

## О МЕТОДИКЕ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ СТАТИКИ ДЛИННЫХ ОРТОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ

Ю. Ю. АБРОСОВ, В. А. МАКСИМЮК, И. С. ЧЕРНИШЕНКО  
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Цилиндрические оболочки некругового поперечного сечения интересны как в современном инженерном деле, так и теоретических исследованиях. Расчеты напряженно-деформированного состояния (НДС) таких оболочек численными сеточными методами усложняются [1] из-за мембранного запиравания (locking) [2]. Применение нелинейно-упругих композитных материалов для изготовления оболочек ведет к необходимости учета в теории нелинейных свойств анизотропных материалов [2].

Пусть срединная поверхность длинной цилиндрической оболочки образована вращением вокруг оси  $Oy$  эллипса с полуосями  $a$  и  $b$

$$F(x, y) = \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - 1 = 0. \quad (1)$$

Эта поверхность отнесена к криволинейной системе координат  $(s, z, \gamma)$ , в которой координата  $\gamma$  направлена по нормали к поверхности, а  $s$  – длина дуги эллипса, которая отсчитывается от точки  $(x=0, y=b)$  по часовой стрелке (рисунок 1). Очевидно, что оба коэффициента первой квадратичной формы в этой системе будут равны единице ( $A_s = A_z = 1$ ), а кривизна образующей – нулевая. Оси ортотропии нелинейно-упругого композитного материала [2, 3] оболочки совпадают с линиями главных кривизн оболочки.

В длинных оболочках НДС в произвольном поперечном сечении можно принять одинаковым, поэтому задача статики будет одномерной. Пусть тогда под действием постоянного и равномерного внутреннего давления  $p$  в ортотропной композитной однородной нелинейно-упругой тонкой оболочке постоянной толщины возникают малые перемещения в поперечном сечении, а вдоль оси  $z$  перемещения отсутствуют. Тогда компоненты НДС будут зависеть только от координаты  $s$ . Очевидно, замкнутая оболочка будет стремиться к близкой к круговой форме, что приведет к большим изгибам вблизи точек пересечения эллипса плоскостями симметрии. Для расчетов НДС при таких условиях целесообразно использовать геометрически линейную теорию тонких оболочек с привлечением смешанного функционала для упрощения реализации гипотез Кирхгофа – Лява и уменьшения влияния мембранного запиравания [2].

Нелинейные физические соотношения в оболочке при плоском напряженном состоянии в случае простого нагружения приняты согласно теории пластичности анизотропных сред В. А. Ломакина [4]. Методика определения входящих в теорию констант и функций на основе экспериментальных данных изложена в монографии [3].

Метод численного решения нелинейной задачи строится на основе вариационных принципов с использованием смешанного функционала [2]. Исходя из принципа виртуальной работы, считая, что согласно методу последовательных приближений (МПН) в форме дополнительных напряжений величины нелинейных составляющих моментов и усилий известны из предыдущих приближений и не варьируются, вариационное уравнение можно представить в виде

$$\begin{aligned} \delta \Pi &= \delta(\Pi^L + \Pi^N) = 0, \\ \Pi^L &= \frac{1}{2} \iint_{\Omega} (T_{ss}^L \varepsilon_{ss} + T_{zz}^L \varepsilon_{zz} + M_{ss}^L \kappa_{ss}) d\Omega - \iint_{\Omega} p w d\Omega + \iint_{\Omega} T_{s\gamma}^f \varepsilon_{s\gamma} d\Omega - \frac{1}{2} \iint_{\Omega} C_{ss} (\varepsilon_{ss} - \varepsilon_{ss}^f)^2 d\Omega, \\ \Pi^N &= \iint_{\Omega} (T_{ss}^{Nf} \varepsilon_{ss} + T_{zz}^{Nf} \varepsilon_{zz} + M_{ss}^{Nf} \kappa_{ss}) d\Omega. \end{aligned} \quad (2)$$

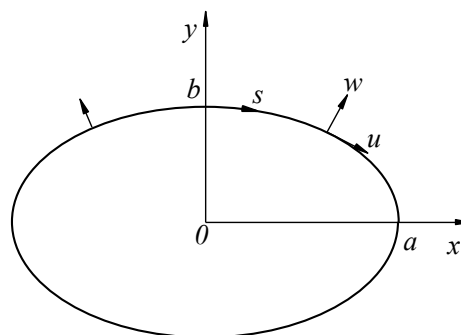


Рисунок 1 – Поперечное сечение длинной цилиндрической оболочки

Функционал  $\Pi(u, w, \varphi, T_{sy}^f, \varepsilon_{ss}^f)$  зависит от четырех варьируемых функций: двух перемещений  $u$  и  $w$ , угла поворота  $\varphi$ , усилия  $T_{sy}^f$ , которое имеет физический смысл перерезывающей силы, и окружной деформации-функции  $\varepsilon_{ss}^f$ .

Преимущества такого построения функционала изложены в [2]. В линейной части функционала ( $\Pi^L$ ) первое слагаемое является энергией упругих деформаций, второе – работой поверхностной силы, третий реализует геометрическую часть гипотез Кирхгофа – Лява методом множителей ( $T_{sy}^f$ ) Лагранжа, четвертый способствует уменьшению мембранного; коэффициент  $C_{ss} = E_{ss} / (1 - \nu_{sz} \nu_{zs})$ ;  $\Omega$  – область срединной поверхности оболочки. В нелинейной части функционала ( $\Pi^N$ ) нелинейные составляющие усилий  $T_{ss}^{Nf}$  и  $T_{zz}^{Nf}$  в отличие от  $T_{ss}^L$  и  $T_{zz}^L$  зависят от деформации-функции  $\varepsilon_{ss}^f$ , а не деформации-формулы  $\varepsilon_{ss}$ . Следует отметить использование в (2) обозначений верхним индексом ( $f$ ) для усилий и деформации, что подчеркивает различие между величиной-формулой и величиной-функцией и имеет определенное методологическое значение.

В такой способ линеаризованная задача сводится к нахождению вариационно-разностным методом [2] в каждом приближении стационарных значений функционала  $\Pi^{LN} = \Pi^L + \Pi^N$ .

С использованием изложенной методики было исследовано НДС ряда изотропных металлических и ортотропных композитных оболочек различной геометрии с учетом и без учета физической нелинейности. Анализ результатов расчетов позволил сформулировать ряд обобщающих выводов.

Так, дополнительное варьирование в смешанном функционале заранее малой мембранной деформации значительно улучшает сходимости численного метода при наличии мембранного записания. Учет физической нелинейности ведет к уменьшению напряжений и увеличению прогибов и деформаций у полюсов эллипса цилиндрической оболочки. Выявлено, что окружные напряжения в нелинейно-упругой оболочке зависят от свойств материала, в отличие от линейно-упругой оболочки. Можно ожидать, что при деформировании очень тонких некруговых цилиндрических оболочек геометрическая нелинейность проявится при более низких уровнях нагрузок, чем физическая.

#### Список литературы

- 1 **Абросов, Ю. Ю.** Деформування довгої тонкої циліндричної оболонки еліптичного перерізу / Ю. Ю. Абросов, В. А. Максимюк, В. С. Тарасюк // Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки. – 2015. – № 2. – С. 5–10.
- 2 **Maksimyyuk, V. A.** Variational Finite-difference Methods in Linear and Nonlinear Problems of the Deformation of Metallic and Composite Shells (review) / V. A. Maksimyyuk, E. A. Storozhuk, I. S. Chernyshenko // Int. Appl. Mech. – 2012. – Vol. 48, no. 6. – P. 613–687.
- 3 **Концентрация напряжений** / А. Н. Гузь [и др.]. – Киев : А.С.К., 1998. – 387 с. – (Механика композитов: в 12 т. Т. 7).
- 4 **Ломакин, В. А.** О теории пластичности анизотропных сред / В. А. Ломакин // Вестник Московского университета. Серия Математика. Механика. – 1964. – № 4. – С. 49–53.

УДК 535.243.25

### ПРАКТИКУМ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ СПЕЦИАЛИСТОВ ПО КОНТРОЛЮ И НАДЗОРУ В СФЕРЕ БЕЗОПАСНОСТИ НА ТРАНСПОРТЕ И В ПРОМЫШЛЕННОСТИ

*В. А. АКСЁНОВ, С. М. КОКИН, Е. К. СИЛИНА*  
*Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва*

Согласно Квалификационному справочнику должностей руководителей, специалистов и служащих [1], руководители службы охраны труда предприятия и специалисты по охране труда обязаны контролировать выполнение мероприятий, направленных на создание здоровых и безопасных условий труда персонала. Контроль и анализ ситуации на рабочем месте проводятся в ходе специальной оценки условий труда, процедуры, призванной выявить негативные факторы, воз-