

УДК 621.454.2

*Е. В. ФАЛЬКОВА<sup>1</sup>, Л. П. НАЗАРОВА<sup>1</sup>, А. А. ЗУЕВ<sup>1</sup>, А. А. АРНГОЛЬД<sup>2</sup>,  
Н. А. ДАНИЛОВ<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Сибирский государственный университет науки и технологий  
им. акад. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск, Россия*

*<sup>2</sup>АО «Красноярский машиностроительный завод», г. Красноярск, Россия*

## **КОМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД В ТЕОРИИ ТЕПЛОТДАЧИ ДЛЯ ПОЛОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ НАСОСОВ С КОЛЬЦЕВОЙ ЛИНИЕЙ ТОКА**

Рассмотрено аналитическое решение уравнения энергии температурного пространственного пограничного слоя с учетом конвективной составляющей для криволинейных линий тока в граничных условиях элементов турбомашин с универсальной вариацией типов рабочих тел, характеризующихся изменением критерия подобия Прандтля в области  $Pr > 1$ , имеющей важное значение для развития ракетно-космической техники при проектировании двигателей и энергетических установок летательных аппаратов нового поколения с высокими энергетическими характеристиками.

**Ключевые слова:** закон теплообмена, температурный пограничный слой, коэффициент теплоотдачи, интегральное соотношение уравнения энергии.

**Введение.** В связи с постоянно возрастающими требованиями при проектировании жидкостных ракетных двигателей (ЖРД), в частности к энергетическому совершенству, надежности, безотказности и массогабаритным характеристикам центробежных насосов энергетических систем, учет особенностей теплоотдачи в проточных частях – является актуальной задачей, особенно при проектировании криогенных ЖРД. Существует несколько основных методов учета особенностей течения с теплоотдачей: с использованием эмпирических уравнений, численными и аналитическими методами решения дифференциальных уравнений в частных производных [1].

**Объект исследования.** Основными объектами исследования, являются полости между статором и рабочим колесом насоса жидкостного ракетного двигателя, а также, подводящие и отводящие устройства, где реализуется потенциальное и вихревое вращательное течение, а также прямолинейное равномерное течение [2].

Параметр вязкости является функцией температуры и, следовательно, определяет режим течения рабочего тела в каналах ТНА, а также гидродинамические потери в каналах и потери на дисковое трение (необходимо учитывать изменение температуры потока рабочего тела по длине рабочих каналов ТНА, для чего применяется моделирование энергетических параметров ТНА ЖРД, что представляет актуальную научно-техническую задачу).

Если жидкость принять как несжимаемую, то достаточно совместного решения уравнений движения и энергии в граничных условиях пространствен-

ного пограничного слоя [3], в случае сжимаемой жидкости необходимо дополнение системы уравнением состояния.

**Определение локального коэффициента теплоотдачи.** В случае, когда  $Pr > 1$ , весь температурный пограничный слой расположен внутри области динамического пограничного слоя. Предположим, что температурный пограничный слой имеет конечную толщину  $\delta_t$ , т. е.  $\delta_t < \delta$ . Проведем аппроксимацию распространения динамического пограничного слоя степенной функцией, в качестве степени профиля для турбулентного течения согласно [4] примем

$$\frac{u}{U} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/7},$$

где  $u$ ,  $U$  – скорости в точке с координатой  $y$  и в ядре потока соответственно.

В исследуемой модели распределения температурного и динамического пограничных слоев при  $Pr > 1$ , необходимо рассмотреть два характерных участка: участок от стенки (0) до толщины температурного пограничного слоя ( $\delta_t$ ); участок от толщины температурного пограничного слоя ( $\delta_t$ ) до толщины динамического пограничного слоя ( $\delta$ ); соответственно интеграл, характеризующий толщину потери энергии, необходимо разбить на два интеграла, относящихся к рассматриваемым участкам

$$\delta_{тф}^{**} = \int_0^{\delta_t} \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \cdot \left( 1 - \left( \frac{y}{\delta_t} \right)^{1/7} \right) dy + \int_{\delta_t}^{\delta} \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \cdot \left( 1 - \left( \frac{y}{\delta_t} \right)^{1/7} \right) dy. \quad (1)$$

Используя уравнение (1) можно определить вид закона теплообмена для случая  $Pr > 1$ . Далее, проинтегрировав данное уравнение с учетом отношения толщин температурного и динамического пограничных слоев в произвольном сечении  $\Delta = \delta_t / \delta$ , получим

$$\delta_{тф}^{**} = \frac{7\delta}{72} (9 - 8\Delta^{8/7}).$$

Для нахождения характеристики теплообмена в виде критерия Стантона необходимо определить производную функции распределения турбулентного температурного пограничного слоя на стенке поверхности теплообмена. При этом используем двухслойную модель распределения температурного пограничного слоя с ламинарным вязким подслоем, учитывая условия сопряжения функции распределения вязкого подслоя с турбулентным профилем

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{T - T_0}{T_\delta - T_0} \right)_{y=0} = \frac{U}{\alpha_l^2 \nu} \left( \frac{\alpha_l \nu}{U \delta_t} \right)^{1/4}.$$

где  $T$ ,  $T_0$ ,  $T_\delta$  – температуры в пограничном слое, на стенке и в ядре потока соответственно;  $\alpha_l$  – коэффициент ламинарного подслоя динамического пограничного слоя,  $\alpha_l = 8,696 Pr^{1/21}$  ( $Pr$  – число Прандтля);  $\nu$  – кинематическая вязкость.

Тогда выражение критерия Стантона приобретает вид

$$\text{St} = \frac{\lambda}{\rho C_p U^{1/4}} \left( \frac{1}{\alpha_{\text{л}}^7 \nu^3} \cdot \frac{(63 - 56\Delta^{8/7})}{72\Delta} \right)^{1/4} \cdot \frac{1}{\delta_{\text{тф}}^{**1/4}},$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $\rho$  – плотность;  $C_p$  – изобарная теплоемкость.

Интегральное соотношение уравнения энергии температурного пограничного слоя [5] с учетом выражения критерия Стантона имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{H_\varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \delta_{\text{тф}}^{**} + \frac{1}{H_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \delta_{\text{тф}}^{**} + \frac{1}{H_\varphi H_\psi} \frac{\partial H_\psi}{\partial \varphi} \delta_{\text{тф}}^{**} + \frac{1}{H_\varphi H_\psi} \frac{\partial H_\varphi}{\partial \psi} \delta_{\text{тф}}^{**} = \\ = \frac{\lambda}{\rho C_p U^{1/4}} \left( \frac{1}{\alpha_{\text{л}}^7 \nu^3} \cdot \frac{(63 - 56\Delta^{8/7})}{72\Delta} \right)^{1/4} \cdot \frac{1}{\delta_{\text{тф}}^{**1/4}} - \frac{\tau_{\varphi_0} (1 + \varepsilon^2)}{\rho C_p (T_\delta - T_0)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $H_\varphi$ ,  $H_\psi$  – коэффициенты Ламе по соответствующим направлениям;  $\tau_{\varphi_0}$  – напряжение трения;  $\varepsilon$  – тангенс угла скоса донной линии тока.

В случае прямолинейного равномерного течения производные по поперечной координате  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ ;  $H_\psi = H_\varphi = 1$ ;  $\frac{\partial H_\psi}{\partial \varphi} = \frac{\partial H_\varphi}{\partial \psi} = 0$ , и получаем

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \delta_{\text{тф}}^{**} = \frac{\lambda}{\rho C_p U^{1/4}} \cdot \left( \frac{1}{\alpha_{\text{л}}^7 \nu^3} \cdot \frac{(63 - 56\Delta^{8/7})}{72\Delta} \right)^{1/4} \cdot \frac{1}{\delta_{\text{тф}}^{**1/4}} - \frac{\tau_{\varphi_0} (1 + \varepsilon^2)}{\rho C_p (T_\delta - T_0)}.$$

При вращательном течении линия тока имеет кольцевую форму. Запишем соотношение (2) в цилиндрических координатах, при этом учтем, что для осесимметричного течения при  $\varepsilon = \text{const}$  выполняются следующие соотношения  $\varphi = \alpha$ ,  $\psi = R$  ( $\alpha$  – угол,  $R$  – радиус),  $\frac{\partial H_\varphi}{\partial \psi} = \frac{\partial R}{\partial R} = 1$ ,  $H_\psi = 1$ :

$$J\varepsilon \frac{\partial}{\partial R} \delta_{\text{тф}}^{**} + \frac{J\varepsilon}{R} \delta_{\text{тф}}^{**} = \frac{\lambda}{\rho C_p U^{1/4}} \cdot \left( \frac{1}{\alpha_{\text{л}}^7 \nu^3} \cdot \frac{(63 - 56\Delta^{8/7})}{72\Delta} \right)^{1/4} \cdot \frac{1}{\delta_{\text{тф}}^{**1/4}} - \frac{\tau_{\varphi_0} (1 + \varepsilon^2)}{\rho C_p (T_\delta - T_0)},$$

где  $J$  – относительная характерная величина, учитывающая отношение толщин потерь импульса в поперечном и продольном направлениях и угол скоса донной линии тока.

Интегральное соотношение уравнения энергии (2) необходимо для нахождения потери энергии температурного пространственного пограничного слоя, входящей в выражение для определения локального коэффициента теплоотдачи в виде критерия Стантона. Соответствующие выражения для равномерных прямолинейного и вращательного (по закону твердого тела) течений имеют вид

$$\text{St}_U = \frac{1}{\text{Pr}^{4/5}} \left( \frac{1}{\alpha_{\text{л}}^7 \text{Re}_U} \cdot \frac{(63 - 56\Delta^{8/7})}{72\Delta} \right)^{1/5}; \quad \text{St}_\omega = \frac{1}{\text{Pr}^{4/5}} \left( \frac{2J\varepsilon}{\alpha_{\text{л}}^7 \text{Re}_\omega} \cdot \frac{(63 - 56\Delta^{8/7})}{72\Delta} \right)^{1/5}.$$

**Выводы.** В результате интегрирования получены аналитические зависимости для определения локальных коэффициентов теплоотдачи для прямолинейного равномерного течения и закрученного течения по закону «твердого тела» для случая, когда  $Pr > 1$  (характерного для жидкостей), со степенью профиля для турбулентного течения ( $-1/7$ ). При проведении анализа полученных теоретических зависимостей, определенных в результате аналитического исследования, выявлена более хорошая сходимость теоретических результатов с экспериментальными данными и результатами, полученными другими авторами, такими как Л. А. Дорфман, Э. Н. Сабуров, М. А. Михеев, Г. Шлихтинг и др. Расхождение теоретических результатов с данными экспериментальных исследований не превышает 3–5 %, что подтверждает целесообразность их использования при определении теплоотдачи для характерных полостей турбонасосных агрегатов ЖРД.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Войткунский, Я. И. Гидромеханика / Я. И. Войткунский, Ю. И. Фаддеев, К. К. Федяевский. – Л. : Судостроение, 1982. – 456 с.

2 Дисковое трение при определении баланса мощностей турбонасосных агрегатов жидкостных ракетных двигателей / А. А. Зуев [и др.] // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2019. – № 57. – С. 17–31.

3 Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М. : Наука, 1974. – 712 с.

4 Определение локального коэффициента теплоотдачи с использованием модели температурного пограничного слоя в полостях вращения газовых турбин / А. А. Зуев, В. П. Назаров, А. А. Арнгольд // Вестник Московского авиационного института. – 2019. – Т. 26, № 2. – С. 99–115.

5 Кишкин, А. А. Локальная теплоотдача в граничных условиях турбомашин / А. А. Кишкин, А. А. Зуев, В. П. Леонов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2015. – № 1 (658). – С. 3–10.

*E. V. FALKOVA<sup>1</sup>, L. P. NAZAROVA<sup>1</sup>, A. A. ZUEV<sup>1</sup>, A. A. ARNGOLD<sup>2</sup>, N. A. DANILOV<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk, Russia*

<sup>2</sup>*JSC "Krasnoyarsk Machine Building Plant", Krasnoyarsk, Russian Federation*

### COMPLEX METHOD IN THE THEORY OF HEAT TRANSFER FOR PUMP ROTATION CAVITIES WITH AN ANNULAR CURRENT LINE

The analytical solution of the temperature spatial boundary layer energy equation is considered, taking into account the convective component for curved current lines in the boundary conditions of turbomachine elements with a universal variation of the types of working bodies characterized by a change in the Prandtl similarity criterion in the region  $Pr > 1$ , which is important for the development of rocket and space technology in the design of engines and power plants of new generation aircraft with high energy characteristics.

**Keywords:** heat transfer law, temperature boundary layer, heat transfer coefficient, integral energy equation.

Получено 07.10.2020