УДК 656.2.08

С. Н. КАРАСЕВИЧ, аспирант; Белорусский национальный технический университет, г. Минск

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ И ПЕШЕХОДОВ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ПЕРЕЕЗДАХ

Рассматривается проблема прогнозирования условий движения транспортных средств и пешеходов на железнодорожных переездах. Приводится методика математического моделирования ситуаций пересечения железнодорожного переезда автодорожным транспортом и пешеходами.

Движение транспортных средств и пешеходов на железнодорожных переездах сопровождается значительными потерями как материальных, так и социальных ресурсов общества [1]. Во многих случаях эти пересечения являются «узким местом», резко ограничивающим пропускную способность автомобильной дороги или улицы населенного пункта. На них происходят наиболее длительные задержки транспортных средств и пешеходов, нередко приводящие к образованию длинных очередей, заторов и т.п. Вместе с тем наблюдаемая тенденция увеличения интенсивности движения транспорта повышает вероятность совершения на этих потенциально опасных участках дорог аварий с тяжелыми последствиями.

При обосновании варианта организации движения транспортных средств и пешеходов на конкретном участке улично-дорожной сети, расположенном в зоне влияния железнодорожного переезда, большой научный и практический интерес представляет разработка методики, позволяющей прогнозировать условия движения на них.

Теоретическое описание дорожно-транспортных ситуаций, возникающих в месте пересечения железнодорожных и автомобильных дорог в одном уровне с использованием математических методов, невозможно без предварительной формализации.

Условимся, что подвижной состав железных дорог (главный поток объектов) имеет приоритет в движении перед транспортными средствами и пешеходами (второстепенными потоками объектов). Любое пересечение главного потока с второстепенным потоком объектов назовем конфликтным местом пересечения или, для краткости, точкой W.

На переезде образуется некоторое поперечное сечение дороги, на которое в случайные моменты времени поступают объекты главного потока. В точку W, принадлежащую этому же поперечному сечению, последовательно через случайные отрезки времени поступают объекты второстепенного потока, где застают ту или иную дорожно-транспортную ситуацию. Обозначим: $(0;\ y)$ – интервал времени, в течение которого переезд закрыт для движения второстепенных потоков.

Между тем, рассматриваются такие дорожно-транспортные ситуации, когда интенсивность второстепенного потока объектов не менее пропускной способности места пересечения. При моделировании также предполагается, что водители и пешеходы соблюдают установленные требования правил дорожного движения, принимают правильные и безошибочные решения.

Вероятностные состояния, в которых находится место пересечения конфликтующих потоков, следующие.

Прибывающий в случайный момент времени в точку W объект застает его или в свободном состоянии, или в занятом. В случае свободного состояния проследование через железнодорожные пути совершается без задержки. Если же точка W занята, то возникает задержка в движении на случайное время.

Вместе с тем, причиной задержки прибывшего в точку W объекта второстепенного потока может быть рассасывающаяся очередь, которая образовалась в данном месте.

Количественной мерой нахождения места пересечения потоков в указанных состояниях являются соответствующие вероятности [2–4]. Следовательно, имеем очевидное равенство

$$\rho_t + \rho_u + \rho_s = 1\,, \qquad (1)$$

где ρ_t – вероятность того, что точка W в момент прибытия объектов второстепенного потока занята объектами главного потока; ρ_u – вероятность того, что в момент прибытия объектов второстепенного потока занятость точки W объектами главного потока закончилась, но она еще занята рассасывающейся очередью; ρ_s – вероятность того, что точка W в момент прибытия объектов второстепенного потока свободна от каких-либо помех.

Установлено [5], что вероятность можно рассматривать как долю времени, в течение которого существует рассматриваемое состояние. Обозначим: D_t – часть всего времени T наблюдения, в течение которого точка W находится в состоянии занятости объектами главного потока; D_u – часть всего времени T наблюдения, которое необходимо для ликвидации всех образовавшихся очередей на полосе движения второстепенного потока, которые сами служили причиной задержки прибывающих объектов; D_s – часть всего времени T наблюдения, в течение которого точка W находится в свободном состоянии. Тогда можно записать следующее равенство:

$$D_t + D_u + D_s = T; \quad \frac{D_t}{T} + \frac{D_u}{T} + \frac{D_s}{T} = 1. \qquad (2)$$

Движение объектов главного потока через переезд всегда заканчивается наступлением приемлемого для проследования через железнодорожное полотно интервала $\rho_{\text{пр}}$. Таких интервалов в потоке за 1 час насчитывается Q штук. Для точки W это означает, что она Q раз переходит из состояния занятости главным потоком объектов в состояние, когда она свободна.

Разделив все составляющие равенства (2) на Q, получаем:

$$\frac{D_t}{Q} + \frac{D_u}{Q} + \frac{D_s}{Q} = \frac{T}{Q}. \qquad (3)$$

Обозначим элементы равенства (3) слева направо соответственно t, u, s и B:

$$t + u + s = B, \qquad (4)$$

где B – средний промежуток времени с момента занятости точки W главным потоком объектов до следующего такого же момента (цикл). Разделив обе части равенства (4) на его правую часть, получаем:

$$\frac{t}{B} + \frac{u}{B} + \frac{s}{B} = 1. \qquad (5)$$

Далее имеем следующие выражения для вероятностей формулы (1):

$$\rho_t = \frac{D_t}{Q} = \frac{t}{B}; \qquad (6)$$

$$\rho_u = \frac{D_u}{Q} = \frac{u}{B};$$

$$\rho_s = \frac{D_s}{Q} = \frac{S}{B} = 1 - \rho_t - \rho_u; \quad B = \frac{T}{Q}. \qquad (7)$$

Пусть время наблюдения за состоянием точки W равно одному часу.

Тогда: $T = 3600 = m\,n$.

Количество приемлемых для движения интервалов в потоке $Q = n\rho_{\text{пр}}$. Поэтому

$$B = \frac{mn}{n\rho_{\text{пр}}} = \frac{m}{1-\rho_k}, \qquad (8)$$

где m – средний интервал в главном потоке объектов с интенсивностью движения n поезд/ч; $m = 360/n$; ρ_k – вероятность того, что второстепенным потоком объектов застигнут интервал времени, когда переезд закрыт для движения.

Вероятность появления интервалов, когда переезд закрыт для движения [2, 6],

$$\rho_k = \int_0^y f(x)dx, \qquad (9)$$

а вероятность появления интервалов, приемлемых для движения, –

$$\rho_{\text{пр}} = 1 - \rho_k = \int_y^\infty f(x)dx, \qquad (10)$$

где $f(x)$ – плотность распределения интервалов в главном потоке объектов.

Подставляя выражение (8) в формулу (6), получаем, что вероятность занятости места пересечения потоков подвижным составом железных дорог

$$\rho_t = \frac{t}{m}(1-\rho_k). \qquad (11)$$

Определим количество объектов, задерживающихся на переезде из-за движения подвижного состава железных дорог.

Прибывающий к некоторому сечению дороги объект застает в нем с вероятностью ρ_t ситуацию, когда пересечение железнодорожного полотна задерживается из-за движения главного потока объектов. За 1 час по данной причине задерживается $\mathrm{N}\,\rho_t$ объектов. В главном потоке объектов за этот же час насчитывается Q циклов. Следовательно, в любом из таких циклов за время t продолжительности в нем ситуации с задержкой объектов второстепенного потока из-за движения объектов главного потока задерживается следующее количество объектов:

$$A = \frac{\mathrm{N}\rho_t}{\mathrm{Q}}. \qquad (12)$$

Подставив в формулу (12) выражение (11), а также значения:

$$\mathrm{N} = \frac{360}{m_a}; \qquad (13)$$

$$\mathrm{Q} = \frac{360}{m}(1-\rho_k), \qquad (14)$$

где m_a – средний интервал в второстепенном потоке объектов, получаем, что

$$A = \frac{t}{m_a} > 0\,. \quad (15)$$

Стоит отметить, что определенное число есть среднее число задерживающихся по всем циклам транспортных средств. В расчет A входят все циклы, включая циклы с задержками и циклы без задержек.

Обозначим a как среднее число тех объектов потока на полосе автомобильной дороги, которые задерживаются. Очевидно, что $a > 1$. Определим это число. Оно связано только с такими циклами из всего числа Q, в которые поступают автомобили. Каждый цикл имеет продолжительность, равную B. Вероятность того, что случайный цикл в движении по железной дороге есть цикл с поступлением объектов, равна вероятности того, что за время B в точку W прибудет объект второстепенного потока:

$$\psi(B) = \int_0^B f(x)dx\,. \quad (16)$$

В этом цикле имеются отрезки времени t, ρ и s, из которых он состоит. Для цикла с поступлением условные вероятности попадания объекта на тот или иной отрезок можно записать:

$$\frac{\psi(t)}{\psi(B)} + \frac{\psi(\rho)}{\psi(B)} + \frac{\psi(s)}{\psi(B)} = 1\,;\ \psi(t) = \int_0^t f(x)dx\,;$$

$$\varphi(\rho) = \int_t^{t+\rho} f(x)dx\,;\ \varphi(s) = \int_{t+\rho}^B f(x)dx\,. \quad (17)$$

Следовательно, безусловная вероятность того, что случайный цикл с поступлением объектов и, кроме того, поступлением за время t ситуации занятости точки W главным потоком объектов,

$$\psi(B)\frac{\psi(t)}{\psi(B)} = \psi(t)\,. \quad (18)$$

В общем числе B циклов имеются такие, в которых действительно задерживаются объекты по рассматриваемой причине. Таких циклов за 1 час насчитывается:

$$\Gamma = B\psi(t)\,. \quad (19)$$

Все задерживаемые объекты приходятся именно на эти циклы. Таким образом, определяем количество объектов, задерживающихся на одной полосе движения второстепенного потока из-за движения на переезде объектов главного потока, шт./цикл,

$$a = \frac{N\rho_t}{\Gamma} = \frac{3600tB}{m_a 3600\psi(t)B} = \frac{t}{m_a\psi(t)} = A\frac{1}{\psi(t)} \qquad (a > 1). \quad (20)$$

Очевидно, что увеличение интенсивности движения как главного, так и второстепенного потоков объектов ведет к увеличению очереди, что и следует из формулы (20).

Все приведенные формулы справедливы для любого закона распределения интервалов и различной интенсивности движения в транспортных потоках.

Данная математическая модель может быть использована на стадии обоснования при выборе варианта улучшения условий движения, поскольку позволяет определять число объектов, задерживающихся на переезде из-за пропуска подвижного состава железных дорог.

Список литературы

1 *Врубель Ю. А.* Организация дорожного движения.– Минск: БФБДД, 1996. Ч.1.– 328 с.

2 *Абрамов А. А.* Математическое моделирование транспортных процессов: Учебное пособие.– М.: РГОТУПС, 2002.– 128 с.

3 *Гаврилов А. А.* Моделирование дорожного движения.– М.: Транспорт, 1980.– 190 с.

4 *Дрю Д.* Теория транспортных потоков и управление ими.– М.: Транспорт, 1972.– 424 с.

5 *Хинчин А. Я.* Работы по математической теории массового обслуживания.– М.: Физматгиз., 1963.– 235 с.

6 *Кременец Ю. А., Печерский М. П.* Технические средства регулирования дорожного движения.– М.: Транспорт, 1981.– С.24.

Получено 02.12.2004

S. N. Karasevich. Modelling of vehicle and pedestrians traffic on railway crossings.

The problem of forecasting of conditions of vehicle and pedestrian traffic on railway crossings is considered. The methods of mathematic modeling of situations of vehicle and pedestrian traffic on railway crossings are given.