

– при известном значении заданного сокращения времени хода Δt_3 и количестве станций, на которых следует снять ограничения скорости движения за счет укладки стрелочных переводов пологих марок, а следовательно, и известном $P_{\text{пас}}$, определить необходимые капитальные вложения $K_{\text{мин}}$ для достижения заданного сокращения времени хода;

– при ограниченных капитальных вложениях K_3 с учетом социального фактора $P_{\text{пас}}$ определить максимально возможное сокращение времени хода $\Delta t_в$.

Таким образом, полученная модель решения задачи повышения скорости движения поездов за счет укладки стрелочных переводов пологих марок позволяет заранее определить ряд важных показателей, таких, как социальный эффект при снятии ограничений скорости $P_{\text{пас}}$; величину необходимых капитальных вложений $K_{\text{мин}}$; величину возможного сокращения времени хода t_3 ; составляю-

щие заданного сокращения времени хода $t_{\text{огр}}$ и $t'_{\text{огр}}$ и ряд других показателей. Это дает возможность лицу, принимающему решение, в зависимости от конкретной ситуации производить выбор варианта, позволяющего рассматривать снятие ограничений скорости движения на станциях с учетом их взаимного влияния и выбирать последовательно те, которые дают наибольший эффект при наилучших экономических показателях.

Список литературы

1 Гавриленков А. В., Жабров С. С., Иванов Г. Г. Оптимизация стратегии реконструкции линий для организации скоростного движения пассажирских поездов // Основные требования к параметрам особо грузонапряженных линий до 170 млн т. км нетто/км в год: Сб. науч. тр./ВНИИЖТ.– М.: Транспорт, 1987. – С. 109–119.

2 Белов И. В. Экономика железнодорожного транспорта: Учеб. для вузов. – М.: Транспорт, 1989. – 351 с.

3 Шахуняц Г. М. Железнодорожный путь: Учебник для вузов ж.-д. трансп. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1987. – 496 с.

Получено 16.04.2002

Е. М. Maslovskaya. Ground of effective higher speed of railway traffic passenger trains.

Measures are examine which take off limitation of train's speed on stations and also perfect another device with take into consideration of economic and technical sizes of the railway line.

Вестник Белорусского государственного университета транспорта: Наука и транспорт. 2003. № 1(6)

УДК 614.841.8:629.067

Н. К. МОДИН, профессор; Т. Н. МОДИНА, инженер; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ОТВЕТСТВЕННОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ МАРКОВСКИХ ЦЕПЕЙ

На основе теории марковских цепей разработана модель развития нарушения безопасности ответственного технологического процесса и выведены математические выражения для вычисления, а следовательно, и прогнозирования неблагоприятных событий.

Сценарий развития нарушения безопасности функционирования (НБФ) конкретного ответственного технологического процесса (ОТП) от момента зарождения первичных событий до появления НБФ может быть представлен моделью управления безопасностью ОТП (далее – Модель), основанной на концепции причинно-следственной связи событий. Модель имеет вид иерархической структуры, уровни которой представляют собой: факторы (Ф); неблагоприятные причины (опасные: отказы техники, ошибки человека, воздействия среды) (НП); опасные ситуации (ОС); нарушения безопасности функционирования (НБФ); техногенная чрезвычайная ситуация (ТЧС). Все эти понятия будем называть неблагоприятными событиями (НС) [2–4].

Концепция причинно-следственной связи событий и построенная на ее основе Модель предусматривают возможность заранее выделить и описать конкретное конечное число НС для каждого ОТП путем детального его анализа на профессиональном уровне. На переходах от одного до другого уровня Модели возможно вмешательство (управляющее воздействие УВ) человека-оператора, организационных структур, систем обеспечения безопасности, предотвращающих по иерархии соответствующее НС, что дает возможность управлять безопасностью в оперативном, краткосрочном и перспективном планах.

Реальные перечни НС по всем иерархическим уровням Модели достаточно велики, поэтому по-

надобится использование метода дерева неблагоприятных событий как рабочего аппарата реализации концепции причинно-следственной связи, позволяющего выполнить всесторонний логический анализ и определить вероятность появления конкретного НС на том или ином уровне иерархии с учетом управляющих воздействий.

Вычислять и, следовательно, прогнозировать вероятности нахождения ОТП в состоянии того или иного НС можно путем использования аппарата марковских случайных процессов [5]. В связи с этим рассмотрим математическую модель прогнозирования безопасности ОТП. Напомним, что множество Ф, НП, ОС и НБФ называется множеством неблагоприятных событий (НС).

Вероятность появления каждого из НС зависит от времени. Отсутствие или наличие тех или иных НС будет характеризовать состояние ОТП, который переходит из состояния в состояние с определенной интенсивностью в случайные моменты времени. Множество состояний обозначим $\{i\}; i = 1, \dots, m$.

Марковским случайным процессом называется такой процесс, при котором вероятность нахождения процесса в любом состоянии в будущем зависит от того, в каком состоянии процесс находится в данный момент времени и не зависит от пути, по которому он пришёл в это состояние. Например, при данном состоянии ОТП движения поезда, характеризуемого как НП, будущее состояние (НБФ) может зависеть только от данного состояния (НП) и не зависит от того, как появилась данная НП.

Так как все состояния ОТП и вызывающие их причины можно перечислить, то для исследования применяется марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. При этом примем, что переход из одного состояния в другое происходит скачками; появление НС с интенсивностью λ_i и парирование этих НС происходят практически одновременно. Среднее время парирования несоизмеримо меньше среднего времени наработки ОТП на один НС, поэтому можно полагать условные вероятности парирования r_i или непарирования s_i , независимыми от времени протекания ОТП, а события парирования или непарирования – возникающими одновременно с появлением НС. Смысл принятого допущения заключается в том, что то или иное состояние ОТП наступает одновременно с появлением НС. В зависимости от результатов парирования множеству состояний $\{i\}$ будут соответствовать два подмножества состояний: $\{C_B\}$ – благополучных и $\{C_H\}$ – неблагоприятных состояний ОТП. Обозначим вероятность этих состояний соответственно $P_{i6}(t)$, $P_{iH}(t)$ и нормального начального состояния без НС $P_0(t)$.

События из множества $\{i\}$ и начальное событие для каждого текущего момента времени несовместимы и образуют полную группу событий, поэтому можно записать:

$$P_6(t) = P_0(t) + \sum_{i=1}^m P_{i6}(t),$$

$$P_H(t) = \sum_{i=1}^m P_{iH}(t), \quad (1)$$

$$P_6(t) + P_H(t) = 1.$$

где $P_6(t)$ – суммарная вероятность благополучного завершения ОТП, $P_H(t)$ – вероятность неблагоприятного завершения ОТП;

Для вычисления вероятностей состояний $P_0(t)$, $P_{i6}(t)$, $P_{iH}(t)$ представим последовательность переходов ОТП из данного состояния в другое в виде графа состояний (цепь Маркова) (рисунок 1). В узлах графа обозначим и пронумеруем соответствующие состояния и их вероятности: для начального состояния (C_0, P_0), для благополучного исхода ($C_1, P_1; C_3, P_3; C_5, P_5; C_7, P_7$), для неблагоприятного исхода ($C_2, P_2; C_4, P_4; C_6, P_6; C_8, P_8$).

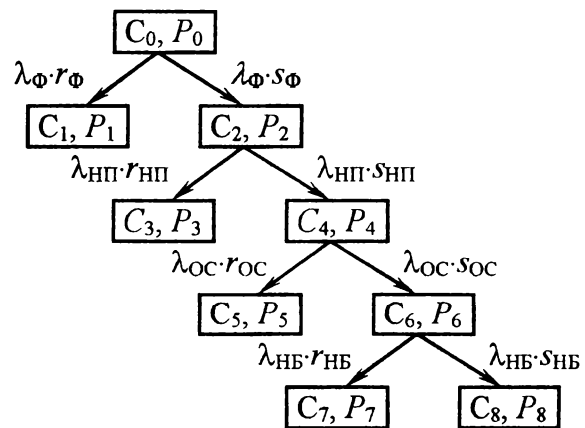


Рисунок 1 – Марковская цепь возможных состояний ответственного технологического процесса

Стрелками укажем возможные переходы из одного состояния в другое с обозначением интенсивности переходов $\lambda_i \cdot r_i$ и $\lambda_i \cdot s_i$ в состояния соответственно с парированными и непарированными последствиями неблагоприятных событий.

Условимся считать, что то или иное неблагоприятное событие при реализации ответственного технологического процесса появляется однажды за рассматриваемое время. Например, на единичном маршруте движения поезда неблагоприятные причины, опасные ситуации, нарушения безопасности не повторяются.

Обозначим состояния ОТП в соответствии с графом (см. рисунок 1):

C_0 – начальное состояние ОТП;

C_1 – Ф парирован с вероятностью r_Φ , НП, ОС и НБФ нет;

C_2 – Ф непарирован с вероятностью s_Φ , появилась НП с интенсивностью $\lambda_{НП}$;

C_3 – НП парирована с вероятностью $r_{НП}$, ОС и НБФ нет;

C_4 – НП непарирована с вероятностью $s_{НП}$, появилась ОС с интенсивностью $\lambda_{ОС}$;

C_5 – ОС парирована с вероятностью $r_{ОС}$, НБФ нет;

C_6 – ОС непарирована с вероятностью $s_{ОС}$, появилась НБФ с интенсивностью $\lambda_{НБФ}$;

C_7 – НБФ парирована с вероятностью $r_{НБФ}$, ТЧС нет;

C_8 – НБФ непарирована с вероятностью $s_{НБФ}$, возникла ТЧС.

Для составления дифференциальных уравнений Колмогорова относительно вероятностей состояний воспользуемся известными правилами:

1) число уравнений должно быть равно числу возможных состояний;

2) в левой части уравнения стоит производная вероятности данного состояния, а правая содержит члены, равные произведению интенсивности перехода, указанного на стрелке, на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка. Если стрелка выходит из данного состояния, соответствующий член имеет знак минус, если направлена в данное состояние, то – плюс. Всего правая часть содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием.

В результате получена система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 1) \frac{dP_0(t)}{dt} &= -(\lambda_\Phi r_\Phi + \lambda_\Phi s_\Phi)P_0(t); \\ 2) \frac{dP_1(t)}{dt} &= \lambda_\Phi r_\Phi P_0(t); \\ 3) \frac{dP_2(t)}{dt} &= \lambda_\Phi s_\Phi P_0(t) - \lambda_{НП} r_{НП} P_2(t) - \lambda_{НП} s_{НП} P_2(t); \\ 4) \frac{dP_3(t)}{dt} &= \lambda_{НП} r_{НП} P_2(t); \\ 5) \frac{dP_4(t)}{dt} &= \lambda_{НП} s_{НП} P_2(t) - \lambda_{ОС} r_{ОС} P_4(t) - \lambda_{ОС} s_{ОС} P_4(t); \\ 6) \frac{dP_5(t)}{dt} &= \lambda_{ОС} r_{ОС} P_4(t); \\ 7) \frac{dP_6(t)}{dt} &= \lambda_{ОС} s_{ОС} P_4(t) - \lambda_{НБФ} r_{НБФ} P_6(t) - \lambda_{НБФ} s_{НБФ} P_6(t); \\ 8) \frac{dP_7(t)}{dt} &= \lambda_{НБФ} r_{НБФ} P_6(t); \\ 9) \frac{dP_8(t)}{dt} &= \lambda_{НБФ} s_{НБФ} P_6(t). \end{aligned} \right\} (2)$$

Примем, что вероятности парирования Ф, НП, ОС, НБФ одинаковы, т.к. характеристики человека-оператора или специальных средств обеспечения безопасности постоянны. То же самое справедливо и о вероятностях непарирования. Тогда можно записать: $r_\Phi = r_{НП} = r_{ОС} = r_{НБФ} = r$; $s_\Phi = s_{НП} = s_{ОС} = s_{НБФ} = s$; $r + s = 1$.

С учётом вышесказанного система дифференциальных уравнений (2) примет вид

$$\left. \begin{aligned} 1) \frac{dP_0(t)}{dt} &= -(\lambda_\Phi r_\Phi + \lambda_\Phi s_\Phi)P_0(t) = \\ &= -(\lambda_\Phi (r + s)P_0(t) = -\lambda_\Phi P_0(t); \\ 2) \frac{dP_1(t)}{dt} &= \lambda_\Phi r P_0(t); \\ 3) \frac{dP_2(t)}{dt} &= \lambda_\Phi s P_0(t) - \lambda_{НП} r P_2(t) - \lambda_{НП} s P_2(t) = \\ &= \lambda_\Phi s P_0(t) - \lambda_{НП} P_2(t); \\ 4) \frac{dP_3(t)}{dt} &= \lambda_{НП} r P_2(t); \\ 5) \frac{dP_4(t)}{dt} &= \lambda_{НП} s P_2(t) - \lambda_{ОС} r P_4(t) - \lambda_{ОС} s P_4(t) = \\ &= \lambda_{НП} s P_2(t) - \lambda_{ОС} P_4(t); \\ 6) \frac{dP_5(t)}{dt} &= \lambda_{ОС} r P_4(t); \\ 7) \frac{dP_6(t)}{dt} &= \lambda_{ОС} s P_4(t) - \lambda_{НБФ} r P_6(t) - \lambda_{НБФ} s P_6(t) = \\ &= \lambda_{ОС} s P_4(t) - \lambda_{НБФ} P_6(t); \\ 8) \frac{dP_7(t)}{dt} &= \lambda_{НБФ} r P_6(t); \\ 9) \frac{dP_8(t)}{dt} &= \lambda_{НБФ} s P_6(t). \end{aligned} \right\} (3)$$

Система уравнений (3) решена для следующих начальных условий: при $t = 0$ $P_0 = 1$, $P_1 = P_2 = \dots = P_8 = 0$, т. е. ответственный технологический процесс в начале своей реализации протекает без НБФ, ОС, НП и Ф. Любое из уравнений можно отбросить, пользуясь тем, что $\sum_{i=1}^8 P_i = 1$ (условие нормировки), получив тем самым систему дифференциальных уравнений на единицу меньшего порядка.

Решение системы дифференциальных уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
1) P_0(t) &= e^{-\lambda_{\Phi} t}; \\
2) P_1(t) &= r(1 - e^{-\lambda_{\Phi} t}); \\
3) P_2(t) &= \frac{\lambda_{\Phi} s}{\lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НП}}} (e^{-\lambda_{\text{НП}} t} - e^{-\lambda_{\Phi} t}); \\
4) P_3(t) &= rs \left(1 + \frac{\lambda_{\text{НП}} e^{-\lambda_{\Phi} t} - \lambda_{\Phi} e^{-\lambda_{\text{НП}} t}}{\lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НП}}} \right); \\
5) P_4(t) &= \frac{\lambda_{\text{НП}} \lambda_{\Phi} s^2}{\lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НП}}} \left(\frac{e^{-\lambda_{\text{НП}} t} - e^{-\lambda_{\text{ОС}} t}}{\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\text{НП}}} - \frac{e^{-\lambda_{\Phi} t} - e^{-\lambda_{\text{ОС}} t}}{\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\Phi}} \right); \\
6) P_5(t) &= r_{\text{ОС}} \lambda_{\text{НП}} \lambda_{\Phi} s^2 \left(\frac{\lambda_{\text{НП}} e^{-\lambda_{\text{ОС}} t} - \lambda_{\text{ОС}} e^{-\lambda_{\text{НП}} t}}{(\lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НП}})(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\text{НП}}) \lambda_{\text{НП}}} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\lambda_{\text{ОС}} e^{-\lambda_{\Phi} t} - \lambda_{\Phi} e^{-\lambda_{\text{ОС}} t}}{(\lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НП}})(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\Phi}) \lambda_{\Phi}} \right); \\
7) P_6(t) &= \frac{\lambda_{\text{ОС}} \lambda_{\text{НП}} \lambda_{\Phi} s^3}{\lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НП}}} \left[\frac{e^{-\lambda_{\text{НП}} t} - e^{-\lambda_{\text{НБ}} t}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\text{НП}})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{НП}})} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{e^{-\lambda_{\text{ОС}} t} - e^{-\lambda_{\text{НБ}} t}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\text{НП}})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{ОС}})} - \frac{e^{-\lambda_{\Phi} t} - e^{-\lambda_{\text{НБ}} t}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\Phi})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\Phi})} + \frac{e^{-\lambda_{\text{ОС}} t} - e^{-\lambda_{\text{НБ}} t}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\Phi})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{ОС}})} \right]; \\
8) P_7(t) &= \frac{r \lambda_{\text{ОС}} \lambda_{\text{НП}} \lambda_{\Phi} s^3}{\lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НП}}} \left[\frac{-\lambda_{\text{НБ}} e^{-\lambda_{\text{НП}} t} + \lambda_{\text{НП}} e^{-\lambda_{\text{НБ}} t} + \lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{НП}}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\text{НП}})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{НП}}) \lambda_{\text{НП}}} + \right. \\
&\quad + \frac{\lambda_{\text{НБ}} e^{-\lambda_{\text{ОС}} t} - \lambda_{\text{ОС}} e^{-\lambda_{\text{НБ}} t} + \lambda_{\text{ОС}} + \lambda_{\text{НБ}}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\text{НП}})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{ОС}}) \lambda_{\text{ОС}}} + \frac{\lambda_{\text{НБ}} e^{-\lambda_{\Phi} t} - \lambda_{\Phi} e^{-\lambda_{\text{НБ}} t} + \lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НБ}}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\Phi})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\Phi}) \lambda_{\Phi}} + \\
&\quad \left. + \frac{-\lambda_{\text{НБ}} e^{-\lambda_{\text{ОС}} t} + \lambda_{\text{ОС}} e^{-\lambda_{\text{НБ}} t} + \lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{ОС}}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\Phi})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{ОС}}) \lambda_{\text{ОС}}} \right]; \\
9) P_8(t) &= \frac{\lambda_{\text{ОС}} \lambda_{\text{НП}} \lambda_{\Phi} s^4}{\lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НП}}} \left[\frac{-\lambda_{\text{НБ}} e^{-\lambda_{\text{НП}} t} + \lambda_{\text{НП}} e^{-\lambda_{\text{НБ}} t} + \lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{НП}}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\text{НП}})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{НП}}) \lambda_{\text{НП}}} + \right. \\
&\quad + \frac{\lambda_{\text{НБ}} e^{-\lambda_{\text{ОС}} t} - \lambda_{\text{ОС}} e^{-\lambda_{\text{НБ}} t} + \lambda_{\text{ОС}} + \lambda_{\text{НБ}}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\text{НП}})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{ОС}}) \lambda_{\text{ОС}}} + \frac{\lambda_{\text{НБ}} e^{-\lambda_{\Phi} t} - \lambda_{\Phi} e^{-\lambda_{\text{НБ}} t} + \lambda_{\Phi} - \lambda_{\text{НБ}}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\Phi})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\Phi}) \lambda_{\Phi}} + \\
&\quad \left. + \frac{-\lambda_{\text{НБ}} e^{-\lambda_{\text{ОС}} t} + \lambda_{\text{ОС}} e^{-\lambda_{\text{НБ}} t} + \lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{ОС}}}{(\lambda_{\text{ОС}} - \lambda_{\Phi})(\lambda_{\text{НБ}} - \lambda_{\text{ОС}}) \lambda_{\text{ОС}}} \right].
\end{aligned} \tag{4}$$

Вероятность $P_{\text{ЧС}}$ неблагоприятного завершения ответственного технологического процесса (процесс закончился с ТЧС)

$$P_{\text{ТЧС}} = P_2 + P_4 + P_6 + P_8. \tag{5}$$

Выводы

1 Сценарий развития нарушения безопасности функционирования ответственного технологического процесса описывается системой дифференциальных уравнений, полученных на основе теории марковских случайных процессов.

2 Вероятности благополучного и неблагоприятного исходов реализации ответственного технологического процесса определяются путем решения указанной системы дифференциальных уравнений.

Список литературы

- 1 Лисенков В. М. Статистическая теория безопасности движения поездов: Учеб. для вузов. – М.: ВИНТИ РАН, 1999. – 332 с.
- 2 Модин Н. К. Проблемы управления безопасностью и риском транспортных систем // Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация. Сборник материалов междунар. науч.-техн. конф. – Мн.: БГУ, 2001. – С. 127–129.
- 3 Модин Н. К., Модина Т. Н. Принципы управления безопасностью функционирования транспортных систем // Цифровая обработка информации и управление в чрезвычайных ситуациях: Доклады третьей международной конференции. – Мн.: Институт технической кибернетики НАНБ, 2002. – С. 171–176.
- 4 Модин Н. К. Комплексный подход к проблеме управления безопасностью транспортных систем // Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. – 1997. – №10. – С. 40–47.
- 5 Ярошевич В. П., Модин Н. К. Математическая модель управления безопасностью транспортных систем на основе концепции причинно-следственной связи событий // Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. – 2000. – №7. – С. 36–45.

N. K. Modin, T. N. Modina. The prognosis of the responsible technological process safety on the basis of the Markov chains theory.

On the basis of the Markov chains theory the model of the development of the responsible technological process safety breach is worked out and the mathematical expressions for calculation and consequently prognosis of the unfavour events are concluded.

УДК 519.2

Д. Н. ШЕВЧЕНКО, кандидат технических наук; Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

МЕТОДИКА СРАВНЕНИЯ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ С ГИПОТЕТИЧЕСКИМ ЗНАЧЕНИЕМ

Предлагается методика планирования экспериментов сравнения статистической оценки вероятности случайного события с гипотетическим значением. Методика может использоваться для подтверждения соответствия вероятности безотказной работы систем нормативному значению при их разработке и сертификационных испытаниях.

Часто на практике, в частности при контроле качества технических устройств и сертификационных испытаниях технических средств встает задача определения числа изделий для экспериментальной оценки их надёжности, а также для подтверждения соответствия вероятности годности или безотказной работы устройств заданному нормативному значению. Математически данная задача может быть сформулирована как задача формирования одного из суждений:

$$\begin{cases} P(A) > P^* \\ P(A) < P^* \end{cases} \quad (1)$$

где $P(A)$ – вероятность случайного события A ; P^* – предполагаемое значение вероятности события A .

Поскольку $P(A)$ заранее не известна, то поставленная задача преобразуется в задачу определения существенности (для заданной доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$) различий точечной оценки вероятности случайного события $P(A) = P$ и гипотетического значения P^* для формирования одного из двух суждений по результатам N повторных экспериментов, в каждом из которых событие A может наступить с вероятностью $P(A)$:

$$\begin{aligned} P(\hat{P} > P^*) &= P_{\text{дов}}, \\ P(\hat{P} < P^*) &= P_{\text{дов}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Точечная оценка вероятности случайного события ($\hat{P}(A) = \hat{P}$), полученная по результатам многократного воспроизведения вероятностного эксперимента [1, 2], является случайной величиной. При этом ошибка оценивания $|\hat{P}(A) - P(A)|$ заведомо не известна, поэтому актуальны методы доверительного оценивания вероятностей событий и планирования экспериментов для сравнения оценки $P(A)$ и гипотетического значения P^* .

Вместе с тем, существующие методы последовательного анализа $P(A)$ требуют проверки условия обеспечения заданной точности оценки $|\hat{P}(A) - P(A)|$ после проведения каждого нового эксперимента [3]. При этом заранее не определяется наименьшее количество экспериментов, достаточное для сравнения оценки $P(A)$ и P^* . В данной статье предлагается методика сравнения оценки $P(A)$ и P^* , которая позволяет существенно уменьшить временные и вычислительные затраты на исследование.

Пусть для оценки вероятности события $P(A)$ и сравнения её с гипотетическим значением P^* проводятся независимые испытания. Следует определить значение минимального количества испытаний N , достаточного для статистического суждения о существенности различий оценки $P(A)$ и P^* .

Предлагается с помощью статистического моделирования получать точечную оценку $P(A)$ методом максимального правдоподобия [2] $\hat{P}(A) = \hat{P} = N_A / N$, где $N_A = \sum_{i=1}^N \gamma(A)$; $\gamma(A)$ – индикатор наступления случайного события A , равный 1, если в очередном эксперименте событие A наступило, и равный нулю – в противном случае.

Если $\hat{P} > P^*$, то для заданной доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$ определяется нижняя доверительная граница вероятности события $P_{\text{ндг}}$. При этом, если $P_{\text{ндг}} > P^*$ (см. рисунок 1, а), то с доверительной вероятностью $P_{\text{дов}}$ можно утверждать, что $P(A)$ превышает гипотетическое значение P^* , т. е. $P\{P(A) > P^*\} = P_{\text{дов}}$.

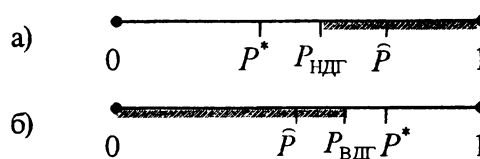


Рисунок 1 – Доверительные границы оценки вероятности