

УДК 656.21:528.4

С. С. КОЖЕДУБ, аспирант, Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КРИВЫХ НА ЦИФРОВОМ МАСШТАБНОМ ПЛАНЕ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СТАНЦИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭЛЕКТРОННОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

Представлена методика расчета параметров кривых путевого развития станций по результатам выполнения электронной геодезической съемки. Приведены аналитические зависимости, аппроксимирующие ряд последовательных точек станционной кривой в элемент круговой кривой.

Геодезическая съемка железнодорожной станции с использованием информационных технологий позволяет компьютеризировать процесс эффективного получения исходных данных для разработки цифровых масштабных планов. При этом формирование единой, целостной, комплексной автоматизированной среды, органично объединяющей этапы съемки и проектирования, позволяет реализовать технологию сквозного автоматизированного проектирования, в которой отдельные проектные этапы связаны между собой структурами данных, являющихся одновременно входными и выходными для сопряженных модулей. На протяжении ряда последних лет ведущие проектные организации Белорусской железной дороги проводят опытные изыскания новой технологии проектирования на базе современных электронных геодезических приборов и высокопроизводительного программного обеспечения. Особую проблему представляет собой восстановление кривых на цифровых масштабных планах по результатам электронной съемки. Восстановление параметров круговых кривых связано с расчетом параметров их цифровых аналогов: радиуса, теоретического центра окружности, тангенса и угла поворота.

Сложность восстановления параметров кривой заключается в том, что из-за угона пути в процессе эксплуатации разница между практическим положением любой точки кривой и расчетным теоретическим может достигать пять и более сантиметров (погрешность положения). При проведении автоматизированной съемки путевого развития невозможно точно установить начало и конец кривой и определенно указать, какая точка пути лежит на прямом участке, а какая – уже в кривой. Поэтому важно определить параметры существующей кривой с последующей аппроксимацией ее теоретического образа.

Рассмотрим следующую схему обработки данных цифровой съемки кривых с использованием её угловой диаграммы, которая позволяет определить зависимость угла поворота от длины кривой (K) по формуле

$$\alpha_{\text{рад}} = f(K). \quad (1)$$

Так как круговая кривая на всем протяжении имеет постоянную кривизну, то угловая линия правильной круговой кривой на угловой диаграмме представляет собой прямую (рисунок 1) с угловым коэффициентом

$$\tan \varphi = \frac{\alpha_{\text{рад}}}{K} = \frac{1}{R} = \text{const}. \quad (2)$$

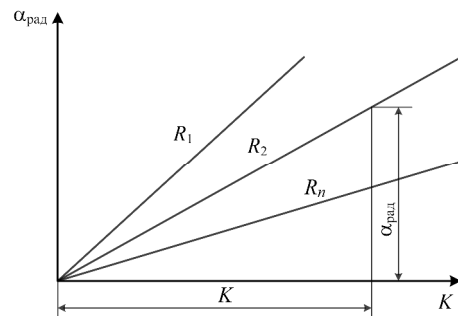


Рисунок 1 – Угловая диаграмма правильной круговой кривой

Кривизна реальной кривой станционных путей в различных ее точках неодинакова, что отражается на очертании угловой линии (рисунок 2).

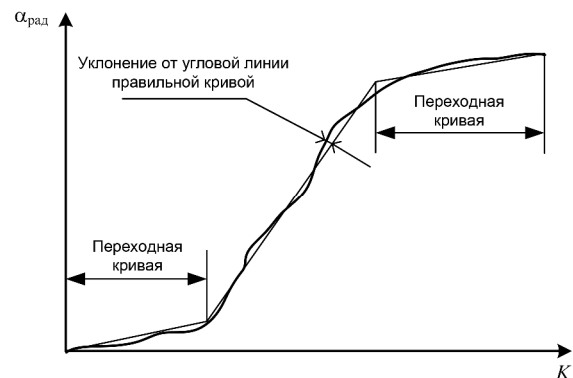


Рисунок 2 – Угловая диаграмма существующей кривой

Для построения угловой диаграммы существующей кривой определяются длины хорд и угол поворота.

Расстояние между двумя точками на плоскости определяется по формуле

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (3)$$

Угол между двумя прямыми, заданными урав-

нениями

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0, \quad (4)$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0, \quad (5)$$

определяется следующим образом:

$$\tan \varphi = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}. \quad (6)$$

В результате выполнения расчетов можно построить угловую диаграмму, которая позволяет провести анализ состояния кривой. По её очертанию устанавливаются дополнительные характеристики кривой:

- одиночная или состоящая из нескольких. Составные кривые на угловой диаграмме имеют характерные изменения угла наклона угловых линий к оси абсцисс;

- качество содержания кривой и степени её расстроенности. Чем больше угловая линия существующей кривой отклоняется от угловой линии правильной кривой, тем больше она расстроена или сбита;

- величины расхождения установленного нормативами радиуса кривой;

- имеются ли переходные кривые, их примерная длина и состояние. О наличии переходных кривых свидетельствуют закругленные участки в начале и в конце угловой линии.

Для расчета радиуса кривой необходимо провести угловую линию правильной кривой. Так как $K = R\alpha_{\text{рад}}$, то $R = K / \alpha_{\text{рад}}$.

Угловая линия кривой имеет линейную зависимость. В связи с тем, что возникает задача аппроксимации угловой линии со сглаживанием отклонений существующей кривой, связанных с её расстроенным состоянием, для решения этой задачи применим метод наименьших квадратов, позволяющий при заданном типе зависимости $y = \varphi(x)$ так выбрать ее числовые параметры, чтобы кривая $y = \varphi(x)$ в известном смысле наилучшим образом отображала существующие данные. Наилучшее согласование кривой $y = \varphi(x)$ и области существующих точек съёмки криволинейного пути сводится к тому, чтобы сумма квадратов отклонений существующих точек от сглаживающей кривой была минимальной:

$$\sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(x_i)]^2 = \min.$$

Перейдем к задаче определения параметров a , b , c , ..., исходя из метода наименьших квадратов. Имеется таблица существующих данных и вид

функции $y = \varphi(x)$, зависящих от нескольких числовых параметров a , b , c , ..., именно эти параметры и требуется выбрать согласно методу наименьших квадратов так, чтобы сумма квадратов отклонений y_i от $\varphi(x_i)$ была минимальна. Запишем y как функцию не только аргумента x , но и параметров a , b , c , ...

$$y = \varphi(x; a, b, c, \dots)$$

Требуется выбрать a , b , c , ... так, чтобы выполнялось условие

$$\sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(x_i; a, b, c, \dots)]^2 = \min. \quad (7)$$

В нашем случае угловая линия правильной кривой выражается линейной функцией

$$y = \varphi(x; a, b) = ax + b. \quad (8)$$

Дифференцируя выражение (8) по a и b и производя преобразования, получаем

$$a = \frac{K_{xy}^*}{D_x^*}; \quad b = m_y^* - am_x^*, \quad (9)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} m_x^* = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad m_y^* = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}; \\ K_{xy}^* = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x^*)(y_i - m_y^*)}{n}; \\ D_x^* = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x^*)^2}{n}. \end{array} \right. \quad (10)$$

Таким образом, поставленная задача решена, и линейная зависимость, связывающая y и x , имеет вид

$$y = \frac{K_{xy}^*}{D_x^*} x + m_y^* - \frac{K_{xy}^*}{D_x^*} m_x^*. \quad (11)$$

В качестве примера применения данной методики для расчета параметров криволинейного участка пути возьмем результаты съёмки существующего криволинейного участка пути (таблица 1).

Таблица 1 – Данные съёмки криволинейного участка пути

Номер точки	Координата X	Координата Y
1	1008,3381	904,3766
2	1276,7450	1387,4407
3	1794,6340	1703,6231
4	2341,4320	1722,8180
5	2884,3547	1439,8712

Для построения угловой диаграммы существующей кривой определим длины хорд и угол поворота. Длины хорд определим по формуле (3), а

угол между двумя прямыми – по формуле (6).

В результате выполнения аналитических расчетов получили следующую угловую диаграмму (рисунок 3):

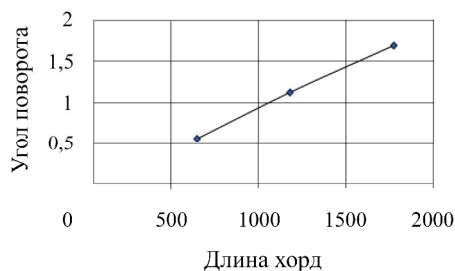


Рисунок 3 – Угловая диаграмма существующей кривой

Вычислим параметры сглаживающей кривой согласно формулам (10) и (11). Получим линейную зависимость, связывающую y и x :

$$y = 9,737 \cdot 10^{-4} x - 0,013 \quad (12)$$

Для наглядности, как спрямленная кривая описывает существующую кривую, построим на графике угловой диаграммы две кривые (рисунок 4).

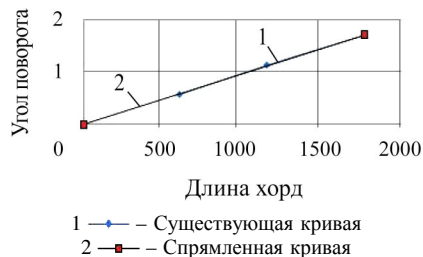


Рисунок 4 – Угловая диаграмма существующей кривой с нанесенной спрямленной кривой

Получено 14.01.2010

S. S. Kozhedub. Reconstruction of the curve settings on a digital scale plan of the railway station on the results of electronic geodetic survey.

The method of calculating the curves track of the stations development on the results of electronic geodetic survey is represented. The analytical dependence approximately connects the number of successive points of station element of the circular curve in the mane.

Так как $R = K / \alpha_{\text{рад}}$, то, подставив в уравнение (12) в качестве x произвольное значение (например $x = 1000$), получим $y = 0,9607$. Тогда радиус криволинейного участка пути

$$R = 1000 / 0,9607 = 1040,908 \text{ м.}$$

Вывод. Реализация предлагаемой методики расчета параметров кривых путевого развития станций по результатам выполнения электронной геодезической съемки позволит в перспективе произвести сопряжения электронной съемки и системы автоматизированного проектирования, обеспечит построение цифровых масштабных планов железных дорог.

Список литературы

- 1 Головнич, А. К. Автоматизация проектирования железнодорожных станций и узлов. Ч. 1. Компьютерное проектирование плана станций : учеб.-метод. пособие / А. К. Головнич. – Гомель : БелГУТ, 2006. – 99 с.
- 2 Изыскания и проектирование железных дорог: учебник для вузов ж.-д. трансп. / И. В. Турбин [и др.]; под ред. И. В. Турбина. – М. : Транспорт, 1989. – 479 с.
- 3 Вербило, В. А. Проектирование выправки железнодорожных кривых с использованием их угловых диаграмм / В. А. Вербило, Н. В. Довгелюк. – Гомель : БелИИЖТ, 1993. – 29 с.
- 4 Гусак, А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричикова. – 7-е изд. – Мн. : ТетраСистемс, 2006. – 640 с.
- 5 Вентцель, Е. С. Теория вероятностей : учеб. для вузов / Е. С. Вентцель. – 6-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 1999. – 576 с.