УДК 519.6:621.39

Э. Б. АЙНАКУЛОВ, кандидат технических наук, Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта (Узбекистан)

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ УСТРОЙСТВО КОНТРОЛЯ КАНАЛОВ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С СИМВОЛЬНОЙ ОБРАБОТКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрен вопрос построения алгебраического устройства с число-буквенной обработки информации.

Каналы связи, используемые для передачи данных, имеют протяженность от нескольких до многих тысяч километров. Эксплуатационная деятельность технического персонала как ЛАЦ ПД, так и ЛАЦ дальней связи в значительной степени сводится к измерению различных параметров. Канал передачи данных, в отличие от дискретного канала, обладает более высокой достоверностью, что требует значительно большего объёма измерений.

Измерения параметров производят для оценки их состояния в процессе эксплуатации. В КПИ измеряются и нормируются следующие параметры: полоса эффективно передаваемых частот; амплитудная и частотная характеристика; значение среднего квадратичного отклонения остаточного затухания; входные сопротивления; защищенность от внятного переходного разговора; среднее значение псофометрического напряжения шума; частоты и фазы передаваемого сигнала.

Известные в настоящее время средства вычислительной техники в большинстве случаев дают результаты решений задач в числовой форме. На практике при решении задач контроля и управления распределенными системами нередко требуется выдавать результаты в аналитической форме. В связи с этим необходимо построение алгебраического устройства с число-буквенной обработкой информации.

Форма представления алгебраических выражений. Алгебраические величины в вычислительных устройствах могут быть представлены в виде $X = \pm\, ma$ либо $X = \pm\, ma^{\pm p}$, где m – множитель, a – основание, p – показатель степени [1, 2]. Вторая форма представления алгебраического числа является полной по сравнению с первой. Она принята в основу кодирования алгебраических величин в алгебраических устройствах, особенностью которых является то, что алгебраические числа в них представляются в виде число-буквенной символики и обработка информации осуществляется как в числовой, так и в символьной форме.

Под алгебраическим устройством понимается арифметический процессор, дополненный рядом вспомогательных устройств, позволяющий процессору проводить операции алгебраического характера на символьной основе.

Степенная форма представления алгебраического числа:

$$X = \pm ma^{\pm P} \text{ или } X = {*}ma^{*P}, \qquad (1)$$

где * – обобщенный знак плюс или минус, m – множитель степени, a – основание степени, P – показатель степени.

Алгебраическую функцию можно представить в виде: $Y = {*}mF^{*P}$, где $*m$ – множитель функции, $*P$ – показатель степени, F – функция. Форма кодирования функций приведена в таблице 1, где K – выражает класс функций, f – функции, A – аргументы.

Таблица 1 – **Форма кодирования функций**

$P1(m \dots n)$		
Класс функций *k1 – kN*	Функция *f1 – fN*	Аргумент *a1 – aN*

Кодирование алгебраических величин.

Под кодированием алгебраических величин в вычислительных структурах понимается выражение (представление) числовых и буквенных символов через двоичные элементы (биты), имеющие определенные связки или разрядные сетки. Размещение алгебраических величин, заданных степенной формой, в разрядной сетке вычислительной структуры можно осуществить несколькими способами. Например: основание, знак множителя, множитель, знак показателя и показатель степени. Чтобы алгебраическое устройство можно было использовать как самостоятельный арифметический вычислитель, лучше алгебраические величины кодировать в следующей последовательности: число, число, буква. В этом случае разряды, отведенные под буквы, должны быть замаскированы (или просто не использованы). Если алгебраические величины заданы сложной формой, то их необходимо размещать по байтовой схеме, т. е. в один байт помещается алгебраическое число формы (3), в другой байт – второе число формы (3) и т. д.

Для размещения одного разряда десятичного числа с основанием $2a + b$ требуется 7 двоичных разрядов (бит). Для кодирования буквенных символик (оснований степеней) различных алгебраических чисел целесообразно использовать 7-ми битные байты. С учетом контроля но четности 7-ми битный байт позволяет $\sum\limits_{i=2,4,6} C_7^{i=63}$ двоичные комбинации и символики в алгебраических числах, заданных формой (3).

Кодирование алгебраических функций и многочленов. Алгебра – это исчисление не только над обобщенными числами, но и над функциями, уравнениями, равенствами и неравенствами, многочленами и т. д. Чтобы машинное алгебраическое исчисление над функциями и их композициями стало возможным, последние следует правильно кодировать и размещать в разрядные сетки ВС.

Кодированию подлежат степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические, гиперболические, эллиптические и другие функции. Для степенной функции характерно следующее: основание степени есть переменная, а показатель степени – число; символика основания степени варьируется в пределах 40 букв латинского и греческого алфавитов. У показательной функции основанием является число, а показателем переменная. Число различных представлений показательной функции (ma^x, mb^y, $mC^{\log_2 x}$ ...) в практическом алгебраическом исчислении, как правило, не превышает 30.

Для логарифмической функции это число не превышает тоже, как правило, – 20, тригонометрических функций – 100, эллиптических – 20, гиперболических – 20 и т. д.

Среди машинных исчислений над символьной и числовой информацией будем различать исчисления арифметическое, числовое алгебраическое, функциональное алгебраическое и аналитическое. Для запоминания вида исчисления на период вычислительного процесса предусмотрим специальный регистр "исчисление", который будет определять конкретное, неизбыточное исчисление, но в то же время достаточно полное.

Основания степеней алгебраических чисел и множество алгебраических функций можно разместить в разряды *m ... n* регистров *P1*, *P2*, *PA*, *PB* и *PC*.

Рассмотрим более подробно вопрос кодирования функций. В таблице 2 приведены основные функции и число вариаций их аргументов. Под вариацией понимается его различная символика, например, $\sin x$, $\sin 2x$, $\sin t$, $\sin \omega t$ и т. д.

Таблица 2 – **Основные функции и их размещение в разрядной сетке ВС**

Алгебраическая функция	Символика функции	Размещение элементов функции в разряды регистра		
		0, *k* ... *l*	*m* ... *n*	*p*, *p* ... *q*
Алгебраическое число	$*m\ a^{*P}$	$*m$	a	$*P$
Степенная функция	$*x^n$	$*m$	x_{40}	$*n$
Показательная функция	a^{nx}	$*m$	$a^{x_{20}}$	$*n$
Логарифмическая функция	$\log_a{}^n x$	$*m$	$\log_{a_{10}} x_{20}$	$*n$
Тригонометрические функции	$m\sin^n x$ $m\cos^n x$:	$*m$ $*m$	$\sin x_{10}$ $\cos x_{10}$	$*n$ $*n$
Обратные тригонометрические функции	$m\arcsin^n x$ $m\arccos^n x$:	$*m$ $*m$	$\arcsin x_5$ $\arccos x_5$	$*n$ $*n$
Эллипсоидальные функции	$m\mathrm{sh}^n x$ $m\mathrm{ch}^n x$:	$*m$ $*m$	$\mathrm{sh}\ x_5$ $\mathrm{ch}\ x_5$	$*n$ $*n$
Обратные эллипсоидальные функции	$m\mathrm{arcsh}^n x$ $m\mathrm{arcch}^n x$:	$*m$ $*m$	$\mathrm{arcsh}\ x_5$ $\mathrm{arcch}\ x_5$	$*n$ $*n$
Гиперболические функции	$m\mathrm{se}^n x$ $m\mathrm{ce}^n x$:	$*m$ $*m$	$\mathrm{se}\ x_5$ $\mathrm{ce}\ x_5$	$*n$ $*n$
Обратные гиперболические функции	$m\mathrm{arse}^n x$ $m\mathrm{arce}^n x$:	$*m$ $*m$	$\mathrm{arse}\ x_5$ $\mathrm{arce}\ x_5$	$*n$ $*n$

Анализируя данные таблицы 2, можно сделать вывод, что при кодировании функций необходимо кодировать класс функций, функции и аргументы. В связи с этим в разряды *m ... n* регистров *P1–P2* параметры функций можно разместить согласно таблице 1, где обозначения *k1–kN* выражают номера классов функций по графам 1–2 таблицы 2. *f1–fN* – номера функций внутри классов и *a1–aN* – номера аргументов.

Трехступенчатое кодирование алгебраических функций позволяет охватить их в большом количестве при проведении машинных операций над ними. Кодирование многочленов можно осуществить по байтовой схеме размещения.

Машинная алгебра. Сложение алгебраических чисел. Пусть заданы два алгебраических числа *x* и *y*, выраженные степенной формой

$x = {*m_x a_x}^{*P_x}$ и $y = {*m_y a_y}^{*P_y}$, где $*m_x$, $*m_y$, $*P_x$,$*P_y$ – арифметические числа со знаком + или –, a_x, a_y – основания степеней, выраженные буквами. Тогда сложение чисел производится по алгоритму

$$a_x \sim a_y \begin{cases} \to a_x = a_y \to {*P_x} \sim {*P_y} \begin{cases} \to {*P_x} = {*P_y} \to 1 \\ \to {*P_x} \neq {*P_y} \Rightarrow 2 \end{cases} \\ \to a_x \neq a_y \Rightarrow 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &1 \to {*m_x} + {*m_y} = ? \Rightarrow x + y := (*m_x + *m_y) a_x^{*P_y} \\ &2 \Rightarrow x + y := {*m_x} a_x^{*P_x} + {*m_y} a_y^{*P_y} \end{aligned} \qquad (2)$$

Формализованный алгоритм (2) по существу является микропрограммой для машинной операции сложения алгебраических чисел. Язык формализованных алгоритмов максимально приближен к математическому и может оказаться очень полезным для конструкторов вычислительной техники.

Вычитание алгебраических чисел. Пусть заданы два алгебраических числа x и y, выраженные степенной формой $x = {*m_x a_x}^{*P_x}$ и $y = {*m_y a_y}^{*P_y}$. Тогда вычитание их производится по алгоритму:

$$y := \overline{*} m_y a_y^{*P_y} \Rightarrow (2) \qquad (3)$$

и по алгоритму (2). В (3) символика $\overline{*}$ обозначает инверсию полярного знака у числа m_y.

Умножение алгебраических чисел. Произведение двух алгебраических чисел x и y, заданных в виде $x = {*m_x a_x}^{*P_x}$ и $y = {*m_y a_y}^{*P_y}$, можно сформировать по алгоритму

$$*m_x \cdot *m_y = ? \to a_x \sim a_y \begin{cases} \to a_x = a_y \to 1 \\ \to a_x \neq a_y \Rightarrow 2 \end{cases}$$

$$1 \to {*P_x} + {*P_y} = ? \Rightarrow x \cdot y := (*m_x \cdot *m_y) a_x^{*P_x + *P_y}$$

$$2 \Rightarrow x \cdot y = (*m_x \cdot *m_y) \cdot a_x^{*P_x} \cdot a_y^{*P_y} \qquad (4)$$

Деление алгебраических чисел. Отношение двух алгебраических чисел x и y, заданных в виде $x = {*m_x a_x}^{*P_x}$ и $y = {*m_y a_y}^{*P_y}$, можно сформировать по алгоритму

$$*m_x : *m_y = ? \to a_x \sim a_y \begin{cases} \to a_x = a_y \to 1 \\ \to a_x \neq a_y \Rightarrow 2 \end{cases}$$

$$1 \to {*P_x} := \overline{*} P_y \to {*P_x} + \overline{*} P_y = ? \Rightarrow 3$$

$$3 \Rightarrow x : y := (*m_x : *m_y) a_x^{*P_x + \overline{*} P_y}$$

$$2 \Rightarrow x : y := (*m_x : *m_y) a_x^{*P_x} / a_y^{*P_y} \qquad (5)$$

В алгоритмах (2) – (5) операции $*m_x \mp *m_y = ?$, $*m_x \cdot *m_y = ?$, $*m_x : *m_y = ?$ означают операцию «вычислить».

Сравнение алгебраических чисел на подобие. Эта операция используется при сложении, вычитании, умножении, делении чисел, при вынесении общего числа за скобки, группировании членов в многочлене и т. д. Ей в вычислительной структуре существует аналог – сравнение кодов по модулю. Степень подобия алгебраических чисел может быть различной, и от этого зависит возможность проведения либо операции умножения и деления над ними, либо всех операций, которые были изложены выше. Сравнение чисел x и y по основанию степени проводится следующим образом. Пусть $a_x = a_{x1}\ a_{x2}\ a_{x3}\ ...\ a_{xn}$, $a_y = a_{y1}\ a_{y2}\ a_{y3}\ ...\ a_{yn}$, где a_{xi}, a_{yi} – двоичные биты. Тогда $a_x \sim a_y \Leftrightarrow a_{x1} \sim a_{y1} \wedge a_{x2} \wedge a_{y2} \wedge ... \wedge a_{xn} \sim a_{yn}$. Если результаты поразрядных сравнений положительны, то x и y по основаниям степеней подобны, в противном случае – не подобны.

Полное сравнение чисел. В задачу операции сравнения алгебраических чисел входит установление сравнительных отношений. Если символом ~ обозначена операция сравнения, то ее машинную процедуру в краткой форме можно представить так:

$$x \sim y \begin{cases} \to x = y \to ... \\ \to x \neq y \to ... \\ \to x > y \to ... \\ \to x < y \to ... \\ \to x \geq y \to ... \\ \to x \leq y \to ... \end{cases}$$

Нередко встречается необходимость определить существование того или иного основания степени у алгебраического числа. Процедуру определения можно осуществить с помощью операции сравнения основания степени на $\varnothing$. Исходя из этого, оно проводится следующим образом. Если у числа x основанием степени является

$$a_x = a_{x1} \cdot a_{x2} \cdot a_{x3} \ldots a_{xn},$$

то $a_{x1} \vee a_{x2} \vee ... \vee \overline{a}_{x1} \vee \overline{a}_{x2} \vee ... = 1$ указывает на то, что $a_x \neq 0$, в противном случае $a_x = 0$.

Подстановка или замена переменой. В целях упрощения записи промежуточных вычислений часто прибегают, например, к замене сложных выражений простыми. Техническим аналогом (оператором) математической операции замена или подстановка является операция присвоения, имеющая символику “ : = ”. Операция следования относится к логической системе и выражает причинно-следственную связь: если a_1, то b_1, и если не a, то не b. Будем отличать данную операцию от аналогичной операции импликации тем, что справедливы для нее таблицы истинности 3 и 4.

Таблица 3 – **Состояние оператора следования** (a_t и b_{t+1})

a_t	b_{t+1}
0	0
I	I

Таблица 4 – **Состояние оператора следования** (a_t, c_t и b_{t+1})

a_t	c_t	b_{t+1}
I	0	0
I	I	I

Операция следования может быть условной и безусловной. Безусловная операция следования выражена таблицей 3, а условная – 4, в которой условие *c* влияет на причину *a* в момент времени *t*, что вызывает следствие в следующий момент времени $t + 1$.

Операцию следования будем изображать символом $\rightarrow$. Отсюда запись $(a + b) > 0 \rightarrow c$ – читается так: если $(a + b) > 0$, то следует *c*. Для операции следования будем использовать и другой символ $\Rightarrow$, позволяющий различать операции следования внутри процедур от операций следования между процедурами.

Операции над равенствами и неравенствами включают в себя сложение, вычитание, умножение и деление на одно и то же число, взятие функций (логарифмирование, потенцирование, тригонометрирование и др.) от обеих частей равенства и т. д.

Если символом *x* обозначим равенство, то записи операций над ним будут выглядеть так: $a +^P x$, $x -^P a$, $x *^P a$, $x/^P a$, <lg*P*>*x*, <sin*P*>*x* ... При этом коды операций “+” и “$+^P$“ должны быть различны.

Организация основных команд машинной алгебры. Перечисленные выше машинные операции дают возможность сформировать набор команд машинной алгебры, позволяющий расширить тот набор арифметических и логических операций (команд), который имеется во всякой ЭВМ и компьютере. В таблице 5 приведен набор команд машинной алгебры в неполном виде, который можно принять за базовый и которой позволит проводить алгебраические вычисления.

Таблица 5 – **Основные команды машинной алгебры**

Наименование команды	Символ операции	Форма команды	Примечание
Сложение алгебраическое	$+$	$x + y$	*x*, *y* – числа и функции
Вычитание алгебраическое	...	$x - y$	*x*, *y* – числа и функции
Умножение алгебраическое	x, $(*)$	$x * y$	*x*, *y* – числа и функции
Деление алгебраическое	:, (/)	$x : y$	*x*, *y* – числа и функции
Сложение равенств	$+^P$	$a +^P x$	*a* – число, *x* – равенство
Вычитание равенств	$-^P$	$a -^P x$	*a* – число, *x* – равенство
Умножение равенств	x^P, $(*^P)$	$x *^P a$	*a* – число, *x* – равенство
Деление равенств	$:^P$, $(/^P)$	$x :^P a$	*a* – число, *x* – равенство
Сравнение на подобие	$\sim$	$x \sim a$	*x*, *y* – числа и функции
Сложение неравенств	$+^H$	$x +^H y$	*a* – число, *x* – неравенство
Вычитание неравенств	$-^H$	$x -^H y$	*a* – число, *x* – неравенство
Умножение неравенств	x^H, $(*^H)$	$x *^H y$	*a* – число, *x* – неравенство
Деление алгебраическое	$:^H$, $(/H)$	$x :^H y$	*a* – число, *x* – неравенство
Сравнение на «больше»	$>$	$x > y$	*x*, *y* – полярные числа
Сравнение на «меньше»	$<$	$x < y$	*x*, *y* – полярные числа
Сравнение на «больше-равно»	$\geq$	$x \geq y$	*x*, *y* – полярные числа
Сравнение на «меньше-равно»	$\leq$	$x \leq y$	*x*, *y* – полярные числа
Сравнение на тождество	$=$	$x = y$	*x*, *y* – полярные числа, основания, показателей степеней
Сравнение на нетождество	$\neq$	$x \neq y$	*x*, *y* – полярные числа, основания, показателей степеней
Сравнение на существование	$=^{\varnothing}$	$a =^{\varnothing} y$	*a* – основание степени
Подстановка, замена переменной, присвоение	: =	$x : = a$	*x*, *a* – числа, переменные
Операция следования между действиями	$\rightarrow$	$a \rightarrow b$	*a*, *b* – числа, переменные
Операция следования между завершёнными процедурами	$\Rightarrow$	$a \Rightarrow b$	*a*, *b* – числа, переменные

Вывод. Алгебраические числа и функции выражены через степенные формы в видах "число-функция-число" и "число-буква-число", что позволяет осуществить обработку информации в символьных видах и повысить быстродействие алгебраических устройств.

Список литературы

1 **Айнакулов, Э. Б.** Конструктивная теория синтеза алгебраических решающих вычислительных структур / Э. Б. Айнакулов, М. Ли-фан. – Ташкент : ГФНТИ, 2001. – 174 с.

2 **Aynakulov, E. B.** Principles of Analysis of Algebraic Structures // Fifth International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing. ICAFS – 2002. September 17–18, 2002. – Milan, Italy, 2002. – P. 203–206.

Получено 29.09.2009

E. B. Ainakulov. Algebraic control device for data transmission with symbolic processing of information.
Questions of construction algebraic devices with numeral-letter cultivation information are considering.