

УДК 62.52

С. В. ЕЛИСЕЕВ, доктор технических наук, Р. Ю. УПЫРЬ, кандидат технических наук, Иркутский государственный университет путей сообщения, Россия

МЕХАТРОНИКА ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМ. СТРУКТУРНЫЕ ПОДХОДЫ

Рассматриваются возможности нетрадиционного представления управления движением по принципу относительного отклонения. Предложены подходы динамического синтеза виброзащитных систем, в структурах которых имеются дополнительные связи с независимыми движениями.

Построение исходных структурных схем в задачах вибрационной защиты достаточно подробно рассмотрено в работах [1, 2]. Вместе с тем введение дополнительных связей при реализации принципов управления динамическим состоянием по относительному отклонению (что связано с кинематическим возмущением) в ряде случаев может рассматриваться как действие так называемых скрытых сил [3].

1 Рассмотрим в связи с этим простейшую модель виброзащитной системы (ВЗС) в виде системы с одной степенью свободы (рисунок 1).

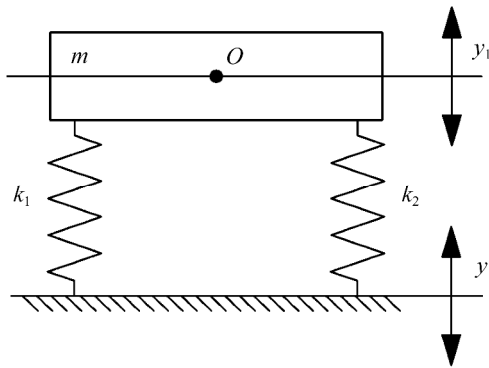


Рисунок 1 – Расчетная схема виброзащитной системы при кинематическом возмущении y

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергии

$$T = \frac{1}{2} m \dot{y}_1^2; \tag{1}$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - y)^2 + \frac{1}{2} k_2 y_1^2. \tag{2}$$

Структурная схема ВЗС может быть представлена эквивалентной в динамическом отношении системой автоматического управления (САУ), как показано на рисунке 2.

Передаточная функция системы

$$W = \frac{\bar{y}_1}{\bar{y}} = \frac{k_1}{m_1 p^2 + k_1 + k_2} \tag{3}$$

в физическом смысле, представляет собой коэффициент передачи амплитуды колебаний основания на объект и может быть определен амплитудно-частотной характеристикой.

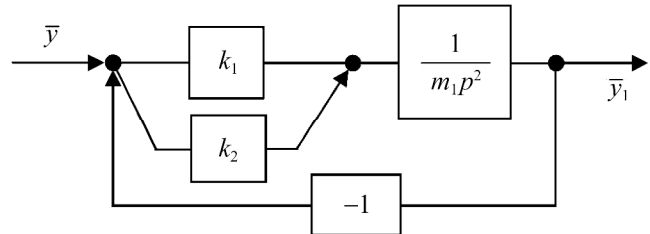


Рисунок 2 – Структурная схема ВЗС при кинематическом возмущении

Анализируя структурную схему на рисунке 2. можно отметить, что пружина с жесткостью k_2 представляет собой дополнительную динамическую связь, а оба упругих элемента (k_1 и k_2) реализуют в системе принцип управления по относительному отклонению ($y_1 - y$). Вместе с тем систему связей в структурной схеме можно представить таким образом, чтобы дополнительная связь (пружина с жесткостью k_2) вводилась двумя ветвями: как управление по абсолютному отклонению ($-y_1 k_2$) и как управление по внешнему возмущению. Структурная схема ВЗС в этом случае примет вид в соответствии с рисунком 3.

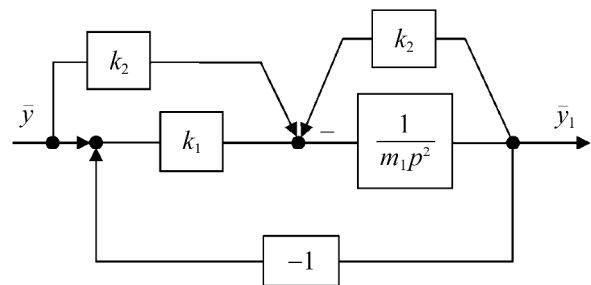


Рисунок 3 – Структурная схема ВЗС с выделенными каналами управления динамическим состоянием по абсолютному отклонению и внешнему возмущению

Найдем передаточную функцию ВЗС по смещению основания y , используя правила структурных преобразований [2]:

$$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{y}} = \frac{k_1 + k_2 - k_1}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}. \tag{4}$$

Сравнение (3) и (4) показывает их тождество, однако такой прием детализации представлений о кинематическом возмущении дает возможность построить методику учета «скрытых сил» при реализации вводимых дополнительных связей, описываемых дифференциальными уравнениями. Последнее связано с существованием фрагментов системы, имеющих возможность создавать динамические усилия даже при неподвижном объекте защиты. В этом случае в структуре дополнительной связи, как правило, имеется элемент, совершающий независимое движение, возбуждаемое внешними силами.

2 Пусть виброзащитная система имеет расчетную схему в виде системы с двумя степенями свободы. Структурная схема системы, представленной на рисунке 4, имеет вид, показанный на рисунке 5.

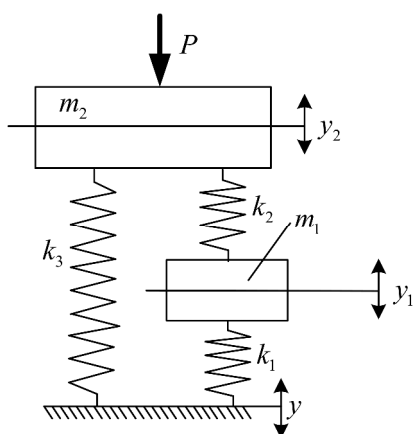


Рисунок 4 – Расчетная схема ВЗС с дополнительной цепью, колебательного вида: m_2 – масса объекта защиты; k_3 – жесткость основного упругого элемента виброзащитной системы; k_1, k_2, m_1 – элементы упругие и инерционные дополнительной связи

Передаточная функция ВЗС при силовом возмущении ($y = 0, P \neq 0$) имеет вид

$$W_1 = \frac{y_2}{P} = \frac{m_1 p^2 + k_1 + k_2}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}, \quad (5)$$

а при $P = 0, y \neq 0$, т. е. кинематическом возмущении, – соответственно

$$W_2 = \frac{y_2}{y} = \frac{k_1 k_2 + k_3(m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}. \quad (6)$$

Частотное уравнение в (5), (6) можно записать в виде

$$A = m_2 p^2 + k_3 + \frac{k_2(m_1 p^2 + k_1)}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}, \quad (7)$$

что дает возможность пояснить влияние «скрытых сил» при использовании технологий структурных интерпретаций. В этом случае в системе, расчетная схема которой приведена на рисунке 4, параллельно основной пружине (k_3) может быть введена дополнительная связь в виде некоторого дополнительного устройства. Последнее представлено колебательной структурой, состоящей из инерционного элемента (m_1) и двух пружин с жесткостями k_1 и k_2 . При кинематическом возмущении m_1 придет в движение и будет колебаться даже при неподвижном элементе m_2 . На рисунке 6 ВЗС представлена с использованием представлений о введении дополнительной связи $W_{\text{доп}}$ параллельно пружине с жесткостью k_3 . $W_{\text{доп}}$ определяется из расчетной и структурной схем, показанных на рисунке 7, а, б.

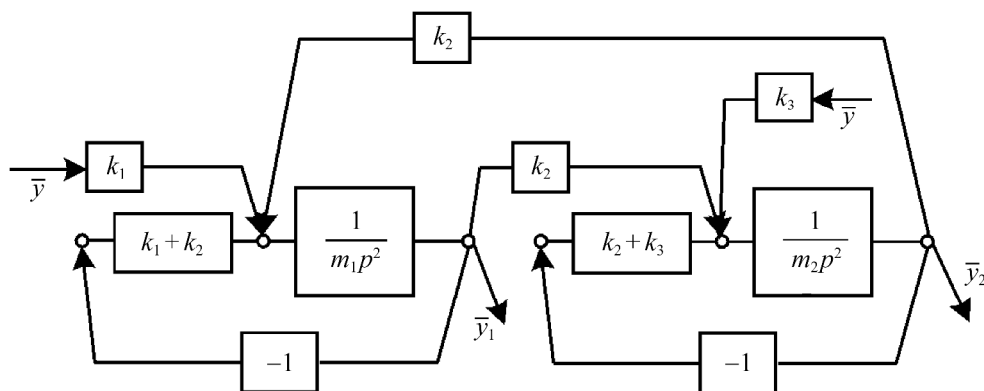


Рисунок 5 – Структурная схема системы, приведенной на рисунке 4

Передаточная функция дополнительной связи имеет вид

$$W_{\text{доп}} = \frac{\bar{F}}{\bar{y}} = \frac{k_2(m_1 p^2 + k_1)}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}. \quad (8)$$

В этом случае дополнительная связь формирует силу F , которая передается на объект защиты (m_2) и выполняет роль некоторой пружины, жесткость которой зависит от частоты внешнего воздействия.

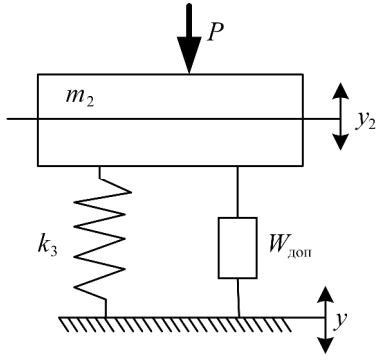


Рисунок 6 – Структурная схема ВЗС с дополнительной связью в виде колебательной структуры с одной степенью свободы

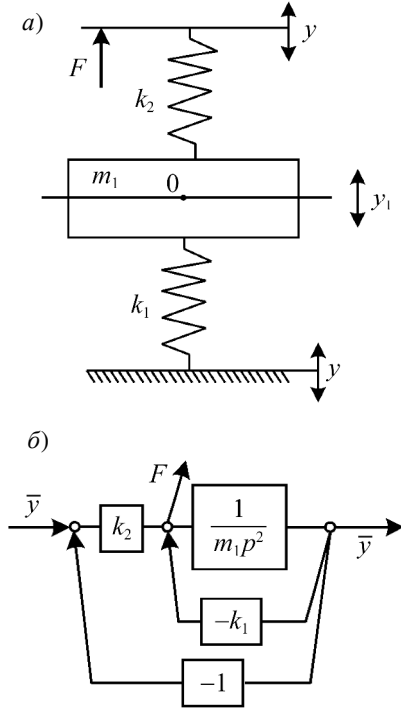


Рисунок 7 – Расчетная (а) и структурная (б) вспомогательные расчетные схемы дополнительной цепи, формирующей силовое воздействие на объект m_2

Будем полагать, что $y = 0$ и $P \neq 0$. Тогда из расчетной схемы на рисунке б следует, что на систему действует силовое возмущение, а дополнительная связь входит с управлением по абсолютному отклонению объекта защиты y_2 , поэтому передаточная функция ВЗС будет иметь вид

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{P}} = \frac{1}{m_2 p^2 + k_3 + W_{\text{доп}}(p)}. \quad (9)$$

В выражении (9) $W_{\text{доп}}(p)$ вводится так, как предлагается в соответствии с методикой динамического синтеза [2]. Однако ситуация меняется, если $y \neq 0$ и $P = 0$, так как кинематическое возмущение создает относительное движение, формирующее силы инерции в переносном движении.

Такие силы в дополнительных цепях можно отнести к скрытым, и они дополнительно действуют на объект защиты.

3 При кинематическом возмущении y , учитывая способ построения передаточной функции системы при относительном управлении динамическим состоянием объекта защиты (см. рисунок б), передаточная функция ВЗС принимает вид

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}} = \frac{k_3 + W'_{\text{доп}}(p)}{m_2 p^2 + k_3 + W_{\text{доп}}(p)}, \quad (10)$$

где $W'_{\text{доп}}(p)$ определяется выражением (8).

Вместе с тем, при независимости возмущения движения по координате y_1 от переносного движения формируется сила $F_{\text{доп}}$, которая передается отдельным каналом воздействия в соответствии с рассмотренным в п. 1 подходом, позволяющим разделить управление по относительному смещению, вводя управление по внешнему возмущению (с учетом его отрицательного знака). Тогда

$$F_{\text{доп}} = m_1 \ddot{a}, \quad (11)$$

где $\ddot{a} = \ddot{y}_{1\text{доп}}$ – ускорение, определяемое из структурной схемы дополнительного канала, как это показано на рисунке 8.

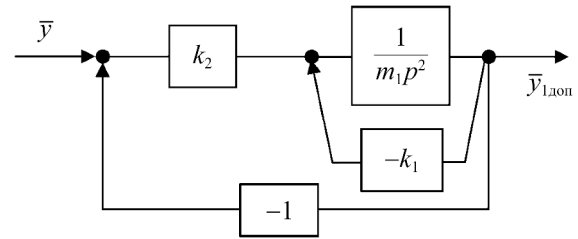


Рисунок 8 – Структурная схема для определения ускорения массы m_1 , вызванного переносным движением y

Таким образом,

$$W'_{\text{доп}}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}} = \frac{m_1 p^2 k_2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}. \quad (12)$$

Для учета особенностей введения сил переносного движения рассмотрим структурную схему на рисунке 9, откуда

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}} = \frac{k_3 + W_{\text{доп}} - W'_{\text{доп}}}{m_2 p^2 + W_{\text{доп}}}. \quad (13)$$

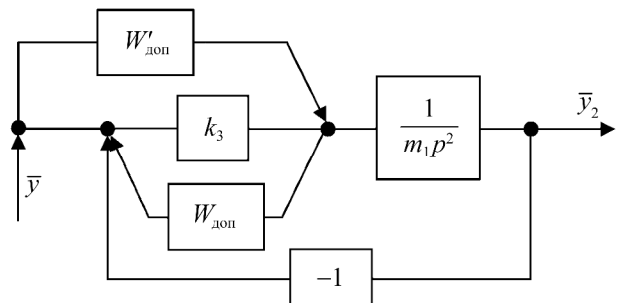


Рисунок 9 – Схема учета влияния скрытой силы (действие переносного движения y на массу m_1)

Упрощая (13), получим

$$W_2 = \frac{y_2}{P} = \frac{k_1 k_2 + k_3(m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}, \quad (14)$$

что совпадает с выражением (6).

Следовательно, при использовании структурных подходов в оценке динамических свойств систем, имеющих дополнительные связи в виде колебательных структур необходимо обращать внимание на характер внешних воздействий. В частности, кинематическое возмущение может создавать эффекты действия «скрытых сил» [3]. Учет инерционных воздействий, вызванных переносным движением, возможен путем учета передачи инерционных сил. Интересно отметить, что из (5) следует возможность динамического гашения в ВЗС при силовом возмущении, а частота динамического гашения

$$\omega'_{\text{дин}} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1}} \quad (15)$$

при кинематическом возмущении динамическое гашение возможно при условии

$$\omega''_{\text{дин}} = \sqrt{\frac{k_3(k_1 + k_2) + k_1 k_2}{m_1}}. \quad (16)$$

4 Полученные результаты можно истолковать и с позиции введения пружины с приведенной жесткостью, которая зависит от частоты. В этом случае жесткость пружины

$$K_{\text{пр}} = \frac{k_2(k_1 - m_1 \omega^2)}{k_1 + k_2 - m_1 \omega^2}. \quad (17)$$

Зависимость жесткости такой пружины от частоты ω показана на рисунке 10.

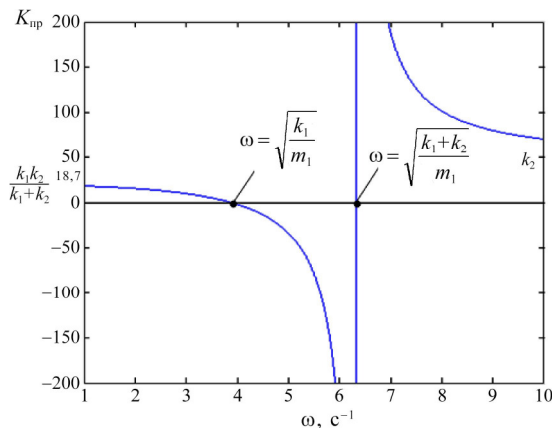


Рисунок 10 – Зависимость приведенной жесткости дополнительной связи от частоты при $m_1 = 2$, $k_1 = 30$, $k_2 = 50$

При малых частотах жесткость уменьшается и при $\omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$ становится равной нулю; затем же-

сткость начинает возрастать и при $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1}}$

достигает больших значений ($K_{\text{пр}} \rightarrow 0$). В системе в этом случае наблюдается динамическое гашение на массе m_2 при силовом характере возмущения. С последующим ростом частоты ω приведенная жесткость стремится к значению k_2 ($K_{\text{пр}} \rightarrow k_2$ при $\omega \rightarrow \infty$). В соответствии с [2] можно отметить также, что пружина с приведенной жесткостью $K_{\text{пр}}$, работающая в параллельном соединении, имеет передаточную функцию, образованную из типовых звеньев путем последовательного соединения двух структур: пружины жесткостью k_2 (типового элемента) и блока ($m_1 p^2 + k$), состоящего из параллельного соединения типового звена двойного дифференцирования ($m_1 p^2$) пружины жесткостью k_1 :

$$K_{\text{пр}} = \frac{y_2}{y} = \frac{k_2(m_1 p^2 + k_1)}{(m_1 p^2 + k_1) + k_2}. \quad (18)$$

Последнее позволяет ввести в рассмотрение при проектировании виброзащитных систем понятие обобщенной пружины, приведенная жесткость которой зависит от частоты.

5 Рассмотрим виброзащитную систему, в которой дополнительная связь в виде колебательной структуры имеет (рисунок 11) два инерционно-массовых элемента (m_1 , m_2) и три пружины с жесткостями k_1 , k_2 , k_3 .

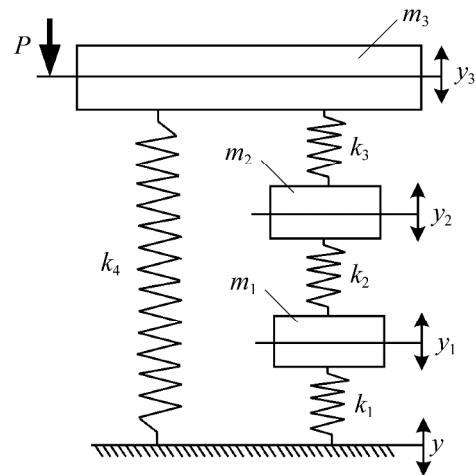


Рисунок 11 – Расчетная схема ВЗС с дополнительной связью в виде колебательной структуры (m_1 , m_2 , k_1 , k_2 , k_3)

Система дифференциальных уравнений движения имеет вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + k_2 y_1 - k_2 y_2 &= k_1 y, \\ m_2 \ddot{y}_2 + k_2 y_2 + k_3 y_2 - k_2 y_1 - k_3 y_3 &= 0, \\ m_3 \ddot{y}_3 + k_3 y_3 + k_4 y_3 - k_3 y_2 &= k_4 y. \end{aligned} \quad (19)$$

Соответствующая (19) структурная схема эквивалентной в динамическом отношении САУ представлена на рисунке 12. Полагаем, что структурной схеме на рисунке 12 можно придать вид, как показано на рисунке 13, и определить ряд передаточных функций, в частности

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_3}{\bar{y}} = \frac{k_2^2 k_4 + AB \cdot k_4 + k_1 k_2 k_3}{ABC + Ck_2^2 - Ak_3}, \quad (20)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_3}{\bar{y}} = \frac{AB - k_2^2}{ABC - Ck_2^2 - Ak_3^2}, \quad (21)$$

$$W_3(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}} = \frac{AB - k_2^2}{ABC - Ck_2^2 - Ak_3^2}, \quad (22)$$

$$W_4(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{y}} = \frac{BC - k_3^2}{ABC - Ck_2^2 - Ak_3^2}. \quad (23)$$

Рассмотрим более подробно передаточную функцию $\bar{W}_1(p)$ и ее преобразования, например, в виде

$$W(p) = \frac{k_4 + \frac{k_1 k_2 k_3}{R}}{m_3 p^2 + k_4 + \frac{R_1}{R}}, \quad (24)$$

где

$$R = (m_1 p^2 + k_1)(m_2 p^2 + k_3) + k_2(m_2 p^2 + k_3) + k_2(m_1 p^2 + k_1);$$

$$R_1 = k_3 m_2 p^2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2) + k_2 k_3 (m_1 p^2 + k_1).$$

В выражении (24) частотное уравнение имеет вид

$$m_3 p^2 + k_4 + k_{np} = 0, \quad (25)$$

где

$$K_{np}(p) = \frac{R_1}{R}. \quad (26)$$

В свою очередь $K_{np}(p)$ представляет собой обобщенный упругий элемент, расчетная схема которого приведена на рисунке 14. Найдем

$$K_{np} = \frac{k_2(m_1 p^2 + k_1)}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}, \quad (27)$$

что соответствует параллельному соединению в блок элементов $m_1 p^2$ и k_1 с последующим последовательным соединением блока $(m_1 p^2 + k_1)$ и пружины k_2 . Для более сложного случая необходимо блок, определяемый выражением (27), ввести в параллельное соединение с элементом $m_2 p^2$ и после этого ввести пружину k_3 в последовательное соединение, тогда можно найти приведенную жесткость $K'_{np}(p)$ для обобщенной пружины в системе, приведенной на рисунке 11:

$$K'_{np}(p) = \frac{\left\{ \frac{(m_1 p^2 + k_1)k_2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2} + m_2 p^2 \right\} k_3}{\left\{ \frac{(m_1 p^2 + k_1)k_2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2} + m_2 p^2 \right\} + k_3}. \quad (28)$$

Развернув (28), можно найти, что (28) совпадает с (27).

В приведенном выше п. 5 рассмотрено прямое получение передаточных функций, следующее из системы дифференциальных уравнений (20) или (что то же самое) из структурных схем, приведенных на рисунках 12, 13. Однако возможен и другой подход, развитый в работе [2]. В этом случае расчетная схема системы с тремя степенями свободы приводится к виду, как

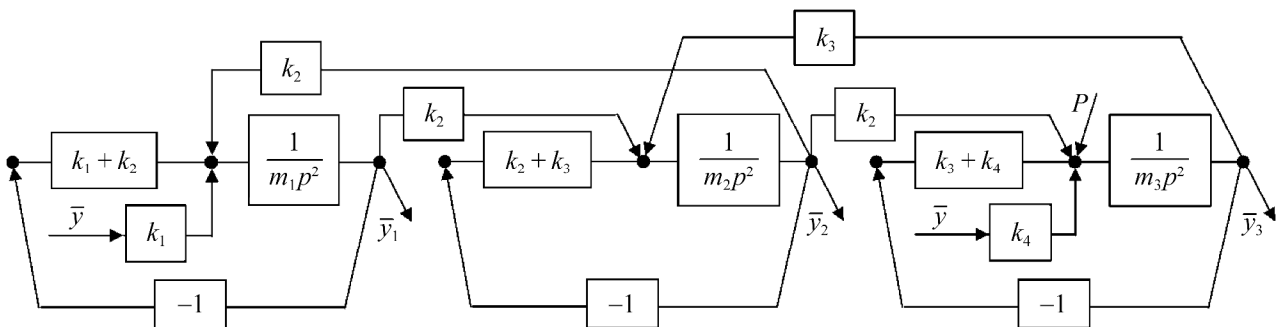


Рисунок 12 – Структурная схема для системы, показанной на рисунке 11

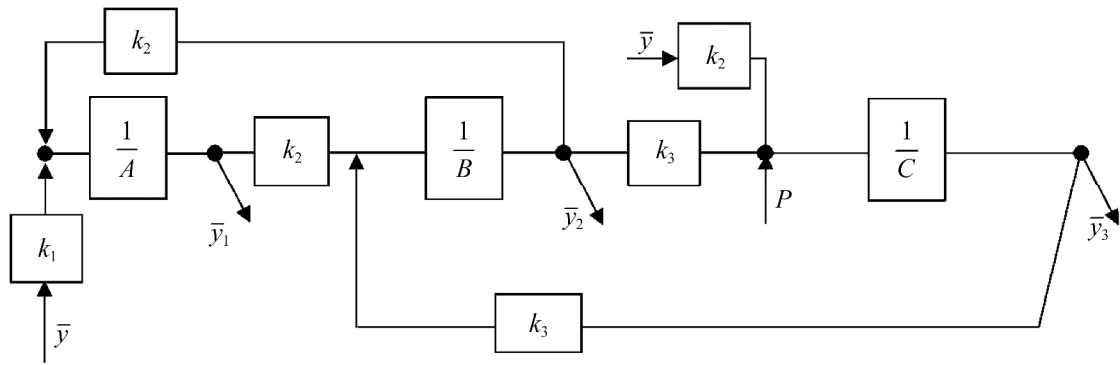


Рисунок 13 – Упрощенная структурная схема системы, приведенной на рисунке 11:
 $A = mp^2 + k_1 + k_2$; $B = m_2p + k_2 + k_3$; $C = m_3p + k_3 + k_4$

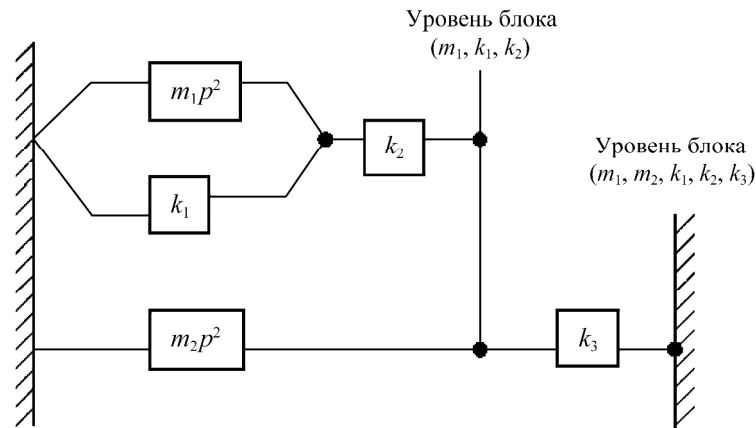


Рисунок 14 – Структура дополнительной связи, позволяющая определять приведенную жесткость обобщенной пружины для расчетных схем на рисунках 6 и 11

это показано на рисунке 6. Для определения $W_{\text{доп}}(p)$ может быть использовано выражение (28). Расчетная схема системы, приведенной на рисунке 11, таким образом, может быть представлена так, как это показано на рисунке 15.

Реализуя упомянутый подход, найдем передаточную функцию ВЗС при кинематическом возмущении y :

$$W(p) = \frac{\bar{y}_3}{\bar{y}} = \frac{k_4 + W_{\text{доп}}(p)}{m_3p^2 + k_4 + W_{\text{доп}}(p)}. \quad (29)$$

Принимая во внимание, что дополнительная связь в виде колебательной структуры (она описывается системой из двух дифференциальных уравнений движения) приводит к появлению двух «скрытых» сил [3], внесем соответствующие коррективы, т. е. аналогично схеме на рисунке 9 и выражению (13) найдем $W'_{\text{доп}}(p)$:

$$W'(p) = W'_{\text{доп}}(p)_1 + W'_{\text{доп}}(p)_2, \quad (30)$$

где

$$W'_{\text{доп}}(p)_1 = \frac{R_2 k_3 m_1 p^2}{D}, \quad (31)$$

$$W'_{\text{доп}}(p)_2 = \frac{k_3 m_2 p^2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{D}. \quad (32)$$

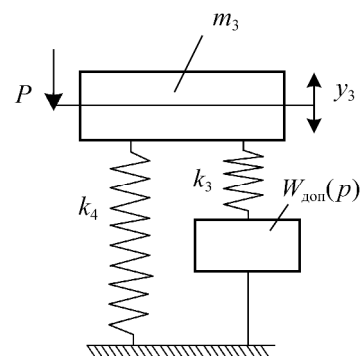


Рисунок 15 – Приведенная расчетная схема системы, соответствующая рисунку 11

Здесь

$$D = (m_1 p^2 + k_1)(m_2 p^2 + k_3) + k_2(m_2 p^2 + k_3) + k_2(m_1 p^2 + k_1). \quad (33)$$

Для определения $W'_{\text{доп}}(p)_1$ и $W'_{\text{доп}}(p)_2$ используется расчетная (рисунок 16, а) и структурная (рисунок 16, б) схемы цепи дополнительной связи.

Учитывая переносное движение (кинематическое возмущение – y), найдем переносные силы инерции, действующие на элементы массой m_2 и m_1 , для чего воспользуемся структурной схемой на рисунке 16, б, откуда могут быть найдены, через соответствующие передаточные функции, выражения, аналогичные (30),

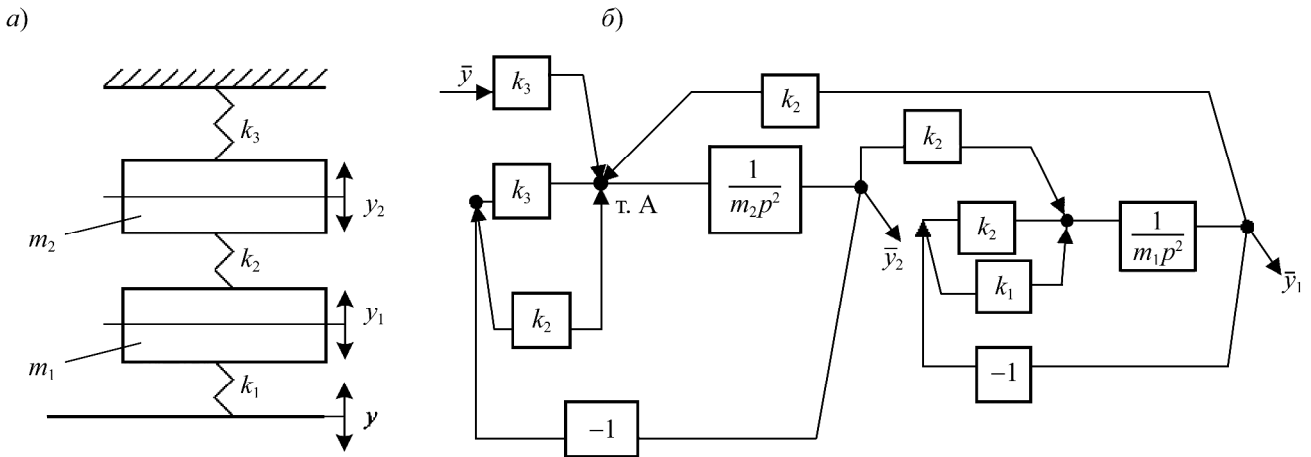


Рисунок 16 – Расчетная (а) и структурная (б) схемы для колебательного контура дополнительной связи

(32). При этом переносная сила инерции, вызванная движением основания, определяется как произведение масс (m_1, m_2) на соответствующие ускорения. Действительно, используя структурную схему на рисунке 16, б, получим, что при действии \ddot{y} на вход в т. А, передаточные функции имеют вид

$$W(p)_1 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}} = \frac{k_3(m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{D}, \quad (34)$$

$$W(p)_2 = \frac{k_3 k_2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{D}, \quad (35)$$

откуда могут быть определены соответствующие переносные ускорения, а через них – найдены и «скрытые» силы.

$$W'_{\text{доп}}(p)_1 = \frac{k_2 k_3 m_1 p^2}{D}, \quad (36)$$

$$W'_{\text{доп}}(p)_2 = \frac{k_3 m_2 p^2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{D}, \quad (37)$$

а их действие учитывается в соответствии с представлениями о возможности по-иному выстраивать управление по относительному отклонению.

Получено 20.08.2010

S. V. Eliseev, R. Y. Upyr. Mechatronics of vibroprotective systems.

Possibilities of nonconventional representation of traffic control by a principle of a relative deviation are considered. Approaches of dynamic synthesis of vibroprotective systems in which structures there are additional communications with independent movements are offered.

Таким образом, формирование передаточных функций ВЗС, имеющих в своей структуре дополнительные связи, относительно которых ожидается появление «скрытых» сил, может производиться на той же основе, что и при использовании различных видов обычных связей, не требующих описания через дифференциальные уравнения. Однако при этом необходимо учитывать характер внешнего воздействия, где ожидается действие.

При кинематическом возмущении и действии «скрытых сил», как было показано, возникает необходимость перехода при использовании структурных методов динамического синтеза к комбинации управления по внешнему воздействию и по абсолютному отклонению объекта защиты.

Список литературы

- 1 Dynamics of mechanical Systems with Additional ties / S. V. Eliseev [at al.]. – Irkutsk : Irkutsk State University, 2006. – 315 p.
- 2 Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты технических объектов / С. В. Елисеев [и др.]. – Иркутск : Изд-во Иркутского гос. ун-та, 2008. – 527 с.
- 3 **Блехман, И. И.** Вибрационная механика / И. И. Блехман. – М. : Физматлит, 1994. – 400 с.