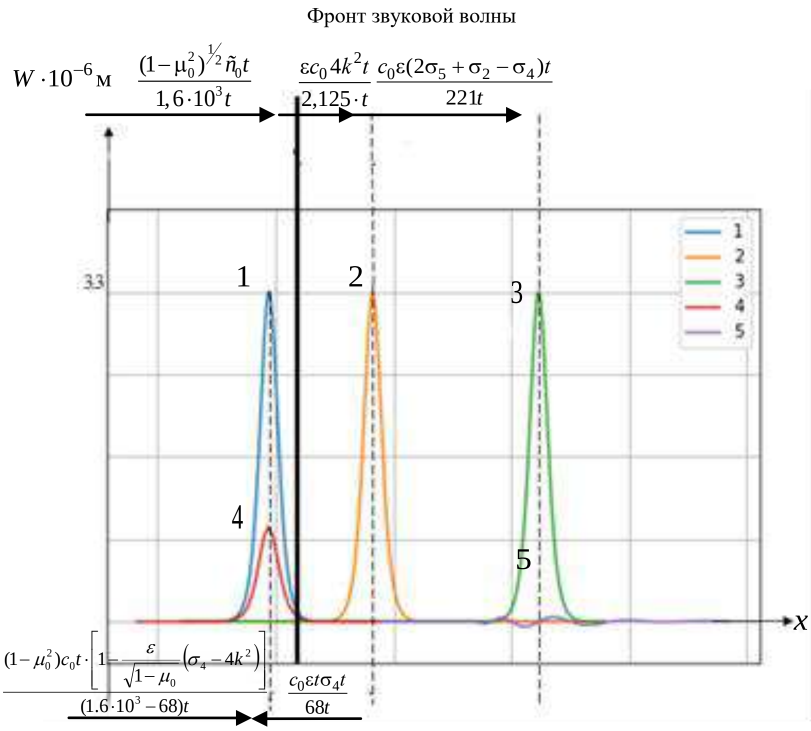

Рисунок 1 – График численного решения в размерных переменных:
1 – учет инерции движения жидкости ($\sigma_4 = 1$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_5 = 0$); *2* – без учета окружающей среды, вязкости жидкости и инерции движения ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$); *3* – учет влияния окружающей среды и инерции движения жидкости ($\sigma_1 = 0,\ \sigma_2 = 2, \sigma_3 = 1, \sigma_4 = 1, \sigma_5 = 8$); *4* – учет влияния инерции движения жидкости и вязкости жидкости ($k = 0{,}18,\ \sigma_4 = 4, \sigma_1 = 1,\ \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_5 = 0$); *5* – совместный учет влияния окружающей среды, инерции движения жидкости и вязкости жидкости ($\sigma_1 = 1, \sigma_2 - \sigma_4 = -4, \sigma_3 = 1, \sigma_5 = 8$)

Представленные результаты расчетов позволяют дать следующую трактовку. Без учета окружающей среды, вязкости жидкости и инерции движения скорость солитона сверхзвуковая (кривая 2). Учет инерции движения жидкости уменьшает скорость солитона, которая становится дозвуковой (кривая 1), а дополнительный учет упругой окружающей среды приводит к возрастанию скорости солитона и она снова становится сверхзвуковой (кривая 3), вязкость жидкости, без учета окружающей среды, ведет к падению амплитуды солитона (кривая 4), совместный учет всех факторов приводит к разрушению солитона (кривая 5).

Выполнено при поддержке гранта РФФИ № 19-01-00014а.

УДК 539.3

МЕТОДИКА КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ИЗ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. В. МОЖАРОВСКИЙ, Д. С. КУЗЬМЕНКОВ, С. В. КИРГИНЦЕВА
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

Применение в мировой практике высокоскоростного и надежного промышленного транспорта (автомобилей, электропогрузчиков, подвесных канатных дорог, эскалаторов метро и др.), а также усовершенствование новых способов передачи движений требует создания новых армирующих материалов и инженерных методик расчета. Например, при исследовании контактного взаимодействия упругих тел из композитов возникает необходимость создавать новые методики расчета прочности и износа зубьев зубчатых колес [1, 2]. В связи с этим разрабатываются новые математические модели и компьютерные программы расчета напряжений и деформаций при различных физических параметрах взаимодействия. Следует отметить, что до настоящего времени недостаточно изучено влияние конструктивной анизотропии и функционально-градиентных свойств материалов на напряженно-деформированное состояние, а также влияние источников тепла на температурное поле в покрытиях при силовом квазистатическом воздействии, что не позволяет обосновать практику их проектирования. Кроме того, существует мало сравнимых по эффективности методов расчета и их компьютерной реализации, методик создания алгоритмов поведения конструкций из композитов, особенно из функционально-градиентных материалов.

В настоящей работе рассматриваются цилиндрические зубчатые колеса. Проблема повышения срока службы зубьев зубчатых колес привлекла внимание огромного количества исследователей, что отражено в работах [2–10]. Одним из вариантов решения данной проблемы может быть использование композиционных материалов для изготовления зубьев зубчатых колес, поскольку композиты обеспечивают улучшенные механические свойства (отношение прочности к весу, твердость), более дешевые эксплуатационные расходы, а также характеризуются уменьшенными уровнями шума и коррозии, износа материала зубьев.

Перемещения зубьев зубчатых колес, находящихся в зацеплении, являются одним из существенных факторов, которые необходимо учитывать при расчете и проектировании зубчатых передач из композиционных материалов. Так, для успешного решения ряда задач об учете распределения нагрузки между одновременно зацепляющимися зубьями, определения фактического коэффициента перекрытия, динамической нагрузки в зацеплении и др. нужно знать перемещения зубьев. Современный метод нахождения перемещения зубьев зубчатых колес состоит в разделении и поэтапном определении перемещений δ_n – изгиба, δ_{ai} – перемещений основания; $\delta_{\tilde{n}}$ – контактных перемещений [1].

Определение изгибных перемещений и перемещений основания хорошо отражено в работах [1, 2], где решается задача теории упругости об изгибе клина с учетом формы зубьев из композиционных материалов, поэтому перейдем непосредственно к контактным перемещениям.

При рассмотрении контактного взаимодействия зубьев зубчатых колес зубья заменим соприкасающимися цилиндрами с радиусами R_1 и R_2, прижатыми друг к другу силой P. Материалы зубьев зубчатых колес различны: анизотропный (композиционный) и изотропный.

В случае, когда материал зубьев колес обладает свойствами ортотропии, контактное перемещение v (мм) определяется по зависимости [1]

$$v = -\frac{P}{\pi}\left\{ S_{22}(\beta_1+\beta_2)\left[\ln\frac{a}{2q}-\frac{1}{2}\right]+\frac{S_{22}}{\beta_1-\beta_2}(\beta_1^2\ln\beta_1-\beta_2^2\ln\beta_2)+\frac{S_{12}}{\beta_1-\beta_2}\ln\frac{\beta_2}{\beta_1}\right\},$$

где P – сила давления двух цилиндров, Н; a – величина зоны контакта (полуширина) (мм); q – мера контактного сближения расстояния, мм, равная, например, $20a$; параметр $m=\left[((\beta_1+\beta_2)S_{22})^{(1)}+((\beta_1+\beta_2)S_{22})^{(2)}\right]^{-1}$, индексы (1) и (2) характеризуют материалы двух цилиндров, величины $\beta_{1,2}$ для каждого цилиндра вычисляются по формулам [1]:

$$\beta_{1,2} = \left(\sqrt{\frac{S_{66}+2S_{12}\pm\sqrt{(S_{66}+2S_{12})^2-4S_{11}S_{22}}}{2S_{11}}}\right)^{-1},$$

где постоянные S_{ij} при плоской деформации определяются из [1] следующим образом:

$$S_{11}=(1-\nu_{13}\nu_{31})/E_1,\ S_{12}=-(\nu_{12}+\nu_{13}\nu_{31})/E_1,\ S_{22}=(1-\nu_{32}\nu_{23})/E_2,\ S_{66}=1/G_{12},$$

индексы i, j технических постоянных материалов цилиндров (модуля упругости E, МПа, коэффициента Пуассона ν и модуля сдвига G, МПа) характеризуют различные направления и вычисляются по зависимостям по правилу смесей [1]:

$$E_1 = VE_f + (1-V)E_m,\ E_2=\frac{E_m(1+\eta V)}{1-\eta V},\ G_{12}=G_m\frac{G_f(1+V)+G_m(1-V)}{G_f(1-V)+G_m(1+V)},$$

где $\eta = (E_f - E_m)/(E_f + E_m)$;

$$\nu_{12} = \nu_{13} = V\nu_f + (1-V)\nu_m, \quad \nu_{21} = \nu_{31} = E_2 / E_1\ \nu_{12}, \quad \nu_{23} = \nu_{32} = 1 - \nu_{21} - E_2 / (3K),$$

где $K = K_f K_m / (VK_m + (1-V)K_f)$, $K_f = E_f / (3 - 6\nu_f)$, $K_m = E_m / (3 - 6\nu_m)$; индексы f и m обозначают волокно и матрицу соответственно; V – объемное содержание волокна в матрице материала; K_f, K_m – объемные модули упругости волокна и матрицы.

Данная зависимость легко преобразуется в формулу для определения контактного сближения изотропного цилиндра при $\beta_1 = \beta_2$ и имеет вид [1, 7]

$$v_1 = -\frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} P \left[\ln \frac{a}{2q} + \frac{\nu}{2(1-\nu)} \right].$$

Сближение двух контактирующих зубьев δ, мм, представляет собой сумму контактных перемещений каждого зуба.

Список литературы

1 **Можаровский, В. В.** Прикладная механика слоистых тел из композитов / В. В. Можаровский, В. Е. Старжинский. – Минск : Наука и техника, 1988. – 280 с.

2 **Можаровский, В. В.** Расчет изгибных перемещений зубьев зубчатых колес из композитов / В. В. Можаровский, М. В. Москалева, Д. С. Кузьменков // Проблемы физики, математики и техники. – 2019. – No. 4(41). – С. 59–65.

3 **Rahate, Harshal P.** Contact Stress Analysis of Composite Spur Gear using Photo-Stress Method and Finite Element Analysis / Harshal P. Rahate, R. A. Marne // International Research Journal of Engineering and Technology. – 2016. – No. 7. – P. 540–545.

4 **Pawar, P. B.** Analysis of Composite Material Spur Gear under Static Loading Condition / P. B. Pawar, Abhay A. Utpat // Materials Today: Proceedings. – 2015. – P. 2968–2974.

5 **Hossan, M. R.** Strength evaluation of polymer composite spur gear by finite element analysis / M. R Hossan, Z. Hu // International Mechanical Engeneering Congress and Exposition, Boston. – 2008. – P. 1–8.

6 Contact Stress Analysis of Stainless Steel Spur Gears using Finite Element Analysis and Comparison with Theoretical Results using Hertz Theory / M. J. Khan [et al.] // Int. J. of Engineering Research and Applications. – 2015. – Vol. 5, no. 5. – P. 10–18.

7 **Джонсон, К.** Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.

8 **Autear, K. K.** Mechanics of Composite Materials / K. K. Autear ; Taylor & Francis Group. – 2nd ed. – Boca Raton, Florida, 2006. – 473 p.

9 **Иосилевич, Г. Б.** Детали машин : учеб. для студентов машиностроит. спец. вузов / Г. Б. Иосилевич. – М. : Машиностроение, 1988. – 368 с.

10 **Белый, В. А.** Металлополимерные зубчатые передачи / В. А. Белый, В. Е. Старжинский, С. В. Щербаков. – Минск : Наука и техника, 1981. – 352 с.

УДК 539.375

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ ОТВЕРСТИЯ ДЛЯ ОСТАНОВКИ ТРЕЩИНЫ ПРОДОЛЬНОГО СДВИГА

А. Б. МУСТАФАЕВ

Институт математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку

Одним из способов остановки (торможения) медленно растущей трещины является засверловка отверстия в ее кончике [1]. Форма отверстия оказывает значительное влияние на механические свойства детали или конструкции. Оптимальная форма отверстия позволяет повысить такие свойства конструкции, как прочность, надежность, долговечность. Поэтому целесообразно тормозить медленно растущую трещину засверловкой в вершине отверстия оптимальной формы.

Рассмотрим сплошное упругое тело, ослабленное прямолинейной трещиной продольного сдвига, в вершине которой высверлено отверстие. Деформации тела приняты малыми величинами. Принято, что выполняется условие локальной симметрии, т. е. в малой окрестности каждой точки контура трещины имеет место симметрия относительно касательной плоскости к поверхности трещины в этой точке. Рассмотрим окрестность вершины трещины, малую относительно характерного линейного размера тела L, но большую по сравнению с размером R отверстия в вершине трещины. Считается, что упругое тело находится в условиях антиплоской деформации.

Разместим в вершине трещины центр O системы прямолинейных декартовых координат xyz, ось y которой направлена по нормали к поверхности трещины, ось z – вдоль контура трещины, а ось x – вглубь тела. Рассматриваемая малая окрестность представится на плоскости Oxy бесконечной обла-