось OZ представляют собой гомеоморфизм.*

Под гомеоморфизмом понимается тот факт, что пути должны проходить строго сверху вниз. Под гладкими путями понимаются нити самой косы. Тем не менее в указанном выше определении ничего не говорится о геометрических параметрах развязок: длинах путей, радиусах сопрягающих кривых, величин междупутий и др. Дело в том, что этот геометрический подход к изучению развязок в виде некоммутативных групп кос тесно связан с топологическим аспектом изучения многообразий. В топологии математики изучают свойства объектов с точностью до гомеоморфизмов, поэтому для строгого геометрического формализма в определении мы учитываем только переплетения нитей косы (путепроводы в развязках). Иными словами, в группах кос мы учитываем только их образующие и соотношения (рисунок 1).

В геометрической топологии математические косы рассматриваются с точностью до изотопии. Две математические косы, представляющие собой развязки железнодорожных линий, являются изотопными (то есть эквивалентными), если одну косу можно превратить в другую посредством применения соотношений Артина:

$$b_i b_j = b_j b_i, \text{ если } |i - j| \geq 2,\ i, j = 1, 2, \ldots, n - 1;$$

$$b_i b_{i+1} b_i = b_{i+1} b_i b_{i+1},\ i = 1, 2, \ldots, n - 2.$$

Учитывая эти соотношения, можно сформулировать определение алгебраической структуры развязки железнодорожных линий в узлах. Это определение также связано с группой кос, но с учетом соотношений Артина на них возможно применять локальные преобразования.

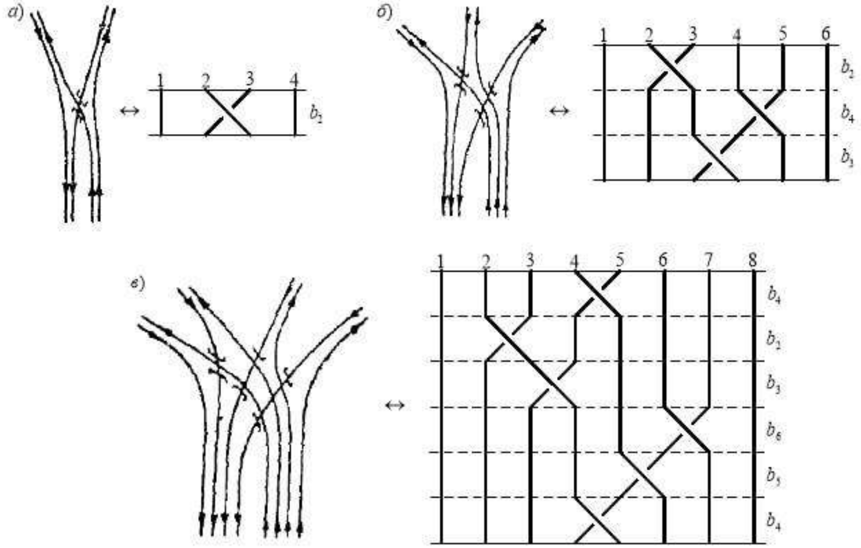

Рисунок 1 – Математические косы, представляющие развязки железнодорожных линий разного уровня в узлах

Определение 2. *Алгебраической структурой развязки железнодорожных линий разного уровня в узлах называется группа с* $(m - 1)$ *при* $b_1, \ldots, b_{m-1}$ с *соотношениями, порожденными набором* $b_i b_j = b_j b_i$ *при* $|i - j| \geq 2$, $b_i b_{i+1} b_i = b_{i+1} b_i b_{i+1}$, *которые называются соотношениями Артина.*

Выполнение локальных преобразований Артина на алгебраических структурах железнодорожных развязок позволяет вычислить все возможные варианты их конструкций, которые отличаются друг от друга различными способами укладки путепроводов.

Топологическое определение развязок основано на понятии фундаментальной группы и является фундаментом для вычисления эквивалентных элементов путевого развития двух и более развязок. Иными словами, фундаментальная группа, как инвариант, определяет алгебраическое выражение, которое присваивается каждому топологическому многообразию развязки железнодорожных линий, и остается неизменной при ее различных непрерывных преобразованиях.

Рассмотрим пространство всех полиномов степени m от одной комплексной переменной z со старшим коэффициентом, равным единице. Это пространство будет изоморфно C^n, поскольку коэффициенты при всех степенях этого полинома (за исключением старшей) задают на нем комплексные координаты.

Теперь уберем из этого пространства пространство Σm тех полиномов, у которых есть хотя бы один кратный корень. В результате получим пространство C^n / Σm.

Определение 3. *Топологической структурой развязки железнодорожных линий в узлах, представляющей собой группу кос из* m *нитей, называется фундаментальная группа* $\pi_1(/\ \Sigma m)$.

Чтобы проиллюстрировать технику комбинаторных вычислений путевого развития узлов с помощью соотношений Артина, на рисунке 2 мы представили примеры группы кос, в которых число нитей обозначает число путей в развязке, а соотношения (пересечения нитей в косах) – число путепроводов.

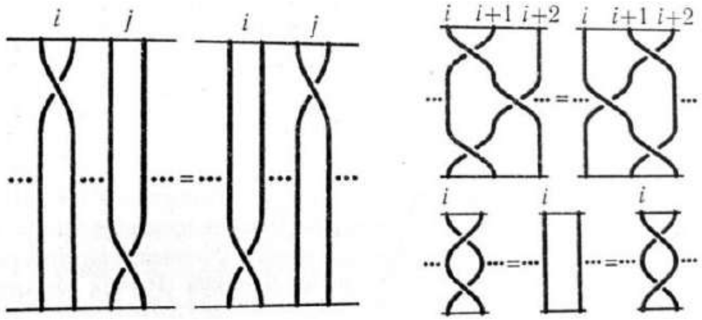

Рисунок 2 – Иллюстрация выполнения соотношений Артина на группах кос, представляющих развязки железнодорожных линий в узлах

Мы предложили три определения того, что требуется понимать под геометрической, алгебраической и топологической интерпретацией путевого развития узловых структур. В действительности все они являются эквивалентными (изоморфными), что можно подтвердить следующей теоремой.

Теорема. *Определения геометрической, алгебраической и топологической структур развязок железнодорожных линий в узлах, представленных в виде групп кос из* m *нитей, являются изоморфными, т. е. эквивалентными.*

Доказательство этой теоремы достаточно простое и выводится по аналогии с [3, с. 93]. Интересующемуся топологией и современными комбинаторными методами читателю мы советуем книги [1, 2, 5−7].

Составив группы кос железнодорожных развязок, мы получаем полную их кодировку, по которой возможно выявить их изотопность, последовательно применяя соотношения Артина. Однако слишком длинная кодировка может вызвать затруднения в «ручном» вычислении, что обусловлено большим количеством пересечений железнодорожных путей друг с другом. Чтобы избавиться от такого расчета, предлагается использовать известный алгоритм Деорнуа [6, 7], который решает проблему тождества для групп кос, и легко реализуется с помощью соответствующей программной реализации. Алгоритм достаточно прост и очень быстро работает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 *Болтянский, В. Г.* Наглядная топология / В. Г. Болтянский, В. А. Ефремович. – М. : Книга по требованию, 2012. – 160 с.

2 *Дужин, С. В.* Узлы и их инварианты / С. В. Дужин, С. В. Чмутов. – Математическое просвещение. – 1999. – № 3. – С. 59–93.

3 *Мантуров, В. О.* Лекции по теории узлов и их инвариантов / В. О. Мантуров. – М. : УРСС, 2001. – 304 с.

4 *Пазойский, Ю. О.* Комбинаторные аспекты горочных горловин технических станций / Ю. О. Пазойский, С. Н. Шмаль, Ж. Янев // Фёдор Петрович Кочнев – выдающийся организатор транспортного образования и науки в России. – М. : РУТ (МИИТ), 2021. – С. 135–140.

5 *Прасолов, В. В.* Наглядная топология / В. В. Прасолов. – 4-е изд., стер. – М. : МЦНМО, 2015. – 112 с.

6 *Прасолов, В. В.* Узлы, зацепления, косы и трехмерные многообразия / В. В. Прасолов, А. Б. Сосинский. – М. : МЦНМО, 1997. – 352 с.

7 *Сосинский, А. Б.* Узлы и косы / А. Б. Сосинский. – 2-е изд., стер. – М. : МЦНМО, 2012. – 24 с.

8 *Шмаль, С. Н.* Эффективность применения групп кос к анализу и кодировке топологической структуры развязок железнодорожных линий разного уровня в узлах / С. Н. Шмаль, Е. Ю. Павлова // Молодой ученый. – 2017. – № 1 (135). – С. 129–133.

9 *Шмаль, С. Н.* К вопросу об алгоритмической сложности задачи Рейдемейстера / С. Н. Шмаль, Е. Ю. Павлова // Молодой ученый. – 2017. – № 28 (162). – С. 1–3.

10 Определение топологических компонентов диаграмм узловых путевых структур с помощью полинома Джонса / С. Н. Шмаль [и др.] // Молодой ученый. – 2017. – № 49 (183). – С. 1–4.

11 *Шмаль, С. Н.* Этапное развитие и геометрический анализ узловых путевых структур с использованием формулы Фабрициуса − Бьерре / С. Н. Шмаль, Ж. Янев, А. Р. Куртикова // Молодой ученый. – 2018. – № 37 (223). – С. 1–4.

12 Кодировка узловых путевых структур диаграммами Гаусса и их комбинаторные приложения / С. Н. Шмаль [и др.] // Молодой ученый. – 2019. – № 24 (262). – С. 87–91.

13 *Шумский, С. П.* Топология и комбинаторика в построении железнодорожных узлов / С. П. Шумский, С. Н. Шмаль. – М. : РУТ (МИИТ), 2018. – 40 с.

Jy. O. PAZOYSKIY, S. N. SHMAL

COMBINATORICS OF OUTCOMES RAILWAY LINES DIFFERENT LEVEL IN UNITS

In article resulted the extended sight on a nature of mathematical structures (geometrical, algebraic and topological) outcomes of railway lines of a different level in units in view of traditional by classification of central travelling structures to a geometrical attribute by scientists of the Russian university of transport. Based on modern methods of algebraic topology, the authors consider an opportunity of application methodology realization combinatorial calculations of all possible variants of designs railway junction.

Получено 14.10.2021