

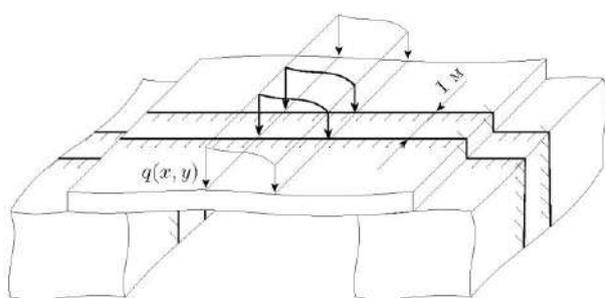
## РАСЧЕТ УЗЛОВ ОПИРАНИЯ ШАРНИРНО-ОПЕРТЫХ БАЛОК И ПЛИТ

П. Д. СКАЧЁК

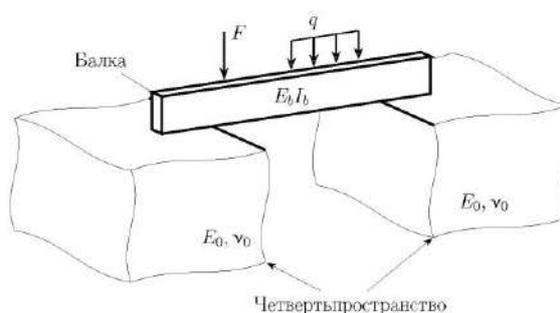
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

В данной статье решаются плоская и пространственные контактные задачи шарнирного опирания балок и плит на стены. В случае решения плоской контактной задачи рассматривается балочная плита, опираемая на стены, моделируемые упругой четвертьплоскостью [1]. При этом балочная плита работает в условиях плоской деформации (рисунок 1, а). Пространственная контактная задача решается при шарнирном опирании балок на стены. По виду упругого основания, которым моделируются стены, рассматриваются пространственные контактные задачи опирания балок на упругие четвертьпространство (рисунок 2, б), 1/8 пространства (рисунок 3, в) и несимметричное опирание со стороны одного опорного узла на 1/8 пространства, а со стороны второго – на четвертьпространство (рисунок 2, г).

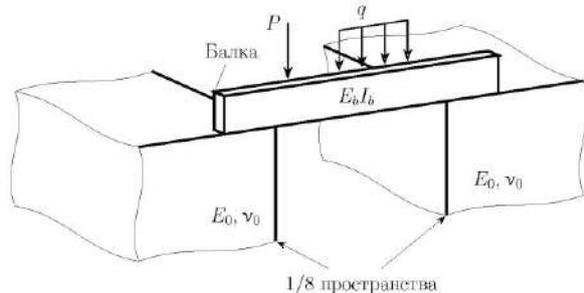
а)



б)



в)



г)

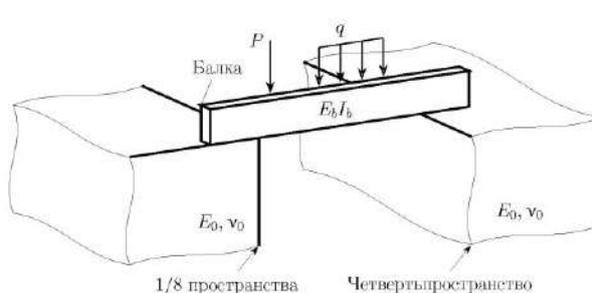


Рисунок 1 – Постановка плоской и пространственной контактных задач шарнирного опирания балок и плит на стены

Основными задачами при решении поставленных контактных задач являются определение контактных напряжений в зоне контакта, вычисление границ фактической области контакта с учетом отрыва конструкций от поверхности стен, уточнение расчетного пролета и значения максимального изгибающего момента в конструкции, получение решения при различных соотношениях жесткостей опираемых конструкций.

При решении плоской задачи из состава перекрытия выделяется полоса шириной 1 м, и далее эта полоса рассматривается как балка, опираемая на четвертьплоскость. Поэтому в дальнейшем, применяя термин «балка» к решению плоской контактной задачи, подразумевается указанная полоса.

Для построения физической и математической модели поставленных контактных задач принимаются следующие допущения [2, 3]:

- для балки справедливы гипотезы изгиба;
- связи Б. Н. Жемочкина [3] принимаются односторонними, работающими только на сжатие;
- в зоне контакта не учитываются касательные напряжения.

Построение математической модели задачи начинается с замены непрерывного контакта на дискретный в узловых точках. Для этого выполняется разбиение контактной области на участки

(участки Б. Н. Жемочкина) и установка в серединах этих участков односторонних жестких связей. Предполагается, что усилие в связи есть равнодействующая контактных напряжений, равномерно распределенных по участку Б. Н. Жемочкина. Поскольку для рассматриваемых контактных задач наиболее удачным является решение их смешанным методом строительной механики, то помимо разбиения контактных областей на участки и установки в их серединах связей, вводится условное защемление в середине пролета балки, которое препятствует вертикальному перемещению и поворотам середины балки относительно продольной и поперечной осей.

По расчетной схеме составляется система линейных алгебраических уравнений (1) смешанного метода строительной механики [3, 4]

$$A\bar{Z} + B = 0, \quad (1)$$

где  $A$  – матрица коэффициентов системы линейных алгебраических уравнений;  $\bar{Z} = \{z_1, \dots, z_{2n}, u_0, \varphi_x, \varphi_y\}$  – вектор-столбец неизвестных смешанного метода строительной механики;  $B$  – столбец свободных членов;  $z_i$  – неизвестное усилие в связи  $i$  Б. Н. Жемочкина;  $u_0, \varphi_x, \varphi_y$  – неизвестные вертикальное и угловые перемещения во введенном защемлении  $n$  – количество участков Б. Н. Жемочкина в одном узле.

Матрица коэффициентов  $A$  содержит элементы, выражающие взаимное перемещение точек балки и границы упругого основания, характеризуемого в каждой задаче своей функцией Грина [4].

Далее решается СЛАУ (1), в результате чего определяется вектор-столбец неизвестных  $\bar{Z}$ . Среди первых  $2n$  компонент могут находиться отрицательные значения, что свидетельствует о наличии растянутых в системе связей Б. Н. Жемочкина (происходит отрыв конструкции от основания), а это противоречит допущению об одностороннем контакте. Поэтому дальнейшим шагом решения задачи является организация итерационного процесса, в ходе которого удаляются растянутые связи и заново решается СЛАУ (1). На последней итерации получают решение, которое содержит в системе только сжатые связи Б. Н. Жемочкина.

Распределяя равномерно по участку Б. Н. Жемочкина найденное усилие в связи, получаем картину изменения контактных напряжений по всей области контакта.

В процессе решения данных контактных задач установлено, что при опирании железобетонной, металлической и деревянной балок на бетонные стены контактных конструкций осуществляется по ребру стены, т. е. нет явной площадки опирания, чего не скажешь при опирании данных конструкций на стены из каменной кладки.

Установлено, что для получения окончательного решения с наименьшим числом итераций, необходимо выполнять разбиение контактных областей таким образом, чтобы ширина и длина одного участка Б. Н. Жемочкина были практически равны.

Также в процессе решения доказано свойство контактного взаимодействия: область контакта зависит от геометрии прикладываемых нагрузок и не зависит от уровня нагрузки. От последнего зависит величина контактных напряжений [5].

#### Список литературы

- 1 Дмитриева, К. В. Расчет нелинейно-гибкой стенки в упругом основании : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.17 / К. В. Дмитриева. – Минск, 2017. – 128 с.
- 2 Горбунов-Посадов, М. И. Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Стройиздат, 1984. – 680 с.
- 3 Горбунов-Посадов, М. И. Балки и плиты на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов. – М. : Машстройиздат, 1949. – 238 с.
- 4 Жемочкин, Б. Н. Практические методы расчетов фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. Н. Жемочкин, А. П. Сеницын. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Госстройиздат, 1962. – 240 с.
- 5 Босаков, С. В. Статические расчеты плит на упругом основании / С. В. Босаков. – Минск : БНТУ, 2002. – 128 с.
- 6 Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон ; под ред. Р. В. Гольдштейн ; пер. с англ. В. Э. Наумова, А. А. Спектора. – М. : Мир, 1989. – 510 с.