На рисунках 1, 2 показаны зоны пластичности и поврежденности соответственно для поперечного сечения x = 0,0; x = 0,5 при k = 2 (a, b) и при k = 10 (c, d).



Рисунок 1 – Кинетика изменения зоны пластичности



Рисунок 2 – Кинетика изменения зоны поврежденности

Список литературы

1 **Москвитин, В. В.** Циклические нагружения элементов конструкций / В. В. Москвитин. – М. : URSS, 2019. – 344 с.

2 Власов, В. 3. Тонкостенные упругие стержни / В. 3. Власов. – М. : Физматгиз, 1959. – 568 с.

3 Старовойтов, Э. И. Повторное знакопеременное деформирование упругопластических трехслойных стерженей / Э. И. Старовойтов, Д. М. Савицкий // Материалы. Технологии. Инструменты. – 2013. – № 1. – С. 17–22.

4 Кабулов, В. К. Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности / В. К. Кабулов. – Ташкент : Фан, 1966. – 394 с.

5 Абдусаттаров, А. Упругопластический расчет стержней при пространственно-переменном нагружении с учетом повреждаемости / А. Абдусаттаров, А. И. Исомиддинов // Упругость и не упругость. – М. : Изд-во Московского университета, 2016. – С. 57–65.

УДК 539.3

ИЗГИБ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ В НЕЙТРОННОМ ПОТОКЕ

Э. И. СТАРОВОЙТОВ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Введение. В монографиях [1–3] разработаны модели деформирования трехслойных элементов конструкций при квазистатических и динамических нагрузках. Свободные, вынужденные и резонансные колебания трехслойных пластин и оболочек, в том числе связанных с упругим основанием Винклера, исследовались в публикациях [4–7]. Нестационарное нагружение трехслойных цилиндрических оболочек изучалось в работе [8]. Перемещения в круговой трехслойной пластине под действием неосесимметричных нагрузок исследовано в статье [9]. Статьи [10–14] посвящены исследованию квазистатического деформирования трехслойных пластин и оболочек. Влияние нейтронного облучения на механические свойства материалов описано в монографии [15].

Предполагается, что для внешних несущих слоев $h_1 \neq h_2$ несимметричной по толщине трехслойной круговой пластины приняты гипотезы Кирхгофа. В жестком заполнителе ($h_3 = 2c$), выполняется гипотеза Тимошенко.

В начальный момент времени к внешней поверхности $z = c + h_1$ пластины подводится *нейтронный поток* плотностью φ_0 в направлении, противоположном внешней нормали. Согласно экспериментальным данным при малых деформациях в линейном приближении можно считать, что изменение объема материала прямо пропорционально интегральному нейтронному потоку [15]:

$$\theta_{Ik} = B_k I_k(z), \tag{1}$$

где $I_k(z) = \varphi_k(z) t$ – интегральный нейтронный поток в k-м слое; φ_k – интенсивность потока, нейтрон/(м²·c); B_k – константа материала, получаемая из опыта.

Если на поверхность пластины $z = c + h_1$, параллельно оси z падают нейтроны с интенсивностью φ_0 , то интенсивность потока нейтронов, доходящих до плоскости, параллельной границе z = const, будет убывать по экспоненте [15]. В нашем случае в верхнем слое интенсивность будет

$$\varphi_1(z) = \varphi_0 \exp\left(-\mu_1(h_1 + c - z)\right), \quad \mu_1 = \sigma_1 n_0 = \sigma_1 \frac{A_0 \rho_1}{A_1}, \quad (2)$$

где μ_1 – величина макроскопического эффективного сечения (1/см); σ_1 – эффективное сечение, отнесенное к одному ядру; n_0 – число ядер в 1 см³; A_0 – число Авогадро; ρ_1 – плотность; A_1 – атомный вес.

Следовательно, к моменту t через сечение z внешнего слоя пройдет интегральный поток

$$I_1(z,t) = \varphi_0 t \exp(-\mu_1(h_1 + c - z)).$$

При z = c из формулы (2) следует интенсивность нейтронного потока на границе перехода слоев 1-3:

$$\varphi_{13} = \varphi_1(c) = \varphi_0 \exp\left(-\mu_1 h_1\right).$$

В заполнителе интенсивность потока нейтронов на плоскости z = const и интегральный поток к моменту t

$$\varphi_3(z) = \varphi_{13} \exp(-\mu_3(c-z)), \quad I_3(z,t) = \varphi_{13}t \exp(-\mu_3(c-z)).$$
(3)

На склейке заполнителя 3 с нижним несущим слоем 2 (z = -c) из соотношения (3) следует интенсивность нейтронного потока

$$\varphi_{32} = \varphi_3(-c) = \varphi_{13} \exp(-2\mu_3 c)$$

В нижнем слое интенсивность потока нейтронов на плоскости z = const и интегральный поток к моменту *t* будут

$$\varphi_2(z) = \varphi_{32} \exp(-\mu_2(-c-z)), \quad I_2(z,t) = \varphi_{32}t \exp(-\mu_3(-c-z)).$$
(4)

Следовательно, формулы (1)–(4) позволяют рассчитать интегральный нейтронный поток по толщине слоев трехслойной пластины. Принимается, что материалы слоев пластины в процессе деформирования проявляют упругие свойства. Для описания их деформирования используются следующие физические уравнения состояния, учитывающие радиационное изменение объема (1):

$$s_{\alpha}^{(k)} = 2G_k \vartheta_{\alpha}^{(k)}, \quad s_{r_z}^{(3)} = 2G_3 \vartheta_{r_z}^{(3)},$$
$$= K (2e^{(k)} - R L), \quad (k = 1, 2, 3; \alpha = r).$$

 $\sigma^{(k)} = K_k (3\varepsilon^{(k)} - B_k I_k) \quad (k = 1, 2, 3; \ \alpha = r, \varphi) .$ где $s_{\alpha}^{(k)}$, $\mathfrak{s}_{\alpha}^{(k)}$ – девиаторные, $\sigma^{(k)}$, $\varepsilon^{(k)}$ – шаровые части тензоров напряжений и деформаций; G_k , K_k – модули сдвига и объемного деформирования.

Численные результаты получены для круговой трехслойной несимметричной по толщине пластины, слои которой набраны из материалов Д16Т-фторопласт-4-Д16Т. Они показали, что при прохождении через пластину со слоями $h_1 = 0,01$; $h_2 = 0,06$; $h_3 = 0,4$ интегральный нейтронный поток уменьшается примерно в 3 раза за время t = 3600 с. При воздействии нейтронного облучения происходит увеличение объемной деформации в каждом слое, при этом верхний слой облучается потоком большей интенсивности, что вызывает прогиб, направленный вверх. Усиление интенсивности потока на порядок вызывает подобное увеличение прогиба и деформации. Нейтронное облучение не оказывает влияния на сдвиги в заполнителе.

Заключение. Полученные формулы позволяют рассчитать изменение величины интегрального нейтронного потока при прохождении через трехслойную пластину любой конфигурации и вычислять перемещения в пластине.

Работа выполнена в рамках гранта Президента РБ в науке на 2021 год.

Список литературы

1 **Журавков, М. А.** Механика сплошных сред. Теория упругости и пластичности / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2011. – 540 с.

² Старовойтов, Э. И. Трехслойные стержни в терморадиационных полях / Э. И. Старовойтов, М. А. Журавков, Д. В. Леоненко. – Минск : Бел. навука, 2017. – 275 с.

3 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Л. Н. Рабинский. – М. : Изд-во МАИ, 2016. – 184 с.

4 **Starovoitov**, É. I. Vibrations of round three-layer plates under the action of distributed local loads / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // Strength of materials. – 2002. – Vol. 34, no. 5. – P. 474–481.

5 Старовойтов, Э. И. Колебания круговых композитных пластин на упругом основании под действием локальных нагрузок / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика композитных материалов. – 2016. – Т. 52, № 5. – С. 943–954.

6 **Starovoitov, E. I.** Resonance vibrations of circular composite plates on an elastic foundation / E. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, D. V. Tarlakovsky // Mechanics of Composite Materials. – 2015. – Vol. 51, no. 5. – P. 561–570.

7 Gorshkov, A. G. Harmonic Vibrations of a Viscoelastoplastic Sandwich Cylindrical Shell / A. G. Gorshkov, É. I. Starovoitov, A. V. Yarovaya // International applied mechanics. – 2001. – Vol. 37, no. 9. – P. 1196–1203.

8 Fedotenkov, G. V. Identification of non-stationary load upon Timoshenko beam / G. V. Fedotenkov, D. V. Tarlakovsky, Y. A. Vahterova // Lobachevskii journal of mathematics. – 2019. – Vol. 40, no. 4. – P. 439–447.

9 **Нестерович, А. В.** Напряженное состояние круговой трехслойной пластины при осесимметричном нагружении в своей плоскости / А. В. Нестерович // Механика. Исследования и инновации. – 2019. – № 12. – С. 152–157.

10 Захарчук, Ю. В. Деформирование круговой трехслойной пластины со сжимаемым заполнителем / Ю. В. Захарчук // Проблемы физики, математики и техники. – 2017. – Т. 33, № 4. – С. 53–57.

11 Козел, А. Г. Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – № 11. – С. 127–133.

12 Moskvitin, V. V. Deformation and variable loading of two-layer metal-polymer plates / V. V. Moskvitin, E. I. Starovoitov // Mechanics of Composite Materials. – 1985. – Vol. 21, no. 3. – P. 267–273.

13 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойной круговой цилиндрической оболочки в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, Д. В. Тарлаковский // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2016. – № 1. – С. 91–97.

14 **Старовойтов,** Э. И. Термосиловое нагружение трехслойных пологих оболочек / Э. И. Старовойтов // Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1989. – № 5. – С. 114–119.

15 **Ильюшин, А. А.** Упругопластические деформации полых цилиндров / А. А. Ильюшин, П. М. Огибалов. – М. : Изд-во МГУ, 1960. – 224 с.

УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН

Э. И. СТАРОВОЙТОВ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ

Московский авиационный институт (Технический университет), Российская Федерация

Общие подходы к исследованию напряженно-деформированного состояния слоистых элементов конструкций при динамических нагрузках разработаны в монографиях [1–3]. Колебания трехслойных пластин исследовались в [4–6]. Нестационарное нагружение трехслойных оболочек изучалось в работе [7–10]. Статьи [11–16] посвящены исследованию квазистатического деформирования трехслойных пластин и оболочек.

Здесь рассматриваются собственные колебания упругой трехслойной круговой пластины, обусловленные воздействием нестационарного температурного поля. Постановка задачи и ее решение проводится в цилиндрической системе координат *r*, *φ*, *z*. Для тонких внешних несущих слоев принимаются гипотезы Кирхгофа, для толстого легкого заполнителя справедлива гипотеза Тимошенко. На контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы.

Физические соотношения для материалов слоев учитывают воздействие стационарного температурного поля T(t):

$$s_{\alpha\beta}^{k} = 2G_{k}^{*}\vartheta_{\alpha\beta}^{k}, \ \sigma^{k} = 3K_{k}(\varepsilon^{k} - \alpha_{k}T),$$

где $G_k(T_k), K_k(T_k)$ – температурно-зависимые модули сдвига и объемного деформирования.

Система уравнений пластины следует из вариационного принципа Лагранжа с учетом сил инерции:

$$L_{2}(a_{1}u + a_{2}\psi - a_{3}w, r) = 0, \quad L_{2}(a_{2}u + a_{4}\psi - a_{5}w, r) = 0,$$
$$L_{3}(a_{3}u + a_{5}\psi - a_{6}w, r) - M_{0}\ddot{w} = 0,$$

где L₂, L₃ – линейные дифференциальные операторы,