

5 **Сосновский, Л. А.** Механика износоусталостного повреждения / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 2007. – 434 с.

6 **Богданович, А. В.** Методика прогнозирования долговечности силовых систем по критериям износоусталостного повреждения / А. В. Богданович // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2002. – № 6. – С. 47–51.

Получено 04.09.2007

**А. А. Kebikov.** The energetic theory of a limiting condition of active systems with reference to rolling contact fatigue of rails.

The variant of the energetic theory of limiting condition of active systems with reference to a case of rolling contact fatigue of a rail steel which is founded on introducing that the condition of the damages of rails is while in service is determined by the effective energy stipulated by cumulative action of contact and bending stresses. The criteria equation is obtained from which the formula for a settlement-experimental estimation of a limit stress  $p_{fc}$  follows, describing a back effect at rolling contact fatigue (influence of contact stresses on change of an fatigue limit).

7 **Георгиев, М. Н.** Трещиностойкость железнодорожных рельсов / М. Н. Георгиев. – Кемерово : ООО “Мастер-флаг”, 2006. – 212 с.

8 Расчеты и проектирование железнодорожного пути / В. В. Виноградов [и др.]; под ред. В. В. Виноградова и А. М. Никонова. – М. : Маршрут, 2003. – 486 с.

УДК 539.538

*С. С. ЩЕРБАКОВ, аспирант, Белорусский государственный университет, г. Минск;*

*Л. А. СОСНОВСКИЙ, доктор технических наук, Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

## ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ СИЛОВЫХ СИСТЕМ

Дана систематизация исследований в области трибофатики по оценке механического состояния силовых систем машин и оборудования. Обсуждаются три круга основных задач: напряженно-деформированное состояние; состояние поврежденности; предельное состояние. Дается краткий анализ всех трех задач применительно к типичным силовым системам, которые работают в характерных условиях нагружения. Показано, что механические состояния силовой системы исчерпывающим образом характеризуются и описываются этими тремя задачами. Выполнено численное решение поставленных задач применительно к системе типа «ролик / вал», которая по условиям нагруженности и характеру повреждения имитирует работу реальной системы «колесо / рельс». Приведены результаты экспериментальной проверки некоторых решений.

Развитие исследований в области трибофатики [1–4] привело к необходимости постановки и решения задач по оценке механического состояния силовых систем машин и оборудования [5]. Ниже дается некоторая систематизация и обобщение выполненных работ.

**Основные типы силовых систем и задачи их исследования.** При испытании или эксплуатации силовых систем возникает комплексное (износоусталостное) повреждение; оно обусловлено кинетическим взаимодействием явлений механической усталости, трения, изнашивания, коррозии и (или) эрозии [3]. Классификация основных видов таких повреждений дана (по ГОСТ 30638–99) на рисунке 1.

Ниже рассматриваются лишь системы «твердое тело / твердое тело», типичные схемы которых даны на рисунках 2 и 3.

На рисунке 2 представлена система типа «ролик / вал».

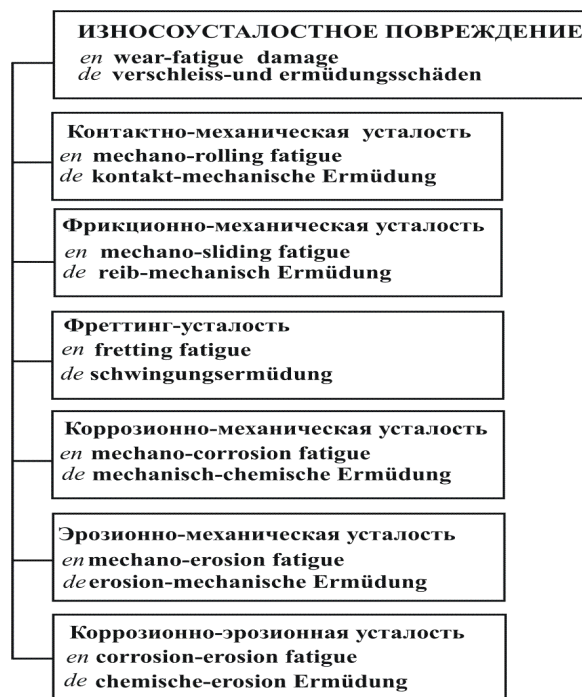


Рисунок 1 – Основные виды износоусталостного повреждения

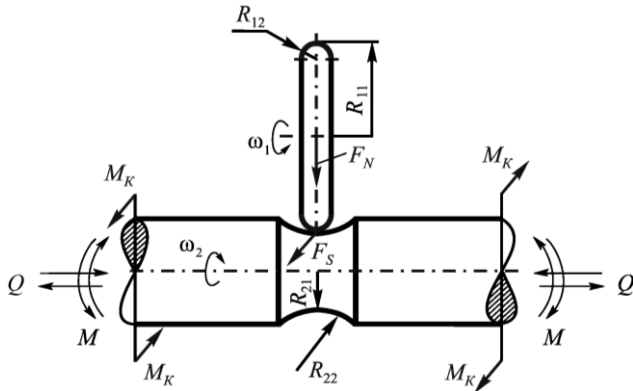


Рисунок 2 – Расчетная схема силовой системы при действии контактной ( $F_N$ ) и внеконтактных ( $M, M_K, Q$ ) нагрузок

Здесь контактная ( $F_N$ ) и внеконтактные ( $M, M_K, Q$ ) нагрузки приложены раздельно. Характерная особенность нагружения состоит в том, что поля напряжений, обусловленные контактной и внеконтактными нагрузками, одновременно совмещаются (или накладываются друг на друга) в единой области одного из элементов системы (вала); эта область, как правило, оказывается опасной: именно в ней реализуется износоусталостное повреждение, развитие которого ведет к достижению предельного состояния по соответствующему признаку (критерию) – разрушению (разделению на две части) и (или) критическому износу. В системах типа «ролик / кольцо» и «кольцо / кольцо» (см. рисунок 3, схемы В, С), в отличие от систем типа «ролик / вал» (см. рисунок 2), приложенная нагрузка ( $F_N$ ) является одновременно и контактной, и изгибающей.

Подвижный контакт			
Элемент 1: $R_{11} > 0$ $R_{12} > 0$			
Элемент 2: $R_{21} > 0$ $R_{22} > 0$			
Тип контакта	А	В	С

Рисунок 3 – Классификация контактных задач для тел вращения по двум признакам: характеру нагружения и условиям деформации

Характерная особенность нагружения состоит в том, что локальное и объемное поля напряжений возбуждаются одновременно и в единой области кольца; совмещенное поле напряжений и обуславливает как накопление износоусталостного повреждения, так и последующее его разрушение. Напряженное состояние другого элемента системы – ролика во всех схемах испытания (см. рисунки 2 и 3) остается чисто контактным. В работе [6] показано, что схемы нагружения на рисунках 2 и 3

в известной мере отражают основные условия работы системы «колесо / рельс».

Таким образом и возникает необходимость анализа (в рамках механики износоусталостного повреждения) трех основных задач:

1 *Исследование напряженно-деформированного состояния.* С одной стороны, можно интересоваться, как поле напряжений (деформаций), обусловленных объемным деформированием, возмущается в локальной области, в которой одновременно возбуждается поле контактных напряжений (деформаций). По существу, это ведет к постановке и решению особого класса задач в теории упругости [5, 7]. С другой стороны, можно интересоваться, как изменяется поле локальных напряжений (деформаций), когда на него накладывается поле напряжений (деформаций), обусловленных объемным деформированием. По существу, это новый класс задач в механике контактного взаимодействия [8–10].

2 *Исследование состояния поврежденности.* Как нетрудно видеть, оба класса указанных в п. 1 задач смыкаются, если исходить из традиционного представления о главной функции теории упругости: в деформируемом твердом теле установить распределение напряжений и найти наиболее нагруженную «точку» в нем. Однако применительно к условиям работы силовых систем решение такой задачи недостаточно в принципе [2, 11, 12]: требуется исследовать состояние поврежденности материала в опасной области обоих элементов, поскольку именно оно (состояние поврежденности) обуславливает, в конечном счете, предельное состояние системы. В этой связи задачам теории упругости следует придать дополнительную функцию: оценивать, на основе известного напряженного состояния, состояние поврежденности элементов силовой системы [5].

Поскольку критерии повреждаемости при контактом взаимодействии и при объемном деформировании существенно различны [13, 14], то задачи, указанные в п. 1, далеко не всегда «смыкаются», и тогда требуется их раздельное рассмотрение (и решение).

3 *Исследование предельного состояния.* Такое исследование представляется наиболее важным с практической точки зрения.

Предельное состояние силовой системы может быть достигнуто либо по критерию объемного разрушения, либо по критерию поверхностного (критической величины) повреждения, либо по некоторой их совокупности [3, 12]. Поэтому требуется рассмотрение двух эффектов. (а) Прямой эффект: влияние процессов трения и изнашивания на изменение характеристик сопротивления механической усталости. (б) Обратный эффект: влияние процессов механической усталости на изменение характеристик износостойкости. Оба эффекта установлены и анализируются в трибофатике [3, 5,

15]. Для исследования этих эффектов необходимо рассмотрение обеих задач, указанных в п. 1.

Ниже дается краткий анализ всех трех задач согласно пп. 1–3 применительно к типичным силовым системам, которые работают в характерных условиях нагружения.

**Напряженно-деформированное состояние.** В рамках механики контактного взаимодействия проведено большое количество исследований условий контакта и соответствующего напряженно-деформированного состояния различных объектов (см., например, [16–19]). Наиболее распространенный подход к решению контактных задач состоит в сведении взаимодействия двух тел определенной формы к распределению поверхностных усилий на некоторой области полупространства. Решение поставленной таким образом краевой задачи предполагает определение распределений деформаций и напряжений в области контакта. Одним из наиболее существенных условий, принимаемых при решении контактных задач, является быстрое затухание деформаций и напряжений при удалении от области контакта.

Кроме контактных задач, механика деформируемого твердого тела обладает хорошо развитыми методами изучения напряженно-деформированного состояния без учета локальных эффектов в областях приложения нагрузки (см., например, [20, 21]).

Для силовых систем, исследуемых в трибофатике, характерно наличие как контактного взаимодействия между их элементами, так и объемного деформирования, вызванного действием внеконтактных нагрузок (см. рисунки 2 и 3). Таким образом, при построении механо-математической модели для исследования напряженного состояния силовых систем в общем случае учитывается действие как распределенных нормальных  $p(x, y)$  и касательных  $q(x, y)$  контактных усилий, так и внеконтактных  $M_i, N_i, Q_i$  нагрузок (рисунок 4) [5, 22]. По имеющимся сведениям, подобные задачи в столь общей постановке в теории упругости (и в механике контактного взаимодействия) не ставились.

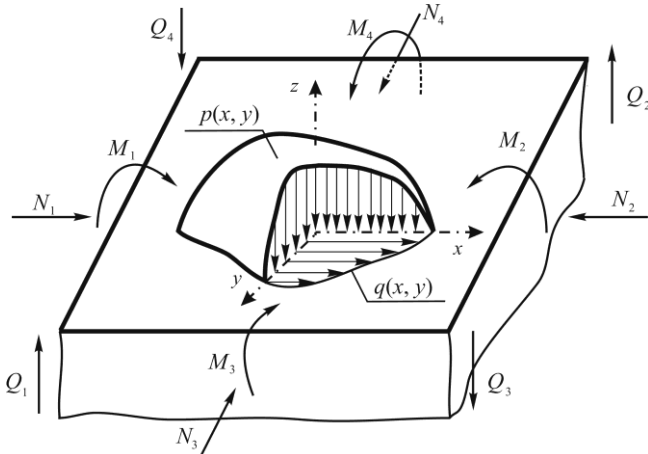


Рисунок 4 – Общая схема нагружения силовой системы

При исследовании частных случаев исходят из следующих основных положений:

1 По крайней мере одна из нагрузок, приложенных к силовой системе, вызывает в последней как локальные контактные деформации, так и объемное деформирование хотя бы одного из элементов системы.

2 Напряжения, обусловленные контактной и внеконтактной нагрузками, в силовой системе действуют одновременно и в единой области деформируемого твердого тела.

3 Форма и площадь контакта в силовой системе дополнительно определяются изменением кривизны поверхности того из элементов системы, который подвергается объемному деформированию.

Известны лишь отдельные работы, в которых рассматривались подобные частные задачи. Так, в [23, 24] были поставлены и решены двумерные задачи о действии на балку поперечной статической и динамической нагрузок. В случае статической нагрузки напряженное состояние в среднем поперечном сечении балки было получено путем суперпозиции решения задачи Буссинеска, напряжений, рассчитанных по элементарной балочной теории, и напряжений от дополнительных распределенных усилий, которые потребовалось ввести для компенсации контактных напряжений на границе балки. В динамической задаче найдена эффективная сила взаимодействия из условия равенства деформаций и перемещения вследствие удара.

В соответствии с рисунком 4 напряженное состояние в любой точке  $M(x, y, z)$  силовой системы определяется из общего соотношения [22]

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)}, \quad i, j = x, y, z, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}^{(n)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(b)}$  – напряжения, вызванные соответственно нормальной контактной, касательной контактной и неконтактной нагрузками.

При исследовании напряженного состояния в зоне контакта в точной постановке обычно ограничиваются нахождением компонент напряжений в точках оси  $z$  и в некоторых точках поверхности контакта [17, 24]. Определение всех компонент напряжения в любой точке полупространства в точной постановке затруднительно в силу большой сложности интегрируемых функций.

Напряжения  $\sigma_{ij}^{(n)}$  в формуле (1) можно представить в следующем виде:

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \begin{cases} \sigma_{ij}^{(hs)} & \text{при } z < 0, \\ \sigma_{ij}^{(surf)} & \text{при } z = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Расчет напряжений  $\sigma_{ij}^{(hs)}$  в любой точке  $M(x, y, z)$  при  $z < 0$  полупространства при действии на поверхность нормальных усилий  $p(x, y)$  проводится численными методами с использованием решения задачи Буссинеска  $\sigma_{ij}^{(B)}$  [17] о действии сосре-

доточенной нормальной силы на полупространство [25, 26]:

$$\sigma_{ij}^{(hs)}(x, y, z) = \iint_{S(\xi, \eta)} p(\xi, \eta) \sigma_{ij}^{(B)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta. \quad (3)$$

Расчет напряжений  $\sigma_{ij}^{(surf)}$  в любой точке  $M(x, y, 0)$  поверхности полупространства при действии нормально распределенных усилий  $p(x, y)$  проводится в соответствии со следующей общей формулой [25, 26]:

$$\sigma_{ij}^{(surf)}(x, y, 0) = \sigma_{ij}^{(S)}(x, y), \quad (4)$$

где  $\sigma_{ij}^{(S)}(x, y)$  – напряжения на поверхности полупространства, вызванные действием давления, распределенного по области  $S(x, y)$  [17].

Расчет напряженного состояния ( $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ ), вызванного действием силы трения, которая моделируется распределением касательных усилий  $q(x, y)$ , также выполняется численными методами с использованием решения задачи Черрути [17] для действия сосредоточенной касательной силы на полупространство  $\sigma_{ij}^{(C)}$  [25, 26]:

$$\sigma_{ij}^{(\tau)}(x, y, z) = \iint_{S(\xi, \eta)} q(\xi, \eta) \sigma_{ij}^{(C)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta. \quad (5)$$

Напряжения от внеконтактных нагрузок определяются по теории, подходящей для конкретной геометрии и граничных условий взаимодействующих тел [20, 27]:

$$\sigma_{ij}^{(b)} = \sigma_{ij}^{(M)} + \sigma_{ij}^{(N)} + \sigma_{ij}^{(Q)}, \quad (6)$$

где индексы  $M$ ,  $N$  и  $Q$  соответствуют внутренним моменту, продольному и поперечному усилиям.

Объединенное напряженное состояние, определяемое выражением (1), с учетом (3)–(6) описывается моделью Сосновского – Журавкова – Щербакова [5]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)} = [\sigma_{ij}^{(hs)} \underset{z}{\vee} \sigma_{ij}^{(surf)}] + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)} = \\ &= \left[ \iint_{S(\xi, \eta)} p(\xi, \eta) \sigma_{ij}^{(B)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta \underset{z}{\vee} \sigma_{ij}^{(S)}(x, y) \right] + \\ &\quad + \iint_{S(\xi, \eta)} q(\xi, \eta) \sigma_{ij}^{(C)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta + \\ &\quad + \sigma_{ij}^{(M)}(x, y, z) + \sigma_{ij}^{(N)}(x, y, z) + \sigma_{ij}^{(Q)}(x, y, z). \end{aligned} \quad (7)$$

Поскольку модель (7) строится как суперпозиция компонент ( $\sigma_{ij}^{(n)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(b)}$ ) напряжения, то имеется возможность анализа как общего, так и любого из частных случаев. На рисунках 5 и 6 дан анализ решения контактной задачи. Здесь, по видимому, впервые представлена полная систематизация типичных распределений всех компонент тензора напряжений.

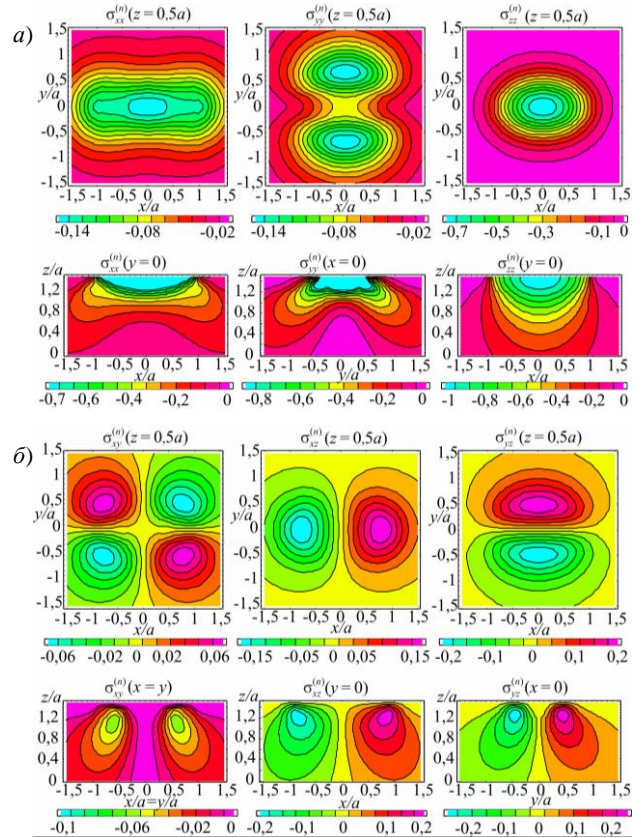


Рисунок 5 – Распределение напряжений  $\sigma_{ij}^{(n)} / p_0$ , вызванных действием нормальной контактной нагрузки  $p(x, y)$  при  $b/a = 0,5$ :  
а – нормальное напряжение; б – касательное напряжение

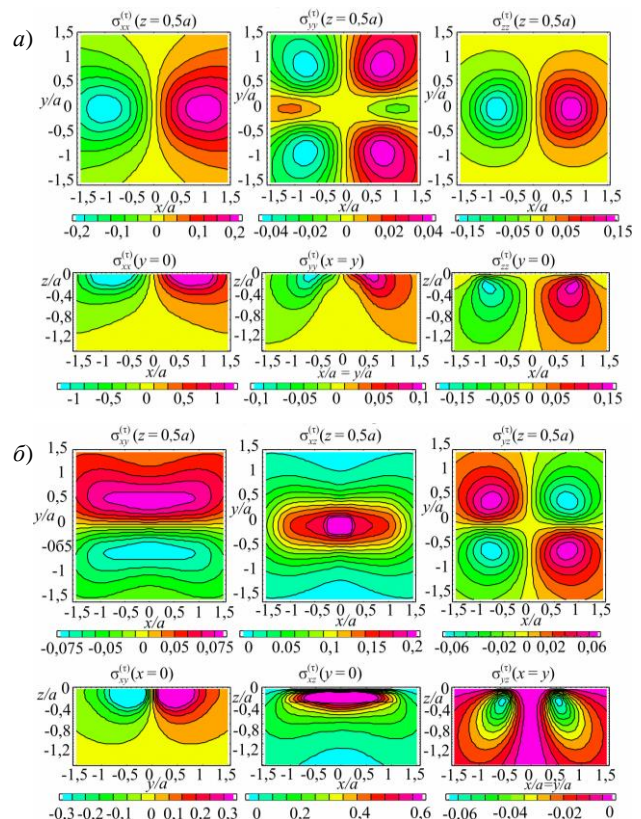


Рисунок 6 – Распределение напряжений  $\sigma_{ij}^{(\tau)} / q_0$ , вызванных действием касательной контактной нагрузки  $q(x, y)$  при  $b/a = 0,5$ :  
а – нормальное напряжение; б – касательное напряжение

При анализе силовых систем рассматриваются, в соответствии с задачами, указанными в п. 1, две ситуации. Типичные примеры изменения поля локальных напряжений (деформаций), когда на него накладывается поле напряжений (деформаций), обусловленных объемным деформированием, представлены на рисунках 7–10.

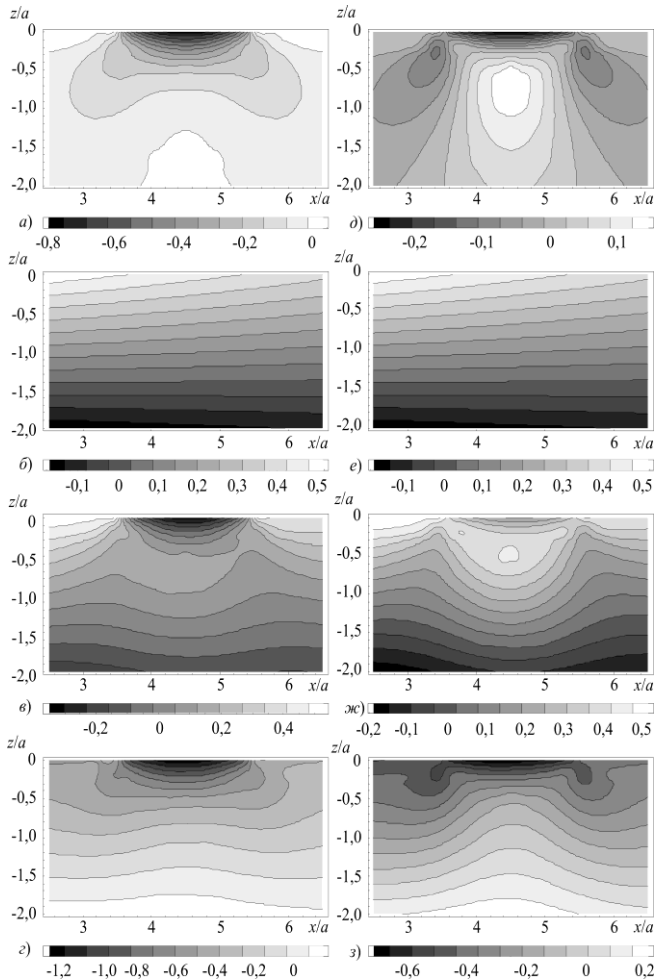


Рисунок 7 – Распределения напряжений  $\sigma_{xx}^{(n)}$  (а),  $\sigma_{xx}^{(b)}$  (б),  $\sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (в),  $\sigma_{xx}^{(n)} - \sigma_{xx}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) (г), отнесенных к  $p_0$ , и деформаций  $\epsilon_{xx}^{(n)}$  (д),  $\epsilon_{xx}^{(b)}$  (е),  $\epsilon_{xx}^{(n)} + \epsilon_{xx}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (ж),  $\epsilon_{xx}^{(n)} - \epsilon_{xx}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) (з), отнесенных к  $p_0/E$  ( $E$  – модуль упругости), в окрестности контакта в плоскости  $y = 0$  при  $a/b = 0,5$

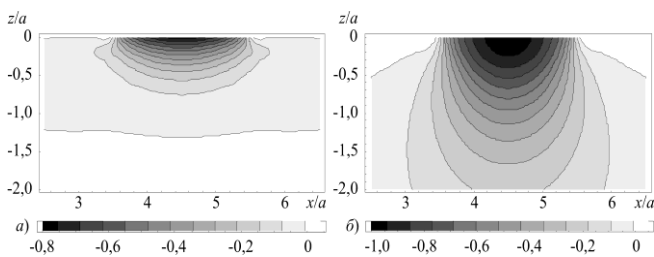


Рисунок 8 – Распределение напряжений  $\sigma_{yy}^{(n)}$  (а),  $\sigma_{zz}^{(n)}$  (б), отнесенных к  $p_0$ , в окрестности контакта в плоскости  $y = 0$  при  $a/b = 0,5$

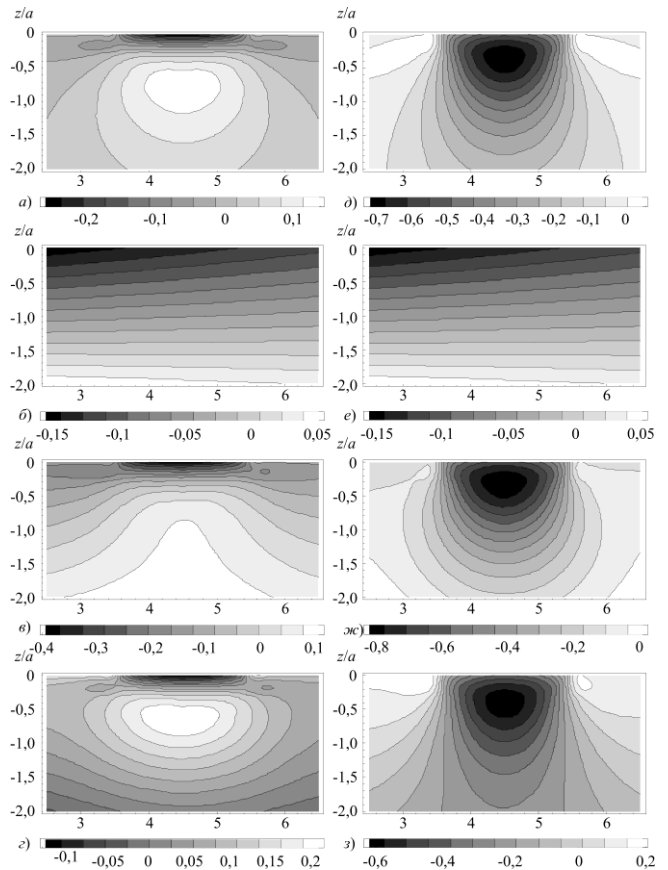


Рисунок 9 – Распределение деформаций  $\epsilon_{yy}^{(n)}$  (а),  $\epsilon_{yy}^{(b)}$  (б),  $\epsilon_{yy}^{(n)} + \epsilon_{yy}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (в),  $\epsilon_{yy}^{(n)} - \epsilon_{yy}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) (г) и  $\epsilon_{zz}^{(n)}$  (д),  $\epsilon_{zz}^{(b)}$  (е),  $\epsilon_{zz}^{(n)} + \epsilon_{zz}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (ж),  $\epsilon_{zz}^{(n)} - \epsilon_{zz}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) отнесенных к  $p_0/E$ , в окрестности контакта в плоскости  $y = 0$  при  $a/b = 0,5$

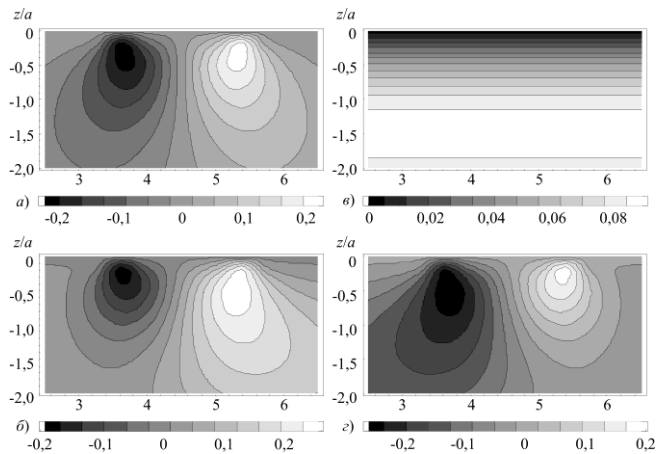


Рисунок 10 – Распределение напряжений (отнесенных к  $p_0$ ) и деформаций (отнесенных к  $p_0/2G$ )  $\sigma_{xz}^{(n)}$ ,  $\sigma_{xz}^{(b)}$  (а),  $\sigma_{xz}^{(n)} + \sigma_{xz}^{(b)}$ ,  $\epsilon_{xz}^{(n)} + \epsilon_{xz}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (б)  $\sigma_{xz}^{(n)} - \sigma_{xz}^{(b)}$ ,  $\epsilon_{xz}^{(n)} - \epsilon_{xz}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) (г) в окрестности контакта в плоскости  $y = 0$  при  $a/b = 0,5$

Характерные картины возмущения поля напряжений (деформаций), обусловленных объемным нагружением, в локальной области, в которой возбуждается поле контактных напряжений (деформации), показаны на рисунках 11–13.

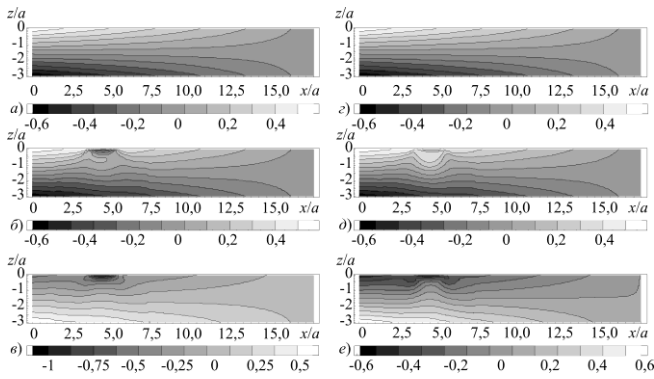


Рисунок 11 – Распределение напряжений  $\sigma_{xx}^{(b)}$  (a),  $\sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (б),  $\sigma_{xx}^{(n)} - \sigma_{xx}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) (в), отнесенных к  $p_0$ , и деформаций  $\varepsilon_{xx}^{(b)}$  (з),  $\varepsilon_{xx}^{(n)} + \varepsilon_{xx}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (д),  $\varepsilon_{xx}^{(n)} - \varepsilon_{xx}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) (е), отнесенных к  $p_0/E$  ( $E$  – модуль упругости), в плоскости  $y = 0$  при  $a/b = 0,5$

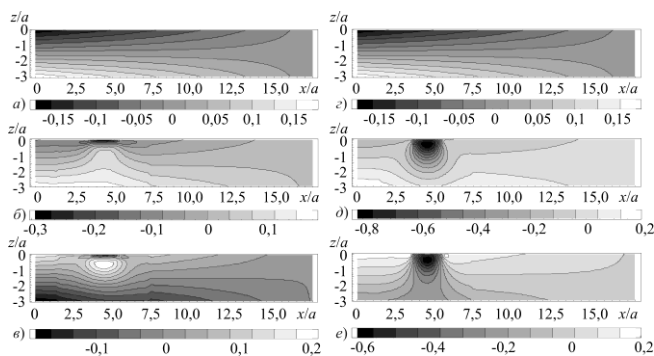


Рисунок 12 – Распределение деформаций  $\varepsilon_{yy}^{(b)}$  (a),  $\varepsilon_{yy}^{(n)} + \varepsilon_{yy}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (б),  $\varepsilon_{yy}^{(n)} - \varepsilon_{yy}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) (в) и  $\varepsilon_{zz}^{(z)}$  (з),  $\varepsilon_{zz}^{(n)} + \varepsilon_{zz}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (д),  $\varepsilon_{zz}^{(n)} - \varepsilon_{zz}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) (е), отнесенных к  $p_0/E$ , в плоскости  $y = 0$  при  $a/b = 0,5$

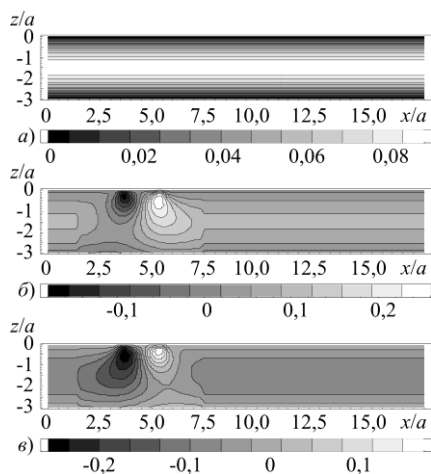


Рисунок 13 – Распределение напряжений (отнесенных к  $p_0$ ) и деформаций (отнесенных к  $p_0/2G$ )  $\sigma_{xz}^{(b)}$ ,  $\varepsilon_{xz}^{(b)}$  (a),  $\sigma_{xz}^{(n)} + \sigma_{xz}^{(b)}$ ,  $\varepsilon_{xz}^{(n)} + \varepsilon_{xz}^{(b)}$  ( $Q > 0$ ) (б),  $\sigma_{xz}^{(n)} - \sigma_{xz}^{(b)}$ ,  $\varepsilon_{xz}^{(n)} - \varepsilon_{xz}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) (в) в плоскости  $y = 0$  при  $a/b = 0,5$

Не давая здесь подробного сравнительного анализа приведенных данных, обратим внимание лишь на тот факт, что в соответствии с обобщен-

ным законом Гука зоны с максимальными напряжениями могут не совпадать с зонами максимальных деформаций. Вопрос о том, в каких из этих зон возникают первичные повреждения, кинетическое развитие которых приводит к образованию начальных (рассеянных) микротрещин, обычно в механике деформируемого твердого тела не ставится и не исследуется.

**Состояние поврежденности.** Модели поврежденности материала, предложенные Л. М. Качановым [28] и Ю. Н. Работновым [29], получили широкое развитие. Но все их многообразие имеет одну общую особенность: речь идет о мерах поврежденности либо в точке, либо в сечении деформируемого твердого тела [30]. Между тем является общепризнанным представление о том, что сопротивление разрушению тел различных объемов определяется ограниченной областью конечных размеров с критическим уровнем напряжений [31–36]. Затруднения состоят в обосновании критерия ограничения этой области. Указанная область обычно трактуется как объем, в котором действующее напряжение превышает нижнюю границу прочности дефектного элемента структуры тела [31, 32]. Поскольку эта нижняя граница не определена, то условно ее принимают равной нулю, и тогда искомая область оказывается просто рабочим объемом тела.

Оценка поврежденности силовой системы в общем случае основывается на статистической модели деформируемого твердого тела с опасным объемом [36, 37].

Согласно этой модели при объемном деформировании опасным называется объем  $V_P$ , в котором с некоторой вероятностью  $P$  возможно появление циклических напряжений  $\sigma$ , превышающих нижнюю границу  $\sigma_{-1 \text{ lim}}$  рассеяния пределов выносливости  $\sigma_{-1}$ . Соответственно при контактном деформировании опасным называется объем, в котором с некоторой вероятностью  $P$  возможно появление нормальных контактных напряжений, превышающих нижнюю границу  $p_f \text{ min}$  рассеяния пределов выносливости  $p_f = p_0 \text{ lim}$ , где  $p_0 \text{ lim} = \sigma_{zz}^{(\text{max})}$  – давление в центре контакта при предельной контактной нагрузке. Аналогичным образом определяется нижняя граница рассеяния пределов выносливости для касательных напряжений.

Применительно к силовым системам процедура расчета опасных объемов предполагает, во-первых, знание трехмерного напряженного состояния элементов, вызванного как локальным, так и объемным нагружением, и, во-вторых, определение критических (предельных) напряжений, которые служат критерием для ограничения соответствующих опасных областей.

При действии на силовую систему предельной нагрузки  $F_{*lim}$  для однородного изотропного деформируемого твердого тела определяют предельные нормальные и касательные напряжения  $\sigma_n^{(*lim)}$  и  $\sigma_\tau^{(*lim)}$ , а также предельное главное напряжение  $\sigma_1^{(*lim)}$  и предельную интенсивность напряжений  $\sigma_{int}^{(*lim)}$  [5]:

$$\begin{aligned}\sigma_n^{(*lim)} &= \max_{dV,i} \left( \left| \sigma_{ii}(F_{*lim}, dV) \right| \right), \quad i = x, y, z, \\ \sigma_\tau^{(*lim)} &= \max_{dV,i,j} \left( \left| \sigma_{ij}(F_{*lim}, dV) \right| \right), \quad i, j = x, y, z, \quad i \neq j, \quad (8) \\ \sigma_1^{(*lim)} &= \max_{dV} \left( \left| \sigma_1(F_{*lim}, dV) \right| \right), \\ \sigma_{int}^{(*lim)} &= \max_{dV} \left( \sigma_{int}(F_{*lim}, dV) \right),\end{aligned}$$

где  $dV$  – элементарный объем нагруженного тела.

Тогда критериальные условия для ограничения опасных объемов будут иметь вид [5]

$$V_{ij} = \left\{ dV / \sigma_{ij} \geq \sigma_k^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\},$$

$$i, j = x, y, z, \quad k = \begin{cases} n & \text{при } i = j, \\ \tau & \text{при } i \neq j, \end{cases} \quad (9)$$

$$V_i = \left\{ dV / \sigma_i \geq \sigma_1^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

$$V_{int} = \left\{ dV / \sigma_{int} \geq \sigma_{int}^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\}, \quad (11)$$

где  $V_k$  – рабочий объем деформируемого твердого тела.

Следовательно, если рассмотреть тензор напряжений  $\sigma_{ij}$  в каждом элементарном объеме  $dV$  тела, то в общем случае для описания изменения величины действующих напряжений по сравнению с величиной предельных можно ввести два типа тензора относительных напряжений [5] – компонентный и главный:

$$\begin{aligned}g_{ij} &= \left| \sigma_{ij} / \sigma_k^{(*lim)} \right|, \\ g_i &= \left| \sigma_i / \sigma_1^{(*lim)} \right|,\end{aligned} \quad (12)$$

а также относительную интенсивность напряжений

$$g_{int} = \sigma_{int} / \sigma_{int}^{(*lim)},$$

где  $g_{ij}$ ,  $g_i$ ,  $g_{int}$  имеют вероятностную природу, поскольку в условии прочности как действующие напряжения  $\sigma_{ij}$ ,  $\sigma_i$ ,  $\sigma_{int}$ , так и пределы выносливости  $\sigma_k^{(*lim)}$ ,  $\sigma_i^{(*lim)}$ ,  $\sigma_{int}^{(*lim)}$  являются случайными величинами с соответствующими плотностями распределения.

Можно также рассматривать шаровую  $g^S$  и девиаторную  $g_{ij}^D$  части тензора  $g_{ij}$  [5]:

$$g^S = \begin{pmatrix} g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & g \end{pmatrix},$$

$$(g_{ij}^D) = (g_{ij}) - g^S = \begin{pmatrix} g_{11} - g & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} - g & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} - g \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\text{где } g = \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})}{3\sigma_k^{(*lim)}} = \frac{1}{3}(g_{11} + g_{22} + g_{33}).$$

Тогда вероятность локального повреждения в точке, вызванного действием  $\sigma_{ij}$ ,

$$P(g_{ij}(dV) \leq 1) = \int_{-\infty}^1 \varphi[g_{ij}(dV)] dg_{ij}(dV). \quad (14)$$

При  $0 \leq g_{ij} < 1$  вероятность появления повреждения в элементарном объеме  $dV$  будет  $P(g_{ij}(dV) \leq 1)$ . При  $1 \leq g_{ij} < \infty$  степень повреждения тела в  $dV$  определяется величиной  $g_{ij}(dV)$ .

Аналогичным образом проводятся рассуждения для  $g_i$  и  $g_{int}$ .

Динамические опасные объемы рассчитываются по следующей общей формуле [5]:

$$V^d = \int_l S(l) dl. \quad (15)$$

где  $S$  – проекции соответствующих опасных объемов на плоскости, ортогональные траектории их движения ( $l$ ).

Для описания характера и уровня повреждений в области контакта вводится представление о типах характерных опасных объемов, определения, обозначения и формулы для расчета которых даны в таблицах 1 и 2 [5]; это – меры Щербакова – Сосновского.

Поскольку опасные объемы могут иметь произвольную и сложную формы, то их аналитическое определение, согласно формулам таблицы 1, может быть затруднено; в таких случаях их вычисляют методом Монте-Карло.

Таким образом, абсолютное значение опасного объема есть пространственная мера поврежденности материала данного элемента системы; она имеет вероятностный характер.

Таблица 1 – Классификация статических опасных объемов

Тип опасного объема	Определение	Расчетная формула
Статический	Компонентный $V_{ij} = \{dV / g_{ij} \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение соответствующей компоненты тензора напряжений не меньше предельного	$V_{ij} = \iiint_{g_{ij}(V) \geq 1} dV$
	Главный $V_i = \{dV / g_i \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение соответствующего главного напряжения не меньше предельного	$V_i = \iiint_{g_i(V) \geq 1} dV$
	Октаэдрический $V_{int} = \{dV / g_{int} \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение интенсивности напряжения не меньше предельного	$V_{int} = \iiint_{g_{int}(V) \geq 1} dV$
	Шаровой $V_s = \{dV / g \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение компоненты шаровой части тензора напряжений не меньше предельного	$V_s = \iiint_{g(V) \geq 1} dV$
	Девиаторный $V_D = \{dV / \max_{i,j} g_{ij}^D \geq 1, dV \subset V_k\}$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение хотя бы одной компоненты девиаторной части тензора напряжений не меньше предельного	$V_D = \iiint_{\max_{i,j} g_{ij}^D(V) \geq 1} dV$
	Совмещенный $V_C = \bigcap_{i=p, j=m}^{q,n} V_{ij}, i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_C = \bigcap_{i=p}^q V_i, i, p, q = 1, 2, 3$ Пересечение двух или более опасных объемов	$V_C = \iiint_{\bigwedge_{i=p, j=m}^{q,n} [g_{ij}(V)] \geq 1} dV$ $V_C = \iiint_{\bigwedge_{i=p}^q [g_i(V)] \geq 1} dV$
	Тензорный $V_T = \bigcap_{i=p, j=m}^{q,n} V_{ij}, i, j, p, q, m, n = x, y, z,$ $V_T = \bigcap_{i=p}^q V_i, i, p, q = 1, 2, 3$ Объединение двух или более опасных объемов	$V_T = \iiint_{\bigvee_{i=p, j=m}^{q,n} [g_{ij}(V)] \geq 1} dV$ $V_T = \iiint_{\bigvee_{i=p}^q [g_i(V)] \geq 1} dV$

Таблица 2 – Классификация динамических опасных объемов

Тип опасного объема	Определение	Расчетная формула
Динамический	Компонентный $V_{ij}^d = \bigcup_l V_{ij}(t_l)$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение соответствующей компоненты тензора напряжений не меньше предельного хотя бы единожды (в момент времени $t_l$ ) за цикл нагружения	$V_{ij}^d = \int_l S_{ij}(l) dl$
	Главный $V_i^d = \bigcup_l V_i(t_l)$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение соответствующего главного напряжения превышает предельное хотя бы единожды (в момент времени $t_l$ ) за цикл нагружения	$V_i^d = \int_l S_i(l) dl$
	Октаэдрический $V_{int}^d = \bigcup_l V_{int}(t_l)$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение интенсивности напряжений не меньше предельного хотя бы единожды (в момент времени $t_l$ ) за цикл нагружения	$V_{int}^d = \int_l S_{int}(l) dl$
	Шаровой $V_s^d = \bigcup_l V_s(t_l)$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение компоненты шаровой части тензора напряжений не меньше предельного хотя бы единожды (в момент времени $t_l$ ) за цикл нагружения	$V_s^d = \int_l S_s(l) dl$
	Девиаторный $V_D^d = \bigcup_l V_D(t_l)$ Область нагруженного тела, в каждой точке которой значение хотя бы одной компоненты девиаторной части тензора напряжений не меньше предельного хотя бы единожды (в момент времени $t_l$ ) за цикл нагружения	$V_D^d = \int_l S_D(l) dl$
	Совмещенный $V_C^d = \bigcap_{i=p, j=m}^{q,n} V_{ij}^d, i, j, p, q, m, n = x, y, z, V_C^d = \bigcap_{i=p}^q V_i^d, i, p, q = 1, 2, 3$ Пересечение двух или более динамических опасных объемов	$V_C^d = \int_l S_C(l) dl$
	Тензорный $V_T^d = \bigcup_{i=p, j=m}^{q,n} V_{ij}^d, i, j, p, q, m, n = x, y, z, V_T^d = \bigcup_{i=p}^q V_i^d, i, p, q = 1, 2, 3$ Объединение двух или более динамических опасных объемов	$V_T^d = \int_l S_T(l) dl$



Если  $V_k$  – рабочий объем деформируемого элемента силовой системы, то можно ввести соответствующие относительные (безразмерные) меры поврежденности  $\omega$  (таблица 3), численные значения которых заключены в интервале (0; 1).

Таблица 3 – Классификация меры относительной поврежденности

Тип меры поврежденности	Определение
Компонентная	$\omega_{ij} = V_{ij} / V_k$
Главная	$\omega_i = V_i / V_k$
Октаэдрическая	$\omega_{int} = V_{int} / V_k$
Шаровая	$\omega_s = V_s / V_k$
Девиаторная	$\omega_D = V_D / V_k$
Совмещенная	$\omega_s = V_C / V_k$
Тензорная	$\omega_T = V_T / V_k$
Динамическая компонентная	$\omega_{ij}^d = V_{ij}^d / V_k$
Динамическая главная	$\omega_i^d = V_i^d / V_k$
Динамическая октаэдрическая	$\omega_{int}^d = V_{int}^d / V_k$
Динамическая шаровая	$\omega_s^d = V_s^d / V_k$
Динамическая девиаторная	$\omega_D^d = V_D^d / V_k$
Динамическая совмещенная	$\omega_C^d = V_C^d / V_k$
Динамическая тензорная	$\omega_T^d = V_T^d / V_k$

Следовательно, можно записать обобщенное условие безотказной работы системы, например, в виде

$$V_{ij} = 0 \text{ или } \omega_{ij} = 0 \quad (16)$$

и условие достижения ею предельного состояния

$$\omega_{ij} = 1. \quad (17)$$

Условия поврежденности с вероятностью  $P$  будут

$$0 < \omega_{ij}^{(P)} < 1. \quad (18)$$

Для случая контактной задачи на рисунке 14 представлена, по-видимому, первая систематизация типичных конфигураций компонентных опасных объемов.

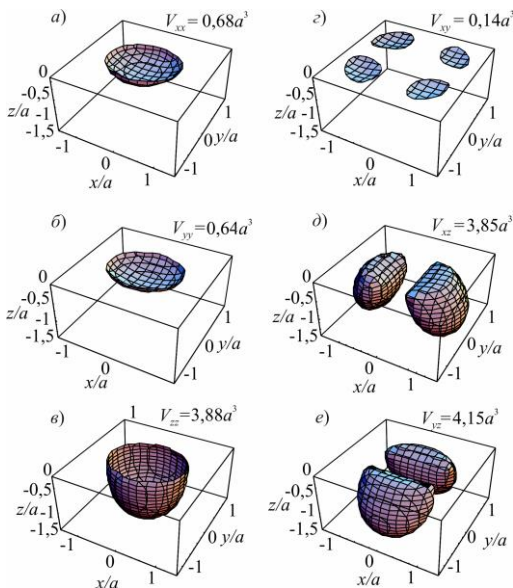


Рисунок 14 – Компонентные опасные объемы  $V_{ij}$

На рисунках 15–17 показаны как общий вид тензорного опасного объема, так и его характерные плоские сечения.

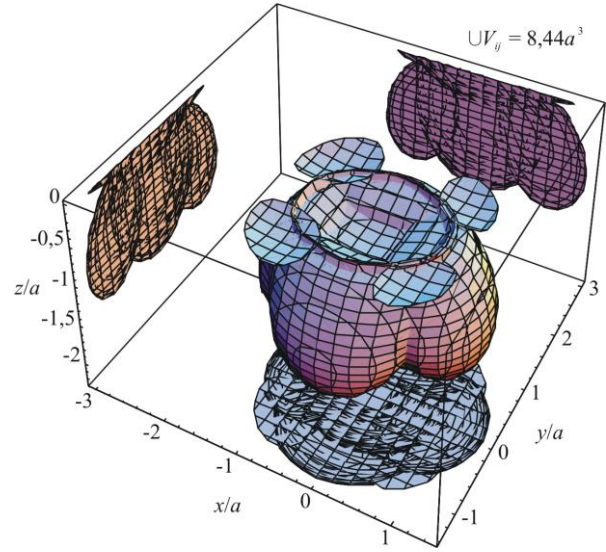


Рисунок 15 – Тензорный опасный объем  $\cup V_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) при  $b/a = 0,813$

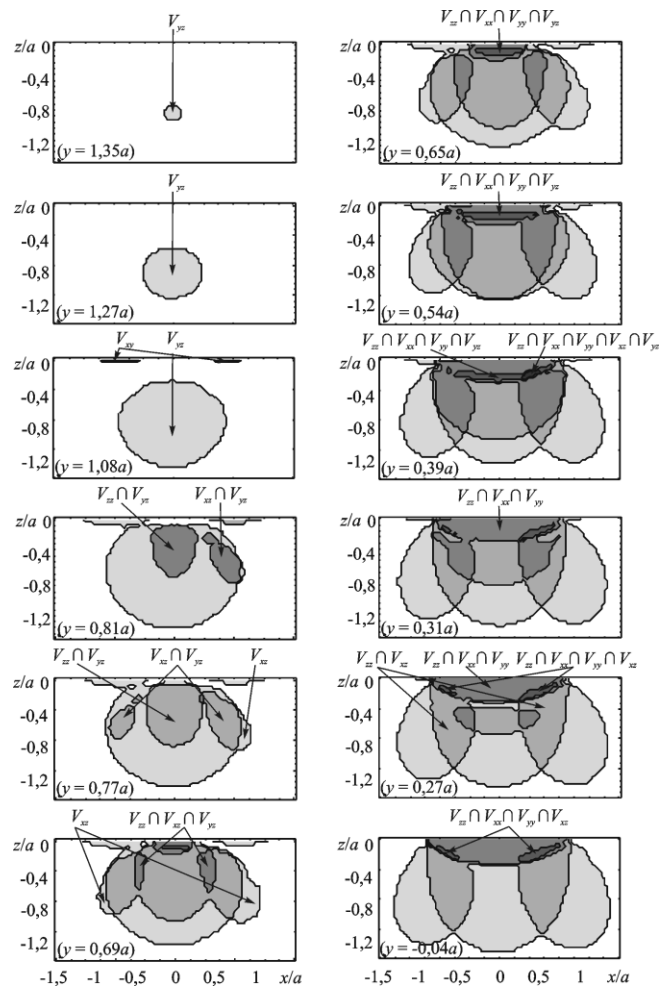


Рисунок 16 – Сечение тензорного опасного объема  $\cup V_{ij}$  вдоль оси  $y$

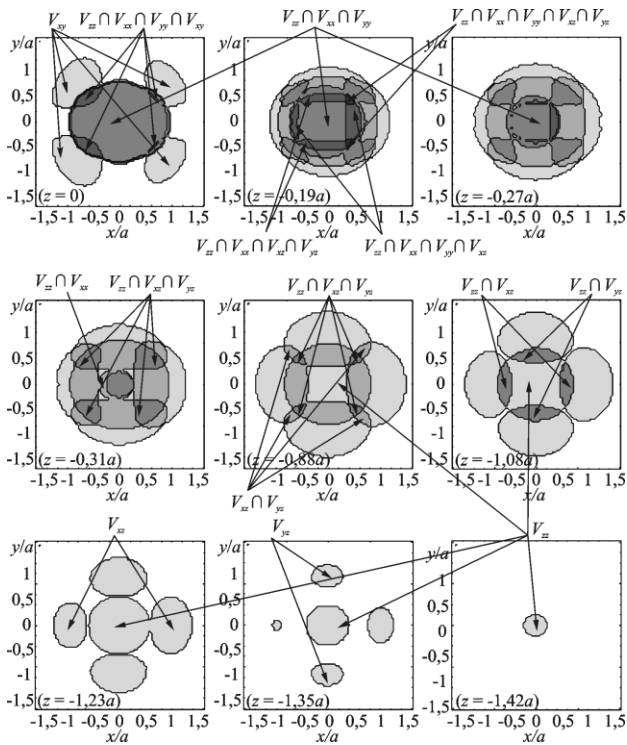


Рисунок 17 – Сечения тензорного опасного объема  $\cup V_{ij}$  вдоль оси  $z$

На рисунках 18 и 19 сопоставлены опасные объемы в соответствующих парах трения и силовых системах.

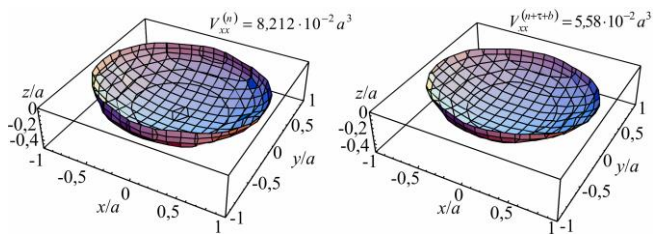


Рисунок 18 – Опасные объемы  $V_{xx}^{(n)}$ ,  $V_{xx}^{(n+\tau+b)}$  при  $p_0 = 6,797 \cdot 10^9$  Па,  $Q_b = 200$  Н,  $\sigma_{-lim}^{(c,n)} = 0,259p_0$ ,  $a = 4,156 \cdot 10^{-4}$  м,  $b/a = 0,813$

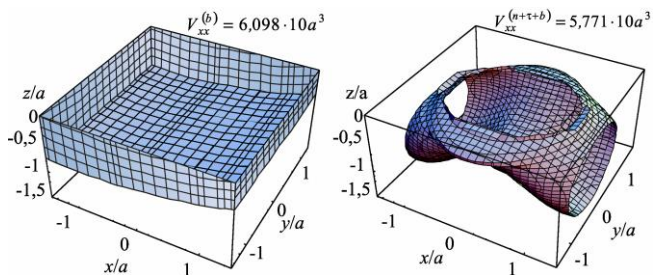


Рисунок 19 – Опасные объемы  $V_{xx}^{(b)}$ ,  $V_{xx}^{(n+\tau+b)}$  при  $p_0 = 6,797 \cdot 10^9$  Па,  $Q_b = 80$  Н,  $\sigma_{-lim}^{(b,n)} = 0,024p_0$ ,  $a = 4,156 \cdot 10^{-4}$  м,  $b/a = 0,813$

Особый интерес представляют зоны пересечения (совмещения) опасных объемов, обусловленных соответствующими компонентами напряжения (см. рисунки 16 и 17). Именно в этих зонах состояние поврежденности является наиболее опас-

ным; зарождение первичных трещин ожидается там, где обнаруживаются неблагоприятные условия пересечения (совмещения) компонентных опасных объемов. Если опасные объемы оказываются дискретными и рассеянными по пространственной области деформируемых элементов, то и первичное разрушение прогнозируется как локальное и множественное. Важность анализа опасных объемов состоит именно в возможности подобного прогноза.

Количественный анализ опасности разрушения в разных зонах тензорного опасного объема проводится на базе развиваемой теории взаимодействия необратимых повреждений [5, 7, 38]. Она построена на следующем принципе. Если, например,  $\omega_\sigma$  – мера поврежденности, обусловленная внеконтактной циклической нагрузкой ( $\sigma$ ), а  $\omega_p$  – мера поврежденности, обусловленная контактной нагрузкой ( $p$ ), то, в случае пересечения соответствующих опасных объемов, принимается, что комплексное износоусталостное повреждение  $\omega_\Sigma$  может быть оценено в соответствии с принципом Сосновского (диалектического взаимодействия необратимых повреждений, обусловленных нагрузками разной природы) [5, 7]

$$f_\Sigma(\omega_\sigma \dot{\omega}_p) = (\omega_\sigma + \omega_p) \Lambda_{\sigma/p} = \omega_\Sigma, \quad \Lambda_{\sigma/p} \geq 1, \quad (19)$$

Здесь  $\Lambda_{\sigma/p}$  – параметр (или функция) необратимого взаимодействия повреждений, который принимает «контрастные» значения в различных условиях деформирования. Если  $\Lambda_{\sigma/p} > 1$ , реализуются процессы взаимодействия, для которых характерно самопроизвольное разупрочнение. Если же  $\Lambda_{\sigma/p} < 1$ , то, напротив, реализуются процессы взаимодействия, для которых характерно самопроизвольное упрочнение [5, 39].

Конкретизация (19) дана в работах [2, 3, 5, 39]; там же можно найти и изложение теории  $\Lambda$ -взаимодействий необратимых повреждений.

**Предельное состояние.** К настоящему времени разработано более 30 теорий предельных (напряженных) состояний деформируемого твердого тела, называемых также теориями прочности [40–42].

Было установлено [43], что подавляющее большинство известных теорий прочности укладываются в рамки гипотезы Надаи

$$F(\tau_{окт}, \sigma_{окт}, m_j) = 0, \quad (20)$$

где октаэдрические касательное и нормальное напряжения

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2},$$

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3);$$

частная форма (20) имеет вид

$$f(\tau, \sigma, m_j) = 0. \quad (21)$$

В работах [2, 3, 12] поставлена и решена более общая задача разработки теории предельных состояний не деформируемого твердого тела, а силовой системы, которая находится в коррозионной среде под воздействием контактной, повторно-переменной (внеконтактной) и тепловой нагрузок. Для решения такой сложной задачи принят наиболее общий – энергетический подход. Научные представления, которые положены в основу энергетической теории предельных состояний силовых систем, базируются на экспериментальных результатах [5]. Они таковы.

(1) Зарождение и развитие комплексного повреждения определяется, главным образом, четырьмя явлениями: механической усталостью, трением и изнашиванием, тепловыми и электрохимическими (коррозионными) процессами.

(2) Все указанные явления и процессы в силовой системе развиваются одновременно и в единой зоне, поэтому предельное ее состояние в общем случае обусловлено не одним каким-либо из этих явлений, а их совместным (совокупным) действием. В частных случаях перечисленные выше явления могут осуществляться как отдельные, и они способны привести к соответствующему предельному состоянию по частным (отдельным) критериям (например, по критерию сопротивления усталости элемента конструкции, по критерию износостойкости пары трения и т. д.).

(3) Предельное состояние определяется не всей подводимой к силовой системе энергией  $U$ , а лишь ее эффективной (опасной) частью  $U_{\Sigma}^{eff} \ll U$ , которая затрачивается на повреждение.

(4) Критерием предельного состояния служит условие достижения эффективной энергией  $U_{\Sigma}^{eff}$  критической величины  $U_0$  в некоторой области ограниченных размеров элемента силовой системы – в его опасном объеме.

(5) Энергия  $U_0$  считается фундаментальной для данного вещества константой; она не должна зависеть от условий испытания, видов подводимой энергии, механизмов повреждения.

(6) Эффективная энергия  $U_{\Sigma}^{eff}$  в общем случае может быть представлена функцией трех составляющих: тепловой  $U_T^{eff}$ , силовой  $U_{\sigma}^{eff}$  и фрикционной  $U_{\tau}^{eff}$  энергий

$$U_{\Sigma}^{eff} = F_{\Lambda} (U_T^{eff}, U_{\sigma}^{eff}, U_{\tau}^{eff}), \quad (22)$$

где  $F_{\Lambda}$  учитывает кинетическое взаимодействие частных повреждающих явлений.

(7) Процессы электрохимического (коррозионного) повреждения могут быть учтены как термическая коррозия ( $D_{T(ch)}$ ), коррозия под напряжением ( $D_{\sigma(ch)}$ ) и коррозия трения ( $D_{\tau(ch)}$ ), так что функция (22) принимает вид

$$U_{\Sigma}^{eff} = F_{\Lambda} (U_{T(ch)}^{eff}, U_{\sigma(ch)}^{eff}, U_{\tau(ch)}^{eff}). \quad (23)$$

(8) В общем случае предельное состояние силовой системы достигается не в результате простого роста эффективных энергий и, следовательно, накопления необратимых повреждений, обусловленных различными воздействиями (нагрузками), а в результате их диалектического взаимодействия, направленность которого характеризуется развитием явлений самопроизвольного упрочнения-разупрочнения материала в данных условиях эксплуатации или испытаний.

Таким образом, гипотеза Сосновского – Махутова – Богдановича о предельном состоянии силовой системы имеет вид [5]

$$\Phi(U_{\sigma(ch)}^{eff}, U_{\tau(ch)}^{eff}, U_{T(ch)}^{eff}, \Lambda_{i \setminus j}, m_k, U_0) = 0, \quad (24)$$

где  $m_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , – некоторые характеристики свойств контактирующих материалов,  $\Lambda$  – параметры (функции) взаимодействия необратимых повреждений.

Конкретизация (24) в наиболее простой постановке дана в работах [2, 3]. Во-первых, считается, что напряженное состояние, обусловленное повторно-переменной нагрузкой, является одноосным и характеризуется наибольшим нормальным напряжением  $\sigma$ . Во-вторых, принимается, что контактное взаимодействие элементов системы описывается фрикционным напряжением  $\tau_w$ . Пусть далее  $T$  – температура среды. Тогда, учитывая, что силовая ( $U_{\sigma}^{eff}$ ), фрикционная ( $U_{\tau}^{eff}$ ) и тепловая ( $U_T^{eff}$ ) составляющие эффективной энергии  $U_{\Sigma}^{eff}$  пропорциональны соответствующим параметрам:

$$U_T^{eff} = a_T T; \quad U_{\sigma}^{eff} = a_{\sigma} \sigma^2; \quad U_{\tau}^{eff} = a_{\tau} \tau_w^2, \quad (25)$$

где коэффициенты  $a \ll 1$  выделяют из полных тепловой и механической энергий их эффективные части, критерий (24) можно записать в виде [2, 3]

$$\Lambda_{M/T} \left[ \frac{a_T}{1 - D_{T(ch)}} T_{\Sigma} + \Lambda_{\tau\sigma} \left( \frac{a_{\sigma}}{1 - D_{\sigma(ch)}} \sigma^2 + \frac{a_{\tau}}{1 - D_{\tau(ch)}} \tau_w^2 \right) \right] = U_0, \quad (26)$$

где  $\Lambda_{\tau\sigma} \geq 1$  учитывает взаимодействие эффективных частей механической энергии, обусловленных нормальными  $\sigma$  и фрикционными  $\tau_w$  напряжениями, а  $\Lambda_{M/T}$  – взаимодействие тепловой и механических составляющих эффективной энергии.

Введем относительные меры  $\omega$  термодинамического (индекс  $T$ ), силового (индекс  $\sigma$ ) и фрикционного (индекс  $\tau$ ) повреждений с учетом влияния коррозии (индекс  $ch$ ):

$$0 \leq \omega_{T(ch)} = \frac{a_T T_\Sigma}{U_0(1-D_T)} \leq 1; 0 \leq \omega_{\sigma(ch)} = \frac{a_\sigma \sigma^2}{U_0(1-D_\sigma)} \leq 1; \quad (27)$$

$$0 \leq \omega_{\tau(ch)} = \frac{a_\tau \tau_w^2}{U_0(1-D_\tau)} \leq 1.$$

Тогда критерий (26) принимает вид

$$\Lambda_{M \setminus T} [\omega_{T(ch)} + \Lambda_{\tau \setminus \sigma} (\omega_{\sigma(ch)} + \omega_{\tau(ch)})] = 1, \quad (28)$$

или

$$\omega_\Sigma = 1, \quad (29)$$

где энергетическая мера комплексного износоусталостного повреждения

$$0 \leq \omega_\Sigma = \Lambda_{M \setminus T} [\omega_{T(ch)} + \Lambda_{\tau \setminus \sigma} (\omega_{\sigma(ch)} + \omega_{\tau(ch)})] \leq 1. \quad (30)$$

Критерий (26), (28) гласит: предельное состояние силовой системы наступит, когда сумма диалектически взаимодействующих эффективных составляющих энергии от силового, фрикционного и термического воздействий (с учетом процессов коррозии под напряжением, термической и трибохимической коррозии) достигнет критической величины  $U_0$ . Критерий (26) в форме (28) или (30) удобен тем, что все меры поврежденности являются безразмерными и имеют единый интервал ( $0 \leq \omega \leq 1$ ) изменения величин.

Заметим, что в критерии (26) не было наложено никаких ограничений для величин  $T_\Sigma > 0$ ,  $\tau_w > 0$ ,  $\sigma > 0$ . Поэтому он может описывать достижение предельного состояния не только при комплексном износоусталостном повреждении, но и при частных условиях нагружения, например, при чисто тепловом или чисто механическом разрушении и т. п. [5]. В работах [1–3] указано и на возможность его использования и в случаях упругопластического деформирования.

Общий анализ этих критериев позволяет сделать три основных вывода:

(1) Рост нагрузочных параметров ( $\sigma$ ,  $\tau_w$ ,  $T_\Sigma$ ,  $D$ ) ведет к соответствующему ускорению достижения предельного состояния.

(2) Предельное состояние силовой системы может быть достигнуто и за счет увеличения только одного (любого) из нагрузочных параметров (при сохранении неизменными величин остальных параметров).

(3) Если  $\Lambda > 1$ , то деградация силовой системы соответственно усиливается, а при  $\Lambda < 1$  она замедляется, – по сравнению с поврежденностью, обусловленной совокупным действием одних только нагрузочных параметров.

Первые два вывода являются тривиальными, а последний (третий) вывод есть результат принципиально нового подхода к построению критерия предельного состояния силовых систем.

Для практического применения критериев (26) и (28) в работах [1–3, 12] даны обоснованные методики определения величин  $U_0$ ,  $a$ ,  $\Lambda$ ,  $D$ .

Графическое представление уравнения (26) дано на рисунке 20 в виде многокритериальных диаграмм предельных состояний различных силовых систем.

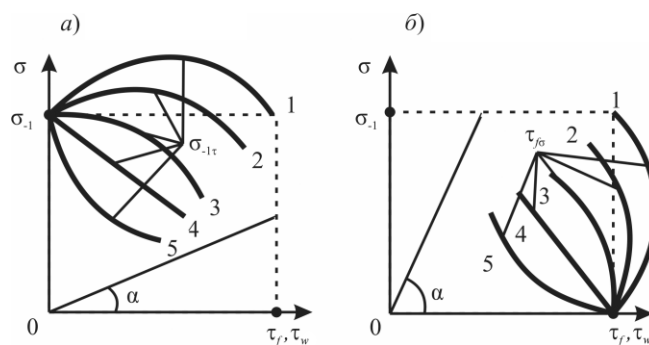


Рисунок 20 – Диаграммы предельных состояний различных силовых систем:

*a* – прямой эффект; *b* – обратный эффект

Здесь ось ординат служит прочностной шкалой, а ось абсцисс – трибологической шкалой.

В результате обычных испытаний на усталость (трение отсутствует, так что  $\tau_w = 0$ ) определяют предел выносливости вала  $\sigma_{-1}$  (см. рисунок 20, *a*). При износоусталостных испытаниях силовой системы его значение изменяется вследствие влияния процессов трения и изнашивания (на рисунке 20, *a* обозначено  $\sigma_{-1\tau}$ ). Это изменение определяет основные закономерности прямого эффекта [1–3]. Они могут быть описаны характерными кривыми 1–5 (см. рисунок 20, *a*) в зависимости от типа силовой системы и условий ее эксплуатации (уровень контактной нагрузки, температура, свойства окружающей среды и т. д.). Так, кривые 1 и 2 характерны для контактно-механической усталости, кривые 2, 3 и 4 – для фрикционно-механической усталости, кривые 3, 4 и 5 – для фреттинг-усталости при различных условиях испытания (температура, среда и др.) [1–3].

В результате обычных испытаний пары трения (циклические напряжения отсутствуют, т. е.  $\sigma = 0$ ) находят предельную величину фрикционного напряжения  $\tau_f$ , которую называют также пределом фрикционной усталости (либо предельную величину контактного давления  $p_f$ , которая соответствует значению  $\tau_f$ ) (см. рисунок 20, *b*). При износоусталостных испытаниях силовой системы его значение изменяется вследствие влияния уровня циклических напряжений (на рисунке 20, *b* обозначено  $\tau_{f0}$ ). Это изменение определяет основные закономерности обратного эффекта [1–3]. Они аналогично могут быть описаны характерными кривыми 1–5 (см. рисунок 20, *b*) в зависимости от типа силовой системы и условий ее эксплуатации (уровень циклической нагрузки, температура, свойства окружающей среды и др.) Здесь кривые 1–5 имеют тот же смысл, что и кривые 1–5 на рисунке 20, *a*. Существенное различие состоит в том, что при прямом эффекте, как уже отмечалось, предельное состояние системы достигается по

критериям сопротивления механической усталости, тогда как при обратном эффекте – по критериям трения и изнашивания.

Наиболее важные выводы, которые можно сделать при анализе уравнения (26) и рисунка 20, таковы:

1 Процессы трения и изнашивания, в зависимости от условий их реализации, могут не только значительно снижать (см. кривые 3, 4 и 5 на рисунке 20, а), но и существенно повышать (см. кривые 7 и 2 на рисунке 20, а) сопротивление усталости силовой системы. Это означает, что в определенных условиях ее эксплуатации трение и изнашивание полезны [1]. И еще: изменяя условия трения и изнашивания должным образом, можно эффективно управлять процессами износоусталостного повреждения конкретной силовой системы.

2 Циклические напряжения, в зависимости от условий испытания, могут не только значительно снизить (см. кривые 3, 4 и 5 на рисунке 20, б), но и существенно повышать (см. кривые 1 и 2 на рисунке 20, б) износостойкость силовой системы. Это означает, что в определенных условиях ее эксплуатации циклические напряжения благоприятны [1]. И еще: изменяя условия циклического нагружения должным образом, можно эффективно управлять процессами износоусталостного повреждения конкретной силовой системы.

Эти выводы вполне соответствуют результатам многочисленных экспериментов [1–3].

Следует отметить, что диаграмма предельных состояний силовых систем (см. рисунок 20) кардинально отличается от известных в механике предельных двухпараметрических диаграмм (например, амплитуда напряжений  $\sigma_a$  – среднее напряжение цикла  $\sigma_m$ ; коэффициенты интенсивности напряжений  $K_I - K_{II}$ ; пределы выносливости  $\sigma_{-1} - \tau_{-1}$  при изгибе и кручении и др.). Как правило, диаграммы предельных состояний для элементов конструкций и пар трения строят по одному критерию повреждения (разрушения), например, по образованию магистральной трещины определенной длины (для элемента конструкции) либо по достижению критической концентрации ямок выкрашивания (для пары трения). А диаграмма предельных состояний силовой системы (см. рисунок 20) является многокритериальной: чисто усталостное разрушение в точке (0;  $\sigma_{-1}$ ); чисто износоусталостное повреждение в точке ( $\tau_f$ , 0); критические состояния по обоим критериям одновременно (кривые  $\sigma_{-1\tau}$  и  $\tau_{f\sigma}$ ) – как в условиях прямого ( $\sigma_{-1\tau}$ ), так и в условиях обратного ( $\tau_{f\sigma}$ ) эффектов.

Обобщение энергетической теории предельных состояний силовых систем дано в работе [5]. Гипотеза (24) записывается в следующем виде:

$$\Phi(U_{\Sigma}^{eff}(T, E, T_{\Sigma}), m_k, U_0) = 0, \quad (31)$$

где, в отличие от (24), принимается, что величина эффективной энергии  $U_{\Sigma}^{eff}$  определяется тензорами

напряжений  $T$  и деформацией  $E$ , а также температурой от всех источников тепла  $T_{\Sigma}$ . Из (31) следует обобщенный критерий Сосновского – Щербакова [5]

$$U_{\Sigma}^{eff}(T^{(V,W)}, E^{(V,W)}, T_{\Sigma}, Ch, \Lambda(V), m_k) = U_0. \quad (32)$$

Здесь тензоры напряжений и деформаций с индексом  $V$  обусловлены действием объемных нагрузок (общие случаи трехмерного изгиба, кручения, растяжения-сжатия), а с индексом  $W$  обусловлены контактным взаимодействием элементов системы.

Рассмотрим дифференциал работы внутренних сил и температуры в специальном виде

$$\begin{aligned} dU &= T^{(V,W)} \cdot dE^{(V,W)} + kdT_{\Sigma} = \\ &= (T_{\sigma}^{(V,W)} + T_{\tau}^{(V,W)}) \cdot dE^{(V,W)} + kdT_{\Sigma} = \\ &= dU_{\sigma} + dU_{\tau} + dU_T. \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь нижний индекс  $\sigma$  соответствует нормальным напряжениям, а  $\tau$  – касательным.

Из общей энергии (33) выделим ее эффективную часть в соответствии с методикой, принятой при формализации (24). Для этого введем коэффициенты  $A_{\sigma}(V)$ ,  $A_{\tau}(V)$  и  $A_T(V)$  соответствующей размерности, которые определяют долю поглощенной энергии

$$dU_{\Sigma}^{eff} = \Lambda_{M \setminus T}(V) \{ \Lambda_{\tau \setminus \sigma}(V) [A_{\sigma}(V)dU_{\sigma} + A_{\tau}(V)dU_{\tau}] + A_T(V)dU_T \}, \quad (34)$$

где  $\Lambda_{\tau \setminus \sigma}(V)$ ,  $\Lambda_{M \setminus T}(V)$  – функции взаимодействия между энергиями различной природы.

Таким образом, при  $\Lambda_{\sigma \tau} = \text{const}$ ,  $\Lambda_{T \setminus M} = \text{const}$ , на основе (34) критерий (32) будет иметь вид

$$U_{\Sigma}^{eff} = \{ [U_{\sigma}^{eff}(T_{\sigma}^{(V,W)}, E_{\sigma}^{(V,W)}) + U_{\tau}^{eff}(T_{\tau}^{(V,W)}, E_{\tau}^{(V,W)})] \Lambda_{\sigma \tau} + U_T^{eff} \} \Lambda_{T \setminus M} = U_0. \quad (35)$$

Используя основные положения изложенной теории предельных состояний силовых систем, обратимся к классическим теориям прочности материалов (элементов конструкций). Рассмотрим, например, энергетический критерий пластичности Мизеса – Генки в связи с критерием (26), который является по существу термомеханическим (или термосиловым) критерием предельного состояния элемента конструкции. Запишем (26) (при  $D = 0$ ) для случая трехосного напряженного состояния ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ):

$$\begin{aligned} &\{ [(\sigma_1^2 \eta_{21} + \sigma_2^2 \eta_{32}) \lambda_{\sigma_1 / \sigma_2} + \sigma_3^2 \eta_{13}] \lambda_{\sigma_1, \sigma_2 / \sigma_3} + \\ &\quad + a_T T_{\Sigma} \} \lambda_{T \setminus M} = \sigma_T^2, \end{aligned} \quad (36)$$

или, с учетом соотношений (25),

$$\left\{ (U_{\sigma_1}^{eff} + U_{\sigma_2}^{eff}) \lambda_{\sigma_1/\sigma_2} + U_{\sigma_3}^{eff} \right\} \lambda_{\sigma_1, \sigma_2/\sigma_3} + U_T^{eff} \lambda_{T \setminus M} = U_y^{eff}, \quad (37)$$

где

$$\eta_{21} = \left( 1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) a_{21}; \quad \eta_{32} = \left( 1 - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \right) a_{32}; \quad \eta_{13} = \left( 1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \right) a_{13};$$

$U_y^{eff}$  – эффективная энергия, соответствующая достижению предела текучести;  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – главные относительные деформации.

В случаях, когда речь идет о разрушении элемента конструкции при статическом нагружении, предельное состояние характеризуется пределом прочности.

Принципиальные особенности критериев (36) и (37) по сравнению с критерием Мизеса – Генки состоят в том, что условие достижения предельного состояния 1) характеризуется эффективными составляющими механической энергии ( $U_{\sigma_1}^{eff}, U_{\sigma_2}^{eff}, U_{\sigma_3}^{eff}$ ), 2) учитывает влияние эффективной тепловой энергии  $U_T^{eff}$  и, главное, 3) принимает во внимание возможные  $\lambda$ -взаимодействия повреждений, генерируемых всеми их источниками ( $\lambda_{\sigma_1/\sigma_2}, \lambda_{\sigma_1, \sigma_2/\sigma_3}, \lambda_{T \setminus M}$ ). Это означает, что принцип взаимодействия повреждений (19), обусловленных нагрузками разной природы, дополняется гипотезой о взаимодействии повреждений, обусловленных каждым из главных напряжений. Можно полагать, что, в частности,  $\lambda_{\sigma}(\mu)$ , где  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

На рисунке 21 [2, 3] дано подтверждение практической работоспособности энергетического критерия предельных состояний силовых систем на примере зависимости не только пределов выносливости, но и пределов прочности от параметра  $C_T$  термосилового сопротивления материалов [3]

$$C_T = \frac{U_0 / \Lambda_{M/T} - a_T T}{a_{\sigma}}. \quad (38)$$

Эти рисунки построены [12] для материалов разных классов по результатам соответствующих экспериментальных исследований многих авторов; в работе [12] можно найти анализ литературных источников. Видно: коэффициент корреляции очень высок – не менее  $r = 0,722$ , но в большинстве случаев он превышает  $r = 0,9$ ; анализ включает более 300 результатов испытаний.

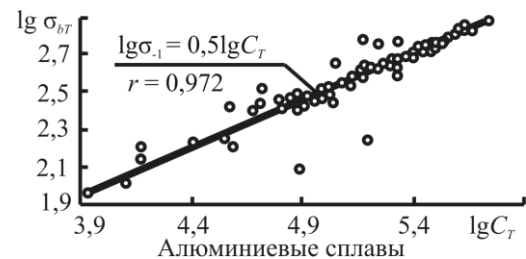
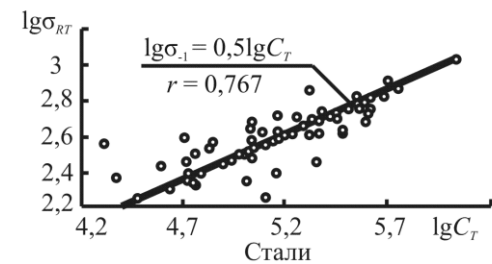
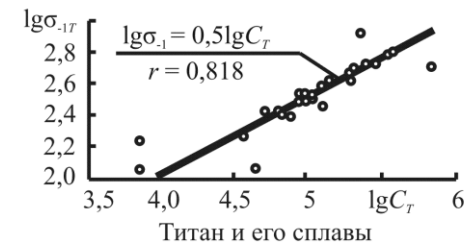
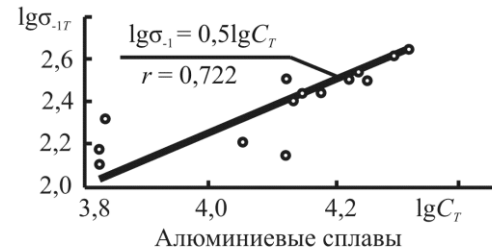
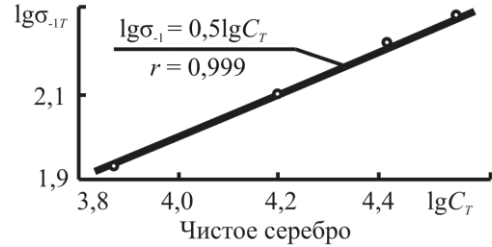
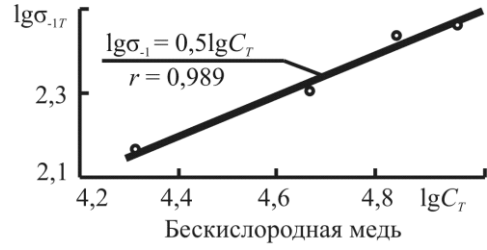


Рисунок 21 (начало) – Зависимости  $\sigma_{-1}(C_T)$  и  $\sigma_b(C_T)$  для различных материалов

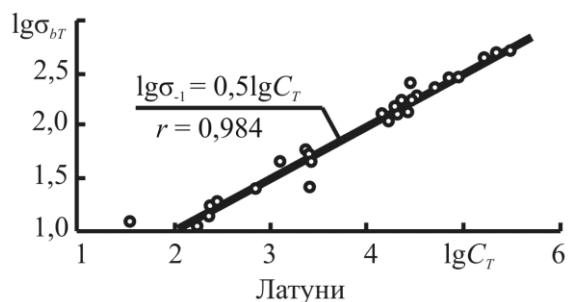
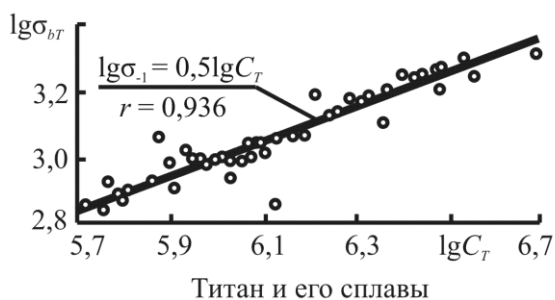
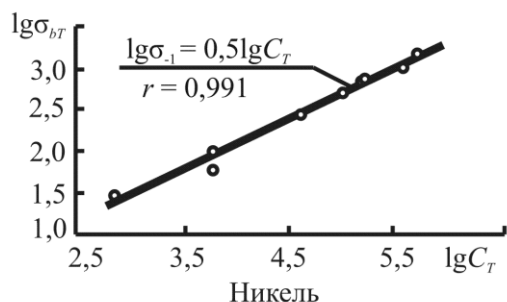
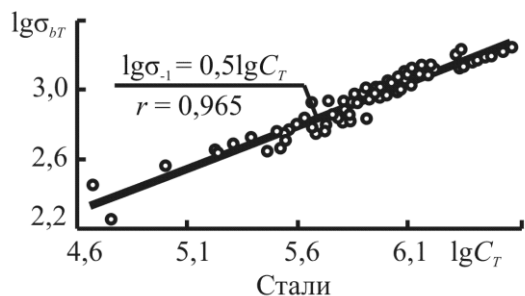


Рисунок 21 (окончание)

Все полученные решения представляются непротиворечивыми, они соответствуют основным представлениям, которые положены в основу механики силовых систем [5].

#### Список литературы

1 **Трибофатика: библиографический указатель** (1985–2005) / Сост. С. А. Тюрин // *Материалы V Междунар. симпозиума по трибофатике (ISTF 2005)* / под ред. А. П. Хоменко. – Иркутск–Братск, 2005. – С. 69–116.

2 **Sosnovskiy, L. A.** *Tribo-Fatigue. Wear-fatigue damage and its prediction (Foundations of engineering mechanics)*. – Springer, 2004. – 424 p.

3 **Сосновский, Л. А.** *Основы трибофатики* / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 2003. – Т. 1. – 246 с.; Т. 2. – 234 с.

4 **Износоусталостные повреждения и их прогнозирование (трибофатика)** / науч. ред. Л. А. Сосновский. – Авт.: Л. А. Сосновский, В. Т. Трощенко, Н. А. Махутов, Гао Ван-Чжэн, А. В. Богданович, С. С. Щербаков. – Гомель, Киев, Москва, Ухань, 2001. – 170 с.

5 **Сосновский, Л. А.** *Механика износоусталостного повреждения* / Л. А. Сосновский. – Гомель : УО «БелГУТ», 2007. – 434 с.

6 **Сенько, В. И.** Проблема «колесо-рельс»: новый взгляд / В. И. Сенько, Л. А. Сосновский // *Вестник БелГУТа*. – 2005. – № 2. – С. 7–17.

7 **Сосновский, Л. А.** Сюрпризы трибофатики / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков. – Гомель : УО «БелГУТ», 2005. – 194 с.

8 **Sosnovskiy, L. A.** *New Class of Contact Problems* / L. A. Sosnovskiy, S. S. Shcharbakou // *Proceedings of the International Mechanical Engineering Congress and Exposition (Orlando, 5–11 November 2005)*. – Orlando, 2005. – 6 p.

9 **Sosnovskiy, L. A.** *Special class of contact problems and the calculation of the state of stress of wheel / rail systems element* / 7<sup>th</sup> intern. conf. on contact mechanics and wear of rail / wheel systems. 24<sup>th</sup> – 27<sup>th</sup> Sept. 2006. *Proceedings*. – Vol. 1. – Brisbane, Australia, 2006. – P. 93–104.

10 **Сосновский, Л. А.** О нетрадиционном подходе к решению контактных задач / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // *Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : тез. докл. XII Междунар. симпозиума* / науч. ред. А. Г. Горшков. – М. : Изд-во МАИ, 2006. – С. 283–286.

11 **Сосновский, Л. А.** Методологические проблемы комплексной оценки поврежденности и предельного состояния силовых систем (обзорная статья) / Л. А. Сосновский, Н. А. Махутов // *Заводская лаборатория*. – 1991. – № 5. – С. 27–40.

12 **Трибофатика–98/99**: Ежегодник / под общ. ред. Л. А. Сосновского // *Вып. 1: Теория накопления износоусталостных повреждений* / Л. А. Сосновский, А. В. Богданович ; под ред. Н. А. Махутова. – Гомель : НПО «ТРИБОФАТИКА», 2000. – 60 с.

13 **Крагельский, И. В.** *Основы расчетов на трение и износ* / И. В. Крагельский, М. Н. Добычин, В. С. Комбалов. – М. : Машиностроение, 1977. – 526 с.

14 **Трощенко, В. Т.** *Сопротивление усталости металлов и сплавов : справ. В 2 т.* / В. Т. Трощенко, Л. А. Сосновский. – Киев : Наукова думка, 1987. – Т. 1. – 510 с.; Т. 2. – 825 с.

15 **Сосновский, Л. А.** *Экспериментальные основания трибофатики. Сообщения 1–3* / Л. А. Сосновский // *Проблемы прочности*. – 1997. – № 3. – С. 74–82; № 4. – С. 17–29.

16 **Штаерман, И. Я.** *Контактная задача теории упругости* / И. Я. Штаерман. – М. : Гостехиздат, 1949. – 342 с.

17 **Джонсон, К.** *Механика контактного взаимодействия* / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.

18 **Горшков, А. Г.** *Динамические контактные задачи с подвижными границами* / А. Г. Горшков, Д. В. Тарлаковский. – М. : Наука. Физматлит, 1995. – 352 с.

19 **Горячева, И. Г.** *Механика фрикционного взаимодействия* / И. Г. Горячева. – М. : Наука, 2001. – 478 с.

20 **Тимошенко, С. П.** *Теория упругости* / С. П. Тимошенко, Д. Гудьер. – М. : Наука, 1975. – 576 с.

21 **Горшков, А. Г.** *Теория упругости и пластичности : учеб. для вузов* / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Тарлаковский. – М. : Физматлит, 2002. – 416 с.

- 22 **Сосновский, Л. А.** О нетрадиционном подходе к решению контактных задач / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // *Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : тез. докл. XII Междунар. симпозиума / науч. ред. А. Г. Горшков.* – М. : Изд-во МАИ, 2006. – С. 283–286.
- 23 **Тимошенко, С. П.** Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М. – Л. : Физматгиз, 1959. – 439 с.
- 24 **Тимошенко, С. П.** Теория упругости / С. П. Тимошенко, Д. Гудьер. – М. : Наука, 1975. – 576 с.
- 25 Исследование напряженного состояния простейшей модели системы «колесо/рельс» / Л. А. Сосновский [и др.] // *Вестник БелГУта.* – 2005. – № 2. – С. 18–41.
- 26 **Щербаков, С. С.** Исследование напряженного состояния силовой системы для испытаний на контактно-механическую усталость / С. С. Щербаков // *Динаміка, міцність і надійність сільськогосподарських машин (Тр. I Междунар. науч.-техн. конф., 4–7 октября 2004 г, Тернополь, Украина) / отв. ред. В. Т. Трощенко.* – Тернополь : Тернопольский гос. техн. ун-т им. Ивана Пулюя, 2004. – С. 400–407.
- 27 Соппротивление материалов / Г. С. Писаренко [и др.]. – Киев : Вища школа, 1986. – 775 с.
- 28 **Качанов, Л. М.** Основы механики разрушения / Л. М. Качанов. – М. : Наука, 1974. – 311 с.
- 29 **Работнов, Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций / Ю. Н. Работнов. – М. : Изд-во АН УССР, 1966. – 250 с.
- 30 **Skrzypek, J.** Modelling of material damage and failure of structures / J. Skrzypek, A. Ganczarski. – Springer, 2003. – 326 pp.
- 31 **Болотин, В. В.** Статистические методы в строительной механике / В. В. Болотин. – М. : Стройиздат, 1965. – 580 с.
- 32 **Weibull, W.** A statistical theory of the strength of materials / W. Weibull // *Proc. Roy. Swed. Inst. Eng. Res.* – 1939. – № 151. – P. 29–40.
- 33 **Kuguel, R.** Relation between theoretical stress concentration factor and Fatigue notch factor deduced from the concept of highly stressed volume / R. Kuguel // *Proc. ASTM.* – 1961. – Vol. 61. – P. 732–748.
- 34 **Афанасьев, Н. Н.** Статистическая теория усталостной прочности металлов / Н. Н. Афанасьев. – Киев : Изд-во АН УССР, 1953. – 128 с.
- 35 **Волков, С. Д.** Статистическая теория прочности / С. Д. Волков. – М. : Машгиз, 1960. – 176 с.
- 36 **Сосновский, Л. А.** Статистическая механика усталостного разрушения / Л. А. Сосновский. – Минск : Наука и техника, 1987. – 288 с.
- 37 **Сосновский, Л. А.** Статистическая модель деформируемого твердого тела и ее приложения / Л. А. Сосновский, В. Н. Корешков // *Проблемы прочности. Сообщение 4.* – 1999. – № 6. – С. 42–49.
- 38 **Фролов, К. В.** Теория взаимодействия необратимых повреждений / К. В. Фролов, Н. А. Махутов, Л. А. Сосновский // *Материалы V Междунар. симпозиума по трибофатике (ISTF 2005) / под ред. А. П. Хоменко.* – Иркутск – Братск, 2005. – С. 10–28.
- 39 **Сосновский, Л. А.** Риск (Механотермодинамика необратимых повреждений) / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 2004. – 317 с.
- 40 **Сосновский, Л. А.** Проблема колесо-рельс с позиции трибофатике / Л. А. Сосновский, В. И. Сенько // *Железнодорожный транспорт.* – 2007. – № 3. – С. 38–44.
- 41 **Сосновский, Л. А.** Теории предельных напряженных состояний / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 1991. – 62 с.
- 42 **Гольденблат, И. И.** Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов / И. И. Гольденблат, В. А. Копнов. – М. : Машгиз, 1968. – 191 с.
- 43 **Прочность материалов и конструкций** / под ред. В. Т. Трощенко [и др.]. – Киев : Академперіодика, 2005. – 1088 с.

Получено 25.09.2007

**L. A. Sosnovskiy, S. S. Shcherbakov.** Research of mechanical conditions of active systems.

Ordering of researches in the field of tribo-fatigue according to a mechanical condition of active systems of machines and the equipment is given. Three circles of the primary goals are discussed: the intense-deformed condition; a condition of damage; a limiting condition. The brief analysis of all three problems with reference to typical active systems which work in characteristic conditions of loading is given. It is shown, that mechanical conditions of active system in the exhaustive image are characterized and described by these three problems. The numerical decision of tasks in view with reference to system of type «roller / shaft» which on conditions of loading and to character of damage simulates work of real system wheel / rail is executed. Results of experimental check of some decisions are resulted.