

УДК 656.07

Г. С. ПРОКУДИН, доктор технических наук, Н. Г. ИЩЕНКО, аспирант, А. Г. ПРОКУДИН, аспирант, Национальный транспортный университет, г. Киев (Украина)

## КОМПЬЮТЕРНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛЕЙ ОПТИМИЗАЦИИ ЦЕПИ ПОСТАВОК

Исследованы системы моделей оптимизации логистической цепи поставок «прогнозирование спроса на провозные способности автотранспортных предприятий – оптимизация запасов в цепях поставок – рациональное использование провозных способностей парков подвижного состава автотранспортных предприятий». Описаны математические модели прогнозирования и оптимизации указанных элементов цепи поставок, а также технология реализации соответствующих моделей в компьютерной системе Mathcad, что позволило провести оптимизацию процессов управления производственными ресурсами автотранспортных предприятий в условиях случайного спроса на перевозки, направленную на повышение экономического эффекта.

Управление цепями поставок отображает концепции интегрального бизнес-планирования, которых придерживаются эксперты и практики в области логистики и исследования операций, которое стало реальностью благодаря развитию информационных технологий, применению и адаптации новых аналитических инструментов. Широкое применение систем планирования ресурсов предприятий обеспечивает создание интегрированных баз данных, способствующих информационному обеспечению цепей поставок [1–3].

Основным компонентом этих баз данных являются оптимизационные модели – основной аналитический инструмент, обеспечивающий анализ многомерных числовых баз данных для определения оптимальных (или хороших) планов, затрат или максимизации дохода, а также компромисс между названными критериями и стоимостью, сервисом, качеством и временем.

Применение оптимизационных моделей в компаниях требует создания оптимизационной системы моделирования, ключевым элементом которой является база данных для принятия решений о цепях поставок. Она включает в себя модели управления производством, транспортировкой, складами и материально-техническим снабжением, информацию о стоимости и объемах товаров, которые предоставляются поставщикам, заказах и прогнозах спроса на товары. Кроме того в неё входят входные и конечные данные оптимизационных моделей, используемых при предоставлении структуры и деятельности цепей поставок.

Математическим аппаратом разработки оптимизационных моделей являются методы исследования операций, возможности которых состоят в том, что многие логистические проблемы могут быть проанализированы с помощью оптимизационных моделей и алгоритмов, быстро адаптированных для конкретного использования. Растущий интерес со стороны менеджеров к управлению цепями поставок открыл новые возможности для построения и анализа моделей. В настоящее время программные пакеты для оптимизационных моделей достигли такого уровня, что могут быть объединены с другими системными модулями. В связи с этим исследование операций стало важным элементом методологии информационных технологий [4].

Одним из актуальных вопросов при проектировании и эксплуатации цепей поставок является оптимальное ис-

пользование провозных способностей парков подвижного состава автопредприятий в условиях неопределенности и риска, связанных со случайностью спроса на рынке транспортных услуг, характерными для современной рыночной среды.

Методы рационального использования провозных способностей автотранспортных предприятий до настоящего времени находятся в стадии развития. Поэтому с точки зрения экономической эффективности решение проблемы оптимального управления провозными способностями парков автотранспортных средств на современном этапе использования финансовых ресурсов является актуальным. Поэтому, исходя из экономических интересов предприятий, актуальной научно-прикладной задачей является разработка математических моделей и методов оптимального управления провозными способностями парков подвижного состава автопредприятий при организации транспортного логистического обслуживания в условиях случайности спроса на перевозки.

Анализ отечественных и мировых исследований в области моделирования и оптимизации управления ресурсами автотранспортных предприятий выявил следующие недостатки:

- ограниченность разработанных моделей оптимизации управления ресурсами в условиях случайного спроса на транспортные услуги, создания и использования провозных способностей;

- отсутствие компьютерного обеспечения моделей анализа и рационального использования провозных способностей автотранспортных предприятий.

Цель данной статьи – исследование системы моделей оптимизации логистических цепей «прогнозирование спроса на провозные способности автотранспортных предприятий – оптимизация запасов в цепях поставок – рациональное использование провозных способностей парков подвижного состава автотранспортных предприятий».

Прогнозирование спроса на провозные способности автотранспортных предприятий осуществляется по алгоритму двухфакторной регрессионной модели, вид которой выбирается в зависимости от результатов первичного статистического анализа выборочных данных указанных показателей. Для простоты расчетов можно принять линейную модель

$$Y(x) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2, \quad (1)$$

где  $Y(x)$  – количество использованных провозных способностей;  $x_1$  – количество заявок на перевозку;  $x_2$  – расстояние перевозок для соответствующего количества провозных способностей;  $a_0, a_1, a_2$  – коэффициенты уравнения регрессии.

Модель прогнозирования реализуется средствами компьютерной математической системы Mathcad, которая имеет достаточный набор вероятностно-статистических функций для построения компьютерных алгоритмов корреляционного и регрессионного анализов данных, а также вывода этих данных и результатов на графики.

Результаты прогнозирования потребности в провозных способностях далее используются для управления запасами грузов на логистических складах и оптимизации провозных способностей подвижного состава автопредприятий.

Оптимизация процессов накопления грузов на логистических складах в объемах, необходимых для рационального использования провозных способностей, осуществляется по моделям систем управления запасами.

Разработаны следующие модели определения параметров оптимальных стратегий управления запасами на логистических складах:

– модели системы оперативного управления запасами с покрытием дефицита и системы с потерей невыполненных заказов;

– модели системы управления запасами грузов по заданному уровню и с оптимальным уровнем риска их дефицита.

Поскольку целевые функции моделей зависят от случайного спроса и являются случайными функциями, в качестве критериев эффективности принимаются математические ожидания этих функций.

Основные элементы моделей:  $q, r$  – объем пополнения запаса и уровень подачи заявки на пополнение запаса (величины, которые оптимизируются);  $\lambda$  – интенсивность спроса;  $s$  – гарантийный запас;  $c_1$  – расходы на выполнение заказов на поставки товара;  $c_2$  – затраты на хранение запаса на складе;  $c_3$  – потери от дефицита товара;  $f(x)$  и  $F(x)$  – плотность и функция распределения спроса на товар.

По целевой функции задачи принимаются общие затраты на создание и хранение запасов и потери от дефицита:

$$C(q, r) = c_1k(q) + c_2\left(\frac{q}{2} + s\right) + c_3k(q)\eta(r), \quad (2)$$

где  $k(q) = \lambda q$  – среднее количество циклов пополнения запасов в периоде планирования;  $s = r - \mu$  – гарантийный запас,  $\mu = \int_0^{\infty} xf(x)dx$  – средний объем спроса за время поставки;  $\eta(r) = \int_r^{\infty} (x - r) f(x)dx$  – среднее число невыполненных заказов.

Нужно определить значение  $q = q_0$  и  $r = r_0$ , которые минимизируют расходы  $C(q, r)$ . Значения  $q_0$  и  $r_0$  являются решением системы уравнений

$$\frac{\partial C(q, r)}{\partial q} = 0, \quad \frac{\partial C(q, r)}{\partial r} = 0. \quad (3)$$

Эти уравнения представляются в виде

$$q = \sqrt{\frac{2\lambda(c_1 + c_3\eta(r))}{c_2}}, \quad \eta(r) = \frac{c_2q}{c_3}. \quad (4)$$

Для модели системы с потерей невыполненных заказов последний член целевой функции  $C(q, r)$  имеет вид  $(c_2 + c_3k(q))\eta(r)$ .

Оптимальные значения  $q = q_0$  и  $r = r_0$ , которые минимизируют функцию  $C(q, r)$ , определяются из уравнений

$$q = \sqrt{\frac{2\lambda(c_1 + c_3\eta(r))}{c_2}}, \quad \eta(r) = \frac{c_2q}{c_2q + c_3}. \quad (5)$$

Для численной оценки  $C(q, r)$  предполагается, что распределение спроса за время поставки является нормальным с математическим ожиданием  $\mu$  и средним квадратичным отклонением  $\sigma$ , то есть плотность распределения  $f(x) = N(\mu, \sigma)$ . В алгоритмах реализации моделей используется нормированное нормальное распределение  $\phi(x) = N(0, 1)$ .

Выходные параметры оптимальной стратегии управления запасами:  $q_0$  – оптимальное значение объема поставок на пополнение запаса;  $r_0$  – точка заказа поставки;  $s_0$  – объем гарантийного запаса;  $k(q_0)$  – количество поставок за период;  $\tau(q_0)$  – интервал времени между поставками;  $C(q, r)$  – массив значений целевой функции;  $C(q_0, r_0)$  – минимальное значение целевой функции.

При рассмотрении модели задачи управления запасами с заданным уровнем риска вводится показатель управления запасами, который носит название «уровень обслуживания»:

$$U = \frac{\mu - N_n}{\mu} = 1 - \frac{N_n}{\mu}, \quad (6)$$

где  $\mu$  – среднее количество единиц товара;  $N_n$  – недостаточное количество единиц товара за время поставки.

Величина  $N_n$  определяется по  $N_n = \int_r^{\infty} [(x - r)] f(x)dx$ .

Она определяется исходя из того, что вероятность дефицита  $\alpha$  равна вероятности того, что спрос за время поставки превысит уровень заказа  $r = \mu + s$ , который является величиной спроса в течение срока выполнения заказа. Очевидно, что если дефицит отсутствует, то  $U = 1$ , в противном случае  $U < 1$ .

Задача состоит в нахождении таких значений  $q = q_0$ ,  $s = s_0$ , чтобы при заданном коэффициенте риска дефицита  $\alpha$  вероятность дефицита равнялась  $P(X > \mu + s)$ .

Если спрос за единицу времени есть нормально распределенная случайная величина с распределением  $N(\mu, \sigma)$ , то спрос в течение срока выполнения заказа будет иметь распределение  $N(\mu_u, \sigma_u)$  с параметрами  $\mu_u = \mu u$  и  $\sigma_u = \sigma\sqrt{u}$ .

Общие затраты на пополнение и хранение ресурсов и потери вследствие дефицита за период планирования

$$C(q, s) = c_1 k(q) + c_2 \left( \frac{q}{2} + s(\alpha) \right) + c_3 N_n k(q). \quad (7)$$

Оптимальное значение  $q_0$  определяется по формуле

$$q_0 = \sqrt{\frac{2\lambda(c_1 + c_3)N_n}{c_2}}. \quad (8)$$

Минимальные общие издержки

$$C_{\min} = C(q_0, s). \quad (9)$$

Для модели системы с оптимальным уровнем риска дефицита запасов, в отличие от предыдущей модели, предполагается, что уровень риска неизвестен, и задача состоит в одновременном определении оптимального объема пополнения запаса  $q_0$  и соответствующего уровня риска  $\alpha$ . Расходы на пополнение и хранение ресурсов и потери вследствие дефицита за период

$$C(q, t_\alpha) = c_1 k(q) + c_2 \left( \frac{q}{2} + s(t_\alpha) \right) + c_3 N_n(t_\alpha) k(q), \quad (10)$$

где  $t_\alpha$  – квантиль нормированного нормального распределения;  $s(t_\alpha) = t_\alpha \sigma_u$  – гарантийный запас;  $N_n(t_\alpha) = \sigma_u \times \times \Phi(t_\alpha) - s(t_\alpha) \cdot \Phi(t_\alpha)$  – количество невыполненных заказов.

Оптимальные значения  $q$  и  $t_\alpha$  определяются по формулам

$$q_0 - \sqrt{\frac{2\lambda[c_1 + N_n(t_\alpha)]}{c_2}} = 0; \quad c_2 q - c_3 \frac{\lambda}{q} \Phi(t_\alpha) = 0. \quad (11)$$

Центральным звеном системы моделей являются модели оптимизации провозных способностей парков подвижного состава автотранспортных предприятий. Общая модель системы позволяет определить оптимальное количество собственных транспортных средств автопредприятия и количество привлекаемых извне.

Прибыль предприятия от использования провозных способностей определяется случайной функцией

$$F(Q, X, Y) = \left\{ \begin{array}{l} D_1 X - BQ - C(Q - X), \quad X \leq Q; \\ D_1 Q - D_2 Y - BQ - A(X - Q), \quad Q + 1 \leq X \leq Q + Y; \\ D_1 Q - D_2 Y - BQ - AY - E(X - Q - Y), \quad X \geq Q + Y + 1 \end{array} \right\} \quad (12)$$

где  $X$  – случайный спрос на провозные способности;  $Y$  – величина случайного предложения дополнительных провозных способностей.

Усредняя  $F(Q, X, Y)$  по распределениям вероятностей случайных величин  $X$  и  $Y$ , получим математическое ожидание функций прибыли:

$$P(Q) = M_{XY}[F(Q, X, Y)] = D_1 \left( \int_0^Q x f(x) dx + Q \int_Q^\infty f(x) dx \right) + (D_2 - A) \int_0^\infty \int_Q^{x+y} (x - Q) f(x) dx +$$

Получено 30.10.2012

**G. S. Prokudin, N. G. Ischenko, A. G. Prokudin.** Implementation of computer technology models in optimization of supply chain.

The system of optimization models logistics supply chain "forecasting the demand for transportation capacity trucking companies – inventory optimization in the supply chain – the rational use of transport capacity rolling stock trucking companies" is investigated. Mathematical models for the prediction and optimization of these elements of the supply chain, as well as technology implementation of relevant models in the computer system Mathcad, that enabled the optimization of resource management processes in terms of road building contractors random traffic demand, aimed at improving the economic effect are depicted.

$$+ y \int_{Q+y}^\infty f(x) dx \Big) g(y) dy - BQ - C \int_0^Q (Q - x) f(x) dx - E \int_0^\infty \left( \int_{Q+y}^\infty (x - Q - y) f(x) dx \right) g(y) dy, \quad (13)$$

где  $f(x)$  и  $g(y)$  – плотности распределения спроса и количества дополнительного заказа провозных способностей.

Поставленная задача формулируется следующим образом: найти значение  $Q_{\text{opt}}$ , при котором средний доход системы  $P(Q)$  будет максимальным:  $P(Q_{\text{opt}}) = \max P(Q)$ .

Оптимальное значение  $Q_{\text{opt}}$ , которое максимизирует функцию  $P(Q)$ , находится из уравнения

$$P'(Q) = A_1 [1 - F_1(Q)] + (A_2 - D) [F_1(Q) - F_2(Q)] - BF_1(Q) - C + E [1 - F_2(Q)] = 0, \quad (14)$$

где  $F_1(Q) = \int_{-\infty}^Q f(x) dx$  и  $F_2(Q) = \int_0^\infty F_1(Q + y) \cdot g(y) dy$  – функции распределения.

Для решения уравнений и систем уравнений нахождения оптимальных значений искоемых параметров моделей применяются алгоритмы двух типов:

– алгоритмы точного решения уравнений с применением функций  $\text{Minerr}(q, r)$  или  $\text{Minerr}(q, t_\alpha)$ ;

– переборные алгоритмы, в которых формируется матрица значений целевой функции и определяются их экстремальные значения по индексам элементов, которые соответствуют экстремуму целевой функции.

Функции  $\phi(x)$  и  $\Phi(x)$  вычисляются с помощью функций Mathcad  $\text{dnorm}(x, \mu, \sigma)$  и  $\text{pnorm}(x, \mu, \sigma)$ .

**Выводы.** Разработанная система моделей оптимизации логистической цепи поставок позволяет проводить оптимизацию процессов управления производственными ресурсами автотранспортных предприятий в условиях случайного спроса на перевозки, направленную на повышение экономического эффекта.

#### Список литературы

- 1 **Бауэрсокс, Дж.** Логистика: интегрированная цепь поставок / Дж. Бауэрсокс, Д. Класс : пер. с англ. – М. : Олимп – Бизнес, 2005. – 640 с.
- 2 **Гавриленко, В. В.** Компьютерные технологии в анализе систем управления запасами / В. В. Гавриленко, И. И. Цуканов, А. И. Цуканов. – Киев : НТУ, 2009. – 228 с.
- 3 **Шапиро, Дж.** Моделирование цепи поставок / Дж. Шапиро. – СПб. : Питер, 2006. – 720 с.
- 4 Прокудин, Г. С. Імітаційна модель управління ресурсами у логістичних системах / Г. С. Прокудін, О. І. Цуканов, О. Г. Прокудін // Проблеми транспорту : Науковий журнал. – Вип. 9. – Київ : НТУ, 2012. – С. 77–83.