

УДК 621.396:621.391.82

Д. В. КОМНАТНЫЙ, кандидат технических наук, Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, г. Гомель

## РАСЧЕТ ПОЛЯ ЭКРАНИРОВАННОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ПЕЧАТНОЙ ПЛАТЫ

Изложен метод расчета электростатического поля в экранированных линиях передачи печатных плат новейшей конструкции. Для выполнения расчетов предложен численный метод эквивалентных электродов. Обоснован способ вычисления собственных и взаимных потенциальных коэффициентов эквивалентных электродов на основе известного решения задачи о поле электрической оси, расположенной в экранирующей оболочке прямоугольного сечения. Описаны результаты численных экспериментов, показавшие, что граничные условия на сигнальном проводнике выполняются с достаточной точностью при незначительном числе учитываемых членов ряда. Эти же эксперименты показывают корректность предложенного способа расчета потенциальных коэффициентов. Обосновывается способ распространения предложенной методики на экраны другой формы, встречающиеся в технических задачах.

**В** настоящее время для обеспечения целостности сигнала в линиях связи печатных плат разработаны экранированные линии передачи [1], в которых каждый сигнальный проводник помещается в экранирующую оболочку прямоугольного сечения (рисунок 1). Поскольку экранированные линии подвержены помехам меньше, чем микрополосковые линии передачи, то рационально применение плат с экранированными линиями в микропроцессорных системах управления движением поездов. Это позволит повысить помехоустойчивость указанных систем к перекрестным помехам в электронных узлах и к помехам от электромагнитного излучения, которое возникает как при эксплуатации высокоскоростных микропроцессорных устройств, так и от внешних излучателей.

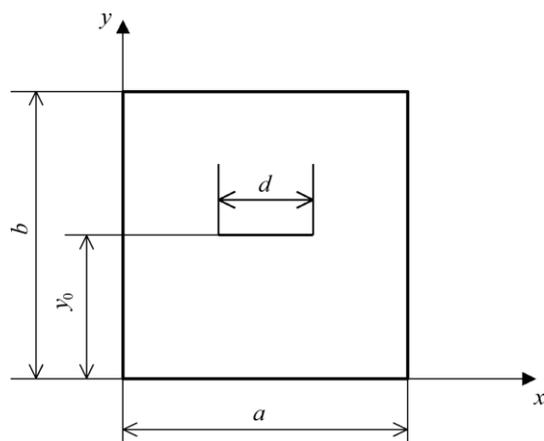


Рисунок 1 – Экранированная линия

Проектирование печатных плат с экранированными линиями требует расчета первичных параметров линий, главным образом их погонной емкости. Для расчетов первичных параметров линий связи печатных плат предложены различные

методы, аналитические и численные. В работах [2–4] описано решение указанной задачи с помощью различных вариантов метода граничных элементов. Общей особенностью предложенных в этих работах методов расчета является необходимость разбиения на граничные элементы всех проводящих границ задачи – линий передачи и экрана. С увеличением числа граничных элементов увеличивается размер матрицы коэффициентов системы линейных алгебраических уравнений метода, что может привести к снижению обусловленности этой матрицы и к невозможности решения системы уравнений [5].

Избежать необходимости разбивать поверхность экрана на граничные элементы можно, применив метод зеркальных изображений. При этом следует принять положение о том, что поле граничного элемента линии передачи совпадает с полем электрической оси, расположенной в геометрическом центре элемента. Правило отражения электрической оси в прямоугольной оболочке изложено в [6, 7]. Но это правило требует выполнения зеркальных изображений группы из четырех зарядов во всех плоскостях оболочки. Поэтому определение координат отраженных зарядов оказывается достаточно сложным. Это существенно затрудняет реализацию правила при расчетах на ЭВМ.

Известно аналитическое решение задачи о поле заряженной электрической оси в прямоугольном экране (рисунок 2), выраженное в виде ряда Фурье [8]. Это решение удовлетворяет граничным условиям для электростатического поля на экране: потенциал заземленного экрана равен нулю. Поэтому рационально использовать его в численных методах для расчета поля зарядов граничных элементов.

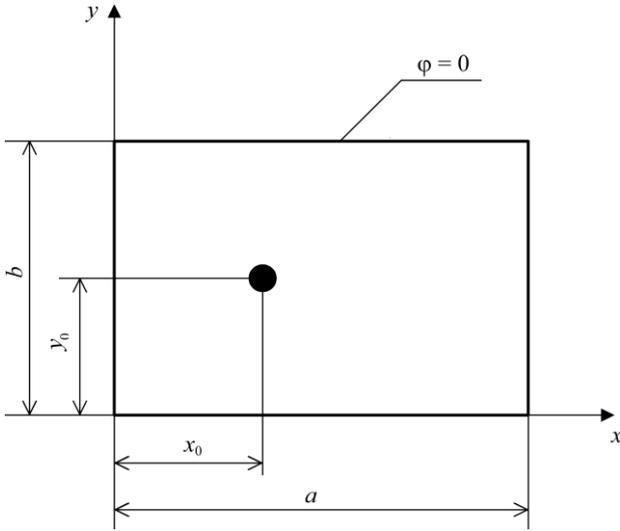


Рисунок 2 – Электрическая ось в прямоугольном экране

Поскольку имеется решение для поля электрической оси, то можно принять за основу для разработки метод эквивалентных электродов [2]. В этом методе граничный элемент заменяется круглым проводником малого сечения. Электростатическое поле этого проводника совпадает с полем электрической оси, расположенной в его центре. Можно заменять системой эквивалентных электродов только сигнальный проводник, так как аналитическое решение из [8] учитывает наличие экранирующей оболочки. Это обстоятельство не отмечено авторами метода [2].

Распределение зарядов эквивалентных электродов рассчитывается путем решения системы алгебраических уравнений, основанных на первой группе формул Максвелла

$$[\varphi] = [\alpha] [\tau], \quad (1)$$

где  $[\varphi]$  – матрица-столбец потенциалов эквивалентных электродов;  $[\alpha]$  – квадратная матрица потенциальных коэффициентов;  $[\tau]$  – матрица-столбец зарядов эквивалентных электродов.

Коэффициенты системы уравнений будем определять на основе известного решения для поля электрической оси в прямоугольном экране [8]

$$\varphi(x, y) = \frac{2\tau}{\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{b} y_0 \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} (a - x_0)}{n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} a} \times \\ \times \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} x \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \text{при } x < x_0; \quad (2)$$

$$\varphi(x, y) = \frac{2\tau}{\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{b} y_0 \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} x_0}{n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} a} \times \\ \times \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} (a - x) \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \text{при } x > x_0, \quad (3)$$

где  $x, y$  – координаты точки поля, м;  $x_0, y_0$  – координаты электрической оси, м;  $n$  – счетная переменная;  $\tau$  – линейная плотность заряда электрической оси, Кл/м;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость вещества;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная, Ф/м;  $a$  – ширина экрана, м;  $b$  – длина экрана, м.

Расчет потенциальных коэффициентов проводов круглого сечения хорошо известен [9]. При вычислении собственного потенциального коэффициента в простейшем случае поля провода, подвешенного над проводящей плоскостью, потенциал, созданный зарядом провода, рассчитывается в точке на поверхности провода. При вычислении взаимного потенциального коэффициента потенциал провода, созданный влияющим проводом, рассчитывается в центре провода, подверженного влиянию. Допустимость такого подхода к расчету собственного потенциального коэффициента в исследуемой задаче не так очевидна. Для обоснования возможности использования того же приема, что и в простейшем случае, рассмотрим уравнение границы эквивалентного электрода – уравнение окружности с центром в точке  $x_0, y_0$  и радиусом  $R$ :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2. \quad (4)$$

Тогда

$$x = x_0 + \sqrt{R^2 - (y - y_0)^2}; \quad (5)$$

$$y = y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2}. \quad (6)$$

Подставим (5) и (6) в (2) и (3) и получим

$$\varphi(x, y) = \frac{2\tau}{\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{b} y_0 \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} (a - x_0)}{n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} a} \times \\ \times \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} \left( x_0 + \sqrt{R^2 - (y - y_0)^2} \right) \times \\ \times \sin \frac{n\pi}{b} \left( y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} \right); \quad (7)$$

$$\varphi(x, y) = \frac{2\tau}{\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{b} y_0 \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} x_0}{n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} a} \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} \times \\ \times \left( a - x_0 - \sqrt{R^2 - (y - y_0)^2} \right) \times \\ \times \sin \frac{n\pi}{b} \left( y_0 + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2} \right).$$

В формулах (5) и (6) разлагаем радикал в ряд Тейлора

$$x = x_0 + R \sqrt{1 - \frac{(y - y_0)^2}{R^2}} = x_0 +$$

$$+ R \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{(y - y_0)^2}{R^2} + \dots \right); \quad (8)$$

$$y = y_0 + R \sqrt{1 - \frac{(x - x_0)^2}{R^2}} = y_0 + R \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{(y - y_0)^2}{R^2} + \dots \right). \quad (9)$$

В соотношениях (8) и (9) отбрасываем все члены, кроме первого, так как при малом радиусе эквивалентного электрода координаты его центра и точки поверхности различаются мало. Тогда формулы (7) примут вид

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= \frac{2\tau}{\pi \varepsilon \varepsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{b} y_0 \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} (a - x_0)}{n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} a} \times \\ &\times \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} (x_0 + R) \sin \frac{n\pi}{b} (y_0 + R); \\ \varphi(x, y) &= \frac{2\tau}{\pi \varepsilon \varepsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{b} y_0 \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} x_0}{n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} a} \times \\ &\times \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} (a - (x_0 + R)) \sin \frac{n\pi}{b} (y_0 + R). \end{aligned} \quad (10)$$

При малых радиусах эквивалентных электродов

$$\begin{aligned} \operatorname{sh} x_0 \frac{n\pi}{b} &\approx \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} (x_0 + R); \\ \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} (a - x_0) &\approx \operatorname{sh} \frac{n\pi}{b} (a - (x_0 + R)). \end{aligned}$$

Следовательно, потенциал в точках окружности, координата  $x$  которых больше координаты  $x_0$  центра окружности, и в точках, координата  $x$  которых меньше координаты  $x_0$  центра окружности, совпадают при малом радиусе окружности. Поэтому для исключения особенности допустимо при расчете собственного потенциального коэффициента эквивалентного электрода граничного элемента экранированной линии подставить в (3) координаты центра эквивалентного электрода – точки влияния и координаты точки поверхности электрода – точки наблюдения. Для определенности всегда принимается, что координата  $x$  точки наблюдения больше координаты  $x_0$  на значение радиуса эквивалентного электрода. А координата  $y$  точки наблюдения равна координате  $y_0$  центра эквивалентного электрода.

При расчете взаимного потенциального коэффициента в формулы (2) или (3) подставляем координаты центра влияющего электрода и координаты точки, в которой рассчитывается поле. Этой точкой является центр электрода, подверженного влиянию. Если координата  $x$  центра влияющего электрода больше координаты  $x$  центра электрода, подверженного влиянию, то применяется формула (2), иначе – формула (3).

Для проверки предложенного метода была составлена программа в среде MathCAD 7. Проверка метода заключается в исследовании отклонения рассчитанного потенциала сигнального проводника линии передачи от заданного в некоторой контрольной точке. Расчет потенциала в контрольной точке выполнялся по (1) – (3). Погрешность расчета потенциала вычисляется по формуле

$$\delta\varphi = \frac{\varphi_{\text{зад}} - \varphi_{\text{рас}}}{\varphi_{\text{зад}}} \cdot 100\%, \quad (11)$$

где  $\delta\varphi$  – погрешность расчета, %;  $\varphi_{\text{зад}}$  – заданный потенциал сигнального проводника, В;  $\varphi_{\text{рас}}$  – рассчитанный потенциал сигнального проводника, В.

Результаты численных экспериментов показали:

- при малом числе граничных элементов и эквивалентных им электродов (восемь элементов) и при учете пяти членов ряда в (2) и (3) погрешность расчета достигает практически допустимого значения 1,5 %;

- матрица потенциальных коэффициентов – корректная [10], т. е. все ее элементы больше нуля, ее диагональные элементы превосходят внедиагональные;

- учет особенностей в формулах (2) и (3) описанным выше способом возможен, так как при решении задачи не возникали расходимости; расчет потенциала сигнального проводника выполнен с малой погрешностью.

Результаты экспериментов позволяют сделать вывод, что расчет поля экранированной линии передачи печатной платы методом эквивалентных электродов при использовании записи потенциальных коэффициентов в форме рядов Фурье возможен.

Описанный в статье прием формирования матрицы потенциальных коэффициентов может использоваться не только для прямоугольных экранов. В [8] приведены аналитические решения для поля электрической оси в экранирующих оболочках эллиптической формы и в форме равнобокой трапеции. В [11] приведено аналитиче-

ское решение для поля одиночной электрической оси, заключенной в промежутке между двумя концентрическими окружностями. Все описанные геометрические формы экранов охватывают подавляющее число вариантов форм экранов, известных на практике.

Следовательно, предложенный метод расчета имеет достаточную общность. Его достоинством является сокращение размерности матрицы коэффициентов системы линейных алгебраических уравнений. Кроме того, случай совпадения влияющего граничного элемента и элемента, подверженного влиянию, описывается при помощи тех же формул, что и случай, когда эти элементы различны. Это упрощает предлагаемый метод, по сравнению с имеющимися. В них указанный случай рассматривается особо с помощью дополнительных математических соотношений [4], что усложняет разработку математического обеспечения метода и реализацию его на ЭВМ.

Автор выражает глубокую благодарность к. т. н., доценту Могиле В. С. и к. т. н., доценту Волкову Н. П. за ценные замечания, позволившие существенно улучшить данную работу.

Получено 01.10.2010

#### **D. V. Komnatny.** Field calculation in screened transmission line of printed circuit board.

The method of electrostatic field calculation in screened transmission lines of modern printed circuit boards is worked out in this article. The numerical equivalent electrode method is proposed for calculation accomplishment. The method of self and mutual potential coefficients calculating, based on known solution for electrical axis field in rectangular shield, is grounded. The results of numerical experiment are described, which are shown desired precision of boundary conditions on signal conductor implementation with negligible number of considered terms of a series. The experiment is showing the reasonableness of proposed method for coefficients calculation too. The way for proposed method extension to the screens of another form, which is found in technical tasks, is grounded.

#### **Список литературы**

- 1 **Кечиев, Л. Н.** Проектирование печатных плат для цифровой быстродействующей аппаратуры : [монография] / Л. Н. Кечиев. – М. : ООО «Группа ИДТ», 2007. – 610 с.
- 2 **Velichkovich, D. M.** Rectangular coax with axial slit and with rectangular or circular center conductor / D. M. Velichkovich, Z. J. Mancic, D. G. Zuklic // International Symposium on Electromagnetic Compatibility / University of Rome “La Sapienza”. – Milan, 1998. – P. 384–389.
- 3 **Сильвестр, П.** Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / П. Сильвестр, Р. Феррари. – М. : Мир, 1986. – 299 с.
- 4 Расчет электрических цепей и электромагнитных полей на ЭВМ / М. Г. Александров [и др.]. – М. : Радио и связь, 1983. – 344 с.
- 5 **Флетчер, И.** Численные методы на основе метода Галеркина / И. Флетчер. – М. : Мир, 1988. – 352 с.
- 6 **Бинс, К.** Анализ и расчет электрических и магнитных полей / К. Бинс, П. Лауренсон. – М. : Энергия, 1970. – 376 с.
- 7 **Будак, Б. М.** Сборник задач по математической физике / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М. : Наука, 1980. – 686 с.
- 8 Методы расчета электростатических полей / Н. Н. Миролобов [и др.]. – М. : Высшая школа, 1963. – 415 с.
- 9 **Бессонов, Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле / Л. А. Бессонов. – М. : Высшая школа, 1978. – 220 с.
- 10 **Фаддеев Д. К.** Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. – М. : Физматгиз, 1960. – 656 с.
- 11 **Бухгольц, Г.** Расчеты электрических и магнитных полей / Г. Бухгольц : [монография]. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1961. – 712 с.