

УДК 539.389

*Б. Г. ХОЛОДАРЬ**Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь***ДИАГРАММЫ ОБРАТНОГО НАГРУЖЕНИЯ И НАПРЯЖЕНИЯ  
В СЕЧЕНИИ ИЗОГНУТОГО СТЕРЖНЯ ПРИ РЕВЕРСЕ НАГРУЗКИ**

Для упруго-пластического материала рассмотрена связь форм диаграмм деформирования при прямом и обратном нагружении. Применительно к чистому изгибу стержня построены эпюры напряжений в сечении для двух случаев: при непрерывном обратном деформировании от точки реверса нагрузки и при наличии промежуточного сброса нагрузки до нуля. Проанализированы особенности реализующихся напряженных состояний стержня в этих режимах.

**Ключевые слова:** диаграммы деформирования, большие деформации, разгрузка, обратное нагружение, эффект Баушингера, чистый изгиб, остаточные напряжения.

**Введение.** Работа конструкций в определенных случаях может происходить под действием повторных нагрузок. Если в таком случае материал работает в неупругой области, то в нем появляются остаточные напряжения и деформации, величины и распределение которых в объеме тела зависят от истории нагружения. При значительных нагрузках пластические деформации могут быть настолько большими, что это, например при знакопеременном изгибе стержня, приведет к разрушению после небольшого числа циклов нагружения. Прогнозирование поведения конструкции в таких случаях зависит в первую очередь от корректного описания формы диаграммы деформирования материала  $\sigma(\epsilon)$  при реверсе нагрузки, а также от значений напряжений, достигнутых в процессе обратного нагружения. Частным случаем подобного рода задач является определение остаточных напряжений при разгрузке конструкции (полном снятии нагрузки). Более сложная задача – определение напряженно-деформированного состояния при воздействии реверсивной нагрузки. Задачи, связанные с расчетами подобного рода, недостаточно представлены в научно-технической и учебной литературе. Поэтому рассмотрение вопросов, касающихся данной темы, актуально.

Разнообразие, сложность и практическая важность определяют большой объем исследований, проводимых в данном направлении. Это относится как к описанию самих диаграмм деформирования и назначению используемых значений механических характеристик материалов для оценки работоспособности элементов ответственных агрегатов и конструкций [1, 2], так и методам неразрушающего контроля и определения остаточных напряжений [3–5]. В данной работе предлагается подход к теоретическому описанию работы конструкций, находящихся под действием реверсивных нагрузок.

Оговоримся сразу, что далее рассматривается идеализированный склерономный упруго-пластический материал, в котором отсутствуют возвратные

деформации. Также предполагается, что для нагруженного чистым моментом изогнутого участка стержня выполняется гипотеза плоских сечений.

**Диаграммы деформирования.** Известно несколько способов описания диаграмм деформирования при однократных и повторных нагружениях, начиная с известного принципа Мазинга, в том числе с использованием кусочно-линейной аппроксимации исходной диаграммы растяжения (ДР) на выделенных последовательных участках (полигональная аппроксимация) [6], что позволяет описать ДР любой формы. В [6] приведены числовые данные для различных материалов, позволяющие описывать диаграммы циклического нагружения в области протяженностью до 10 деформаций предела текучести  $\varepsilon_t$ .

В настоящей работе условная диаграмма растяжения представляется состоящей из линейно-упругого участка ( $0 \leq \sigma \leq \sigma_e$ ) и участка упрочнения, имеющего максимум  $\sigma_b$  при предельной деформации  $\varepsilon_b$  и описываемого некоторым выбранным аналитическим законом  $f(\varepsilon)$ . Между ними может быть расположен участок без упрочнения (площадка текучести) длиной  $\varepsilon_p = p\varepsilon_t$  ( $p$  – некоторый коэффициент,  $p \geq 0$ ). Деформация, соответствующая началу участка упрочнения в этом случае составит  $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_t + \varepsilon_p$ . Пределы текучести  $\sigma_t$  и прочности  $\sigma_b$  при растяжении и сжатии могут различаться.

Конкретно использованная далее для описания ДР зависимость имеет вид

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E\varepsilon & \text{– для упругого участка;} \\ \sigma_t & \text{– площадка текучести;} \\ \sigma_t + f(\varepsilon) = \sigma_b - (\sigma_b - \sigma_t) \cdot ((\varepsilon_b - \varepsilon)/(\varepsilon_b - \varepsilon_{yy}))^m & \text{– участок упрочнения.} \end{cases} \quad (1)$$

Показатель степени  $m$  в (1) определяет форму ДР на участке упрочнения.

Так как принято, что использованные в (1) параметры полностью описывают диаграмму растяжения и связаны со структурой материала и ее изменением в процессе возрастания нагрузки, то их можно применить и для описания формы диаграммы обратного нагружения (ДОН). Эта диаграмма, построенная из некоторой точки ДР с деформацией  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , должна охватывать все ДОН, соответствующие более низким значениям деформаций разгрузки  $\varepsilon_0$ , и не пересекаться с исходной диаграммой сжатия (ДС). При этом деформации обратного нагружения отсчитываются от точки  $\varepsilon = \varepsilon_0$  в сторону сжатия, положительные и снабжены далее индексом «r», ось напряжений  $\sigma_r > 0$  направлена вниз (рисунок 1).

При определении предела текучести по кривым деформирования величины  $\sigma_t$  устанавливается не вполне строго, а имеет некоторый разброс значений, связанный, в том числе, с применяемыми в расчетах аппроксимациями диаграмм  $\sigma(\varepsilon)$ . Такая же или даже в большей степени особенность имеет место и при построении пределов текучести  $\sigma_{tr}$  на ДОН с учетом эффекта Баушингера при разгрузке из разных точек ДР. Поэтому используемые зависимости  $\sigma_{tr}(\varepsilon_r)$  достаточно вариативны [6].

Параметр упрочнения  $m$  в (1) характеризует изменение структуры материала при развитии больших деформаций. Происходящее при этом фрагмен-

тирование структуры приводит к уменьшению размеров зерен [7] и выводит упрочнение и саму кристаллическую решетку к некоторому предельному состоянию [8]. Поскольку с ростом деформации коэффициент Пуассона материала  $\mu$  увеличивается, приближаясь к характерному для состояния текучести материалов значению  $\mu = 0,5$ , то можно заключить, что материал при  $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_b$  стремится к состоянию идеальной пластичности на новом уровне напряжений, чему должно соответствовать на ДОН появление площадки текучести с длиной, превышающей длину площадки, возникшей в конце упругого участка ДР на исходной более крупнозернистой структуре.

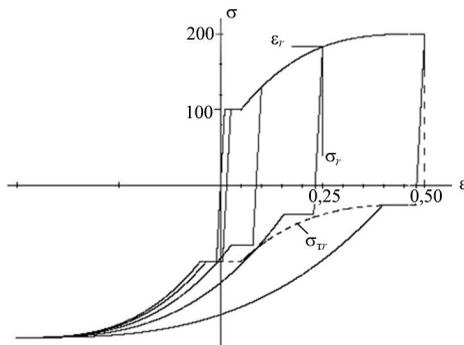


Рисунок 1 – Диаграммы растяжения, сжатия и обратного нагружения

Поскольку на участке упрочнения сопутствующая развитию деформации структурная поврежденность материала увеличивается, вплоть до образования сквозной трещины в некотором сечении образца, то процесс перехода к предельному состоянию течения может оказаться незавершенным, вследствие чего длина площадки текучести на ДОН является непрогнозируемой и требующей определения из опыта. В настоящей работе ввиду недостатка в соответствующих экспериментальных данных длина ее  $\varepsilon_{p_{tr}}$  принята пропорциональной напряжению на участке упрочнения  $\varepsilon_{p_{tr}} = \varepsilon_p \cdot \sigma(\varepsilon_0) / \sigma_T$ .

Так как параметр  $m$  отражает изменение структуры при деформации как в сторону растяжения, так и в сторону сжатия, а для рассматриваемого идеализированного материала сама разгрузка до  $\sigma = 0$  проходит как процесс с неизменным модулем упругости, то  $m$  сохраняет свою величину и для ДОН при реверсе нагрузки на любой достигнутой деформации. Поэтому установление характеризующей эффект Баушингера зависимости предела текучести  $\sigma_{tr}(\varepsilon_0)$  на ДОН может быть осуществлено по результатам одного опыта с  $\varepsilon_T \leq \varepsilon_0 \leq \varepsilon_b$ . В частности, в данной работе принято, что предел текучести при разгрузке из точки  $\varepsilon_0 = \varepsilon_b$  равен 0,25 предела текучести на сжатие.

Основываясь на сказанном, зависимость  $\sigma_{tr}(\varepsilon_0)$  получаем в виде

$$\sigma_{tr}(\varepsilon_r) = \sigma_{TC} (1 - k_{tr} + k_{tr} \cdot ((\varepsilon_{by} - (\varepsilon_0 - \varepsilon_{Tp})) / \varepsilon_{bp})^m), \quad (2)$$

где  $\varepsilon_{\text{вy}} = \varepsilon_{\text{в}} - \varepsilon_{\text{yу}}$  – длина участка упрочнения на ДР,  $k_{\text{тr}} = \text{const} > 0$  – уровень снижения предела текучести по отношению к пределу текучести при сжатии  $\sigma_{\text{тс}}$  (в нашем случае  $k_{\text{тr}} = 0,75$ ).

По аналогии с (1) получаем для ДОН зависимость

$$\sigma_r(\varepsilon_r) = \begin{cases} E\varepsilon_r - \text{упругий участок;} \\ \sigma_0 + \sigma_{\text{тr}} - \text{площадка текучести;} \\ (\sigma_0 + \sigma_{\text{вс}}) - (\sigma_{\text{вс}} + \sigma_{\text{тr}}) \left( \frac{\varepsilon_{\text{вс}} + \varepsilon_0 - \varepsilon_r}{\varepsilon_{\text{вс}} + \varepsilon_0 - (\sigma_0 + \sigma_{\text{тr}}) / E - \varepsilon_{\text{ртр}}} \right)^m - \text{участок упрочнения.} \end{cases} \quad (3)$$

где  $\sigma_{\text{вс}}$ ,  $\varepsilon_{\text{вс}}$  – предел прочности при сжатии и соответствующая ему деформация.

Следует отметить, что термин ДОН использован здесь в традиционной трактовке, что не вполне корректно, поскольку в опытах снимаются диаграммы деформирования с заданными скоростями движения захватов испытательных машин. Кроме того, под диаграммой сжатия (ДС) понимается диаграмма, в которой некоторым образом исключено влияние увеличения площади сечения, имеющего место при больших деформациях одноосно сжатого образца.

На рисунке 1 приведены результаты расчетов по (1)–(3) диаграмм растяжения, сжатия и обратного нагружения для некоторого гипотетического изотропного материала с характеристиками: пределы текучести при растяжении и сжатии  $\sigma_{\text{тr}} = \sigma_{\text{тс}} = \sigma_{\text{т}} = 10^2$  МПа, пределы прочности  $\sigma_{\text{вр}} = \sigma_{\text{вс}} = \sigma_{\text{в}} = 2 \cdot 10^2$  МПа, предельные деформации  $\varepsilon_{\text{вр}} = \varepsilon_{\text{вс}} = \varepsilon_{\text{в}} = 0,50$ , коэффициенты  $m = 3$ ,  $p = 4$ ,  $k_{\text{тr}} = 0,75$ . Для большей выразительности графических построений модуль упругости принят  $E = 10^4$  МПа, так что деформация текучести материала составляет 1% ( $\varepsilon_{\text{т}} = 0,01$ ). ДОН построены из точек  $\varepsilon_0 = 0,025, 0,10, 0,25, 0,50$ . Пунктиром показана кривая пределов текучести при обратном нагружении  $\sigma_{\text{тr}}(\varepsilon_0)$ .

**Приложение к изгибу стержня.** Обратное нагружение образцов может быть проведено двумя путями: с временным снятием активной нагрузки (с разгрузкой образцов) и последующим нагружением (первый режим) либо в непрерывном режиме без остановки при реверсе направления деформирования (второй режим). Для склерономного материала в обоих случаях снимаемые диаграммы ДОН будут одинаковыми, так как являются диаграммами равновесного деформирования при однородном напряженном состоянии и скорость прохождения линейно-упругого участка разгрузки не скажется на дальнейшем поведении материала.

Аналогичным образом может быть произведено и обратное нагружение элементов конструкций с неоднородным напряженно-деформированным состоянием (НДС). Например, второй режим возможен при больших перемещениях консольного стержня под действием возрастающей поперечной силы, приложенной к свободному торцу стержня, – при повороте торцевого сечения более чем на прямой угол реактивный момент и деформации в заделке уменьшаются и могут далее изменить свой знак.

При разгрузке материала элемента конструкции, который находился в неоднородном напряженно-деформированном состоянии, выполнение условий совместности деформаций материала (в нашем случае – гипотезы плоских сечений) приводит к перестройке поля напряжений и появлению остаточных напряжений [6–10], обеспечивающих минимальный уровень энергии материала. Для их определения должна быть решена задача теории упругости для нагрузки, соответствующей достигнутому НДС материала конструкции. В нашем случае эта нагрузка может быть найдена через изгибающий момент  $M = \int \sigma(y) y dA$  в сечении, который с учетом линейной зависимости деформаций от координаты слоя  $y$  можно выразить через деформацию  $\varepsilon_0$  материала в наружном слое сечения. Зная величину этого момента, находим напряжения разгрузки по формуле  $\sigma_u(y) = M y / J_{упр}$ , где  $J_{упр}$  – момент инерции сечения при упругом состоянии материала. В поверхностном слое эти напряжения составляют  $\sigma_{u0} = M / W_{упр}$ , где  $W_{упр}$  – момент сопротивления сечения, и превышают величину  $\sigma_0(\varepsilon_0)$ . Остаточные напряжения определяются далее по формуле  $\sigma_{ост}(y) = \sigma_{исх}(y) - \sigma_u(y)$  с учетом зависимости  $\varepsilon(y)$ .

Во втором режиме при уменьшении нагрузки изменение напряжений в наружном слое следует ДОН от  $\varepsilon_0$  (см. рисунок 1), а во внутренних слоях – с поправкой на распределение деформаций по высоте сечения.

Принципиальное отличие режимов состоит в том, что при разгрузке напряжения в сечении являются самоуравновешенными, а при непрерывном деформировании соответствуют изменяющемуся внешнему моменту. Поэтому после перехода кривой ДОН через ось абсцисс напряжения в стержне вычисляются различным образом:

– при непрерывном деформировании без промежуточной разгрузки ( $\sigma_r > 0$ ):

$$\sigma' = \sigma_{исх} - \sigma_r,$$

– при деформировании с промежуточной разгрузкой ( $\sigma_{ри} > 0$ )

$$\sigma'' = \sigma_{ост} - \sigma_{ри},$$

где под величиной  $\sigma_{ри}(\varepsilon_r)$  понимаются напряжения, вычисляемые по кривой ДОН с началом отсчета в точке ее пересечения с осью абсцисс ( $\varepsilon_r \geq \varepsilon_0 - \sigma_0/E$ ,  $\sigma_{ри} \geq 0$ ). Разница  $\sigma'$  и  $\sigma''$  равна величине остаточных напряжений с противоположным знаком ( $\Delta\sigma = \sigma' - \sigma'' = -\sigma_{ост}$ ).

Для стержня прямоугольного сечения с шириной  $b = 1$  см и высотой  $h = 0,25$  см результаты расчетов показаны на рисунках 2–4.

На рисунке 2 для деформации наружного слоя  $\varepsilon_0 = 0,025, 0,05, 0,25$  и  $0,50$  приведены графики исходных и остаточных напряжений в сечении, а также напряжений при обратном нагружении до предельной деформации сжатия  $\varepsilon_{вс}$  с промежуточной разгрузкой и без нее.

Для удобства сравнения результатов в таблице 1 указаны числовые значения напряжений в наружном волокне растянутой зоны сечения.

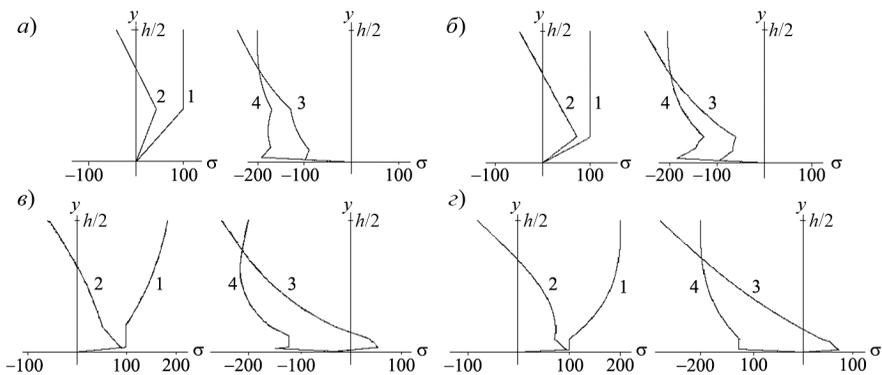


Рисунок 2 – Распределение напряжений  $\sigma'$ ,  $\sigma''$  по высоте сечения при разгрузке из разных точек ДР для случаев: а –  $\varepsilon_0 = 0,025$ ; б –  $\varepsilon_0 = 0,05$ ; в –  $\varepsilon_0 = 0,25$ ; г –  $\varepsilon_0 = 0,50$ ; 1 – исходные; 2 – остаточные; 3 – с разгрузки; 4 – без разгрузки

Таблица 1 – Числовые данные к рисунку 2

Деформация разгрузки, $\varepsilon_0$	Напряжения в наружном волокне, МПа			
	Исходные	Остаточные	При деформировании до $\varepsilon = \varepsilon_{\text{вс}}$ с разгрузкой	При деформировании до $\varepsilon = \varepsilon_{\text{вс}}$ без разгрузки
0,025	100,0	-42,0	-242,0	-200,0
0,050	100,0	-48,0	-248,0	-200,0
0,250	182,8	-50,9	-250,9	-200,0
0,500	200,0	-79,6	-279,6	-200,0

На рисунке 3 показано изменение напряжений в сечении при росте обратных деформаций от точки разгрузки  $\varepsilon_0 = 0,05$  на  $\Delta\varepsilon = 0,005-0,025$  ( $\Delta\varepsilon = 0,005$ ),  $0,04-0,10$  ( $\Delta\varepsilon = 0,02$ ),  $0,25, 0,45, 0,55$  и от точки  $\varepsilon_0 = 0,50$  на  $\Delta\varepsilon = 0,005-0,025, 0,04-0,10, 0,25, 0,45, 0,55, 0,90, 1,0$ . Последние значения  $\Delta\varepsilon$  соответствуют точке  $\varepsilon = -\varepsilon_{\text{вс}}$ .

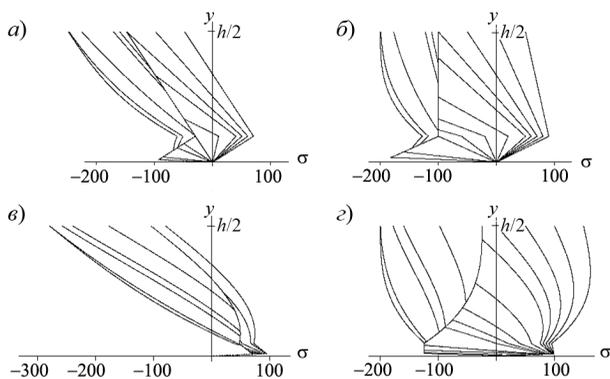


Рисунок 3 – Эпюры напряжений  $\sigma'$ ,  $\sigma''$  при разных уровнях обратной деформации  $\varepsilon_r$ : а, б –  $\varepsilon_0 = 0,05$ ; в, г –  $\varepsilon_0 = 0,50$ ; а, в – с разгрузкой; б, г – без разгрузки

Первая линия справа на рисунке 3, а, в соответствует остаточным напряжениям, поскольку значения  $\Delta\varepsilon = 0,005$  для  $\varepsilon_0 = 0,05$  и  $\Delta\varepsilon = 0,005\text{--}0,015$  для  $\varepsilon_0 = 0,5$  лежат на упругом участке в зоне разгрузки. Этим же объясняется и положение начальной точки на кривых моментов от напряжений  $\sigma''$  на рисунке 4.

Изгибающие моменты, соответствующие приведенным на рисунках 2–3 распределениям напряжений в сечении, показаны на рисунке 4. Для сравнения укажем несколько значений моментов, Н·м, при характерных деформациях прямого нагружения:  $M_T \approx 1,04$  – предельный упругий момент,  $M_B \approx 2,91$  – момент при  $\varepsilon_0 = \varepsilon_B$ ,  $M_{yy} \approx 1,54$  – момент при  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{yy}$ .

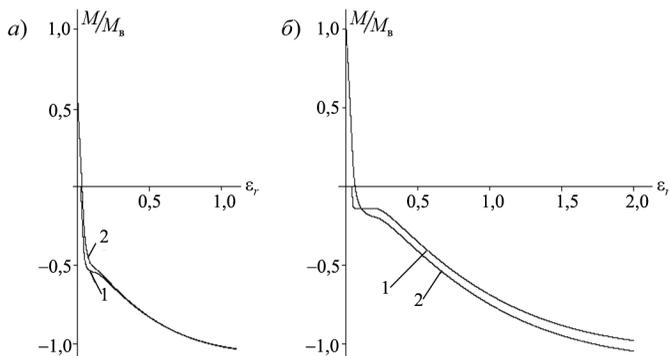


Рисунок 4 – Изгибающие моменты при обратной деформации от заданных точек для случаев: а –  $\varepsilon_0 = 0,05$ ; б –  $\varepsilon_0 = 0,50$ ;  
1 – с разгрузкой; 2 – без разгрузки

**Анализ результатов.** Выполненные исследования позволяют сделать несколько общих выводов и замечаний.

Графики распределения напряжений по высоте сечения при разгрузке и обратном нагружении являются достаточно сложными по форме, особенно в зонах упругих деформаций и площадок текучести, зависят от величин исходной и обратной деформаций и содержат линейные и криволинейные участки.

Эпюры остаточных напряжений состоят из двух прямолинейных участков при разгрузке, проведенной в пределах площадки текучести ДР материала. На участке упрочнения при разгрузке линии приобретают криволинейность, сохраняя при этом линейный характер внутри зоны у нейтральной оси сечения, где исходные напряжения не превосходят предела текучести. Максимальные напряжения, возникающие на границе упругой зоны, положительны и не превышают уровня предела текучести, к которому стремятся с ростом деформации разгрузки  $\varepsilon_0$ .

При непрерывном обратном деформировании (без разгрузки), пока деформации  $\varepsilon_r$  не выходят за пределы площадки текучести на ДОН, распределение напряжений по высоте сечения носит кусочно-линейный характер и состоит из двух или трех участков. При этом напряжения могут иметь раз-

ные знаки, оказаться равными нулю (в зоне упругих деформаций сечения). Характерной особенностью данного режима является несовпадение формы исходной (для  $\varepsilon_0 = \varepsilon_a$ ) и результирующей (для  $\varepsilon_r = \varepsilon_{np} + \varepsilon_{bc}$ ) эпюр напряжений в сечении, что является прямым следствием эффекта Баушингера.

В случае обратного деформирования с промежуточной разгрузкой, пока достигнутые деформации  $\varepsilon_r$  проходят площадку текучести, напряжения изменяются линейно по сопряженным участкам, причем промежуточным является случай нулевых напряжений в упругой зоне сечения. Если, проводя разгрузку с деформации  $\varepsilon_0$  на площадке текучести, остановить реверс в аналогичной точке на кривой ДОН, т. е. на расстоянии  $\varepsilon_0 - \varepsilon_r$  от начала площадки текучести, то можно получить линейную по высоте сечения эпюру при наибольшем напряжении, равном  $\sigma_{i0}$ . При выходе деформаций за площадку текучести максимальные напряжения имеют место в поверхностном слое и превосходят напряжения, возникающие при непрерывном деформировании без промежуточной разгрузки.

Вследствие нелинейности исходных диаграмм деформирования реализуются случаи, при которых максимальные расчетные напряжения возникают не в наружном, а во внутренних слоях сечения и при этом могут превосходить предел прочности материала, что указывает на возможность образования трещины при деформациях наружного слоя, не достигших предельного уровня  $\varepsilon_b$ . Для двух сравниваемых режимов разница в напряжениях равноудаленных от нейтральной оси слоев может иметь разные знаки.

После выхода деформации  $\varepsilon_r$  на участок упрочнения ДОН различие в изгибающих моментах обоих режимов невелико, определяется уровнем остаточных напряжений и возрастает с увеличением деформации разгрузки  $\varepsilon_0$ . Значения моментов при достижении предельной деформации сжатия  $\varepsilon_{bc}$  на обратном нагружении практически совпадают с предельным моментом  $M_b$  при деформации  $\varepsilon_b$  прямого нагружения.

На рисунке 5 показаны распределения напряжений  $\sigma'$ ,  $\sigma''$  в материале без площадки текучести ( $p = 0$ ) на ДР для использованных ранее значений  $\varepsilon_0$ . На рисунке 5, а пунктиром показана кривая остаточных напряжений, на рисунке 5, в она практически совпала с первой линией и поэтому не выделена. Видно, что кривые напряжений имеют более простую и понятную структуру по сравнению со случаем наличия площадки текучести, но отмеченные выше особенности в целом сохраняются. То же можно сказать и о реализующихся изгибающих моментах в сечении.

Представленные выше результаты и их анализ относятся к стержню прямоугольного сечения и сформулированы для той его части, которая находилась при исходном нагружении в растянутом состоянии. В другой части сечения напряжения имеют противоположные знаки, поэтому возможность достижения предела прочности при растяжении при реверсе нагрузки сохраняется как для поверхностного, так и для внутренних слоев материала, что представляется достаточно важным с практической точки зрения.

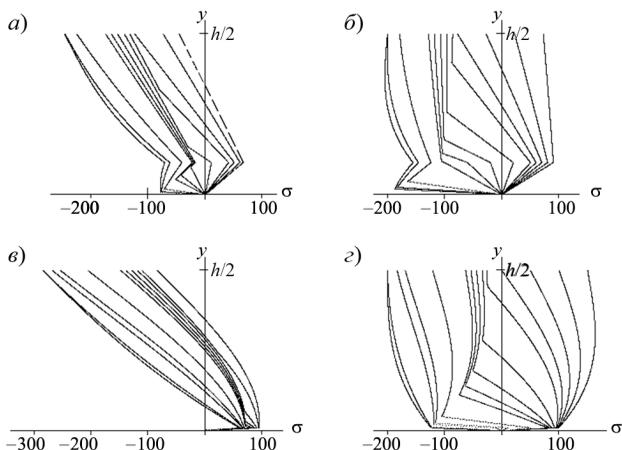


Рисунок 5 – Эпюры напряжений  $\sigma'$ ,  $\sigma''$  при разных уровнях обратной деформации для материала без площадки текучести:  
 а, в – с разгрузкой; б, з – без разгрузки

Естественно ожидать, что для стержней с формой поперечного сечения, отличной от прямоугольной, картина распределения напряжений будет более сложной и многообразной.

При экспериментальном определении уровня остаточных напряжений используется величина кривизны стержня. Так как она однозначно связана с деформацией наружного слоя, то для рассмотренных режимов обратного нагружения ее можно определить по формулам:

– при деформировании с промежуточной разгрузкой

$$K'' = 2/h (\varepsilon_0 - \sigma_{u0} / E - \varepsilon_{ru});$$

– при непрерывном деформировании (без разгрузки)

$$K' = 2/h (\varepsilon_0 - \varepsilon_r) = 2/h (\varepsilon_0 - \sigma_0 / E - \varepsilon_{ru}).$$

Различие в кривизнах  $\Delta K = K'' - K' = 2/h (\sigma_0 - \sigma_{u0}) / E < 0$  и пропорционально величине остаточных напряжений в наружном волокне сечения независимо от конечной точки деформации  $\varepsilon_r$  обратного нагружения.

Выбор конкретных числовых значений для использованных в расчетах исходных данных, по нашему мнению, не влияет на общие результаты решения и сделанные выводы.

**Заключение.** Представленные материалы демонстрируют разнообразие, сложный и трудно прогнозируемый характер напряженно-деформированного состояния материала при реверсивных нагрузках даже при чистом изгибе стержня прямоугольного сечения и подчеркивают важность изучения подобного рода задач для обеспечения безопасной эксплуатации конструкций.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Построение расчётных кривых деформирования в обеспечение наполнения банка данных по конструкционной прочности материалов авиационных двигателей / Б. Е. Васильев [и др.] / Физика и механика материалов. – 2019. – Т. 42, № 5. – С. 656–670.

2 Требования к порядку и процедурам оценки расчётных значений характеристик конструкционной прочности металлических материалов основных и особо ответственных деталей при сертификации авиационных газотурбинных двигателей / Ю. А. Ножницкий [и др.] // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. акад. С. П. Королёва. – 2015. – Т. 14, № 3-1. – С. 37–48.

3 Recent progress of residual stress measurement methods: A review / J. Guo [et al.] // Chinese Journal of Aeronautics. – 2021. – Vol. 34, is. 2. – P. 54–78.

4 **Jun, T.-S.** Evaluation of residual stresses and strains using the eigenstrain reconstruction method / T.-S. Jun, A. M. Korsunsky // International Journal of Solids and Structures. – 2010. – Vol. 47, is. 13. – P. 1678–1686.

5 Mechanical response of stainless steel subjected to biaxial load path changes: Cruciform experiments and multi-scale modeling / M. V. Upadhyay [et al.] // International Journal of Plasticity. – 2018. – Vol. 108. – P. 144–168.

6 **Шнейдерович, Р. М.** Прочность при статическом и повторно-статическом нагружениях / Р. М. Шнейдерович. – М. : Машиностроение, 1968. – 343 с.

7 **Рыбин, В. В.** Большие пластические деформации и разрушение материала / В. В. Рыбин. – М. : Металлургия, 1986. – 224 с.

8 **Хилл, Р.** Математическая теория пластичности / Р. Хилл. – М. : ГИТТЛ, 1969. – 408 с.

9 **Малинин, Н. Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. – М. : Машиностроение, 1968. – 400 с.

10 **Качанов, Л. М.** Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. – М. : ГИТТЛ, 1969. – 420 с.

*B. G. KHOLODAR*

*Brest State Technical University, Brest, Belarus*

## DIAGRAMS OF REVERSE LOADING AND STRESS IN THE SECTION OF A BENT ROD AT THE LOAD REVERSING

For an elastic-plastic material, the relationship between the shapes of deformation diagrams under direct and reverse loading is considered. With regard to the rod pure bending, stress diagrams in the cross section were obtained for two cases: with continuous reverse deformation from the load reversal point and with an intermediate load drop to zero. The features of the realized rod stressed states for these modes are analyzed.

**Keywords:** deformation diagrams, large deformations, unloading, reverse loading, Bauschinger's effect, pure bending, residual stresses.

Получено 10.08.2021